УДК 539.3:624.07:517.9
DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.140723.34.952

ПРОЕКТУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ ОРТОТРОПНОЇ ОБОЛОНКИ 40.00-57 ПОДВІЙНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ

ВОЛЧОК Д. Л.[1*], *канд. техн. наук, доц.*,
ДАНІШЕВСЬКИЙ В. В.[2], *докт. техн. наук, проф.*

[1*] Кафедра будівельної механіки та опору матеріалів, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 756-33-51, e-mail: Denys.L.Volchok@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7914-321X
[2] Кафедра будівельної механіки та опору матеріалів, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 756-33-51, e-mail: vladyslav.danishevskyy@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3049-4721

Анотація. ***Постановка проблеми.*** Особливістю проектування сучасних технічних систем полягає в тому, що домінують детерміністські підходи, в той час коли врахування невизначеності може надати більш адекватного відображення об'єкта дослідження у відповідній розрахунковій схемі, математичній моделі. Особливо актуальним урахування невизначеностей стає в моделюванні складних технічних систем, де невизначеностей може бути досить багато і самі невизначеності можуть бути різної природи, а саме стохастичної, неточної, нечіткої або навіть комбінованої. Так, доцільно перевіряти, чи є система толерантною до невизначеностей. Стаття присвячена розробленню методів оптимального проектування нової гумокордної оболонки 40.00-57 в умовах нечіткого завдання початкових даних. Варіантне проектування показало свою недостатню ефективність для таких складних технічних систем. ***Мета дослідження*** − запропонувати модель та методи оптимального проектування ортотропних гумокордних надвеликогабаритних оболонок за умови реальних факторів невизначеної природи; провести апробацію методів та спроектувати нову конструкцію шини 40.00-57 цивільного та військового призначення. ***Висновок.*** Запропоновано моделі оптимального проектування ортотропних гумокордних оболонок за умови врахування нечітких даних. Проведено апробацію симбіозу методів Монте-Карло та методу локальних варіацій для знаходження оптимальної геометрії оболонки.

Ключові слова: *теорія нечітких множин; оптимізація; ортотропна оболонка; метод Монте-Карло*

THE OPTIMAL DESIGN OF THE 40.00-57 DUAL PURPOSE ORTHOTROPIC SHELL UNDER UNCERTAINTY CONDITIONS DESIGN

VOLCHOK D.L.[1*], *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
DANISHEVSKYY V.V.[2], *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

[1*] Department of Structural and Theoretical Mechanics and Strength of Materials, Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (056) 756-33-51, e-mail: Denys.L.Volchok@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7914-321X
[2] Department of Structural and Theoretical Mechanics and Strength of Materials, Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (056) 756-33-51, e-mail: vladyslav.danishevskyy@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3049-4721

Abstract. ***Problem statement.*** A feature of the modern technical systems' design is that deterministic approaches dominate, while consideration of uncertainty can provide a more adequate representation of the research object in the appropriate calculation scheme, mathematical model. The consideration of uncertainties becomes especially relevant in the modeling of complex technical systems, where uncertainties can be quite abundant and the uncertainties themselves can be of different nature, namely stochastic, rough, fuzzy, or even combined. It is advisable to check whether the system is tolerant to uncertainties. This work is devoted to the construction of methods for the optimal design of the new rubber-cord shell 40.00-57 in the conditions of the fuzzy initial data. For a deterministic approach a special mathematical model can be used to calculate the output parameters. The mathematical model developed by Prof. E. Kvasha, at one time was truly revolutionary, because for the first time in the world the contact problem of the interaction of an elastic base with a layered orthotropic shell, which is part of a complex technical tire system, was solved. The main drawback, which could not be overcome by varying the input parameters, remained the uneven resource of the shell frame elements. So, variant design has shown its insufficient efficiency for such complex technical systems. ***The purpose of the research*** is to suggest a model and methods of optimal design for optotropic rubber-cord oversized shells under the conditions of real factors of uncertain nature. Conduct methods testing and design a new construction of tire 40.00-57 for civilian and military purposes. ***Conclusion***. The authors proposed models and methods of optimal design of orthotropic rubber-cord shells under the condition of fuzzy data. Approbation of the symbiosis of Monte Carlo methods and the method of local variations for finding the optimal geometry of the shell was conducted. For new 40.00-57 tire shape, the difference between the largest frame resource and the smallest resource of the tire's elements was about 18 %. Such a result could not be achieved by variant design. The temperature distribution in the cross-section of the tire under conditions of operation for 8 hours at an ambient temperature of 37 ^{0}C does not exceed the value of 110 ^{0}C, at which the thermal destruction of the rubber-cord material begins.

