НАУКОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ

УДК 519.21

К УСТАНОВЛЕНИЮ ВИДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ

В. И. Большаков, д. т. н., проф., Ю. И. Дубров, д. т. н., проф.

Всякая технология, в сущности, просто продолжает естественное, врожденное стремление всего живого господствовать над окружающей средой.

С. Лемм

Ключевые слова: *математическая модель, моделирование, сложная система*

Большинство научных исследований в области техники практически сводятся к синтезу некоторых специфических математических моделей (ММ), сложных систем (СС), с дальнейшим их анализом.

При всей позитивности этого действия порой наблюдается недостаточно верный вид принятой модели. Это, вероятно, происходит потому, что к созданию модели часто привлекаются специалисты, разновидности технологов, которым прикладная математика преподавалась в ограниченном объёме. Неправильно выбранный вид модели нередко приводит к потере кардинальности получаемых с её помощью результатов. Например, систему, поддающуюся детерминированному описанию, исследователь описывает на основании статистики её работы и, наоборот, систему, которую допустимо точно можно описать моделью, получаемой на основании анализа статистики, порой пытаются описать детерминированной моделью. Подобные неточности могут быть устранены, если на стадии предварительного синтеза ММ будет использован «трафарет», способствующий примерному определению её вида.

С учётом того, что математическое моделирование в большинстве своём направлено на решение оптимизационных задач, которые в простейшем их выражении могут быть представлены классическими задачами на экстремум[1]*, постановка большинства задач моделирования технических систем сводится к экстремальным задачам.*

Экстремальные задачи, чаще всего начинаются с определения области существования множества зависимых и независимых переменных – D и числовой (вещественной) функции f, определенной на D [1]. При этом требуется указать такую точку $x^* \in D$, чтобы для любого $x \in D$ формулировалась задача максимизации – $f(x^*) \geq f(x)$, или задача минимизации – $f(x) \leq f(x^*)$. Экстремальная задача считается сформулированной, если заданы множество D, функция f и указано, является она задачей максимизации или задачей минимизации. Задача максимизации (минимизации) с областью определения D и функцией f обозначается через $(D,\ f)$. Например, запись

$$(D,f){:}\, f(x)=x_1^2+x_2^2 \to \min, D=\{x=(x_1,x_2)\in R^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 3/2\},$$

означает, что (D,f) есть задача минимизации функции $f(x)=x_1^2+x_2^2$ на множестве D точек пространства R^2, для которых выполняются указанные в фигурных скобках условия [2].

В дальнейшем предполагается, что D есть подмножество пространства R^n, при некотором n. *Точки пространства R^n называют планами, элементы множества*

[1] Термин, объединяющий понятия максимума и минимума. В случае функции нескольких переменных иногда отличают абсолютный экстремум от относительного экстремума.

[2] Приведенный пример и постановка экстремальной задачи взяты из [1] и по ней цитируются.

D *– допустимыми планами. Допустимый план* x^**, называется оптимальным планом (решением задачи).*

На рисунке приведена схема потенциально возможных методов решения экстремальных задач, общим для которых является сведение технической задачи к математической конечномерной задаче. *Это, как правило, достигается дискретизацией исходной задачи, т. е. переходом от функции непрерывного аргумента к функции дискретного аргумента*[3]*, затем строится вычислительный алгоритм, где полученное решение дискретной задачи принимается за приближенное решение исходной математической задачи*[4] *[2]. Как видно из схемы, математическое программирование делится на разделы, изучающие оптимальные методы планирования и управления в условиях полной информации и в условиях неопределенности (стохастическое программирование).* Такое разделение производится в зависимости от того, являются ли исходные параметры задачи вполне определенными числами или случайными величинами.

