

2. Hirnyctvo y pidzemni sporudy v Ukrayini ta Pol'shchi (narysy z istoriyi) // H. Hayko, V. Bilets'kyu, T. Mikos', Ya. Khmura. – Donetsk: UKTsentr, Donetsk viddilennya NTSh, «Redaktsiya hirnychoyi entsyklopediyi», 2009. – 296 s.
3. DBN B.1.1-12:2014 Zakhyst vid nebezpechnykh heolohichnykh protsesiv, shkidlyvykh ekspluatatsiynykh vplyviv, vid pozhezhi. Budivnytstvo u seysmichnykh rayonakh Ukrayiny / Ministerstvo rehional'noho rozvytku, budivnytstva ta zhytlovo-komunal'noho hospodarstva Ukrayiny. – K., 2014. – 117 s.
4. DBN B.1.2-2:2006 Systema zabezpechennya nadiynosti ta bezpeky budivel'nykh ob'yektiv. Navantazhennya i vplyvy. Normy proektuvannya / Ministerstvo budivnytstva Ukrayiny. – K., 2006. – 75 s.
5. DBN B.2.1-10:2009 Ob'yekty budivnytstva ta promyslova produktsiya budivel'noho pryznachennya. Osnovy ta fundamenty sporud. Osnovni polozhennya proektuvannya / Minrehionbud Ukrayiny. – K., 2009. – 104 s.
6. Zhuk V. V. Realizatsiya metodyky doslidzhennya kharakteru vzayemodiyi karkasnykh budivel' z nerivnomirno prosidayuchoyu lesovoyu osnovoyu / V. V. Zhuk, M. V. Korniyenko // Osnovy i fundamenty: Mizhvidomchyy naukovy-tekhnichnyy zbirnyk – K. :KNUBA, 2013. – Vyp. 33 – S. 67 – 76.
7. Novs'kij A. V. Izvestnyak-rakushechnik. Issledovanie i ispol'zovanie v kachestve osnovaniya fundamentov: [monografija] / A. V. Novskij, V. A. Novskij, Ju. F.Tugaenko. – Odessa: Astroprint, 2014. – 92 s.
8. Chernyj G. I. Geotekhnicheskie processy v slozhnykh gruntovykh uslovijah Ukrainy / G. I. Chernyj, V. G. Chernyj // Svit geotekhniki: (dodatok do zbirnika «Budivel'ni konstrukcii», NDIBK). – 2000. – Vip. 53. – S. 4 – 9.
9. Eurocode 7: Geotechnical design – Part 2: Design assisted by laboratory testing. EN 1997-2:2000. European Committee for Standardization. – Brussels, 2000. – 196 p.

Відомості про авторів:

Жук Вероніка Володимирівна, к. т. н., доцент кафедри основ та фундаментів Київського національного університету будівництва і архітектури, e-mail: veronika@knu.org.ua.

Корнієнко Микола Васильович, к. т. н., професор доцент кафедри основ та фундаментів Київського національного університету будівництва і архітектури.

УДК 621.822.6

ПОРІВНЯННЯ ВЕЛИЧИН ОПОРІВ КОЧЕННЮ КУЛІ ТА ЦИЛІНДРА ПРИ РІЗНИХ СХЕМАХ ДОТИКУ

Р. М. Кроль, к. т. н., доц., Л. М. Бондаренко, к. т. н., доц.

Ключові слова: опір кочення, куля, циліндр, коефіцієнт тертя, обойма, підшипник, опір руху, схема дотику

Постановка проблеми. На подолання опору коченню і ремонту вузлів кочення витрачаються значні кошти країни. Оскільки однією із значних складових витрат є подолання опорів коченню в шарикових та роликових підшипниках, то необхідно більш точно визначити його величину і зокрема коефіцієнт тертя кочення приведенного до вала. Його величина наводиться в довідковій літературі і рекомендується при шарикових підшипниках $\mu = 0,010..0,015$, при роликових підшипниках $\mu = 0,015..0,020$ [1]. Такі розбіжності слід віднести на рахунок матеріалів обойм і шариків та роликів, а також на рахунок в'язкості мастил.