Keywords: *theory of fuzzy sets; optimization; orthotropic shell; Monte Carlo method*

Постановка проблеми та аналіз публікацій. Стратегічними напрямками розвитку нашої країни на шляху до ЄС є цілі, що збігаються з планами сталого розвитку, прийнятими ще в 2015 році Генеральною асамблеєю ООН. Серед них слід виділити «SDG 8: Decent Work and Economic Growth, SDG 9: Industry, Innovation and Infrastructure» і ця робота знаходиться з ними в контексті.

Об'єктом дослідження виступають великогабаритні оболонки, які є досить високотехнологічним продуктом і вартість кожної з яких може сягати $15 000. Технології, якими володіє наразі Україна, дозволяють випускати діагональну конструкцію таких оболонок, найбільша з яких в світі − шина 40.00-57.

Власні спроби варіантного проектування такої конструкції методами масштабного моделювання на базі шини 33.00-51 показані у працях [1−3]. Тут використана математична модель, розроблена проф. Е. М. Квашею. Свого часу вона була дійсно революційною, оскільки вперше у світі була розв'язана контактна задача взаємодії пружної основи із шаруватою ортотропною оболонкою, яка входить до складу складної технічної системы шини.

Основним недоліком, який так і не вдалось подолати, варіюючи вхідні параметри, залишився нерівномірний ресурс елементів каркаса оболонки. Розв'язавши багатокритеріальну нелінійну задачу оптимізації, цю проблему можливо зменшити. Також, на думку авторів, у зв'язку з тим, що експлуатація таких оболонок пов'язана з невизначеностями різної природи [1−3], математична модель не в повній мірі може відображати справжні дані і застосування нових підходів м'яких обчислень [4−6] надасть більше наближення об'єкта дослідження до своєї розрахункової схеми, математичної моделі розрахунку, а відповідно і до реальної оцінки результатів проектування.

Мета дослідження − запропонувати моделі та методи оптимального проектування ортотропних гумокордних надвеликогабаритних оболонок за умови реальних факторів невизначеної природи; провести апробацію методів та спроектувати нову конструкцію шини 40.00-57 цивільного так військового призначення.

Математична модель. Розрахункова схема гумокордновoї (пневматичної) шини великого діаметра розглядається як тороїдальна оболонка. Для аналізу її напружено-деформованого стану застосовується енергетичний підхід. Для цього вводиться в розгляд плоский поперечний переріз оболонки Ω, геометрія якого наведена на рисунку 1, форма контуру перетину оболонки визначається кривою каркаса $y\left(R,\phi\right)$ і, як показав досвід, вона являє собою один із найбільш впливових показників на вихідні характеристики шини. Ця крива є основою побудови шуканої конфігурації області Ω за допомогою таких визначень:

$$l_1(R,\phi) = y + h_1(R,\phi);$$

$$l_2(R,\phi) = y - h_2(R,\phi); \qquad (1)$$

Розбиття каркаса на стержневі багатошарові скінченні елементи також показано на рисунку 1.

У результаті аналізу праць [2−4], було сформовано таку задачу оптимального проектування конструкції шини за умови максимізації втомного ресурсу елементів каркаса:

$$y^{opt} = \arg\left\{ \max_x S(w,y,x) \middle| \mathrm{u_j}(w,y,x) \le \mathrm{u_{0j}} \right\}, \quad (2)$$

де $y = \{y_1, y_2, ..., y_m\}$, $j = 1, 2, ..., m$; $x = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ − вектор параметрів; $\mathrm{u_{0j}}$ − вектори обмежень.

