

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ВОЛЧОК ДЕНИС ЛЕОНІДОВИЧ

УДК 539.3:624.07:517.9

ДИСЕРТАЦІЯ

**РОЗВИТОК МЕТОДІВ ТЕОРІЇ НЕЧІТКИХ МНОЖИН В ЗАДАЧАХ
БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЕКТУВАННЯ
КОНСТРУКЦІЙ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ**

05.23.17 – будівельна механіка
192 – Будівництво та цивільна інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело



Д.Л. Волчок

Науковий консультант: Данішевський Владислав Валентинович, доктор
технічних наук, професор

Дніпро – 2023

АНОТАЦІЯ

Волчок Д.Л. **Розвиток методів теорії нечітких множин в задачах будівельної механіки та оптимізації проектування конструкцій в умовах невизначеностей.** - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.23.17 - будівельна механіка (192 – Будівництво та цивільна інженерія) - Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, Міністерства освіти і науки України, Дніпро, 2023.

Дисертація присвячена розробці методів розрахунку, аналізу, та оптимізації в задачах будівельної механіки в невизначених умовах. Відомо, що для дослідження будь-якого явища або об'єкта треба виділити, що є суттєвим, а що несуттєвим. Складається розрахункова схема, за якою проводяться розрахунки та аналізуються результати за умови достатньої точності. Адекватність розрахункової моделі або схеми реальному об'єкту вимірюється достовірністю отриманих результатів, підвищення якої є досить актуальною задачею.

Результати дисертації відображені в семи розділах. В першому розділі дисертаційної роботи проводиться огляд літератури щодо оптимізації пружних тіл в умовах невизначеності, проводиться аналіз розвитку методів оптимізації та методів формалізації невизначеності. Аналіз показав домінування теорій ймовірностей і надійності, яких досить часто достатньо для розв'язання тих проблем, що ставили автори за умови якісної статистичної вибірки. Цих теорій недостатньо для всебічного повноцінного аналізу технічних систем на розповсюдження невизначеностей або похибок, для коректного проектування, оптимізації, моделювання таких систем в умовах, які не є детермінованими. В розділі наводяться дані про паралельний розвиток теорії оптимізації та формалізації невизначеності. За результатами цього розділу були сформульовані мета і завдання щодо впровадження, апробації та адаптації нових нечітких підходів, вибрані об'єкт та предмет дослідження.

Другий розділ дисертації надає математичну та інформаційну підтримку дисертаційній роботі. Для задач оптимізації надано опис щодо основних критеріїв та обмежень. Також наведені методи та моделі, що знайшли застосування в дисертації. Наводяться математичні моделі оптимізації конструкцій, та методи з доведеною ефективністю такі, як метод Монте-Карло, метод динамічного програмування, метод локальних варіацій. В дисертаційній роботі також використані класичні методи будівельної механіки розрахунку стержневих, оболонкових та континуальних систем. За умови використання в дослідженні теорій ймовірностей, нечітких і неточних множин в роботі дається формалізована оцінка таким мірам, як: імовірність, можливість, довіра. Більша частина дослідження пов'язана з імплементацією досягнень теорії нечітких множин в сферу будівництва і в роботі наводяться основні поняття та означення теорії нечітких множин. Дано опис найбільш вживаних безперервних функцій належності, та процедури визначення границь множин за рівнями. Наведено означення такої важливої конструкції теорії нечітких множин, як нечітке число. Застосування моделей невизначеного проектування зведено до таких моделей математичного програмування, як: модель очікуваного значення, модель з можливісними обмеженнями, модель нечіткого подійного програмування, модель з різнорідною невизначеністю (нечітко-випадкова та випадково-нечітка), модель неточної оптимізації з нечіткими інтервальними границями, нечітка модель імітаційного програмування.

Третій розділ роботи відображає розв'язання задач аналізу та оптимізації стержневих систем в умовах невизначеності даних. Тут наводяться розв'язання тестових задач, позитивний досвід яких далі буде розповсюджено на більш складні конструкції. Для статично визначених балок показано застосування графічного методу для оптимального проектування в умовах нечіткої інформації. Реалізовані задачі аналізу впливу розмитих початкових даних, нечіткої цілі, обмежень на кінцевий результат проектування стержневих систем. Для цього розроблено відповідні методи. Показано вплив невизначеності в задачах з нелінійною постановкою, а саме вплив нечіткого

стискаючого навантаження на великі прогини гнучких стержнів. На базі статично визначених складної та простих ферм було розв'язано задачі нечіткого моделювання, моделювання при невизначеності нечітко-випадкового характеру, виконано пошук оптимальних розв'язків в умовах невизначеності. Також запропоновано підхід на основі нечіткого моделювання щодо визначення коефіцієнту надійності ферм, проведені розрахунки і порівняння з ДБН. Для систем таких, як статично невизначені рами, проектування і аналіз яких потребує розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь, складено та апробовано метод розповсюдження нечіткої невизначеності на результати. Для систем типу «пружина» показано розв'язання прямої та двоїстої задачі, отримано оцінки впливу нечіткого завдання початкових даних на оптимальний результат проекту.

В четвертому розділі дисертації розглядаються задачі оптимізації ізотропних оболонок в умовах невизначеності даних. Досліджено моделі нечіткого моделювання з можливісними обмеженнями, нечіткого подієвого програмування. Розроблено метод, отримано результати числових експериментів. Апробовано графічний підхід для знаходження оптимістичного та песимістичного значень параметрів проекту. Для ізотропної оболонки при нечіткому завданні параметрів проекту було побудовано модель задачі, розроблено відповідний метод розв'язання подібних задач, проведено числові експерименти. Показана можливість використання у якості невизначеності також класичних стохастичних даних для задачі пошуку максимального навантаження оболонки. Складено метод, наведено результати числових експериментів та перевірку збіжності. Також наведена оцінка максимального значення стискаючої сили для циліндричної оболонки в умовах трьох граничних станів і завданні геометричних параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи. Розроблено методи, проведено числові експерименти.

П'ятий розділ присвячений адаптації методів м'яких обчислень до задач оптимізації ортотропних оболонок. Розглядаються два об'єкти досліджень.

Першим є кругова циліндрична шарнірно-обперта по кінцях оболонка, виконана із склопластику, армована в двох напрямках та завантажена стискаючою силою. В якості обмежень виступають три граничні стани щодо місцевої втрати стійкості, загальної втрати стійкості як стержня, руйнування конструкції при дії прикладеного навантаження. Для такої оболонки розв'язана обернена задача з використанням методу множників Лагранжа. Отримано аналітичні вирази шуканих параметрів проектування; на основі теорії нечітких множин проведено ряд числових експериментів для оцінки цих параметрів, як функції нечіткої величини сили. Запропоновано підхід до оцінки коефіцієнта надійності по навантаженню. Для розв'язання прямої задачі максимізації навантаження в умовах невизначеності було використано метод Монте-Карло та розглянуто стохастичний підхід, нечітке моделювання, підхід з позиції неточних множин. Також проведено вагову оптимізацію оболонки за умови стохастичної та нечіткої невизначеності. Для вказаної оболонки виконано порівняння результатів з боку мір невизначеності. Для задачі визначення максимального значення осьової сили, яка стискає армовану циліндричну оболонку із склопластику, з урахуванням умов стійкості та міцності і невизначеному завданні товщини та радіусу, отримано оцінки реагування пружної системи на можливі розмитості, випадковості, неточності в завданні вихідних даних. Другим об'єктом оптимізації виступає також циліндрична кругова оболонка, яка знаходиться під дією осьової стискаючої сили, зовнішнього тиску і крутного моменту. Для неї було виконано вагову оптимізацію за умови стохастичної і нечіткої невизначеності в початкових даних. Багатовимірною екстремальною задачею з істотно нелінійними функціями обмежень була розв'язана методом статистичних випробувань. Також було проведено нечітке моделювання оцінки максимального значення осьової сили, при сталих значеннях зовнішнього тиску і крутного моменту та нечітких геометричних характеристиках.

Шостий розділ відображає розгляд реального проектування складних конструкцій в умовах невизначеності даних. Проаналізовано вплив

невизначеності параметрів попередньо-напруженої залізобетонної балки, що експлуатується в мостах міста Дніпро, на її прогин та амплітуду коливань. Оцінка толерантності такої складної системи показала, що наявність навіть невеликої нечіткості у завданні частоти може викликати руйнування балки, тобто система виявилась дуже не толерантна до невизначеності.

В цьому розділі досліджено можливості застосування розроблених методів для проектування надвеликогабаритних шин, що є стратегічним напрямком розвитку потенціалу нашої країни. Показана принципова можливість застосування розроблених методів моделювання такого класу шин в умовах невизначеностей, розроблена нова конструкція шини 40.00-57 в результаті розв'язання нелінійної багатокритеріальної задачі оптимізації підходами статистичного моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у впровадженні нових підходів і методів «м'яких обчислень» у задачах будівельної механіки та будівництва, розробці відповідних методів реалізації нових задач.

Вперше:

- Систематизовано та надано розвиток адаптованих методів м'яких обчислень для розв'язання задач будівельної механіки. Розроблено нові узагальнені підходи, що формують нове сприйняття класичних і нових задач в сфері будівництва, надаючи можливість оцінити границі можливої похибки, вплив різнорідної невизначеності, оцінити очікуване значення.

- Розроблено оптимізаційні моделі і методи їх реалізації в умовах нечіткої, неточної, випадково-нечіткої, нечітко-випадкової інформації про вихідні дані або/та про бажані результати в задачах будівництва та будівельної механіки.

- Обґрунтована необхідність включення в класичні детерміновані задачі розрахунку урахування невизначеності різних типів. Доведено доцільність проведення розрахунків на толерантність щодо впливів невизначеності як для складних нелінійних систем, так і простих лінійних.

- Досліджено відмінність результатів за різними теоріями невизначеності

для задач будівельної механіки, що дає розуміння впливу самої теорії.

- Чисельно доведено, що помилки, неточність визначення величин механіки і геометричних характеристик мають тенденцію до меншого впливу на кінцевий результат, ніж помилки проектування і виготовлення для досліджених технічних систем.

- Розв'язано за допомогою нових підходів нетипові задачі проектування, аналізу, оптимального пошуку. Серед таких задач пошук уразливих місць конструкції та «невеликих» впливів, що призводять до руйнувань; це має також військове застосування при усуненні слабких місць споруди.

- На базі розроблених нових моделей і методів впроваджено принципово нові підходи при проектуванні в будівництві, де те, що ми бажаємо отримати, формулюється в термінах лінгвістичних змінних. Отримані в роботі результати є базою для впровадження відповідних програмних модулів обробки невизначених даних до програмних комплексів в сфері будівництва для задач проектування та оптимізації.

Набули подальший розвиток:

- Математична модель розрахунку контактної взаємодії шаруватих гумовокордових оболонок була вбудована до моделі оптимального проектування в умовах нечітких даних, що дозволяє проводити моделювання в умовах, які більш адекватно відображають об'єкт дослідження - шарувату гумовокордову оболонку обертання, реальним фізичним, механічним та експлуатаційним умовам. Новий підхід дає можливість розв'язати задачі, які раніше розв'язати не вдавалосьь.