В данном контексте под СС следует понимать:

- множество элементов технической или биологической природы, находящихся во взаимодействии;

- СС присуще свойство *эмерджентности*[5], т. е. на нём могут реализовываться отношения не присущие его элементам;

- элементы СС находятся в многообразных связях между собой и реализуют с некоторой неопределенностью преобразования входных величин в выходные;

- входные величины СС могут быть представлены на временном промежутке $T = [t_{\min}, t_{\max}]$ подмножеством M n – мерного векторного пространства R_r *управляемых входов* и подмножеством N пространства R_n *неуправляемых входов;*

- каждому набору входных величин СС ставится в соответствие множество n-мерных *векторов состояний*, т. е. имеется в общем случае многозначная вектор-функция

$$\vec{y}(t,\vec{X}) = \left\{ y_i(t,\vec{X}),\, i = \overline{1,V} \right\},\, X \in M \times N,\ \ t \in T,$$

отображающая на декартово произведение $T \times M \times N$ в n - мерное векторное пространство состояний системы – R^v;

- СС может являться многоцелевой, описывающейся в терминах цели, к тому же она может являться самоорганизующейся[6], поскольку, в зависимости от состояния входов, эта функция может стремиться к достижению цели $c_i (i \in \{1,...,m\})$, выбирая её из множества целей $c_i,...,c_m (m \geq 2)$:

- все действия, влияющие на процесс функционирования *СС,* фиксируются путем изменения ее внутренних состояний, количество которых конечно;

- внутренние состояния СС функционально различимы и их множество трактуется как объем внутренней памяти;

- $Y(\vec{t},\vec{X})$ – вектор выхода СС, который зависит не только от вектора входа, поступившего в момент времени (t_i), но и от векторов входа поступивших ранее;

- количество информации[7] о состоянии СС конечно и может быть представлено в виде суммы

$$g = i_1(t, x_1,..., x_r) + i_2(t, \hat{x}_1,..., \hat{x}_m) + i_3(t, y_1,..., y_V),$$

[3] При этом наблюдается разделение численных методов на *конечные*, которые позволяют получить решение за конечное число шагов, и *бесконечные,* в которых строится последовательность все более точных приближений к решению (получение решения с заданной точностью).
[4] Следует отметить, что большинство реальных задач не поддается точному решению.
[5] Эмерджентность – наличие у системы свойств не присущих его элементам.
[6] Многие авторы сходятся на мысли о том, что это определенного класса кибернетические системы (биологические, экономические, социальные), о которых можно говорить, что они увеличивают свой порядок, или, что тоже самое, изменяют свою организацию. Нам ближе определение самоорганизующейся системы, которое сделал Г. Паск [3]. Он называет самоорганизующимися те системы, об элементах которых можно утверждать, что они принимают решения.
[7] В этом контексте мы полагаемся только на интуитивное представление понятий информации и ее количества.