Тут функцію w, що містить компоненти напружено-деформованого стану, знаходять в результаті розв'язання варіаційної задачі про мінімізацію повної потенційної енергії E в адаптованій для такого класу задач скінченноелементній моделі.

$$y^* = \arg\left\{ \min_w E(w,y,x) \right\} \quad (3)$$

За заданих значень вихідних величин потрібно знайти такий вектор параметрів $x = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ та $y = \{y_1, y_2, ..., y_m\}$, який задовольнить заданим обмеженням $\mathrm{u_{0j}}$ доставить максимальне значення критерію ефективності – довжині пробігу S та мінімальне значення діапазону зміни втомного ресурсу по елементам каркасу $\Delta\mathrm{Res_j}(w,y,x)$.

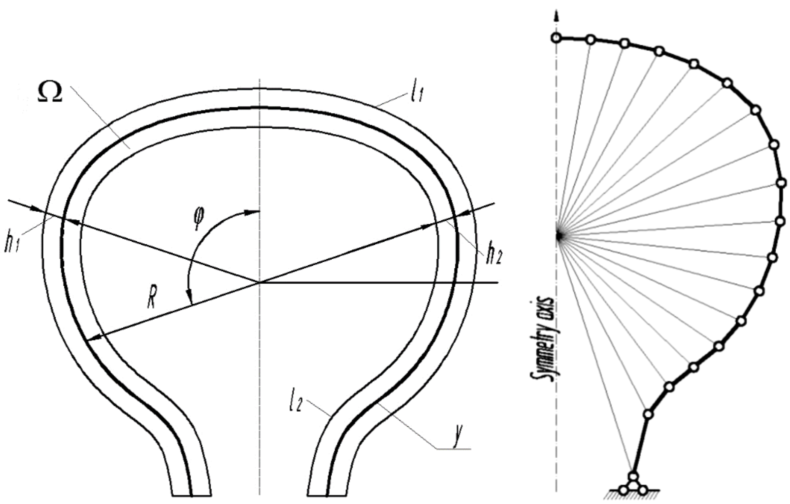

Рис. 1. Геометрія області Ω та скінченні елементи каркаса

Наведемо деякі елементи вектора параметрів.

$$x = \begin{cases} R_i - \text{радіуси серединної поверхні каркасу; } i = \overline{1,18} \\ hpr_i - \text{стріла дуги протектора; } i = \overline{19,19} \\ lpr_i - \text{ширина протектора в зоні контакту; } i = \overline{20,20} \\ hk1_i - \text{товщина першої групи шарів; } i = \overline{21,38} \\ hk2_i - \text{товщина другої групи шарів; } i = \overline{39,56} \\ hk3_i - \text{товщина третьої групи шарів; } i = \overline{57,74} \\ hp_i - \text{товщина шару протектора; } i = \overline{75,93} \\ \alpha k1_i - \text{кути нахилу корду в першій групі шарів; } i = \overline{94,111} \\ \alpha k2_i - \text{кути нахилу корду в другій групі шарів; } i = \overline{112,129} \\ \alpha k3_i - \text{кути нахилу корду в третій групі шарів; } i = \overline{130,147} \end{cases}$$

Цільовою функцією в задачі (2) є ресурс $S(w,y,x)$. У задачі (3) – функціонал $E(w,y,x)$ записується в такому вигляді:

$$E = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \quad (4)$$

де:

$$T_1 = \frac{1}{2}\int_\Omega [B_{11} e_{11}^2 + B_{66} e_{12}^2 + B_{16}\left(e_{11}\chi_{12} + e_{12}\chi_{11}\right) + B_{26} e_{12}\chi_{22} + B_{13} e_{13}^2 + B_{23} e_{23}^2 + B_{33} e_{33}^2 + D_{11}\chi_{11}^2 + D_{66}\chi_{12}^2 + D_{22}\chi_{22}^2 + 2D_{12}\chi_{11}\chi_{22}\ ]\, dF_k,$$

$$T_2 = -q\,\Delta V.$$

$$T_3 = -\int_{F_q} \left(q_1 u_1 + q_2 u_2 + q_3 u_3\right) d\,F_c \ .$$

$$T_4 = \frac{1}{2} \cdot \int_{Fc} h_n \left[E_n \cdot \varepsilon_n^2 + G_n \cdot \left(\gamma_1^2 + \gamma_2^2\right)\right] \cdot dFc \, .$$