- Класичні підходи до розрахунку стержневих, оболонкових та континуальних систем, які завдяки формалізації невизначеності, більш адекватно відображають реальний об'єкт в розрахункову схему та модель розрахунку, аналізу, оптимізації.

Практичне значення одержаних результатів при застосуванні нечітких множин в механіці конструкцій і їх елементів:

- Дає адекватність опису реальних вихідних даних з урахуванням

можливих помилок, неточності вимірювання, виготовлення щодо величини навантажень і місця їх застосування, механічних характеристик та інших параметрів стану, розрахункових схем.

- Дозволяє проводити відповідний аналіз напружено-деформованого стану технічних систем при невизначеному завданні вихідних даних.

- Дозволяє виявляти закономірності впливу вихідних нечітких параметрів даних технічної системи на: точність, толерантність, чутливість, стійкість. Дає можливість отримувати результати проектування з урахуванням майбутнього очікуваного стану конструкції.

- Надає нові підходи для розрахунку коефіцієнтів запасу технічних систем в умовах невизначеності.

- Надає нові підходи до задач проектування, коли цілі проектування задаються в термінах приблизного очікуваного результату, тобто при формулюванні мети та обмежень задач невизначеним чином.

- Дозволяє апріорно включати отримані моделі в математичну модель проектувального розрахунку.

- Як практичний результат моделювання реальних конструкцій в умовах невизначеності, запроектовано оптимальну геометрію найбільшої в світі шини 40.00-57.

- Проведено аналіз толерантності, чутливості попередньо-напруженої залізобетонної мостової балки, де було виявлено, що навіть мала нечіткість у завданні частоти, може викликати руйнування балки.

Публікації. Основні положення, результати та висновки дисертаційної роботи відображено в **60** наукових публікаціях, з яких **основні наукові результати: 33** статті (29 у наукових фахових виданнях України (7 включені до міжнародної наукометричної бази Web of Science) та 4 статті у зарубіжних наукових періодичних виданнях (2 включені до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, та 2 до бази Copernicus)); **17** тез доповідей; **10** праць **додатково** відображають наукові результати дисертації, серед яких: 2 публікації включені до наукометричної бази Web of Science та 1 до Scopus, три

патенти.

Ключові слова: м'які обчислення, нечіткі множини, неточні множини, оптимізація, метод динамічного програмування, метод Монте-Карло, стержневі системи, оболонки.

SUMMARY

Volchok D.L. **Development of methods of the theory of fuzzy sets in problems of structural mechanics and optimization of the design of structures under conditions of uncertainty.** - Qualifying scientific work on the rights of manuscript.

Thesis for obtaining the scientific degree of Doctor of Technical Science in the specialty 05.23.17 - Structural Mechanics (192 – Construction and Civil Engineering). - Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture of the Ministry of Education and Science of Ukraine, Dnipro, 2023.

The thesis is devoted to the development of methods of calculation, analysis, and optimization in problems of structural mechanics under uncertain conditions. It is known that in order to study any phenomenon or object, it is necessary to distinguish what is essential and what is not essential. A calculation scheme is drawn up, according to which calculations are carried out and the results are analyzed under the condition of sufficient accuracy. Adequacy of the calculation model and scheme to the real object is measured by the reliability of the obtained results, the improvement of which is a very urgent problem.

The results of the dissertation are presented in seven chapters. In the first chapter of the dissertation, a review of the literature on the optimization of elastic bodies under conditions of uncertainty is carried out, an analysis of the development of optimization methods and methods of uncertainty formalization is carried out. The analysis showed the dominance of the theories of probability and reliability, which are quite often enough to solve the problems posed by the authors under the condition of a qualitative statistical sample. These theories are not enough for a comprehensive

full-fledged analysis of technical systems for the propagation of uncertainties or errors, for correct design, optimization, modeling of such systems in conditions that are not deterministic. The section provides data on the parallel development of the theory of optimization and formalization of uncertainty. According to the results of this section, the goal and tasks regarding the implementation, approval and adoption of new fuzzy approaches were formulated, the object and subject of the research were selected.

The second chapter of the dissertation provides mathematical and informational support for the dissertation work. For optimization problems, a description of the main criteria and constraints is provided. Methods and models used in the dissertation are also given here. Mathematical models of construction optimization and methods with proven effectiveness are given, such as the Monte Carlo method, the method of dynamic programming, and the method of local variations. Classical structural mechanics methods of calculation of rod, shell and continuous systems are also used in the dissertation work. Given the use of probability theory, fuzzy and rough sets in the work, a formalized assessment of such measures as probability, opportunity, and trust is given in the work. Most of the research is related to the implementation of the achievements of the theory of fuzzy sets in the field of construction, and the main concepts and definitions of the theory of fuzzy sets are given in the work. A description of the most used continuous membership functions and the procedure for determining the boundaries of sets by levels is given. The membership function itself is usually considered outside the theory. The definition of such an important structure of the theory of fuzzy sets as a fuzzy number is given. The application of uncertain design models is reduced to such mathematical programming models as: expected value model, chance-constrain programming model, dependent-chance programming model, model with heterogeneous uncertainty (fuzzy-random and random-fuzzy), rough optimization model with fuzzy interval boundaries, fuzzy simulation programming model.

The third section of the thesis provides solutions to the problems of analysis and optimization of rod systems under conditions of data uncertainty. Solutions to

test problems are provided here, the positive experience of which will be further extended to more complex designs. For statically defined beams, the application of a graphical method for optimal design in conditions of fuzzy information is shown. The problems of analyzing the influence of blurred initial data, unclear goals, and restrictions on the final result of the design of rod systems have been implemented. Appropriate methods have been developed for this. The influence of uncertainty in problems with a non-linear formulation is shown, namely the influence of a fuzzy compressive load on large deflections of flexible rods. On the basis of statically determinate complex and simple trusses, the problems of fuzzy modeling, modeling with fuzzy-random uncertainty were solved, and the search for optimal solutions under conditions of uncertainty was performed. An approach based on fuzzy modeling is also proposed for determining the reliability coefficient of trusses, calculations and comparisons with DBN are carried out. For systems such as statically indeterminate frames, the design and analysis of which requires the solution of a system of linear algebraic equations, a method of spreading fuzzy uncertainty to results has been developed and tested. For spring-type systems, the solution of a direct and dual problem is shown, estimates of the influence of the fuzzy initial data problem on the optimal project result are obtained.

In the fourth chapter of the thesis, the problems of optimization of isotropic shells under conditions of data uncertainty are considered. Considered models of chance-constrain programming and dependent-chance programming. The method was developed, the results of numerical experiments were obtained. A graphical approach for finding optimistic and pessimistic values of project parameters was tested. For an isotropic shell with unclear project parameters, a model of the problem was built, an appropriate method for solving similar problems was developed, and numerical experiments were conducted. The possibility of using such classic stochastic data as uncertainty for the problem of finding the maximum shell load is shown. The method is developed, the results of numerical experiments and a convergence test are given. The assessment of the maximum value of the force compressing the cylindrical shell in the conditions of three limit states and the

problem of geometric parameters of fuzzy-random and random-fuzzy nature is also given. Methods were developed, numerical experiments were conducted.

The fifth chapter is devoted to the adaptation of soft computing methods to optimization problems of orthotropic shells. Two objects of research are considered. The first is a hinge supported circular cylindrical shell made of fiberglass, reinforced in two directions and loaded with compressive force. There are three limit states for local loss of stability, general loss of stability as a rod, and destruction of the structure under the action of the applied load. For such a shell, the inverse problem is solved using the method of Lagrange multipliers. Analytical expressions of the desired design parameters were obtained, based on the theory of fuzzy sets, a number of numerical experiments were conducted to estimate these parameters as a function of the fuzzy magnitude of the force. An approach to the estimation of the load reliability coefficient is proposed. To solve the direct problem of load maximization under uncertainty, the Monte Carlo method was used and the stochastic approach, fuzzy modeling, and the approach from the position of rough sets were considered. The weight optimization of the shell under the condition of stochastic and fuzzy uncertainty is also carried out. For the indicated shell, a comparison of the results from the side of uncertainty measures was performed. For the problem of determining the maximum value of the axial force, which compresses the reinforced cylindrical shell made of fiberglass, taking into account the conditions of stability and strength and the undefined values of thickness and radius, estimates of the response of the elastic system to possible fuzziness, randomness, and inaccuracies in the input data were obtained. The second object of optimization is also a cylindrical circular shell, which is under the action of axial compressive force, external pressure and torque. A weight optimization was performed for it under the condition of stochastic and fuzzy uncertainty in the initial data. A multidimensional extremal problem with significantly nonlinear constraint functions was solved by the method of statistical tests. Fuzzy modeling of the assessment of the maximum value of the axial force was also carried out, with constant values of external pressure and torque and fuzzy geometric characteristics.

The sixth chapter provides a review of the real design of complex structures under conditions of data uncertainty. Thus, the influence of the uncertainty of the parameters of the prestressed reinforced concrete beam, which is operated on the bridges of the city of Dnipro, on its deflection and amplitude of oscillations is considered here. The assessment of the tolerance of such a complex system showed that even a small uncertainty in the frequency setting can cause the beam to collapse, i.e. the system turned out to be very intolerant to uncertainty.

In the seventh chapter, consideration of the possibility of applying the developed methods for the design of extra-large tires, which is a strategic direction for the development of the potential of our country, is given. The principle possibility of applying the developed modeling methods of this class of tires in conditions of uncertainties is shown, a new design of tire 40.00-57 was developed as a result of solving a nonlinear multi-criteria optimization problem using statistical modeling approaches.

The scientific novelty of the obtained results is expressed in the implementation of new approaches of the methods of "soft calculations" in the problem of structural mechanics and construction, the development of appropriate methods for the implementation of new problems.

For the first time:

- The development of adapted methods of soft calculations for the given problems of construction mechanics was systematized and provided. New approaches form a new perception of both classic problems and new problems in the field of construction, providing an opportunity not only to estimate the limits of possible error, the influence of heterogeneous uncertainty, but also to estimate the expected value for different types of uncertainty.

- New optimization models and methods of their implementation in the conditions of fuzzy, rough, random-fuzzy, fuzzy-random information about the initial data and/or about the desired results in the problems of construction and structural mechanics have been developed.

- The need to include in classical deterministic calculation problems the

consideration of uncertainty of various types is substantiated. The expediency of carrying out "tolerance" calculations regarding the effects of uncertainty for both complex nonlinear systems and simple linear ones is shown.

- The difference in results according to various theories of uncertainty for problems of structural mechanics is shown.

- Numerically, it is shown that errors, inaccuracies in description of the values of mechanics and geometric characteristics tend to have a smaller impact on the final result than design and manufacturing errors for the investigated technical systems.

- New approaches make it possible to solve atypical problems of design, analysis, and optimal search, which are shown in the examples. Among such tasks can be the search for vulnerable places of the structure, "small" impacts on which lead to major destruction.

- Based on the developed new models and methods, fundamentally new approaches have been introduced in construction design, where what we want to get is formulated in terms of linguistic variables. The results obtained in the work are the basis for the introduction of appropriate software modules for the processing of undefined data into software complexes in the field of construction for design and optimization problems.

