

МОДЕЛИ, МЕТОДЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Н. М. Ершова, д. т. н., проф., Д. А. Чирин, соиск.

Ключевые слова: проект, портфель проектов, инвестиции, математическая модель, методы оптимизации, критерии, формирование портфеля проектов, доход, риск

Проблема. Процесс формирования портфеля реальных инвестиционных проектов проходит пять этапов [5]:

- поиск вариантов реальных инвестиционных проектов для возможной их реализации, при этом количество привлекаемых к проработке проектов всегда должно значительно превышать их количество, включенное в портфель проектов для реализации;
- рассмотрение и оценка бизнес-планов прорабатываемых инвестиционных проектов с целью подготовки необходимой информационной базы для последующей тщательной экспертизы их отдельных качественных характеристик;
- первичный отбор инвестиционных проектов по определенной системе показателей для определения общего уровня их инвестиционных качеств;
- экспертиза отобранных инвестиционных проектов по критерию эффективности (доходности);
- окончательное формирование портфеля инвестиционных проектов с учетом взаимосвязи всех рассматриваемых критериев.

Процесс формирования портфеля проектов – сложная проблема и единственной возможностью ее решения с помощью специалистов проектно-ориентированной организации является их обучение современным методам инвестиционного проектирования и использования соответствующих информационных технологий. Очень эффективно на последних двух этапах использовать методы математического программирования, но в настоящее время они не нашли еще широкого применения [2 – 5]. Большинство организаций, как правило, ведут несколько одновременно выполняемых и противоречащих друг другу проектов. Основная причина таких конфликтов – конкуренция за ограниченные ресурсы [1].

Цель статьи – представить методику выбора оптимального портфеля инвестиционных проектов на основе метода стохастического программирования и инструменты ее реализации.

Проведенное исследование показало, что задачу формирования портфеля инвестиционных проектов в условиях риска необходимо решить в двух постановках и затем выбрать оптимальный портфель на основе анализа результатов оптимизации.

Постановка 1. Имеется n инвестиционных проектов, которые реализуются в течение m временных периодов (месяц, квартал, полугодие). Известны: d_{ij} – сумма, инвестируемая на начало i -го периода в j -й проект ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$); S_i – сумму, которую не может превысить инвестор в i -м периоде. Чистый доход от реализации j -го проекта c_{kj} ($k, j = 1, 2, \dots, n$) является случайным, но известны вероятности p_{kj} ($k, j = 1, 2, \dots, n$) получения k -й величины чистого дохода от реализации j -го проекта. Чистый доход начисляется в конце m -го периода.

Требуется в условиях ограниченности инвестиционных ресурсов сформировать портфель инвестиционных проектов, обеспечивающий инвестору максимум среднего чистого дохода при заданной величине относительного риска.

В этом случае решение задачи выполняется поэтапно:

- определяется максимальное значение среднего чистого дохода портфеля проектов без ограничения на величину риска;
- вычисляется по заданному значению относительного риска портфеля проектов допустимое стандартное отклонение и дисперсия;
- определяется максимальное значение среднего чистого дохода портфеля проектов при ограничении на величину риска.

Математическая модель на первом этапе

Ограничения на объемы инвестирования

$$\sum_{j=1}^n d_{ij} x_j \leq S_i, \quad i=1, 2, \dots, m.$$

Дополнительные ограничения: $x_j \in \{0, 1\}, j=1, 2, \dots, n.$

Граничные условия: $x_j \geq 0, j=1, 2, \dots, n.$

Целевая функция

$$\overline{NV} = M(c_1)x_1 + M(c_2)x_2 + \dots + M(c_n)x_n \rightarrow \max,$$

где \overline{NV}, M – символы соответственно среднего чистого дохода портфеля проектов и математического ожидания чистого дохода от реализации каждого проекта. Здесь задача стохастического программирования сведена к задаче линейного программирования.

Математическая модель на третьем этапе

Ограничения на объемы инвестирования

$$\sum_{j=1}^n d_{ij} x_j \leq S_i, \quad i=1, 2, \dots, m.$$

Дополнительные ограничения: $x_j \in \{0, 1\}, j=1, 2, \dots, n;$

$$\sigma_1^2 x_1^2 + \sigma_2^2 x_2^2 + \dots + \sigma_n^2 x_n^2 \leq D.$$

Граничные условия: $x_j \geq 0, j=1, 2, \dots, n.$

Целевая функция

$$\overline{NV} = M(c_1)x_1 + M(c_2)x_2 + \dots + M(c_n)x_n \rightarrow \max.$$

Здесь исходная задача сведена к задаче нелинейного программирования.