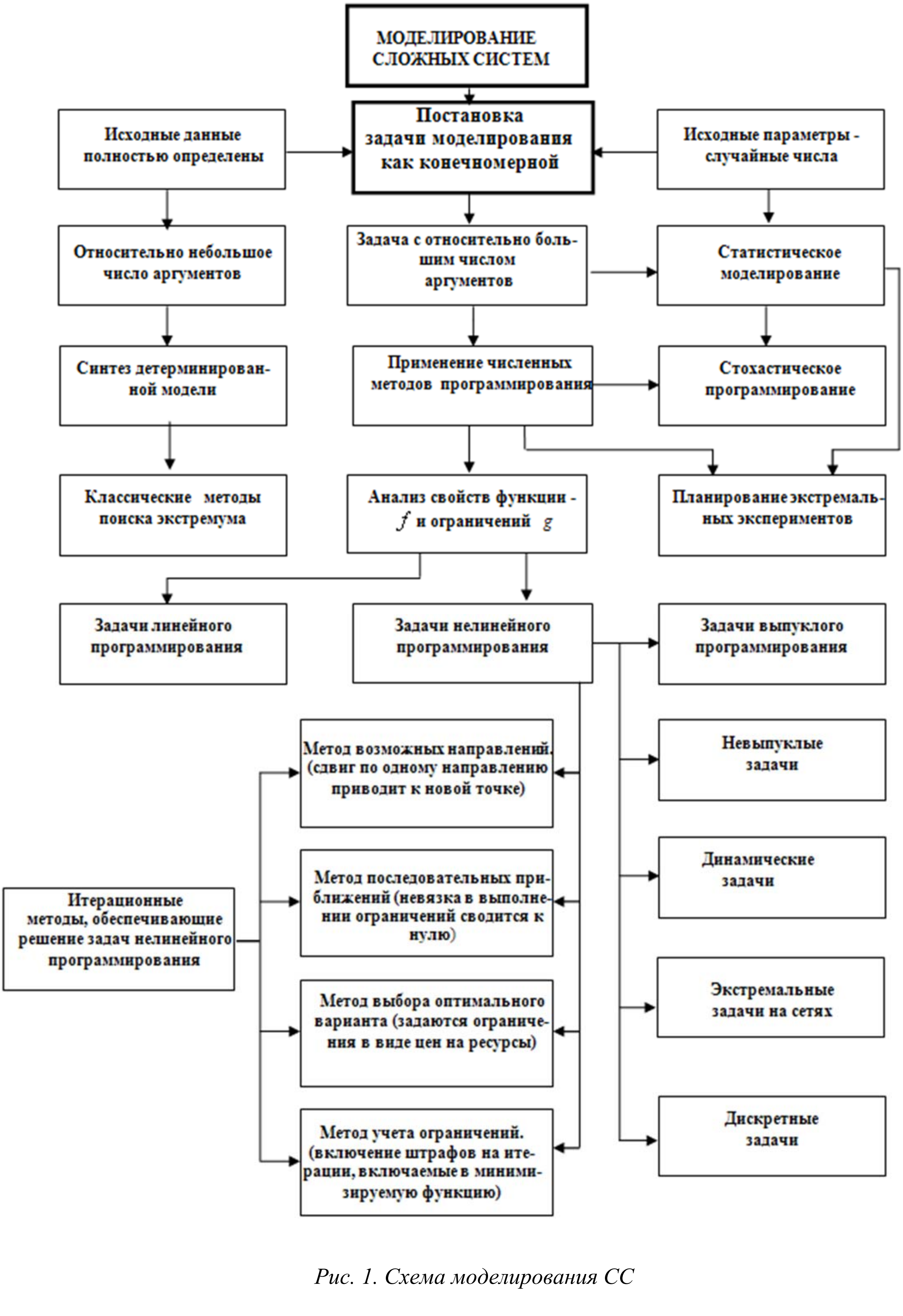

Рис. 1. Схема моделирования СС

где i_1 – информация об управляемых величинах, поступающих на вход СС, i_2 – информация о неуправляемых величинах, i_3 – информация о состоянии СС в момент времени t_3 (или вектор выхода СС);

- $g = g(t, \vec{X}, \vec{Y})$ – параметр нагружения СС.

Как это следует из схемы рисунка, в большинстве случаев при моделировании СС её целесообразно представлять как кибернетический объект, влиять на который можно только посредством изменения его управляемых входов, с регистрацией его реакций. Таким образом, предлагается представлять СС как *черный ящик*[8]. *Количество управляемых входов СС определяется теми способами, которыми можно на нее воздействовать, а число выходов – теми способами, которые можно регистрировать*.

Поскольку ММ концентрирует в форме математических соотношений, совокупность наших знаний, представлений и гипотез об изучаемой системе, постольку все создаваемые нами научные построения являются приближенным описанием на языке математики исследуемых СС. *Благодаря этому ММ всегда абстракция, а методы математических наук, на основании которых создаются ММ, сводятся, в конечном счете, к оперированию формальной и диалектической логикой, законы которых являются квинтэссенцией человеческого опыта.*

При составлении ММ допустимо использование любых математических средств – теории множеств, дифференциального и интегрального счисления, математической логики, теории вероятностей, теории катастроф, теории игр и т. д. *Поскольку ММ всегда схема, из которой удалены детали, не существенные с точки зрения целей моделирования, постольку из этой схемы с помощью формальной логики можно выводить следствия, которые трансформируются в утверждения, касающиеся свойств моделируемой СС.*

Из приведенной схемы видно, что по методу исследования ММ можно разделить на аналитические и имитационные.