Ціль статті. Запропонувати аналітичні залежності для визначення опорів коченню куль і роликів для різних схем дотиків і дати більш точні значення величин коефіцієнта тертя кочення приведенного до вала або внутрішньої обойми підшипника.

Основний матеріал досліджень. Розглянемо задачі при значній величині радіусів тіл кочення для оцінки впливу гістерезисних витрат на опір коченню.

Опори коченню кулі та циліндра. Для більш об'єктивної оцінки опору руху при різних схемах дотику приймаємо діаметри кулі і циліндра однаковими. При цій умові довжина циліндра $H = \frac{4 \cdot R_1}{3}$. Якщо радіус $R_1 = 100$ мм, то $H = 133$ мм. Величини допустимих

контактних напружень при лінійному контакті $\sigma = 1300 \text{ МПа}$ (сталь 20Х), а при точковому $\sigma = 1300 \cdot 1,4 = 1820 \text{ МПа}$ [2].

Для знаходження величини опору руху необхідно мати коефіцієнт тертя кочення, інженерної формули для його розрахунку не існує. Хоч з 1870 року по 1950 рік вважалось, що причиною опору коченню є ковзання в місці контакту. Оскільки ця теорія належала Рейнольдсу, то ніхто не зважувався її оспорювати. Тільки в 1950 році Табор (D. Tabor) експериментально довів, що опір ковзанню складає незначну частину опору коченню і може вважатись як складова від загальної величини.

Табором також отримані аналітичні залежності для визначення коефіцієнта тертя кочення: при точковому контакті [3]

$$k = \frac{3 \cdot b}{16} \cdot \alpha, \quad (1)$$

при лінійному

$$k = \frac{2 \cdot b}{3 \cdot \pi} \cdot \alpha, \quad (2)$$

де b – півширина плями контакту; α – коефіцієнт гістерезисних витрат.

Наявність в цих формулах α звела нанівець їх практичне застосування оскільки спосіб знаходження α невідомий.

В [4] отримані аналітично-експериментальні залежності для визначення k які утримують тільки загальнозвживані механічні константи металів та розміри контактуючих тіл.

При точковому контакті

$$k = 0,225 \cdot b \cdot \exp(0,2 \cdot R_1), \quad (3)$$

при лінійному контакті

$$k = 0,16 \cdot b \cdot \exp(-1,2 \cdot R_1), \quad (4)$$

де R_1 – радіус в метрах.

З достатньою для такого класу задач можна вважати, що експонента визначає коефіцієнт гістерезисних витрат.

Відзначимо, що в [3] наведено таку формулу для визначення коефіцієнтів тертя кочення:

- при лінійному контакті

$$k = 0,11 \cdot b; \quad (5)$$

- при точковому контакті

$$k = 0,1 \cdot b, \quad (6)$$

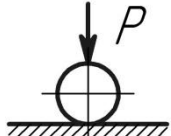
що значно відрізняється від наведених вище величин. Відсутність в них експоненти наводить на думку, що експерименти наводились при малих радіусах тіл кочення, або при малих навантаженнях.

Оскільки формули для визначення максимальних навантажень на шарик і ролик, а також для визначення півширини плями контакту добре відомі, то в подальшому наведемо тільки результати розрахунків для найбільш звживаних схем дотику.

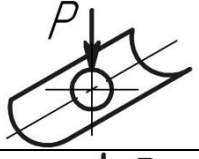
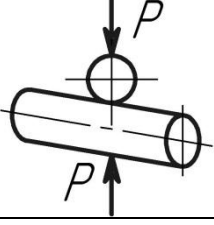
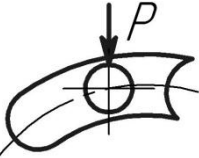
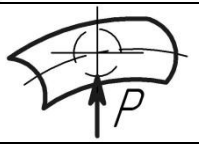
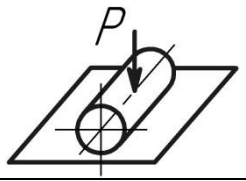
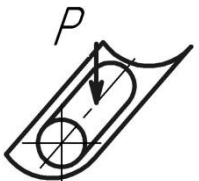

Допустимі навантаження на шарик і ролик, коефіцієнти тертя, опір руху, коефіцієнти опору руху для найбільш звживаних схем дотику зведено в таблицю 1.