Acquired further development:

- The mathematical model for calculating the contact interaction of layered rubber-cord shells was built into the model of optimal design in conditions of fuzzy data. New approach allows to carry out simulations in conditions that more adequately reflect the object of research (the layered rubber-cord shells of rotation) in real physical, mechanical and operational conditions. The new tool makes it possible to solve problems that could not be solved before.

- Classical approaches to the calculation of rod, shell, and continuous systems due to the formalization of uncertainty more adequately reflect the real object in the calculation scheme and model of calculation, analysis, optimization.

The practical significance of the obtained results when applying fuzzy sets in the mechanics of structures:

- Gives the adequacy of the description of real initial data, taking into account possible errors, measurement inaccuracies, manufacturing in relation to the magnitude of loads and their place of application, mechanical characteristics and other state parameters, calculation schemes.

- Allows to carry out appropriate analysis of stress-strained state of technical systems in the case of an undefined initial data.

- It allows to reveal the regularities of the influence of the initial fuzzy data parameters of the technical system, the influence on the accuracy of obtaining results, tolerance, sensitivity, stability. Design taking into account the future expected state of the structure.

- Provides new approaches for calculating safety factors of technical systems under conditions of uncertainty.

- Provides new approaches to design problem, when design goals are set in terms of an approximate expected result, that is, when formulating the goal and limitations of the problem described in an undefined manner.

- The obtained models can be a priori included in the mathematical model of the design calculation.

- As a practical result of real structures modeling under conditions of uncertainty, the optimal geometry of the world's largest tire 40.00-57 was designed.

- An analysis of the tolerance and sensitivity of the prestressed reinforced concrete bridge beam was carried out, where it was found that even a small inaccuracy in the frequency setting can cause the beam to collapse.

Publications. The main provisions, results and conclusions of the dissertation work are reflected in **60** scientific publications, and the **main scientific results: 33** articles (29 in scientific specialized publications of Ukraine (7 included in the international database Web of Science) and 4 articles in foreign scientific publications periodicals (2 are included in the international scientometric databases Scopus and Web of Science, and 2 are in the Copernicus database)); **17** abstracts of reports; **10** works that **additionally reflect the scientific results** of the dissertation, among which 2 publications are included in the Web of Science database and 1 in

Scopus, three patents.

Key words: soft calculation, fuzzy sets, rough sets, optimization, dynamic programming method, Monte Carlo method, rod systems, shells.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. **Volchok D.**, Danishevskyy V., Slobodianiuk S. & Kuchyn I. Fuzzy sets application in the problems of structural mechanics and optimal design. *Acta mechanica*. 2023. Vol. 234. P. 6191–6204. (**Scopus**)
2. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Застосування мір невизначеності в задачі пошуку критичної сили для ортотропної оболонки за умов несучої здатності. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2021. №106. С. 201–220. (**Web of Science**)
3. Baiev S.V., **Volchok D.L.** Nonlinear oscillations of a prestressed concrete bridge beam subjected to harmonic perturbation in the conditions of indeterminacy of parameters. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2020. no. 104. P. 147–163. (**Web of Science**)
4. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в оптимальному проектуванні шарнірно-стержневих систем. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2018. № 100. С. 71–93. (**Web of Science**)
5. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Визначення максимального значення навантаження стиснутої ортотропної оболонки в умовах випадкової, нечіткої і неточної інформації. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2017. № 99 С. 71–89. (**Web of Science**)
6. Бараненко В.А., **Волчок Д.Л.** Обернена задача будівельної механіки армованої циліндричної оболонки зі склопластику. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2017. № 98. С. 89–103. (**Web of Science**)

7. Baranenko V., **Volchok D.** Evaluation of the maximum axial force on a cylindrical shell structure in terms of stability and strength using fuzzy quantities of chosen geometric parameters. *Roads and Bridges-Drogi i Mosty*. 2016. Vol. 15, no. 1. P. 71–81. (**Scopus and Web of Science**)
8. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Оцінка максимального значення осьової сили стиснення оболонки при нечітких даних як задача невизначеного програмування. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2016. № 97 С. 90–103. (**Web of Science**).
9. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2015. № 96. С. 88–98. (**Web of Science**).
10. **Волчок Д.Л.**, Данішевський В.В. Проектування оптимальної конструкції ортотропної оболонки 40.00-57 подвійного призначення в умовах невизначеностей. *Український журнал будівництва та архітектури*. 2023. № 3. С. 34–39.
11. **Волчок Д.Л.** Оцінка ресурсу конструкції з тріщиною нормального розриву на основі нечіткого моделювання. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2019. № 1. С. 86–93.
12. Baranenko V., **Volchok D.** Evaluation de déplacement maximal d'un noeud constructif à condition de robustesse et ayant un volume imprécis. *Revista Romana de Inginerie Civila*. 2018. Vol. 9, no. 3. P. 307–314. (**Copernicus**)
13. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нетипова задача оптимального проектування пружних балок в умовах нечіткої інформації. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2018. Т. 29, №1. С. 161–165.
14. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Методика застосування основних означень теорії нечітких множин в задачах аналізу та оптимального проектування. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка*. 2018. Т. 2, № 3 (66). С. 170–176.

15. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.**, Григорович М.С. Проектування циліндричних пружин мінімальної маси за обмеження на власну частоту поздовжніх коливань в умовах повної і нечіткої інформації. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2018. № 1. С. 52–59
16. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Вагова оптимізація стиснутої ортотропної циліндричної оболонки за умов трьох граничних станів, стохастичної і нечіткої невизначеності навантаження. *Проблеми обчислювальної механіки та міцності конструкцій*. 2017. № 27. С. 5–23
17. **Volchok D.** Analysis of rod systems under undefined load. *Revista Romana de Inginerie Civila*. 2017. Vol. 8, no. 1. P. 45–57 (**Copernicus**)
18. **Volchok D.** Large deflection of elastic rods under compression with fuzzy information for load data. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2017. Vol. 24. P. 9–14.
19. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Оцінка максимального значення стискаючої циліндричну оболонку сили в умовах трьох граничних станів і завданні геометричних параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка*. 2017. Т.1, №3. С. 18–25.
20. **Волчок Д.Л.** Оцінка максимального значення осьової сили, що тисне на циліндричну оболонку, при заданих зовнішньому тиску, крутному моменту і нечітких геометричних характеристиках. *Будівництво, матеріалознавство, машинобудування: Сб. наук. тр.* 2017. № 95. С. 47–52.
21. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Вагова оптимізація циліндричної оболонки із склопластику за умови одного граничного стану і невизначеної інформації щодо вихідних даних. *Вісник Запорізького національного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка. Фізико-математичні науки*. 2017. №1. С. 22–35.

22. Baranenko V., **Volchok D.** Approach of fuzzy dependent-chance programming to the problem of synthesis of cylindrical shells. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2015. Vol. 23. P. 65-70
23. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Геометрична інтерпретація розв'язання задачі синтезу циліндричної оболонки в умовах нечіткої інформації про цілі та дані. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка*. 2015. №3. С. 534–538.
24. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в задачах синтезу стисненої оболонки в умовах нечіткої невизначеності даних та обмежень несучої здатності. *Вісник Запорізького національного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка. Фізико-математичні науки*. 2015. №1. С. 7–12.
25. Kvasha E., **Volchok D.**, Pogasii E., Schmidt R., Malovichko A. 29,5-25 tire shell modelling. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2014. Vol. 22. P. 123–126.
26. Kvasha E., **Volchok D.**, Pogasii E., Schmidt R., Malovichko A. Tire properties investigation with the own mathematical model. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2013. Vol. 21. P. 101–106.
27. Kvasha E., **Volchok D.**, Pogasii E., Schmidt R., Agapova V. Numerical research of laminated extra big tyre shells. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2012. Vol. 20. P. 197–202.
28. Кваша Э.Н., **Волчок Д.Л.**, Погасий Е, Шмидт Р., Копыленко Е. Влияние качества дорожного покрытия на характеристики СКГШ 40.00-57. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2011. Vol. 19. P. 143–146.
29. Кваша Э.Н., **Волчок Д.Л.**, Погасий Е, Шмидт Р., Вайхерт Д., Копыленко Е. Влияние конструктивных факторов на характеристики новой шины 40.00-57. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2010. Vol. 18. P. 199–202.
30. Кваша Э.Н., **Волчок Д.Л.**, Погасий Е.А., Бондарь В., Шмидт Р., Копыленко Е. Проектирование конструкции шины 40.00-57. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2009. Vol. 17. P. 193–196.

31. Кваша Э.Н., Погасий Е.А., **Волчок Д.Л.** Влияние особенностей эксплуатации шин на их основные показатели. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2008. Vol. 16. P. 223–228.
32. Кваша Э.Н., Погасий Е.А., **Волчок Д.Л.** Оценка эксплуатационных показателей оболочек шин сверхнизкого давления. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2007. Vol. 15. P. 365–370.
33. Кваша Э.Н., Погасий Е.А., **Волчок Д.Л.** Решение контактной задачи резинокордной оболочки шины при ее обжатии на цилиндрический барабан. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2006. Vol. 14. P. 579–586.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

34. **Волчок Д.Л.**, Данішевський В.В. Графоаналітичний метод розв'язання задачі опору матеріалів за умови завдання мети та обмежень нечітко. «Готуємо фахівців для відбудови України»: матеріали III освітнього форуму академічної спільноти, м. Дніпро, 19–23 червня 2023 р. / Придніпровська державна академія будівництва та архітектури». Дніпро, 2023. С. 76–80.
35. **Волчок Д.Л.**, Погасій О.А. Нові задачі моделювання шаруватих гумовокордових оболонок військового та цивільного призначення. «Переможемо – Відбудуємо»: тези Всеукр. наук.-практ. форуму, м. Дніпро, 29–30 червня 2022 р. / ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури». Дніпро, 2022. С. 28–30.
36. **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в оптимальному моделюванні стрижневих систем. *Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій*: тези доп. другої міжн. наук.-техн. конф. пам'яті академіка В.І. Моссаковського, м. Дніпро, 10-12 жовтня 2019 р. / Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара. Дніпро, 2019. С. 149–150.
37. **Volchok D.**, Baranenko V., Syvash N., Stadnyk M. Méthode de programmation dynamique pour une conception optimale des fermes statiquement déterminées. *"Langues, sciences et pratiques"*: Actes du 2 colloque international francophone en Ukraine, Dnipro, 3-4 Octobre 2018 / Académie d'état de Génie Civil

et d'architecture de Prydniprovyia, Ambassade de France en Ukraine, Agence Universitaire de la Francophonie, 2018. P. 206–207.