$B_{ij}=\sum E_{ij}\, h_i$; $D_{ij}=\sum E_{ij}\, hi^3/12$; $(i,j = 1,2,6)$;

$B_{ij} = G_{ij}\, h_3$; $(i,j = 1,3)$; $B_{33} = E_{33}\, h_3$.

$$\varepsilon_n = \left(u_1 \cdot \sin(\alpha_1) + u_2 \cdot \sin(\alpha_{21}) + u_3 \cdot \sin(\alpha_3) - h_n - Wk\right) / h_n \ ;$$

$$\gamma_{in} = \left(u_{in} - u_i \cdot \cos(\alpha_i) + u_3 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot \sin(\alpha_2)\right) / h_n \, ,$$

де u_1, u_2, u_3 – переміщення поверхні каркаса; W_k – відстань від поверхні обтиснення до зовнішньої поверхні каркаса або брекеру; u_{in} – горизонтальне зміщення всієї шини відносно дороги; α_i – кути нахилу дотичних в окружному та меридіональних напрямках; індекс "n" означає, що фактор належить до протектора

Чисельна реалізація $\min E(w,y,x)$ здійснюється на основі застосування методу скінченного елемента та методу локальних варіацій, суть якого полягає у варіюванні взаємним положенням скінченних елементів до знаходження мінімального значення енергії системи.

Задача (3) є внутрішньою для задачі (2) про максимум функції $S(w,y,x)$. Реалізація задачі (2) виконується на основі методу статистичного пошуку [7], суть якого полягає в рандомізації змінних x, y та послідовному звуженні області пошуку ux.

За критерій руйнування шини взято критерій допустимої пошкодженості, яка розвивається в процесі циклічного навантаження гуми:

$$\Delta P_{KP} = \int_0^t \dot{P}(t) \cdot dt \ , \qquad (5)$$

де ΔPkp, ΔUkp − критичні значення пошкодженості та щільності енергії руйнування; t − час локальної руйнації.

Перетворюючи формулу (5), отримуємо модель Плеханова-Прусакова:

$$t = \frac{t_0 \cdot \exp\left[U_0 - \gamma(\sigma_a, \sigma_c, T) \cdot \left(\sigma_a + \alpha_c \cdot \sigma_c\right)\right]}{k \cdot T} \, , \qquad (6)$$

де t_o, U_o, γ − постійні, що залежать від властивостей гуми; σ_a − амплітуда циклу напружень; σ_c − середнє напруження; α_c − коефіцієнт, який визначається дослідним шляхом; k − постійна Больцмана; Т − температура.

Моделювання за умови невизначеності. Наявність невизначеності у постановці задачі (2)−(3) приводить її до таких моделей оптимального проектування:

Модель очікуваного значення EVM. Вона формулюється як:

$$y^{opt} = \arg\left\{\max_x EVM\left(S(w,y,x,\xi)\right) \middle| \, \middle| EVM\left(\mathrm{u_j}(w,y,x,\xi)\right) \le \mathrm{u_{0j}}\right\} ,$$

$$y^* = \arg\left\{\min_w EVM\left(E(w,y,x,\xi)\right)\right\} . \qquad (7)$$

Тут $EVM(\bullet)$ є оператор обчислення середнього очікуваного значення.

$$EVM(u) = \sum_{i=1}^{m} v_i u_i \ .$$

Для невизначеності типу «випадковість» v_i дорівнює ймовірності $p_i = f(\xi_i)$

Для нечіткого опису змінної ξ, визначеної на імовірнісному просторі, величина $v_i = \psi\left(\mu_{B1}, \mu_{B2}, ..., \mu_{Bk}\right)$, де μ_{Bi} – дискретне значення функції належності $\mu_B(\xi)$ величини ξ деякій нечіткій множині B.