Таблиця 1

Допустимі навантаження, коефіцієнти тертя кочення, опір руху, коефіцієнти опору руху

№ п/п	Точковий контакт				
	Схема дотику	Допустиме навантаження, кН	Опір коченню, Н	Коефіцієнт тертя кочення	Коефіцієнт опору руху
1.		1,463	7,3	0,125 (0,124)	0,00125

Закінчення таблиці

2.		16,97	84,8	0,125 (0,124)	0,00125
3.		1,18	4,26	0,09 (0,089)	0,0009
4.		16,45	67,1	0,102 (0,101)	0,00102
5.		30,12	175,9	0,146 (0,145)	0,00146
Лінійний контакт					
6.		131,6	850	0,16 (0,165)	0,0016
7.		765,8	4310	0,56 (0,58)	0,0056
8.		54,1	189	0,09 (0,093)	0,0009

Примітка: В дужках приведені дані коефіцієнта тертя кочення без врахування гістерезисних витрат.

Приведення коефіцієнта тертя підшипників кочення до цапфи. При розрахунках опору руху від тертя в ходових частинах, наприклад кранів, вживається коефіцієнт тертя підшипників μ приведений до цапфи. Його величина залежить від типу підшипника і коливається при шарикових та роликових підшипниках в межах $\mu = 0,01 \dots 0,02$.

В [5] сила F момент якої дорівнює моменту реакції при коченні ролика по обоймі визначається як $F = \frac{P \cdot k}{R_1}$ із рівності $2 \cdot F \cdot R_1 = 2 \cdot P \cdot k$. Тобто, тут прийнято, що коефіцієнт тертя кочення ролика по внутрішній і зовнішній обоймах однаковий, що не так, як показано вище.

Крім того, в підшипнику може обертатись як внутрішня, так і зовнішня обойми відповідно при нерухомих зовнішній і внутрішній.

Якщо обертається внутрішня обойма, то момент тертя приведений до цапфи визначиться із

виразу (рис. 1)

$$Q \cdot (K_{12} + K_{13}) = \mu_{\text{вн}} \cdot Q \cdot R_1, \quad (7)$$

тобто

$$\mu_{\text{вн}} = \frac{K_{12} + K_{13}}{R_1}. \quad (8)$$

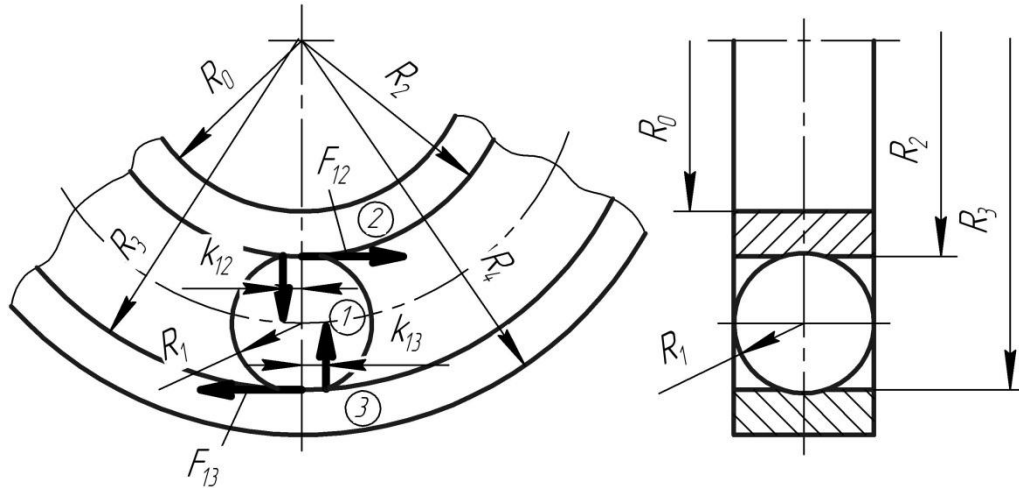


Рис. 1. Позначення і розміри до задачі

Для визначення μ при обертанні зовнішньої обойми знайдемо роботу сил F_{12} і F_{13} при обертанні внутрішньої обойми

$$A_{12} = 2 \cdot \pi \cdot R_3 \cdot F_{12};$$

$$A_{13} = 2 \cdot \pi \cdot R_3 \cdot F_{13}.$$

Загальна робота при її обертанні

$$A_{\text{вн}} = 2 \cdot \pi \cdot R_3 \cdot (F_{12} + F_{13}).$$

Зовнішньої обойми (загальна робота)

$$A_{\text{зв}} = 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot R_1 + R_3) \cdot (F_{12} + F_{13}).$$