38. Baranenko V.O., **Volchok D.L.** The application of various types measures of uncertainty to the problem of finding the critical force for an orthotropic shell under load-bearing conditions. *Stability of structures XV symposium, Zakopane, 17–21 September 2018 / Lodz University of Technology, Theoretical and Applied Mechanics Polish Society. Zakopane, 2018. P. 43–44.*

39. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.**, Оболонський Д.О. Вплив нечітких даних на результат оптимізації шарнірно-стержневих систем. *Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій і їх застосування у проектуванні і навчальному процесі: тези доп. міжнародної наук.-практ. конф., м. Київ, 26-27 вересня 2018 р. / Київський нац. ун-т будівництва і архітектури, Київ, 2018. С. 22–25.*

40. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Задачі аналізу та оптимального проектування пружних систем в умовах застосування основних означень теорії нечітких множин. *XIX міжнародна конференція з математичного моделювання, присвячена 250 – річчю з дня народження Жана Батиста Жозефа Фур'є: матеріали міжнародної конф., м. Херсон, 17-21 вересня 2018 р. / Херсонський національний технічний університет. Херсон, 2018. С. 43.*

41. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Оцінка ресурсу конструкції з тріщиною нормального розриву на основі нечіткого моделювання. *Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні: тези доп. Міжн. наук.-тех. конф., 10–14 вересня 2018 р., Харків / Національна Академія Наук України, Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного, Харків, 2018. С. 82–83.*

42. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в задачах конструкцій із тріщиною. *Сучасні проблеми механіки та математики: збірник наукових праць у 3-х т. Міжн. наук.-тех. конф., м. Львів, 22-25 травня 2018 / за заг. ред. А.М. Самойленка та Р.М. Кушніра. Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. Львів, 2018. Т. 1. С. 16–17.*

43. **Volchok D.**, Baranenko V. Estimation of maximal displacements of a truss node under conditions of strength and fuzzy goal of volume. *Innovative and clean solutions for the built environment: Proceeding of the RCEPB, Bucarest, 7-8 June 2018 / Technical University of Civil Engineering. Bucarest, 2018. P. 45–46.*
44. Баєв С.В., **Волчок Д.Л.** Вплив невизначеності параметрів попередньо напруженої залізобетонної балки на її прогин і амплітуду коливань. *Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій і їх застосування у проектуванні і навчальному процесі: тези доп. міжнародної наук.-практ. конф., м. Київ, 25-26 жовтня 2017 р. / Київський нац. ун-т будівництва і архітектури. Київ, 2017. С.6–9.*
45. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Визначення максимального значення стискаючої сили, що діє на циліндричну оболонку в умовах параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи. *XVIII міжнародна конференція з математичного моделювання, присвячена 100 – річчю з дня народження академіка Ю.О. Митропольського: матеріали міжнародної конф., м. Херсон, 18-22 вересня 2017 р. / Херсонський національний технічний університет. Херсон, 2017. С. 104–105.*
46. Бараненко В. О., **Волчок Д. Л.** Імітаційне та нечітке моделювання в оптимальному проектуванні тонкостінних конструкцій в умовах випадкової і нечіткої інформації про вихідні дані. *Інформатика та системні науки: матеріали VIII Всеукраїнської наук.-практ. конф., м. Полтава, 16–18 березня 2017 р. / за ред. Ємця О.О.. ПУЕТ. Полтава, 2017. С. 37–40.*
47. **Volchok D.** Analisis of rod systems under undefined load. *Strategies of professional associations and public institutions for implementation of EU directives: Proceeding of the RCEPB, Bucarest, 2-3 June 2016 / Technical University of Civil Engineering. Bucarest, 2016. P. 36–37.*
48. **Volchok D.**, Kvasha E., Schmidt R. Special Mathematical Model for Laminated Shells. *8th European Solid Mechanics Conference (ESMS) : Abstracts of Conference, Graz, 9-13 July 2012 / Graz University of Technology, 2012. (2 pages).*

49. **Volchok D.**, Kvasha E., Schmidt R. Design properties numeral and experimental research of laminated extra big tyre shells. *The 82nd Annual Scientific Conference of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (GAMM): Abstracts of Conference, Graz, 18-21 April 2011 / Graz University of Technology, 2011. P. 153.*
50. **Volchok D.**, Schmidt R., Weichert D. Modeling of extra big tire shells properties. *The 81st Annual Scientific Conference of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (GAMM): Abstracts of Conference, Karlsruhe, 22-26 March 2010 / Karlsruhe Institute of Technology, 2010. (1 page).*

Матеріали дисертації щорічно доповідались на Українсько-Польському науковому семінарі з 2005 по 2014 рік включно. На міжвузівському науковому семінарі «Проблеми нелінійної механіки».

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

51. Gezentsvey E.I., Olevskiy V.I., **Volchok D.L.**, Olevskiy O.V. Calculation of the improved steel beams of buildings and structures of the mining and metallurgical complex. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. no. 106. P. 54–67. **(Web of Science)**
52. Семенець С.М., Насонова С.С., Олевський В.І., **Волчок Д.Л.** Управління проектною надійністю нафтових резервуарів. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2019. № 103. С. 165–176 **(Web of Science)**
53. Petrenko V., Dikarev K., **Volchok D.**, Kuzmenko O. Evaluation of indoor temperature for various building envelopes damaged. *E3S Web of Conferences*. 2018. Vol. 32, no. 01019. P. 1–7 **(Scopus)**
54. Семенець С.М., Насонова С.С., **Волчок Д.Л.**, Вельмагіна Н.О. Забезпечення надійності нафтових резервуарів в період експлуатації. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2020. № 1. С. 99–110.

55. Petrenko V., **Volchok D.** An estimation of change of parameters of indoor microclimate during term of exploitation of building and engineering systems. *Revista Romana de Inginerie Civila*. 2016. Vol. 7, no 1. P. 50–56. (**Copernicus**)

56. Березюк А., Дікарев К., **Волчок Д.**, Скокова А., Кузьменко О., Зайцев С. Удосконалення енергозберігаючого конструктивного вузла «балконна плита-зовнішня стіна-плита перекриття». *Теоретичні основи будівництва*. 2006. Т.14. № 2. С. 57–62.

57. Lykhachova O. **Volchok D.** Schmidt R. About the influence of the cut length on deformation and stability of the elastic circular cylindrical shells. *The XIII-th Symposium of Stability of Structures, Zakopane, 17–21 September 2012 / Lodz University of Technology, Theoretical and Applied Mechanics Polish Society. Zakopane, 2012. P. 435–440.*

Патенти:

58. Спосіб улаштування енергозберігаючого конструктивного вузла «балконна плита - зовнішня огорожувальна конструкція - плита перекриття»: Деклараційний патент 112913 Україна, МПК Е 04 В 1/74. заявл. 08.02.2016; опубл. 10.01.2017. Бюл. № 3. А.М. Березюк, К.Б. Дікарев, А.О. Скокова, О.М. Кузьменко, **Д. Л Волчок**, Д. Ю. Лісняк.

59. Спосіб улаштування енергозберігаючого конструктивного вузла «балконна плита- зовнішня стіна-плита перекриття» Деклараційний патент 97939 Україна, МПК Е 04 В 1/74. заявл. 03.11.2014; опубл. 10.04.2015. Бюл. № 7. К.Б. Дікарев, І.М. Матюшенко, **Д. Л Волчок**, О.М. Кузьменко, О. С. Каменєв.

60. Амортизатор: Деклараційний патент 11922 Україна, МПК G06К 9/36. опубл. 16.01.2006. Бюл. № 1. Бондаренко Л.М., Волчок Л.М., **Волчок Д.Л.**, Руднєв І.Ю.

ЗМІСТ

ВСТУП	31
РОЗДІЛ 1 ОПТИМІЗАЦІЯ ПРУЖНИХ ТІЛ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	43
1.1 Розвиток та сучасний стан теорії оптимізації.....	43
1.2 Етапи розвитку формалізації невизначеності.....	49
1.2.1 Невизначеність в задачах будівельної механіки.....	49
1.2.2 Нові підходи до формалізації невизначеності.....	52
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ	58
2.1 Критерії, обмеження, дані.....	58
2.2 Математичні моделі в оптимізації конструкцій.....	62
2.2.1 Модель "Розподілу ресурсу".....	62
2.2.2 Моделі нелінійного програмування.....	63
2.2.3 Багатокрокові процеси прийняття рішень.....	64
2.3 Методи реалізації моделей, які використовуються в роботі.....	65
2.3.1 Метод Монте-Карло та випадкового пошуку.....	65
2.3.2 Метод динамічного програмування.....	66
2.4 Передумови невизначеності.....	71
2.4.1 Поняття міри невизначеності.....	73
2.5 Основні поняття теорії нечітких множин, що використовуються в дисертації.....	75
2.5.1 Означення нечіткої множини, основні елементи.....	76
2.5.2 Деякі операції над нечіткими множинами.....	80
2.5.3 Визначення границь множин α - рівнів.....	82
2.5.4 Нечіткі числа.....	83
2.6 Моделі невизначеного програмування.....	84
2.6.1 Модель очікуваного значення.....	84
2.6.2 Нечітке програмування з можливісними обмеженнями.....	86
2.6.3 Нечітке подійне програмування.....	86

2.6.4	Нечітко-випадкові та випадково-нечіткі величини.....	87
2.6.5	Нечітке імітаційне моделювання.....	88
2.7	Технологія розв'язання задач в умовах неповної інформації.....	89
РОЗДІЛ 3 ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ТА ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ.....		93
3.1	Проектування балок в умовах невизначеності.....	93
3.1.1	Проектування балки при завданні нечіткої мети та обмежень.....	93
3.1.2	Проектування балки при завданні нечітких даних.....	96
3.1.3	Нетипова задача оптимального проектування балки в умовах нечіткого завдання мети проектування і навантаження.....	98
3.1.4	Задача нечіткого аналізу балки.....	102
3.2	Великі прогини стиснутих пружних стержнів в умовах нечіткої інформації щодо навантаження.....	105
3.3	Розрахунки ферм в умовах неповної інформації.....	110
3.3.1	Визначення коефіцієнта надійності по навантаженню в умовах невизначеної інформації.....	110
3.3.2	Нетипова задача оптимального проектування конструкції ферми при нечітких даних.....	112
3.3.3	Нечітке моделювання в оптимальному проектуванні шарнірно-стержневих систем.....	115
3.3.4	Оптимальне проектування шарнірно-стержневих систем при навантаженні нечітко-випадкового характеру.....	122
3.3.5	Оцінка коефіцієнта надійності по навантаженню.....	123
3.3.6	Оцінка модуля Юнга в задачах оптимального проектування пружних шарнірно-стержневих систем із залученням нечітких множин.....	126
3.3.7	Оцінка ресурсу конструкції з тріщиною нормального розриву на основі нечіткого моделювання.....	131
3.3.8	Оцінка максимального переміщення вузла складної ферми при нечіткому завданні обсягу.....	138