Пример 1. Проектно-ориентированной организации предложили на выбор 5 инвестиционных краткосрочных проектов, сведения о которых приведены в таблице 1. Чистый доход от реализации j -го проекта c_{kj} ($k, j=1, 2, \dots, 5$) является случайным, но известны вероятности p_{kj} ($k, j=1, 2, \dots, 5$) получения k -й величины чистого дохода от реализации j -го проекта. Организация хочет выбрать наиболее выгодные проекты и при этом уложиться в имеющиеся средства для инвестирования.

Таблица 1

Сводка исходных данных

Квартал	Проект										Объем инвестиций на начало квартала
	1		2		3		4		5		
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5						
1	179,8	82,0	37,2	104,4	40,0						400
2	44,0	59,8	154,6	40,8	89,2						400
3	79,4	25,4	36,2	62,0	111,8						300
4	81,0	154,0	35,0	189,2	102,8						500
5		97,6	62,0	160,6	102,6						400
6			104,6	199,6	120,2						400
Чистый доход проекта NV	c_{k1}	p_{k1}	c_{k2}	p_{k2}	c_{k3}	p_{k3}	c_{k4}	p_{k4}	c_{k5}	p_{k5}	
	40	0,3	70	0,2	90	0,5	40	0,4	110	0,25	
	45	0,4	80	0,3	95	0,3	50	0,3	115	0,5	
	50	0,3	90	0,5	100	0,2	60	0,3	120	0,25	

Математическая модель задачи

Ограничения на объемы инвестирования:

$$179,8x_1 + 82x_2 + 37,2x_3 + 104,4x_4 + 40x_5 \leq 400;$$

$$44x_1 + 59,8x_2 + 154,6x_3 + 40,8x_4 + 89,2x_5 \leq 400;$$

$$79,4x_1 + 25,4x_2 + 36,2x_3 + 62x_4 + 111,8x_5 \leq 300;$$

$$81x_1 + 154x_2 + 35x_3 + 189,2x_4 + 102,8x_5 \leq 500;$$

$$97,6x_2 + 62x_3 + 160,6x_4 + 102,6x_5 \leq 400;$$

$$104,6x_3 + 199,6x_4 + 120,2x_5 \leq 400.$$

Дополнительные ограничения: $x_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, \dots, 5$.

Граничные условия: $x_j \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, 5$.

Целевая функция

$$NV = M(c_1)x_1 + M(c_2)x_2 + \dots + M(c_5)x_5 \rightarrow \max.$$

Так как чистый доход является дискретной случайной величиной (ДСВ) и известны значения соответствующих вероятностей, можно непосредственно вычислить значения математических ожиданий ДСВ как суммы произведений возможных значений ДСВ на вероятности этих значений. В таблице 2 выполнен расчет математических ожиданий и дисперсий получения чистого дохода от реализации каждого проекта.

Т а б л и ц а 2

Расчет математического ожидания и дисперсии чистого дохода от реализации проектов

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	проект 1					M(c1)				D(c1)
2	доход	ck1	40	45	50	45	1600	2025	2500	15
3	вероятн.	pk1	0,3	0,4	0,3					
4	проект 2					M(c2)				D(c2)
5	доход	ck2	70	80	90	83	4900	6400	8100	61
6	вероятн.	pk2	0,2	0,3	0,5					
7	проект 3					M(c3)				D(c3)
8	доход	ck3	90	95	100	93,5	8100	9025	10000	15,25
9	вероятн.	pk3	0,5	0,3	0,2					
10	проект 4					M(c4)				D(c4)
11	доход	ck4	40	50	60	49	1600	2500	3600	69
12	вероятн.	pk4	0,4	0,3	0,3					
13	проект 5					M(c5)				D(c5)
14	доход	ck5	110	115	120	115	12100	13225	14400	12,5
15	вероятн.	pk5	0,25	0,5	0,25					

Тогда целевая функция, выражающая максимум среднего чистого дохода портфеля проектов, имеет вид:

$$NV = 45x_1 + 83x_2 + 93,5x_3 + 49x_4 + 115x_5 \rightarrow \max.$$

Результаты оптимизации приведены в таблице 3. Их анализ свидетельствует о том, что максимальное значение среднего чистого дохода портфеля проектов равно 336,5 тыс. грн.