Відношення робіт

$$\frac{A_{\text{вн}}}{A_{\text{зв}}} = 1 + \frac{2 \cdot R_1}{R_3}.$$

Якщо відношення робіт дорівнює цій величині, то при обертанні зовнішньої обойми

$$\mu_{\text{зв}} = \frac{K_{12} + K_{13}}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R_1}{R_3} \right). \quad (9)$$

Знайдемо $\mu_{\text{вн}}$ та $\mu_{\text{зв}}$ для шарикового і роликового вузлів кочення подібних шарико- і роликопідшипникам.

Шариковий підшипник. Розміри, що відповідають шариковому підшипнику прийняті наступні (рис. 1): $R_1 = 25 \text{ мм}$; $R_2 = 0,515 \cdot 2 \cdot R_1 = 0,02575 \text{ мм}$; $R_3 = 115 \text{ мм}$; $R_4 = 165 \text{ мм}$; $R_5 = 190 \text{ мм}$; $R_0 = 90 \text{ мм}$.

Число шариків із умови збирання підшипника

$$z = 2,9 \cdot \frac{R_5 + R_0}{R_5 - R_0} = 2,9 \cdot \frac{190 + 90}{190 - 90} = 8$$

при максимальному навантаженні на шарик (№ 1 на рис. 1) $P_0 = 16,45 \text{ кН}$.

Для визначення опору руху трьох шариків розташованих нижче діаметра скористаємося формулою [5] для визначення статичної вантажопідйомності підшипника

$$Q = P_0 \cdot (1 + 2 \cdot \cos^{5/2} \gamma) = 19,36 \text{ кН},$$

де $\gamma = 45^\circ$ – кут координований відносно дії сили Q .

В подальшому силу Q прикладемо до найбільш навантаженого шарика і знайдемо опір руху при силі $19,36 \text{ кН}$, що відповідає коефіцієнту тертя кочення $k_{13} = 1,1635 \text{ мм}$ і опору руху шариків по внутрішній обоймі $W_{13} = 70,85 \text{ Н}$.

Коефіцієнт тертя кочення по зовнішній обоймі при цьому ж навантаженні на шарик складе $k_{12} = 1,348 \text{ мм}$, а $W_{12} = 82,1 \text{ Н}$.

Момент тертя приведений до цапфи при обертанні згідно формули (8) $\mu_{\text{вн}} = 0,1$, без врахування коефіцієнта тертя кочення шарика по зовнішній обоймі $\mu_{\text{зв}} = 0,0465$ (по [5]).

З врахуванням коефіцієнта тертя шарика по внутрішній та зовнішній обоймах і обертанні зовнішнього кільця (формула (9) $\mu_{\text{зв}} = 0,144$.

Роликівий підшипник. При зберіганні позначень і розмірів шарикопідшипника кількість роликів $z = 14$, тобто 7 роликів знаходиться нижче лінії перпендикулярної до сили Q .

Оскільки кут $\gamma = 25,71^\circ$, то сила Q

$$Q = P_0 \cdot (1 + 2 \cdot \cos^{5/2} \gamma + 2 \cdot \cos^{5/2} 2\gamma + 2 \cdot \cos^{5/2} 3\gamma)$$

і при $P_0 = 54,1 \text{ кН}$ складе $Q = 1924 \text{ кН}$. При цьому момент тертя приведений до цапфи при обертанні внутрішнього кільця $\mu_{\text{вн}} = 0,134$, а зовнішнього $\mu_{\text{зв}} = 0,192$.