3.3.9	Застосування нечітких множин в задачах оптимального проектування ферм при завданні обмеження на частоту власних коливань.....	142
3.4	Аналіз поведінки прямолінійних та криволінійних стержневих систем.....	151
3.4.1	Розрахунок рам в умовах невизначеного навантаження.....	151
3.4.2	Проектування циліндричної пружини мінімальної маси при обмеженні на власну частоту поздовжніх коливань в умовах повної і нечіткої інформації.....	157
РОЗДІЛ 4 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ, МЕТОДИ ТА РЕЗУЛЬТАТИ СИНТЕЗУ ІЗОТРОПНИХ ОБОЛОНОК В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ.....		167
4.1	Нечітке моделювання в задачах синтезу стисненої оболонки в умовах нечіткої невизначеності даних та обмежень несучої здатності.....	167
4.2	Підхід нечіткого подієвого програмування до задачі синтезу циліндричних оболонок.....	173
4.3	Оцінка максимального значення осьової сили стиснення оболонки при нечітких даних як задача невизначеного програмування.....	176
4.4	Геометрична інтерпретація розв'язання задачі синтезу циліндричної оболонки в умовах нечіткої інформації про цілі та дані.....	184
4.5	Оцінка максимального значення осьової сили, що діє на циліндричну оболонку за умовами стійкості і міцності при неточному завданні її геометричних характеристик.....	189
4.6	Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних.....	196
4.7	Оцінка максимального значення стискаючої сили на циліндричну оболонку в умовах трьох граничних станів і завданні геометричних параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи.....	201

РОЗДІЛ 5 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ, МЕТОДИ ТА РЕЗУЛЬТАТИ СИНТЕЗУ ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ.....	211
5.1 Об'єкти дослідження.....	211
5.2 Обернена задача будівельної механіки армованої циліндричної оболонки зі склопластику.....	213
5.3 Визначення максимального значення навантаження стиснутої ортотропної оболонки за умов збереження міцності, стійкості і наявності невизначеності завдання вихідних даних.....	224
5.3.1 Стохастичний підхід.....	227
5.3.2 Нечітке моделювання.....	230
5.3.3 Підхід до задачі з позиції неточних множин.....	233
5.3.4 Задача з інтервальними числами.....	236
5.4 Вагова оптимізація стиснутої ортотропної циліндричної оболонки за умов трьох граничних станів, стохастичної і нечіткої невизначеності навантаження.....	237
5.4.1 Числова ілюстрація стохастичної моделі.....	241
5.4.2 Числова ілюстрація - нечітка модель.....	245
5.4.3 Результати розрахунку оптимізаційної задачі проектування при детермінованих даних.....	248
5.5 Вагова оптимізація циліндричної оболонки зі склопластику за умови одного граничного стану та невизначеної інформації щодо вихідних даних.....	249
5.5.1 Числові експерименти детермінованої задачі оптимізації.....	254
5.5.2 Числові експерименти стохастичної задачі оптимізації.....	255
5.5.3 Числові експерименти нечіткої задачі оптимізації.....	257
5.6 Оцінка максимального значення осьової сили, що тисне на циліндричну оболонку, при заданих зовнішньому тиску, крутному моменту і нечітких геометричних характеристиках.....	259
5.6.1 Нечітке моделювання.....	260
5.6.2 Чисельна ілюстрація.....	261

5.7	Застосування мір різних видів невизначеності в задачі пошуку критичної сили для ортотропної оболонки за умов несучої здатності.....	264
5.7.1	Імовірнісна міра.....	265
5.7.2	Міри нечіткості.....	270
5.7.3	Міра неточності.....	274
5.7.4	Порівняння впливу невизначеності на результат.....	278
РОЗДІЛ 6 ОЦІНКА ВПЛИВУ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПАРАМЕТРІВ ПОПЕРЕДНЬО-НАПРУЖЕНОЇ ЗАЛІЗОБЕТОННОЇ БАЛКИ НА ЇЇ ПРОГИН ТА АМПЛІТУДУ КОЛИВАНЬ.....		283
6.1	Актуальність проблеми.....	283
6.2	Формулювання задачі.....	285
6.3	Означення нечіткого трикутного числа.....	288
6.4	Операції над нечіткими числами на основі інтервального методу.....	288
6.5	Оцінка статичного прогину попередньо-напруженої балки.....	294
РОЗДІЛ 7 ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ГУМОВОКОРДОВОЇ ОРТОТРОПНОЇ НАДВЕЛИКОГАБАРИТНОЇ ОБОЛОНКИ ЗА УМОВИ НЕЧІТКОГО ЗАВДАННЯ ПОЧАТКОВИХ ДАНИХ.....		296
7.1	Варіантне проектування шини 40.00-57.....	297
7.2	Вплив дорожнього покриття на експлуатаційні показники.....	301
7.3	Знаходження оптимальної геометрії гумовокордової оболонки 40.00-57 в умовах невизначеності.....	303
ВИСНОВКИ		314
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ		321
ДОДАТОК А. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....		348
ДОДАТОК Б. ТАБЛИЦІ ДАНИХ.....		358
ДОДАТОК В. ВІДОМОСТІ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ.....		389

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

Геометричні характеристики оболонки:

L - довжина; h - товщина; R - радіус; θ - відносний вміст армуючих волокон в осьовому напрямку.

Фізико-механічні характеристики:

E - модуль пружності; σ_0 - міцність матеріалу на стиск в осьовому напрямку;
 ρ - питома вага; μ - коефіцієнт Пуассона.

Множини

i, j, k, l, m, n, s - цілі числа; $\mu(x)$ - функція належності; $G \supset Q$ - G містить Q ;
 $G \subset Q$ - G міститься в Q ; $G \cup Q$ - об'єднання G і Q ; $G \cap Q$ - перетин G і Q ;
 $G \times Q$ - декартовий добуток G і Q ; $\{x|G\}$ - множина усіх x , для яких вірно твердження G ; $x \neq y$ - x не дорівнює y ; $x \in Q$ - x належить Q ; $x \notin Q$ - x не належить Q ; \emptyset - пуста множина; $\forall x \in X$ - для всіх елементів x із множини X ; $\exists x \in X$ - існує такий елемент x в множині X ; $x^* = \arg \min_{x \in X} f_i(x)$ - це такий елемент x^* з множини X , який доставляє найменше значення $f_i(x^*)$ функції f_i на множині X ; $x^{**} = \arg \max_{x \in X} f_i(x)$ - це такий елемент x^{**} з множини X , який доставляє найбільше значення $f_i(x^{**})$ функції f_i на множині X ;
 $R_+ = \{x|x \geq 0; x \in R\}$ - додатна числова попувись ,

Міри невизначеності

$Prob$ - вірогідність, Pos - можливість, Tr - довіра.

ВСТУП

Сутність науково-прикладної проблеми, що розглядається в роботі, полягає у розробці узагальнених методів моделювання, оптимального проектування, аналізу технічних систем та їх елементів в умовах різнорідної невизначеності випадкової, нечіткої, неточної природи та їх комбінацій.

Обґрунтування вибору теми дослідження. На сучасному етапі розвитку комп'ютерних технологій коректні розв'язок і постановка проблеми розрахунку та оптимізації механічної систем або конструкції носить досить важливий характер. Це пов'язано з тим, що з'являються нові технічні та алгоритмічні можливості для дослідників та інженерів розглянути раніше призупинені або взагалі не розглянуті проблеми.

На особливу увагу заслуговують принципово нові підходи розрахунку конструкцій і споруд. Так, треба відзначити застосування теорії ймовірностей та теорії надійності в розрахунках споруд. Умовно такий підхід [150, 182, 203, 207, 253] був названий ймовірнісно-статистичним (або просто статистичним). Довгий час вважалося: все, що потрібно для роботи з невизначеністю - це теорія ймовірностей. Однак, по мірі того, як змінювалося сприйняття людиною навколишнього світу, в деяких задачах адекватність теорії ймовірностей стала викликати сумніви. Основна суть цього підходу полягає в наступному. Величини, що входять в рівняння міцності, жорсткості, стійкості, коливань та інші, як-то: навантаження, характеристики властивостей матеріалу, геометричні характеристики форми конструкції, в тому числі перерізи елементів; граничні умови закріплення - розглядаються не як величини постійні, строго визначені (детерміновані), а як величини, що володіють відомою, іноді досить значною змінюваністю (розкидом, розсіюванням). З точки зору інформації, детерміновані величини відносять до типу даних з повною інформацією. В іншому випадку можливі варіації щодо даних з недовизначеною і невизначеною (неповною) інформацією. Вивчення таких величин для технічної системи (ТС) можливе на основі методів теорії ймовірностей [85, 182], якщо

природа зазначених вище параметрів носить випадковий характер; і методів теорії можливостей [99, 270, 271], якщо параметри описані нечітким чином. Як приклад випадкової величини, наведемо вітрове навантаження і межу текучості сталі; модуль пружності описується нормальною функцією Гауса.

Прикладом нечіткої величини може бути точка прикладання навантаження: «навантаження прикладене приблизно в середині балки». Навіть такі, здавалося б постійні величини, як площа перерізу, момент опору, момент інерції, лінійні розміри деталі, в дійсності, є випадковими величинами (статистично змінними) внаслідок неминучих похибок виготовлення і вимірювання. Однак їх можна вважати також і нечіткими величинами. Тобто, поряд з ймовірнісно-статистичним підходом в будівельній механіці і проектуванні конструкцій вже активно розвивається важливий напрям досліджень - використання новітніх досягнень математики нечітких множин та теорії можливостей. Практичному застосуванню цих нових підходів повинна передувати велика дослідницька робота:

- по адаптації теорії нечітких множин та теорії можливостей в механіці;
- по нечіткому моделюванню;
- по розробці нових оптимізаційних моделей і методів їх реалізації в умовах нечіткої інформації.

Визначивши, що на сучасному етапі розвитку методів м'яких обчислень неповна інформація характеризується відповідною невизначеністю (випадковістю реалізації якогось явища чи події, нечіткістю і неточністю вихідних і кінцевих даних проекту), треба зазначити, що підвищений інтерес до цього напрямку зростає також у зв'язку із швидким розвитком фундаментальних наук. Прикладні науки у сфері будівельної і машинобудівельної індустрії, безпеки споруд, військових технологій та інших напрямів теж стимулюють застосування сучасних математичних методів.

В сфері будівництва, яка є фундаментом розвитку економіки країни і роль якої стає особливо важливою при майбутньому відновленні, методи розрахунку споруд безперервно розвиваються. В останнє десятиліття інтенсивно

розвивається багато важливих напрямів будівельної механіки, зокрема, питання динамічного розрахунку споруд, оптимального проектування, надійності. Методи розрахунку споруд і конструкцій корегуються з урахуванням сучасних досягнень в галузі матеріалознавства завдяки знаходженню матеріалів з новими властивостями та впровадженню нових технологій виробництва. Розрахунки на витривалість, стійкість, довговічність теж зазнають змін завдяки розвитку засобів сучасної обчислювальної техніки, математичних методів при розрахунку споруд та методів оптимального проектування і оцінки надійності конструкцій. Це дозволяє розв'язувати нові задачі та проблеми, в тому числі в контексті толерантності складних ТС.

Треба зазначити, що сучасна сфера освіти також йде за трендами, які допомагають реалізувати цілі сталого розвитку (SDG), і програми підготовки в коледжах та університетах в країнах наших стратегічних партнерів корегуються відповідно до актуальних тенденцій. Так, програми з фізики «IB - Physics» Кембріджського університету [257], «A Level Physics for OCR» Оксфордського університету та відома Американська «Advanced Placement Physics» [238] починаються з розгляду типів похибок, які можуть виникнути при вимірюванні під час досліджень, та невизначеностей. Розглядаються задачі щодо систематичних та випадкових похибок. Цікаво, що розглядаються найпростіші моделі поширення невизначеностей та методи оцінки кінцевого результату у формі тієї невизначеності, яка розглядалась. Тобто розвиток методів м'яких обчислень співпадає, як з метою підвищення досягнень в STEM освіті, так і з цілями сталого розвитку SDG 4: Якісна освіта, SDG 8: Гідна праця та економічне зростання, SDG 9: Промисловість, інновації та інфраструктура, SDG 11: Сталі міста та громади, SDG 12: Відповідальне споживання та виробництво.