Пусть требуется обеспечить риск портфеля проектов не более 4 %. В этом случае допустимое стандартное отклонение среднего чистого дохода равно $\sigma = \varepsilon \overline{NV} = 13,46$ тыс. грн., где ε – относительный риск.

Решаем задачу оптимизации с учетом дополнительного ограничения на величину дисперсии чистого дохода портфеля проектов:

$$15x_1^2 + 61x_2^2 + 15,25x_3^2 + 69x_4^2 + 12,5x_5^2 \leq 180.$$

Результаты оптимизации

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
17	x1	x2	x3	x4	x5					
18	1	1	1	0	1					
19	коэффициенты ограничений						Пр.ч.	Зн.л.ч.	%исп.инв.	
20	179,8	82	37,2	104,4	40		400	339	0,8475	
21	44	59,8	155	40,8	89,2		400	347,6	0,869	
22	79,4	25,4	36,2	62	111,8		300	252,8	0,8427	
23	81	154	35	189,2	102,8		500	372,8	0,7456	
24		97,6	62	160,6	102,6		400	262,2	0,6555	
25			105	199,6	120,2		400	224,8	0,562	
26	коэффициенты целевой функции						Знач.цел.функ.		среднее	
27	45	83	93,5	49	115			336,5	0,7537	

Результаты оптимизации с учетом ограничения на величину риска приведены в таблице 4 (при $x_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, \dots, 5$) и таблице 5 (при $x_j \leq 1$, $j = 1, 2, \dots, 5$).

Таблица 4

Результаты оптимизации при $x_j \in \{0, 1\}$

	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
22	x1	x2	x3	x4	x5	x1^2	x2^2	x3^2	x4^2	x5^2			
23	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1			
24	коэффициенты ограничений										Пр.ч.	Зн.л.ч.	%исп.инв.
25	179,8	82	37,2	104,4	40						400	339	0,8475
26	44	59,8	154,6	40,8	89,2						400	347,6	0,869
27	79,4	25,4	36,2	62	111,8						300	252,8	0,84267
28	81	154	35	189,2	102,8						500	372,8	0,7456
29		97,6	62	160,6	102,6						400	262,2	0,6555
30			104,6	199,6	120,2						400	224,8	0,562
31						15	61	15,25	69	12,5	180	103,8	среднее
32	коэффициенты целевой функции										Знач.цел.функ		0,75371
33	45	83	93,5	49	115							336,5	

Таблица 5

Результаты оптимизации при $x_j \leq 1$

	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
36	x1	x2	x3	x4	x5	x1^2	x2^2	x3^2	x4^2	x5^2			
37	0,932	1	1	0,701	1	0,87	1	1	0,49	1			
38	коэффициенты ограничений										Пр.ч.	Зн.л.ч.	%исп.инв.
39	179,8	82	37,2	104,4	40						400	400	1
40	44	59,8	154,6	40,8	89,2						400	373,2	0,93306
41	79,4	25,4	36,2	62	111,8						300	290,9	0,96963
42	81	154	35	189,2	102,8						500	500	1
43		97,6	62	160,6	102,6						400	374,8	0,93712
44			104,6	199,6	120,2						400	364,8	0,91201
45						15	61	15,25	69	12,5	180	135,7	среднее
46	коэффициенты целевой функции										Знач.цел.функ		0,95864
47	45	83	93,5	49	115							367,8	

Анализ результатов оптимизации:

- организация может полностью участвовать в реализации четырех проектов из пяти (табл. 4). В этом случае максимальное значение среднего чистого дохода портфеля проектов равно 336,5 тыс. грн, стандартное отклонение – $\sigma = 10,185$ тыс. грн, относительный риск 0,03, или риск 3 %, инвестиции используются на 75,37 %;

- организация может полностью участвовать в реализации второго, третьего, пятого проектов и принять долевое участие в первом и четвертом проектах (табл. 5). В этом случае увеличивается максимальное значение среднего чистого дохода портфеля проектов до 367,8 тыс. грн, стандартное отклонение $\sigma = 11,7$ тыс. грн, относительный риск равен 0,032 или риск 3,2 %. Инвестиции используются на 95,86 %.