У разі неточних величин ξ, визначених на просторі наближень значення $v_i = \phi_i(\xi_i)$, де $\phi_i(\xi_i)$ – функція щільності розподілу довіри для ξ.

Якщо скласти модель з обмеженнями на шанси (CCP), то врахування невизначених значень величини ξ у задачі (2)–(3) приводить до оптимізаційної моделі такого виду:

$$y^{opt} = \arg\Big\{ \max_{x} \max_{S^*} S^* \Big| \\ Ch(\Delta S(w,y,x,\xi) \le S^*) \ge \beta; \\ Ch(\mathrm{u_j}(w,y,x,\xi) \le \mathrm{u_{0j}}) \ge \alpha; \\ j = 1,2,...,m \Big\}; 0 \le \beta, \alpha \le 1. \qquad (8)$$

Тут β і α – визначені наперед довірчі рівні. Оператор $Ch(\bullet)$ обчислює відповідно ймовірність, можливість, довіру до появи події $\Delta S(w,y,x,\xi) \le S^*$. Модель дозволяє знайти β оптимістичні оцінки величини S^* і відповідно оптимальні значення компонент вектора x.

Чисельна ілюстрація. Апробацію можливості розв’язання задач (7), (8) для нелінійної моделі оптимізації будемо проводити виконавши оптимальний пошук серединної поверхні каркаса методом статистичного моделювання для модальних значень параметрів проектування. На рисунку 2 зображено результат згладження форми методом найменших квадратів після 100 ітерацій пошукового алгоритму. Взявши цю геометрію, зробили остаточну перевірку і отримали, що значення ресурсу для кожного з 18 елементів каркаса наблизились до свого рівномірного розподілу.

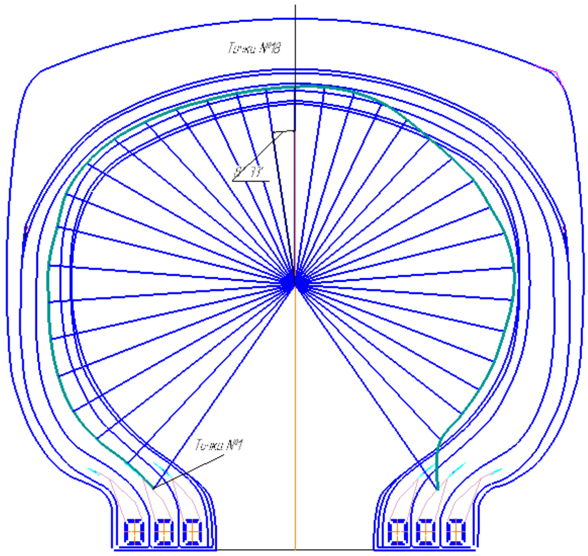

Рис. 2. Оптимізації серединної поверхні каркаса та згладження

У таблиці наведено поліпшений ресурс елементів каркаса. Маса гумокордних шарів шини склала 1705 кг, а загальна маса шини склала 3671 кг. Коефіцієнт опору коченню нової конструкції дорівнює 0.001.

Таблиця

Поліпшений ресурс елементів каркаса

J-й елемент каркаса	Ресурс у мотогодинах	Ресурс у кілометрах
2	10 121.9	151 829.0
3	11 216.2	168 244
4	11 496.8	172 452
5	11 385.7	170 786
6	10 866.3	162 995
7	11 235.5	168 532
8	10 794.0	161 911
9	10 848.2	162 724
10	11 076.6	166 150
11	11 330.2	169 954
12	11 245.2	168 679
13	10 964.9	164 474

14	10 667.7	160 016
15	10 658.3	159 874
16	10 167.6	152 514
17	9 685.9	145 289
18	9 412.0	141 181

Висновки. Відмінність між елементами з найбільшим ресурсом каркаса та найменшим ресурсом склала близько 18 %. Такого результату не вдавалось досягти варіативним проектуванням. Розподіл температури в поперечному перетині шини за умови роботи протягом 8 годин за температури навколишнього середовища 37 ^{0}C не перевищує значення 110 ^{0}C, за якого починається термодеструкція гумокордного матеріалу.