Як бачимо, в сучасному світі значна увага приділяється формуванню розуміння, що зведена до детермінованих даних система не завжди в повній мірі відображає реальність. Включення різних типів невизначеності в математичні моделі та врахування впливу похибок, моделювання подальшого

поширення невизначеностей дає більш адекватний результат для аналізу допустимості отриманих розв'язків, толерантності предмета дослідження до похибок або невизначеностей.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами:

1. Грант: Alexander von Humboldt Foundation (Institutional academic cooperation programme, grant no. 3.4-Fokoop-UKR/1070297).

2. Стипендіальна програма "Eugen Ionescu" Університетської Агенції Франкофонії (AUF) ініційована Урядом Румунії в 2015-2016 роках за темою дослідження "Calcul des elements constructifs a condition que les donnees initiales sont incompletes".

3. TEMPUS SEHUD № 530197-Tempus-1-2012-1-IT-TEMPUS-JPCR "Architecture and Sustainable Development Based on Eco-Humanistic Principles & Advanced Technologies without Losing Identity" 2012-2017 р. (сертифікат виданий директором департаменту міждисциплінарного дизайну у штучному середовищі Кембріджського університету)

4. Експерт міжнародного проекту «Atlas de l'expertise» з 2018 р.

5. Держбюджетна тема з номером держреєстрації 0116U00649 «Міцність, жорсткість, стійкість і коливання однорідних і неоднорідних стержнів, пластин, оболонок та композиційних конструкцій, включаючи об'єкти біологічного походження» в 2016-2020 роках, виконавець.

6. Держбюджетна тема з номером держреєстрації 0121U109643 «Механіка тонкостінних конструкцій, неоднорідних матеріалів та біологічних тканин» в 2021-2023 роках, виконавець.

7. Проект EffectFact № 101008140 в рамках H2020 програми MSC Action: RISE-2022.

8. Проект The BRIDGE №101127884 (ERASMUS-EDU-2023-CBHE)

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розвиток наукового напрямку вирішення проблеми розрахунку, оптимального проектування будівельних конструкцій та їх елементів (стержневих, оболонкових та континуальних систем) в умовах невизначеної інформації стохастичного,

нечіткого та неточного виду, постановка нових задач із застосуванням та адаптацією методів м'яких обчислень, розробка методів реалізації та дослідження властивостей конструкцій за умови різних типів невизначеності.

Для досягнення цієї мети потрібно вирішити такі **завдання дослідження**:

1. Провести аналіз існуючих методів врахування невизначеності та їх досвід застосування в задачах будівельної механіки.

2. Для стержневих систем типу «балка» розробити графоаналітичний метод розрахунку задач на міцність та жорсткість, за умови коли дані та мета проектування задаються словесними квантифікаторами. Розробити метод побудови функції належності за допомогою розв'язання локальної оптимізаційної задачі та принципу узагальнення в α -рівневому підході. Розв'язати задачі аналізу балок за умови нечіткого завдання даних, провести аналіз впливу нечіткої невизначеності на очікуване значення. Для задачі розрахунку великих прогинів стержня розробити процедуру обчислення очікуваного значення відносного навантаження. Для фермових конструкцій розробити процедуру оцінки коефіцієнта надійності за умови нечіткої та стохастичної інформації. Розробити процедуру графоаналітичного методу для ферм. Використовуючи Декартів добуток, оцінити очікуване значення результату оптимального проектування при декількох невизначених параметрах. Оцінити вплив нечіткого модуля Юнга на оптимальний проект з використанням різних функцій належності, отримати його очікуване значення, розв'язавши обернену задачу. Побудувати процедуру оцінки впливу тріщини нечітких розмірів на оптимальні показники проекту. Для ферми, за умови додаткового обмеження щодо власної частоти коливань та при нечіткому завданні власної частоти та навантаження, провести дослідження впливу нечіткості на результат.

Для статично невизначених стержневих систем, при розв'язанні яких права частина канонічного рівняння подана нечітко, запропонувати метод оцінки невизначеності. Дослідити питання проектування пружин в умовах неповної інформації.

3. Для ізотропної оболонки, стисненої поздовжньою силою, розробити метод реалізації моделі з обмеженнями на шанси, для можливого пошуку оптимістичного чи песимістичного значення цільової функції. Розробити процедуру нечіткого подієвого програмування для такої оболонки, провести чисельні експерименти. Розробити процедуру пошуку максимального значення осьової сили при нечітких даних в задачі невизначеного програмування. Розробити геометричну процедуру пошуку можливості реалізації ситуації, коли обмеження та цілі подані нечітко. Розробити методи реалізації задач при неточних даних з верхнім та нижнім наближенням. Розробити процедуру пошуку навантаження при стохастичних даних. Запропонувати обчислювальні підходи реалізації оптимізаційної задачі в умовах завдання випадково-нечіткої і нечітко-випадкової інформації.

4. Для ортотропної армованої циліндричної оболонки під дією зосередженої сили та в умовах трьох граничних станів розробити метод розв'язання оберненої задачі в умовах нечіткого завдання навантаження. Розробити процедури та методи розв'язання прямої задачі визначення максимального навантаження стиснутої ортотропної оболонки за наявності невизначеностей стохастичної, нечіткої та неточної природи. Дослідити вплив нечітких та випадкових даних на результат вагової оптимізації. Запропонувати процедуру знаходження шансу виконання події, порівняти вплив різнорідної невизначеності.

5. Для циліндричної ортотропної оболонки із склопластику за умови одного граничного стану розглянути методи реалізації задачі вагової оптимізації в стохастичному, нечіткому середовищі. Запропонувати методи для розв'язання задачі оцінки максимального значення осьової сили при заданих крутному моменті та зовнішньому тиску при нечітких геометричних характеристиках.

6. Провести аналіз залізобетонної попередньо напруженої балки довжиною 33 м, яка використовувалась при будівництві Центрального мосту в м. Дніпро щодо її чутливості до нечітких даних.

7. Розробити оптимізаційну математичну модель для розрахунку та проектування шаруватих гумовокордових оболонок обертання за умови завдання початкових даних в нечіткій формі. Спроекувати оптимальну геометрію конструкції найбільшої в світі шини 40.00-57 з оптимальними експлуатаційними характеристиками.

8. Впровадити нові підходи роботи з невизначеністю до навчального процесу та в реальне проектування.

Об'єкт дослідження – поведінка технічних систем, таких як: стержень, ізотропна оболонка, ортотропна оболонка, реальних складних технічних нелінійних систем в умовах неповної інформації.

Предмет дослідження – розробка технології та методів розв'язання задач аналізу, синтезу, оптимального проектування з позиції методів м'яких обчислень.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених оптимізаційних задач та задач аналізу в умовах невизначеної інформації використовуються: метод Монте-Карло, метод динамічного програмування, метод локальних варіацій, метод множників Лагранжа, графоаналітичний метод. Формалізація невизначеності відбувається з використанням методів м'яких обчислень в залежності від типу невизначеності. Достовірність результатів забезпечується використанням апробованих методів розрахунку стержневих, оболонкових ізотропних та ортотропних конструкцій та перевіркою збіжності розрахунків детермінованих задач.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у впровадженні нових підходів методів «м'яких обчислень» в задачі будівельної механіки та будівництва, розробці відповідних методів реалізації нових задач.

Вперше:

- Систематизовано та надано розвиток адаптованих методів м'яких обчислень для розв'язання задач будівельної механіки. Розроблено нові узагальнені підходи, що формують нове сприйняття класичних і нових задач в сфері будівництва, надаючи можливість оцінити границі можливої похибки,

вплив різнорідної невизначеності, оцінити очікуване значення.

- Розроблено оптимізаційні моделі і методи їх реалізації в умовах нечіткої, неточної, випадково-нечіткої, нечітко-випадкової інформації про вихідні дані або/та про бажані результати в задачах будівництва та будівельної механіки.

- Обґрунтована необхідність включення в класичні детерміновані задачі розрахунку урахування невизначеності різних типів. Доведено доцільність проведення розрахунків на толерантність щодо впливів невизначеності як для складних нелінійних систем, так і простих лінійних.

- Досліджено відмінність результатів за різними теоріями невизначеності для задач будівельної механіки, що дає розуміння впливу самої теорії.

- Чисельно доведено, що помилки, неточність визначення величин механіки і геометричних характеристик мають тенденцію до меншого впливу на кінцевий результат, ніж помилки проектування і виготовлення для досліджених технічних систем.

- Розв'язано за допомогою нових підходів нетипові задачі проектування, аналізу, оптимального пошуку. Серед таких задач пошук уразливих місць конструкції та «невеликих» впливів, що призводять до руйнувань; це має також військове застосування при усуненні слабких місць споруди.

- На базі розроблених нових моделей і методів впроваджено принципово нові підходи при проектуванні в будівництві, де те, що ми бажаємо отримати, формулюється в термінах лінгвістичних змінних. Отримані в роботі результати є базою для впровадження відповідних програмних модулів обробки невизначених даних до програмних комплексів в сфері будівництва для задач проектування та оптимізації.

Набули подальший розвиток:

- Математична модель розрахунку контактної взаємодії шаруватих гумовокордових оболонок була вбудована до моделі оптимального проектування в умовах нечітких даних, що дозволяє проводити моделювання в умовах, які більш адекватно відображають об'єкт дослідження - шарувату

гумовокордову оболонку обертання, реальним фізичним, механічним та експлуатаційним умовам. Новий підхід дає можливість розв'язати задачі, які раніше розв'язати не вдавалосьь.

- Класичні підходи до розрахунку стержневих, оболонкових та континуальних систем, які завдяки формалізації невизначеності, більш адекватно відображають реальний об'єкт в розрахункову схему та модель розрахунку, аналізу, оптимізації.

Практичне значення отриманих результатів.

Застосування нечітких множин в механіці конструкцій:

- Дає адекватність опису реальних вихідних даних з урахуванням можливих помилок, неточності вимірювання, виготовлення щодо величини навантажень і місця їх застосування, механічних характеристик і інших параметрів стану, розрахункових схем.

- Дозволяє проводити відповідний аналіз напружено-деформованого стану (НДС) технічних систем при невизначеному завданні вихідних даних.

- Дозволяє виявляти закономірності впливу вихідних нечітких параметрів даних технічної системи на точність отримання результатів, толерантність, чутливість, стійкість. Дає можливість отримувати результати проектування з урахуванням майбутнього очікуваного стану конструкції.

- Надає нові підходи для розрахунку коефіцієнтів запасу технічних систем в умовах невизначеності.

- Надає нові підходи до задач проектування, коли цілі проектування задаються в термінах приблизного очікуваного результату, тобто при формулюванні мети та обмежень задач невизначеним чином.