Постановка 2. Имеется n инвестиционных проектов, которые реализуются в течение m временных периодов (месяц, квартал, полугодие). Известны: d_{ij} – сумма, инвестируемая на начало i -го периода в j -й проект ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$); S_i – сумма, которую не может превысить инвестор в i -м периоде. Чистый доход от реализации j -го проекта c_{kj} ($k, j = 1, 2, \dots, n$) является случайным, но известны вероятности p_{kj} ($k, j = 1, 2, \dots, n$) получения k -й величины чистого дохода от реализации j -го проекта. Чистый доход начисляется в конце m -го периода.

Требуется в условиях ограниченности инвестиционных ресурсов сформировать портфель инвестиционных проектов, обеспечивающий инвестору минимум риска при ограничении на величину среднего чистого дохода.

В этом случае решение задачи выполняется поэтапно:

- определяется максимальное значение среднего чистого дохода портфеля проектов без ограничения на величину риска;
- задается минимальное значение среднего чистого дохода.
- определяется минимальное значение дисперсии среднего чистого дохода портфеля проектов при ограничении на его величину.

Математическая модель на первом этапе соответствует математической модели задачи в первой постановке.

Математическая модель на третьем этапе. Ограничения на объемы инвестирования

$$\sum_{j=1}^n d_{ij} x_j \leq S_i, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Дополнительные ограничения: $x_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, \dots, n$;

$$M(c_1)x_1 + M(c_2)x_2 + \dots + M(c_n)x_n \geq \overline{NV} \min.$$

Граничные условия: $x_j \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Целевая функция

$$D = \sigma_1^2 x_1^2 + \sigma_2^2 x_2^2 + \dots + \sigma_n^2 x_n^2 \rightarrow \min.$$

В этом случае имеем задачу квадратичного программирования.

Пример 2. Для данных примера 1 определить минимальный риск портфеля проектов при ограничении на величину среднего чистого дохода.

Задаемся минимальной величиной среднего чистого дохода портфеля проектов. Пусть $\overline{NV} \min = 330$ тыс. грн. Решаем задачу оптимизации с учетом дополнительного ограничения на величину среднего чистого дохода

$$45x_1 + 83x_2 + 93,5x_3 + 49x_4 + 115x_5 \geq 330.$$

Целевая функция

$$D = 15x_1^2 + 61x_2^2 + 15,25x_3^2 + 69x_4^2 + 12,5x_5^2 \rightarrow \min.$$

Результаты оптимизации приведены в таблице 6.

Результаты оптимизации при $x_j \in \{0, 1\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
58	x1	x2	x3	x4	x5	x1^2	x2^2	x3^2	x4^2	x5^2			
59	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1			
60	коэффициенты ограничений										Пр.ч.	Зн.л.ч.	%исп.инв
61	179,8	82	37,2	104,4	40						400	339	0,8475
62	44	59,8	155	40,8	89,2						400	347,6	0,869
63	79,4	25,4	36,2	62	111,8						300	252,8	0,84267
64	81	154	35	189,2	102,8						500	372,8	0,7456
65		97,6	62	160,6	102,6						400	262,2	0,6555
66			105	199,6	120,2						400	224,8	0,562
67	45	83	93,5	49	115						330	336,5	среднее
68						коэффициенты целевой функ					Знач.цел.функ	0,75371	
69						15	61	15,3	69	12,5		103,75	

Анализ результатов оптимизации. Организация может полностью участвовать в реализации четырех проектов из пяти. В этом случае среднее значение чистого дохода портфеля проектов равно 336,5 тыс. грн, стандартное отклонение – $\sigma = 10,185$ тыс. грн, минимальный относительный риск 0,03, или 3 %, инвестиции используются на 75,37 %.

Как видно из результатов, обе постановки задачи привели к одному оптимальному портфелю инвестиционных проектов.

Для реализации методики создан модуль «Инвестиции» в системе поддержки принятия решений.