Відзначимо, що приведення моменту тертя до цапфи не зовсім коректно. Скоріше це данина підшипнику ковзання. Оскільки внутрішня обойма в підшипниках кочення на обертається, то необхідно у формулах (8) та (9) замість радіуса цапфи вжити радіус доріжки кочення внутрішньої обойми R_3 . При цьому замість $\mu_{\text{вн}} = 0,1$ при обертанні внутрішнього кільця отримаємо $\mu_{\text{вн}} = 0,078$, а при обертанні зовнішнього кільця $\mu_{\text{зв}} = 0,11$.

Відзначимо, що величини μ , наприклад для кранів значно менші, залежать від режиму роботи, матеріалів контактуючих поверхонь і величини допустимих контактних напружень, які коливаються для сталей від 850 до 500 МПа замість прийнятих вище 1820 та 1300 МПа. Величина допустимої сили значно залежить від допустимих контактних напружень і, наприклад, при схемі дотику "циліндри з паралельними осями" при $\sigma = 800 \text{ МПа}$ $P = 20,5 \text{ кН}$; $k = 0,0535 \text{ мм}$; $W = 44 \text{ Н}$; $\omega = 0,0021$.

Аналіз проведених розрахунків головних показників вузлів кочення при різних схемах дотику дозволяє зробити **висновок**:

- отримані залежності коефіцієнта опору руху;
- отримані залежності коефіцієнта тертя кочення від допустимої величини навантаження на кулю та циліндр дозволять зробити аналіз для раціонального вузла кочення з точки зору габаритів та енергоємності.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Справочник по кранам: В 2 т. / М. П. Александров, М. М. Гохберг, А. А. Ковин и др. – Л. : Машиностроение, 1988. – 559 с.
2. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К. : Наук. думка, 1988. – 736 с.
3. Джансон К. Механика контактного взаимодействия. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
4. Бондаренко Л. М., Довбня М. П., Ловейкін В. С. Деформаційні опори в машинах. – Д. : Дніпро – VAL, 2002. – 200 с.
5. Кожевников С. Н. Теория машин и механизмов. – М. : Машиностроение, 1969. – 584 с.

SUMMARY

Problem. To overcome rolling resistance and rolling repair units spent heavily countries. Since

one of the major cost elements are overcoming rolling resistance in of ball and roller bearings, it is necessary to more accurately determine its value and in particular the coefficient of rolling friction transferred to the shaft. Its value is given in the references and recommended for of ball bearings, roller bearings in [1]. These differences should be attributed to the material holders and balls and rollers, as well as due to viscosity oils.

The purpose of the article. Submit Analytical relations for determining rolling resistance balls and rollers for different schemes of touch and give more accurate values of the coefficient of rolling friction reduced to shaft or bearing internal cage.

Analysis of the main indicators of the calculations bearing units with different schemes of touch suggests:

- Obtained dependence of the resistance movement;
- Dependences coefficient of rolling friction of the load allowable on the ball and the cylinder will make for rational analysis unit bearings in terms of size and power consumption.

REFERENCES

1. Spravochnik po kranam: V 2 t. / M. P. Aleksandrov, M. M. Gohberg, A. A. Kovin i dr. – L. : Mashinostroenie, 1988. – 559 s.
2. Spravochnik po soprotivleniju materialov / G. S. Pisarenko, A. P. Jakovlev, V. V. Matveev. – K. : Nauk. dumka, 1988. – 736 s.
3. Dzhanson K. Mehanika kontaktnogo vzaimodejstvija. – M. : Mir, 1989. – 510 s.
4. Bondarenko L. M., Dovbnja M. P., Lovejkin V. S. Deformacijni opori v mashinah. – D. : Dnipro – VAL, 2002. – 200 s.
5. Kozhevnikov S. N. Teorija mashin i mehanizmov. – M. : Mashinostroenie, 1969. – 584 s.

Відомості про авторів:

Кроль Роман Миколайович, к. т. н., доцент кафедри будівельних та дорожніх машин Придніпровської державної академії будівництва та архітектури, e-mail: krol.roman2012@yandex.ua.

Бондаренко Леонід Миколайович, к. т. н., доцент кафедри будівельних та дорожніх машин Придніпровської державної академії будівництва та архітектури.