Також слід зазначити, що в результаті оптимального проектування всі нитки корду каркаса та брекера оболонки працюють тільки на розтяг, чого раніше теж не завжди вдавалось досягти, а це становить необхідну умову нормальної роботи шини.

Розроблені методи можуть бути узагальнені для розгляду більш широкого класу задач оптимального проектування оболонок.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кваша Э. Н., Волчок Д. Л., Погасий Е, Шмидт Р., Вайхерт Д., Копыленко Е. Влияние конструктивных факторов на характеристики новой шины 40.00-57. *Теоретичні основи будівництва*. 2010. № 18. С. 199–202.
2. Кваша Э., Волчок Д., Погасий Е, Шмидт Р., Копыленко Е. Влияние качества дорожного покрытия на характеристики СКГШ 40.00-57. *Теоретичні основи будівництва*. 2011. № 19. С. 143–146.
3. Кваша Э. Н., Погасий Е. А., Волчок Д. Л. Влияние особенностей эксплуатации шин на их основные показатели. *Теоретичні основи будівництва*. 2008. № 16. С. 223–228.
4. Baranenko V., Volchok D. Application of various uncertainty measures in the problem of critical force searching for orthotropic shell in conditions of the carrying capacity. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. Vol. 106. Pp. 201–220.
5. Baranenko V., Volchok D. Evaluation de déplacement maximal d'un noeud constructif à condition de robustesse et ayant un volume imprécis. *Revista Romana de Inginerie Civila*. 2018. Vol. 9, № 3. Pp. 307–314.
6. Baranenko V., Volchok D. Evaluation of the maximum axial force on a cylindrical shell structure in terms of stability and strength using fuzzy quantities of chosen geometric parameters. *Roads and Bridges-Drogi i Mosty*. 2016. Vol. 15, № 1. Pp. 71–81.
7. Fishman G. S. Monte-Carlo : concepts, algorithms and applications. *Springe*r. 1996. 722 p.

REFERENCES

1. Kvasha E.N., Volchok D.L., Pogasiy E., Schmidt R., Weihert D. and Kopylenko E. *Vlyianye konstruktyvnykh faktorov na kharakterystyky novoi shyny 40.00-57* [Influence of constructive factors on the characteristics of the new tire 40.00-57]. Theoretical Foundations of Civil Engineering. 2010, no. 18, pp. 199–202. (in Russian).
2. Kvasha E., Volchok D., Pogasy E., Shmidt R. and Kopylenko E. *Vlyianye kachestva dorozhnoho pokrytyia na kharakterystyky SKHSh 40.00-57* [Influence of road surface quality on the characteristics of EBTSh 40.00-57]. Theoretical Foundations of Civil Engineering. 2011, no. 19, pp. 143–146. (in Russian).
3. Kvasha E.N., Pogasy E.A. and Volchok D.L. *Vlyianye osobennostei ekspluatatsyy shyn na ykh osnovnye pokazately* [The influence of the features of tire operation on their main indicators]. Theoretical Foundations of Civil Engineering. 2008, no. 16, pp. 223–228. (in Russian).
4. Baranenko V. and Volchok D. Application of various uncertainty measures in the problem of critical force searching for orthotropic shell in conditions of the carrying capacity. Strength of Materials and Theory of Structures. 2021, vol. 106, pp. 201–220.
5. Baranenko V. and Volchok D. Evaluation de déplacement maximal d'un noeud constructif à condition de robustesse et ayant un volume imprécis. Revista Romana de Inginerie Civila. 2018, vol. 9, no. 3, pp. 307–314.
6. Baranenko V. and Volchok D. Evaluation of the maximum axial force on a cylindrical shell structure in terms of stability and strength using fuzzy quantities of chosen geometric parameters. Roads and Bridges-Drogi i Mosty. 2016, vol. 15, no. 1, pp. 71–81.
7. Fishman G.S. Monte-Carlo : concepts, algorithms and applications. Springer. 1996, 722 p.

Надійшла до редакції: 21.05.2023.