- Дозволяє апріорно включати отримані моделі в математичну модель проектувального розрахунку.

- Як практичний результат моделювання реальних конструкцій в умовах невизначеності, запроектовано оптимальну геометрію найбільшої в світі шини 40.00-57, що має військове та цивільне призначення. Технології для виготовлення таких шин є лише в 5 країнах світу. В даний момент часу в

Україні відновлення цієї галузі є показником тих високих технологій, які відрізняють країни зі стійкою економікою від інших. Оскільки в нашій країні багато родовищ з відкритим способом видобутку, то ці проблеми можна віднести до набуття безпекової незалежності України.

- Проведено аналіз толерантності, чутливості попередньо-напруженої залізобетонної мостової балки, де було виявлено, що навіть мала нечіткість у завданні частоти може викликати руйнування балки. Така балка є досить розповсюдженою при виготовленні мостів в Україні, тому при подальшому проектуванні слід врахувати таку її особливість.

Особистий внесок здобувача. Основні результати дисертаційної роботи отримані автором самостійно. Роботи [11, 17, 18, 20, 36, 47] надруковані без співавторів. Матеріали, що опубліковані у співавторстві і використані в дисертації, одержані здобувачем особисто:

- В роботах [3, 44] результати розрахунків попередньо-напруженої залізобетонної балки за умови невизначених параметрів, адаптація операцій з нечіткими числами, аналіз «толерантності» системи.

- В роботах [1, 4, 11, 12, 13, 14, 34, 36, 37, 39, 40, 41, 42, 43, 47] постановки задач для стержневих систем в умовах невизначеностей нечіткого, неточного та стохастичного характеру та отримані результати. В роботах [1, 4, 36, 37] методи реалізації задачі оптимального проектування ферми при нечіткому моделюванні, врахування нечітко-випадкових параметрів, оцінка коефіцієнта надійності по навантаженню, метод отримання очікуваного модуля пружності матеріалу ферми розв'язанням оберненої задачі, перевірка збіжності в задачах з фермою. В [11, 14, 41, 42] формування області допустимих розв'язувань ферми з урахуванням тріщини, оцінка ресурсу елемента конструкції з тріщиною в нечітких умовах, оптимальне детерміноване та нечітке проектування ферми із тріщиною. В роботах [12, 43] для складної ферми впровадження процедур нечіткого моделювання, перевірка збіжності з використанням програмного комплексу МКЕ.

- В роботах [13, 34] методи графічного пошуку можливості реалізації

події та знаходження відповідних параметрів виконання нечітких умов проектування балок, результати нечіткого аналізу балок в [14]. В роботі [47] підходи оцінки невизначеності для статично невизначених рам, моделювання яких потребує розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь, за критерієм мінімізації значення квадрату нев'язки, а також результати та аналіз моделювання в нечітких умовах.

- В роботі [15] аналіз результатів прямої та двоїстої детермінованої задачі для криволінійних стержневих систем, розв'язання задачі в умовах невизначеної інформації.

- В роботах [7, 8, 9, 19, 22, 23, 24, 45] постановки, розв'язки та аналіз результатів в задачах для ізотропної оболонки в умовах трьох граничних станів за умови невизначеності даних, перевірка збіжності результатів до детермінованих. Розробка методів неточного моделювання в [7], нечіткого в [8] та стохастичного в [9] та змішаного нечітко-випадкового, випадково-нечіткого в [19, 45] для прямої задачі. Розробка методу розв'язання задачі пошуку шансу виконання події в [22] для нечітких даних та геометрична інтерпретація в [23]. Метод розв'язання оберненої задачі з обмеженнями на шанс в [24].

- В роботах [2, 5, 6, 16, 38, 46] постановки, розв'язки та аналіз результатів в задачах для ортотропної оболонки в умовах трьох граничних станів за умови невизначеності даних, перевірка збіжності результатів до детермінованих. В [2, 5, 38] розробка методів обчислення імовірнісної, нечіткої, неточної міри невизначеності, розробка процедур прямої задачі визначення максимального навантаження в умовах невизначеності. В [6, 16, 46] розробка методів пошуку оптимальних функцій належності та очікуваних значень для різних інформаційних ситуацій в оберненій задачі за умови нечіткої та стохастичної [16, 46] інформації.

- В роботі [21] перевірка збіжності за детермінованою процедурою пошуку оптимального обсягу матеріалу ортотропної оболонки за умови одного граничного стану. Постановка, розробка методів реалізації і розв'язки для

стохастичної і нечіткої задачі оптимізації.

- В роботах [10, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 48, 49, 50] до особистого внеску відносяться формулювання нових задач варіантного проектування гумово-кордових оболонок, складання розрахункової схеми, результати чисельних розрахунків НДС та експлуатаційних показників оболонок, аналіз результатів, нові конструкції оболонок шин. В роботах [25, 26, 32, 48] для шин 29.5-25 та 15.5R38 знаходження найкращих параметрів для забезпечення найкращих експлуатаційних показників оболонок. В роботах [27, 49] для оболонок 21.00-33 та 21.00-35 поліпшення конструкції та побудова нестационарних температурних режимів експлуатації. В [31] для шини 205/70R14 постановка та розв'язання задачі з наїздом на перешкоду. В [33] постановка та розв'язання контактної задачі при обжимі обolonки 33.00-51 на стендовий барабан. В роботах [28, 30, 50] нова конструкція шини 40.00-57, як результат варіантного та масштабного моделювання. В роботах [10, 35] формулювання нових задач оптимального проектування оболонок в нечітких умовах, розробка адаптованої до нових задач математичної моделі, нова оптимальна конструкція шини 40.00-57, результати розрахунків експлуатаційних показників нової шини.

- В спільних роботах, що додатково відображають наукові результати дисертації [51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60] здобувач приймав участь в постановці задач та аналізі отриманих результатів.

Усі наукові праці, що склали основу докторської дисертації були опубліковані та апробовані після захисту кандидатської дисертації. У поданій докторській дисертації результати кандидатської дисертації Волчка Д.Л., крім випадків посилань, не використовуються.

Вважаю необхідним висловити слова подяки своїм вчителям, це проф. Бараненко В.О. та проф. Кваша Е.М. Завдяки їх наставництву стала можливою реалізація наведених в роботі нових наукових напрямів.

РОЗДІЛ 1

ОПТИМІЗАЦІЯ ПРУЖНИХ ТІЛ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

За своєю суттю людина прагне до оптимальності у всіх сферах свого життя, бо це призводить до економії ресурсів, енергії, часу та іншого. Це відображається навіть на сприйнятті почуття прекрасного, бо оптимальність підсвідомо вважається еталоном краси. Так, наприклад, автомобіль з оптимальними аеродинамічними характеристиками сприймається більш привабливим і навіть старі моделі користуються попитом. В будівництві така ж тенденція. Ми бачимо, що сучасні будівлі мають тенденцію до зниження власної ваги та використання таких форм і геометрій, що забезпечують рівномірний розподіл НДС в конструкціях та наближення до більш природних обрисів, бо більшого оптимізатора ніж природа немає (наприклад будівлі Zlite Tarasy в м. Варшава, Польща; Alien в м. Грац, Австрія та інші, що є прикладом використання сучасного рівня наукових досягнень в області розрахунку та проектування будівель). Оптимальність в реальній природі відточується в умовах невизначеності, і сучасні конструктори та дослідники досить часто запозичують результати найсуворішого оптимізатора. Таким чином, побудова нових та вдосконалення старих математичних моделей оптимізації, вже з урахуванням невизначеності, може наблизити розв'язки, отримані людиною за допомогою сучасної обчислювальної техніки, до рівнів, які в натуральний спосіб зайняли б досить тривалий час. Тобто стати на шлях конкуренції з природою, яка використовує природний відбір.

1.1 Розвиток та сучасний стан теорії оптимізації

В будівництві та будівельній механіці багато задач оптимізації формалізовані і за своєю суттю до них відносять ті, що назначають такі характеристики конструкції в умовах навантажень та впливів, що саме ця конструкція буде найкращою з усіх розглянутих. Вважається, що до оптимізаційних не відносять задачі варіантного проектування, проте

застосування сучасних чисельних методів, наприклад метода Монте-Карло, дозволяє перейти від варіантного до оптимізаційного проектування збільшенням кількості розглянутих варіантів.

Теорія оптимального проектування набула свого найбільшого розвитку в ХХ сторіччі. Проте пошуком оптимальних розв'язків дослідники почали займатися значно раніше і перші відомі роботи з'являються в ХVІІ сторіччі. Так стержневими системами займалися Галілео Галілей [80] та Жозеф Луї Лагранж [113, 114], дослідження яких торкалися, відповідно, консольної рівномірної балки та стиснутого стержня (колони) мінімальної ваги за умови збереження стійкості. Леонард Ейлер також працював у цьому напрямку і до його відкриттів відносять варіаційне обчислення в механіці. У ХVІІІ сторіччі значних досягнень в розробці основ опуклої оптимізації досяг П. Л. Чебишев. Його учень А. А. Марков займався екстремальними задачами в функціональних просторах та працював з теорією чисел та ймовірностей. Питання формалізації невизначеності в ті часи стає досить актуальним і розвиток теорії оптимального проектування відбувається паралельно, досить часто навіть у симбіозі з розвитком теорії ймовірностей. Відомо, що теорія Марковських випадкових процесів є основою загальної теорії стохастичних процесів. В розвиток цього А. М. Колмогоров запропонував теоретико-імовірнісне формулювання на основі теорії мір, що є значним вкладом в теорію ймовірностей.

Задачу, що сформував Ж. Лагранж, але вже для різних умов закріплення та типів стиснутих стержнів розглядали такі вчені, як Т. Клаузен (1851), Е. Л. Ніколаї (1904), Г. Блазиус (1914), І. М. Рабинович (1933), А. П. Филин (1962), Е. Іегі (1967), Р. Шилд, В. Прагер (1970), П. Педерсен (1973) та інші.

А. М. Ляпунов в своїх роботах запропонував інструмент для перевірки збіжності чисельних методів оптимізації, розробив теорію стійкості для звичайних диференціальних рівнянь, надав розвиток безперервній оптимізації.

Л. В. Канторович вважається творцем нової науки оптимізації, що включає стандартне математичне програмування. З його ім'ям пов'язані наступні досягнення: лінійне програмування з формами записів задач, що

відрізняються від стандартного формулювання ЛП (1939), загальні умови оптимальності (1940) та техніка функціонального аналізу (1939-1948). Він один з перших визнає інформатику, як нову гілку математики. Разом зі своїм учнем Г. Ш. Рубинштейном вони вводять поняття двоїстих змінних, які називалися «об'єктно-зумовленими оцінками», продовжують формулювання задач ЛП та їх чисельне розв'язання.

Задачі оптимізації пружних ферм в тридцяті-сорокові роки двадцятого сторіччя починають викликати великий інтерес. Так в 1933 році І. М. Рабинович дає початок новій області будівельної механіки, а саме "Синтезу конструкцій". Розроблений І. М. Рабиновичем метод заданих напружень в подальшому отримує розвиток в роботах К. М. Хуберяна, Ю. А. Протасова, А. І. Виноградова та інших. В 1949 році А. М. Ржаніцин розглянув задачу пошуку ферми найменшої ваги, змінюючи її висоту. В 50-ті роки ХХ-ого сторіччя задачами ЛП займались Дж. Данцига, Г. Кун, А. Таккер, Д. Б. Юдін, Е. Г. Гольштейн та інші.