Аналитическая модель, как правило, синтезируется на основании детерминистических закономерностей моделируемой СС. Однако, в силу приведенных выше особенностей, синтез аналитических моделей для большинства СС невозможен. Как правило, в этом случае, определяются численные значения для начальных условий функционирования СС, её количественные характеристики и на основании анализа этих данных создаётся ММ.

*В настоящее время широкое распространение получило имитационное моделирование, которое следует рассматривать как эксперимент с математической моделью, описывающей поведение СС (*см. например [4 – 14]). Вычислительный эксперимент реализуется вычислительной машиной, таким образом моделируется натурный эксперимент. *Граница между гуманитарными и математическими методами проходит по имитационным методам моделирования*[9].

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Абрамов Л. М., Капустин В. Ф.** Математическое программирование. – Л., Изд-во Ленингр. ун-та., 1976.

2. **Волков Е. А.** Численные методы. – М. : Наука, 1987. – 236 с.

3. **Паск Г.** Модель эволюции. В кн. : Принципы самоорганизации. – М. : Мир, 1966. – 314 с.

4. **Дубров Ю. И.** Исследования имитационной модели «бильярдной задачи», а также ее применение в практике преподавания синергетики. Матер. Междунар. науч. конф. «Математика Компьютер Образование». – Дубна: 1998, 26 – 31 января. – С. 71 – 83.

5. **Большаков В. И., Дубров Ю. И., Жевтило Е. Ю.** Эмпирическое прогнозирование качественных характеристик материала на предпроектной стадии его создания // Докл. НАН Украины. – 2009. – № 6. – С. 94 – 98.

6. **Большаков В. И., Дубров Ю. И.** Решение многокритериальной задачи металловедения с качественно неоднородными критериями // Доп. НАН України. – 2004. – № 11. – С. 95 – 102.

7. **Дубров Ю. І.** Наука як система, що самоорганізується // Вісник НАН України. – 2000. – № 2. – С. 16 – 22.

8. **Дубров Ю. И.** Один из возможных путей прогнозирования последствий вмешательства в эволюционные процессы // Доп. НАНУ. – 2002. – № 3. – С. 190 – 197.

9. **Большаков Вад. І., Большаков В. І., Дубров Ю. І.** Про неповноту формальної

[8] Кибернетический термин, определяющий материальную систему (объект, процесс, явление), относительно внутренней организации, структуры и поведения элементов, о которой мы не имеем никаких сведений.

[9] Для более глубокого изучения и применения методов моделирования СС, авторы статьи хотели в каждом квадрате схемы рисунка привести ссылки на соответствующую литературу. Но учитывая, что количество этих ссылок практически очень велико и из этого множества невозможно выделить те из ссылок, которые можно считать лучшими, авторы предлагают пользователю для этих целей обратиться к сети Интернет**.**

аксіоматики в задачах ідентифікації структури металу // Вісник НАНУ. 2014. – № 4. – С. 47 – 54.

10. **Большаков В. И., Дубров Ю. И., Ткаченко А. Н., Ткаченко В. А.** Пути решения задач идентификации качественных характеристик материалов на основе экспертных систем. // Доп. НАНУ. – 2006. – № 5. – С. 100 – 103.

11. **Дубров Ю. И.** Информационная «бедность» задач экологического прогнозирования и некоторые пути ее разрешения // Доп. НАНУ. – 2000. – № 1. – С. 191 – 197.

12. **Дубров Ю. І.** Людина в сучасному виробництві: проблеми психічної стійкості та інтелектуальної мобільності // Вісник НАН України. –1998. – № 4. – С. 81 – 90.