Чаще всего формирование портфеля инвестиционных проектов выполняют по критериям чистого дисконтированного дохода NPV и индекса общей рентабельности инвестиций PI . В данной работе на примерах выполнено сравнение этих методов и метода линейного программирования, показавшее преимущество метода линейного программирования. Кроме того, разработана методика вероятностной оценки независимых инвестиционных проектов различной продолжительности, позволяющая определять NPV и риск каждого проекта при заданных годовых ставках дисконта.

Выводы. 1. На основе стохастического программирования разработана методика формирования портфеля инвестиционных проектов в условиях риска, которая позволяет выбирать проекты, обеспечивающие максимум чистого дохода при заданном уровне риска либо минимум риска при заданном уровне чистого дохода.

2. Сравнение методов формирования портфеля инвестиционных проектов по критерию чистого дисконтированного дохода NPV , индекса общей рентабельности инвестиций PI и линейного программирования показывает преимущество метода линейного программирования.

3. Разработана методика вероятностной оценки независимых инвестиционных проектов различной продолжительности, позволяющая определять NPV и риск каждого проекта при заданных годовых ставках дисконта. Если NPV проекта положителен и риск допустим, то проект рекомендуется для включения в портфель проектов.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Большаков В. И.** Управление организациями с помощью проектов / В. И. Большаков, А. И. Белоконь, Д. Л. Левчинский. – Д. : ПГАСА, 2006. – 123 с.
2. **Лашук А. М.** Моделі і методи управління бюджетом проектів і портфелів проектів в проектно-орієнтованих організаціях : автореф. дис... на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.13.22 «Управління проектами та програмами» / А. М. Лашук. – К., 2007. – 17 с.
3. **Матвеев А. А.** Модели и методы управления портфелями проектов / А. А. Матвеев, Д. А. Новиков, А. В. Цветков. – М. : ПМСОФТ, 2005. – 206 с.
4. **Минько А. А.** Принятие решений с помощью Excel. Просто как дважды два / А. А. Минько. – М. : Эксмо, 2007. – 240 с.
5. <http://www.math.mrsu.ru/text/courses/invest/index.html>.

УДК 658.152:519.856

Модели, методы и информационные технологии формирования оптимального портфеля независимых инвестиционных проектов / Н. М. Ершова, Д. А. Чирин // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Д. : ПГАСА, 2013. – № 5. – С. 7 – 13. – табл. 6. – Библиогр.: (5 назв.).

На основе стохастического программирования разработана методика формирования портфеля инвестиционных проектов в условиях риска, которая позволяет выбирать проекты, обеспечивающие максимум чистого дохода при заданном уровне риска либо минимум риска при заданном уровне чистого дохода.

Методика реализована в модуле «Инвестиции» системы поддержки принятия решений.

Ключевые слова: проект, портфель проектов, инвестиции, математическая модель, методы оптимизации, критерии, формирование портфеля проектов, доход, риск.

Моделі, методи та інформаційні технології формування оптимального портфеля незалежних інвестиційних проектів / Н. М. Єршова, Д. А. Чирин // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Д. : ПДАБА, 2013. – № 5. – С. 7 – 13. – табл. 6. – Библиогр.: (5 назв.).

На основі стохастичного програмування розроблено методику формування портфеля інвестиційних проектів в умовах ризику, яка дозволяє вибирати проекти, що забезпечують максимум чистого доходу при заданому рівні ризику або мінімум ризику при заданому рівні чистого доходу.

Методика реалізована в модулі «Інвестиції» системи підтримки прийняття рішень.

Ключові слова: проект, портфель проектів, інвестиції, математична модель, методи оптимізації, критерії, формування портфеля проектів, дохід, ризик.

Models, methods and information technologies of creation optimal portfolio independent investment projects / N. M. Ershova, D. A. Chirin // Visnyk of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. – D. : PSACEA, 2013. – № 5. – P. 7 – 13. – tabl. 6. – Bibliogr.: (5 names).

On the basis of the stochastic programming the method of portfolio of investment projects construction is developed in the conditions of risk, which allows to choose projects, providing a maximum of net profit at the set level of risk or a minimum of risk at the set level of net profit.

A method is realized in the module of «Investment» of the system of support of making decision.

Key words: project, portfolio of projects, investments, mathematical model, methods of optimization, criteria, portfolio of projects construction, profit, risk.