13. **Большаков В. І., Дубров Ю. І.** Чи може інтелект бути штучним // Вісник НАН України. – 2009. – № 8. – С. 20 – 26.

14. **Большаков В. И., Дубров Ю. И.** Вычислительно неприводимые системы и пути их идентификации // МТОМ. – 2014. – №1. – С. 5 – 12.

SUMMARY

Most research in the field of technology, almost reduced to the synthesis of some specific mathematical models (MM), complex systems (SS), with further analysis. With all the positivity of this action, at times, it is observed insufficient-exactly true view of the adopted model. This probably is because the creation of the model are often attracted specialists variety of technologies that applied mathematics was taught to a limited extent. Incorrectly selected view model, often leads to a loss of cardinality obtained with the help of her results.

Given the fact that the mathematical modeling, for the most part, is aimed at solving optimization problems, which in the simplest terms, they can be represented by the classical applications of optimization, the formulation of most problems of modeling of technical systems, reduced to extreme challenges.

Because, MM, concentrates in the form of mathematical relationtions, the totality of our knowledge, ideas and hypotheses about the system being studied, so far all we create scientific constructions are approximate description of the language of mathematics studied SS. With this MM is always an abstraction, and the methods of mathematical sciences, which are based on the MM, are reduced, ultimately to operating formal and dialectical logic, the laws, which are the quintessence of human experience.

In drawing up the MM is permissible to use any mathematicaling funds – set theory, differential and integral value, mathematical logic, probability theory, kata stanzas, game theory, etc. As always MM scheme from which removed parts not essential for the purposes of modeling, the extent of the scheme, with the help of formal logic, it is possible to deduce consequences which transformed into claims regarding the properties of the simulated SS.

From this diagram it is evident that in the test method, MM can be split into analytic and simulation.

At present, there is a widespread simulation, which should be considered as an experiment with a mathematical model describing the behavior of the SS (see. Example [4 – 14]). Computational experiment is realized by a computer, so the simulated full-scale experiment. The boundary between the humanities and the mathematical methods passes through simulation modeling techniques.

REFERENCES

1. Abramov L. M., Kapustin V. F. Matematicheskoe programmirovanie. – L., Izd-vo Leningr. un-ta., 1976.

2. Volkov E. A. Chislennyie metodyi. – M. : Nauka, 1987. – 236 s.

3. Pask G. Model evolyutsii. V kn. : Printsipyi samoorganizatsii. – M. : Mir, 1966. – 314 s.

4. Dubrov Yu. I. Issledovaniya imitatsionnoy modeli «bilyardnoy zadachi», a takzhe ee primenenie v praktike prepodavaniya sinergetiki. Mater. Mezhdunar. nauch. konf. «Matematika Kompyuter Obrazovanie». – Dubna: 1998, 26 – 31 yanvarya. – S. 71 – 83.

5. Bolshakov V. I., Dubrov Yu. I., Zhevtilo E. Yu. Empiricheskoe prognozirovanie kachestvennyih harakteristik materiala na predproektnoy stadii ego sozdaniya // Dokl. NAN Ukrainyi. – 2009. – № 6. – S. 94 – 98.

6. Bolshakov V. I., Dubrov Yu. I. Reshenie mnogokriterialnoy zadachi metallovedeniya s kachestvenno neodnorodnyimi kriteriyami // Dop. NAN UkraYini. – 2004. – № 11. – S. 95 – 102.

7. Dubrov Yu. I. Nauka yak sistema, scho samoorganIzuEtsya // Visnik NAN UkraYini. – 2000. – № 2. – S. 16 – 22.

8. Dubrov Yu. I. Odin iz vozmozhnyih putey prognozirovaniya posledstviy vmeshatelstva v evolyutsionnyie protsessyi // Dop. NANU. – 2002. – № 3. – S. 190 – 197.

9. Bolshakov Vad. I., Bolshakov V. I., Dubrov Yu. I. Pro nepovnotu formalnoYi aksIomatiki v zadachah IdentifIkatsIYi strukturi metalu // Visnik NANU. 2014. – № 4. – S. 47 – 54.

10. Bolshakov V. I., Dubrov Yu. I., Tkachenko A. N., Tkachenko V. A. Puti resheniya zadach identifikatsii kachestvennyih harakteristik materialov na osnove ekspertnyih sistem. // Dop. NANU. – 2006. – № 5. – S. 100 – 103.

11. Dubrov Yu. I. Informatsionnaya «bednost» zadach ekologicheskogo prognozirovaniya i nekotoryie puti ee razresheniya // Dop. NANU. – 2000. – № 1. – S. 191 – 197.

12. Dubrov Yu. I. Lyudina v suchasnomu virobnitstvi: problemi psihichnoyi stiykosti ta intelektualnoyi mobilnosti // Visnik NAN Ukrayini. –1998. – № 4. – S. 81 – 90.

13. Bolshakov V. I., Dubrov Yu. I. Chi mozhe intelekt buti shtuchnim // Visnik NAN Ukrayini. – 2009. – № 8. – S. 20 – 26.

14. Bolshakov V. I., Dubrov Yu. I. Vyichislitelno neprivodimyie sistemyi i puti ih identifikatsii // MTOM. – 2014. – №1. – C. 5 – 12.

УДК 532.8

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ СПЛАВА $Cu_{47}Ni_8Ti_{34}Zr_{11}$ В УСЛОВИЯХ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЗАКАЛКИ ИЗ ЖИДКОГО СОСТОЯНИЯ

А. Б. Лысенко, д. ф.-м. н., доц., О. Л. Косинская, к. ф.-м. н ,доц., С. В. Губарев, ассистент, В. С. Лазорчик, аспирант

***Ключевые слова**: изотермическая закалка расплава, кинетика кристаллизации, частота зарождения, скорость роста, средние размеры кристалло*

Постановка проблемы. Создание металлических материалов с наномасштабными размерами структурных составляющих относится к приоритетным направлениям науки и современных технологий. Прогресс в этой области требует глубокого понимания взаимосвязей химического состава сплавов и технологических факторов с физическими параметрами, задающими кинетику процесса кристаллизации. Результаты теоретических и экспериментальных исследований отмеченных взаимосвязей послужат основой для разработки и внедрения в сферу производства специальных сплавов новых технологических решений, обеспечивающих управляемость процессами структурообразования и получение материалов с прогнозируемыми микроструктурами и свойствами, что будет способствовать дальнейшему развитию микрометаллургии аморфных и нанокристаллических сплавов.

Анализ публикаций. Закалка из жидкого состояния (ЗЖС) является современным методом получения сплавов с метастабильными кристаллическими и аморфными структурами [7; 8; 12]. Вероятность формирования подобных структур, помимо химического состава и свойств материала, зависит от термического режима процесса. Согласно данным работ [3; 6], основными разновидностями термического режима ЗЖС являются:

– режим непрерывного снижения температуры расплава вплоть до температуры стеклования, следствием которого является подавление процессов кристаллизации и переход материала в аморфное состояние;

– режим, включающий начальную стадию переохлаждения расплава и следующую за ней стадию саморазогрева кристаллизующегося объема за счет выделения скрытой теплоты превращения, который способствует формированию поликристаллических структур с микромасштабными размерами структурных составляющих.

Недостатком рассмотренных режимов является то, что с их помощью не могут быть получены нанокристаллические структуры, формирующиеся в условиях высокоскоростного зарождения и предельно низких скоростей роста кристаллов.

Цель работы. Для преодоления этого недостатка и расширения структурообразующих возможностей технологии ЗЖС в работах [5; 11] предложен способ литья расплава в предварительно нагретую (горячую) изложницу, который позволяет создавать варьируемые