В 60-ті роки ХХ-ого сторіччя з'являються роботи по стохастичній оптимізації. В роботах Е. Г. Гольштейна значна увага приділяється загальній теорії двоїстості для задач опуклої оптимізації. Набуває розвитку симплекс метод (І.В. Романовський, А.А. Станевічус) для розв'язання задач ЛП з використанням обчислювальних машин. Для розв'язання спеціального класу задач, таких як транспортна задача, метод декомпозиції, ітеративні методи ЛП, з'являються чисельні методи.

В 1965 році А. І. Лур'є в своїх роботах вперше використовує для розв'язання задач оптимального проектування принцип максимуму. Крім пошуку розподілу жорсткості консольної балки за умови мінімуму прогину кінця, А.І. Лур'є також звертається до задачі Лагранжа. Наступним, хто використовує принцип максимуму Л.С. Понтрягіна в ОПК стає Л.С. Діксон. Ефективність цього підходу доводиться роботами М. І. Рейтмана [151, 152] (до речі в роботі [151] він розглядає задачу ОПК в умовах дії випадкового навантаження), Ю. Р. Лепіка [116, 117], Ф. І. Ніордсона, П. Петерсена та В.Б.

Гриньова, А. П. Філіпова [88, 89] та інших. Більш детальний сучасний аналіз робіт по оптимальному проектуванню на основі принципу Понтрягіна та його практичне застосування можна знайти в роботах А. П. Дзюби [94, 95, 96] та в його докторській дисертації.

В 70-80-ті роки Д. Б. Юдіним вводиться поняття складності оптимізаційної задачі. Тобто, якщо метод має складність, співпадаючу з нижньою границею, то він оптимальний для розв'язання даного класу задач. Слід виділити такі його книги, як [178] по теорії, методам та застосуванню лінійного програмування, [176] в якій розглянуті задачі і методи стохастичного програмування, та особливо [177] про математичні методи керування в умовах неповної інформації. Зазначимо також роботу Л. Г. Хачіяна, який розробив ітеративний метод розв'язання задачі ЛП з доказаною поліноміальною збіжністю. В ці ж роки широке застосування обчислювальної техніки дозволяє використовувати методи математичного програмування в задачах параметричної та структурної оптимізації. В оптимізації ферм, слід відзначити роботи А. А. Чіраса, (Литва) та В. В. Трофимовича (Україна), та з урахуванням динамічного навантаження, роботи П. С. Баубліса, А. А. Крутиниса, Л. И. Коршуна, І. С. Сироквашко. Питаннями проектування попередньо напружених металевих конструкцій займаються такі вчені, як Є. І. Беленя, С. Н. Клепиков, Б. А. Сперанський, В. В. Трофимович, Я. І. Ольков, І. С. Холопов. Загальний критерій в оптимальному проектуванні металевих конструкцій (що включає вартість матеріалу, виготовлення конструкції, транспортування, монтажу та експлуатації) відображено в роботах Я. М. Лихтарникова, А. С. Кузнецова. Теорію і алгоритми оптимізації неперервних диференційованих функцій при наявності або без обмежень наводить книга Б. Банді [19], а єдиний підхід до нелінійного програмування книга У. Зангвилла [101]. Питання прикладного застосування теорії оптимального управління наводяться в книзі А. Брайсона [65].

Впровадження теорії нелінійної оптимізації та приріст швидкості сучасних ЕОМ значно розширило коло конструкцій і фізичних моделей,

доступних оптимізації. Звичайно це призвело до переоцінки ряду методів, розроблених раніше і заснованих на використанні класичного аналізу. Значний результатів в розвитку теорії оптимізації щодо форм пружних тіл (таких як стержні, пластини та інші) досягли такі вчені, як М. В. Баничук, В. О. Бараненко, В. Б. Гриньов, Ф. Ніордсон, В. Прагер, О. П. Сейранян, Н. Ольхофф та інші.

Деякі питання історії розвитку, постановки і розв'язання задач теорії ОПК відображені в монографіях та наукових працях відомих вчених, науковий вплив яких треба відзначити: Е. Атрек, Р. Н. Gallagher, К. М. Ragsdell, О. С. Zienkiewicz [181]; Г. Н. Вандерплаац [258], М. В. Баничук [20, 21, 22, 23]; Є. І. Беленя, О. І. Виноградов; Е. М. Герасимов, Ю. М. Почтман, В. В. Скалозуб [83]; В. Б. Гриньов, А. П. Філіпов [88, 89]; В. І. Гуляєв, В. А. Баженов, В. Л. Кашкін [90]; А. П. Дзюба [94]; Я. М. Лихтарников; В. П. Малков [119, 120]; А. І. Маневич [123]; К. І. Мажид [118, 239]; Н. Ольхофф [133]; І. Полак [248]; Ю. М. Почтман і В. О. Бараненко [145]; В. Прагер [148, 249, 250]; М. І. Рейтман та Г. С. Шапіро [152]; Н. Д. Сергеев та А. І. Богатирьов; В. А. Троицький та В. Л. Петухов; В. В. Трофимович та В. А. Пермяков; А. А. Чирас [171, 172]; Е. J. Naug [221] та J. S. Arora [222]; В. Н. Шимановський, В. Н. Гордєєв, М. Л. Гринберг.

Огляд досліджень по оптимальному проектуванню конструкцій дає робота Ф. Ніорсона та П. Педерсена [132]. Детальний бібліографічний покажчик в області оптимального проектування конструкцій наведено в роботах: Ю. Д. Зозуляка [134]; Я. С. Підстригача [135, 136]; Y. Ding [209]. Питання трудомісткості методів математичного програмування надає робота В. С. Немировського, Д. В. Юдіна [131].

Стан знань в області оптимального проектування конструкцій наводить робота авторів Z. Wasiutinski, A. Brand [268]. Огляд випадкових методів оптимізації параметрів викладено в роботі R. C. White [269], а в роботі Yeh-Liang Hsu [273] огляд оптимізації форми конструкцій. Досягнення в оптимальному проектуванні оболонок зібрані в роботах авторів

M. Zeckowski [275] та J. Kruzelecki, M. Zeckowski [226].

Щодо питання розвитку та вдосконалення розв'язків задач теорії оптимального проектування, інтерес викликають роботи В. А. Баженова [16]; В. О. Бараненко [24] та в співавторстві з Ю. М. Почтманом [48]; Е. І. Григолока, Я. С. Підстригача, Я. І. Бурака [87]; П. М. Варвака, Н. М. Медведєва, А. В. Перельмутера [69]; В. Л. Нарсусберга, Г. А. Тетерса [130]; Я. А. Гараль [81, 82]; А. І. Маневича, С. В. Ракши [122, 241]; Х. М. Муштарі [129]; І. С. Адамовича, Р. Б. Рикардса [2, 3]; М. С. Андерсена, Ж. Л. Армана, Дж. С. Арори [6]; Л. В. Андеева, В. І. Моссаковського, В. І. Ободан [7, 8]; Ж.-Л. П. Арман [11], Д. І. Батішева [49]; І. В. Бейко, Б. Н. Бубліка, Н. Н. Зінько [51]; А. І. Віноградова [71, 72]; С. І. Богомоллова, С. А. Назаренко, Е. А. Сімсона [60]; П. І. Булакаєва, А. П. Дзюби [66, 67]; В. П. Малкова у співавторстві із В. В. Тороповим, А. А. Філатовим та іншими [119-120]; Я. Г. Савули, Н. П. Флейшмана [156]; В. В. Торопова [256]; В. Ю. Малова, Ю. М. Почтмана [121] (спроби застосування теорії нечітких множин); Є. В. Бинкевича зі співавторами [57-59] (в роботі [59] торкаються питання похибки розрахункових схем), В. А. Заруцького, Ю. М. Почтмана, В. В. Скалозуба [102]; Ю. М. Почтмана [142 - 144]. Також слід виділити роботи авторів: А. D. Belegundu, J. S. Arora [197]; А. Ben-Tal, А. Nemirovski та інші [200, 201]; L. Berke, V. B. Verkaaya [202]; S. P. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, J. Eckstein [205]; Diederik P. Kingma, Jimmy Ba. Adam [208]; K. Yonekura, Y. Kanno [274]

Сучасні напрямки, пов'язані з використанням методів «м'яких» обчислень, наприклад таких, як генетичні алгоритми та нейронні мережі, в задачах оптимізації в останні роки набуває популярності. Нові підходи в роботі В. В. Данішевського [92] розглядаються у формі методу рою частинок для розв'язання задач нелінійної оптимізації. Генетичні алгоритми використані в роботі Д. Г. Зеленцова [276] для задач оптимізації кородуючих систем. Алгоритми оптимізації, під натхненням від спостереження або запозичені у природних явищах, відображено в роботі Х. S. Yang [272]. Особливу

актуальність набуває прикладне застосування нейронних мереж у зв'язку з відкриттям вільного доступу до глобальних сервісів їх навчання.

1.2 Етапи розвитку формалізації невизначеності

1.2.1 Невизначеність в задачах будівельної механіки

Поняття невизначеності інтуїтивно зрозуміло кожній людині, проте її формалізація викликає певні труднощі і, як зазначалось раніше, розвиток цього питання досить часто розвивався паралельно з методами оптимізації.

Першою невдалою спробою формалізації невизначеності в задачах з ймовірністю вважається праця «*Ludus secularis*» єпископа Виболда в 960 р. Він допустив помилку у розрахунках, яка була виправлена Джероламо Кардано (1501-1576) в праці «*Liber de ludo aleae*». Офіційно свій початок теорія ймовірностей бере в XVII-ому сторіччі і її пов'язують з азартними іграми та розвитком страхового бізнесу. Антуан Гомбо зацікавив Блеза Паскаля питаннями закономірностей гри у кості. Це дало поштовх тому, що Блез Паскаль та П'єр Ферма в 1654 р. спрямовують свої наукові інтереси на проблеми імовірнісних подій, та у своїх переписках формують фундаментальні принципи теорії ймовірностей. Базуючись на цих досягненнях, в 1657 році Крістіан Гюйгенс опублікував першу книгу про ймовірність «*De Ratiociniis in Ludo Aleae*». Далі у XVIII-ому сторіччі розвиток цього напряму підхоплюють Якоб Бернуллі, який сформулював закон великих чисел, та Абрахам де Муавр. В 1812 році публікується книга П'єра де Лапласа «*Théorie Analytique des Probabilités*». Досягненням Лапласа стало те, що він застосував нові ідеї та математичні техніки до багатьох наукових та практичних проблем. Проте, Муавр та Лаплас при формулюванні центральної граничної теореми теорії ймовірностей не супроводжували висновки суворим доказом.

Теорія помилок, математичний апарат страхової справи та статистична механіка є прикладами деяких важливих застосувань теорії ймовірностей, розроблених у XIX столітті. Широкий спектр застосування теорії ймовірностей стимулював її розвиток і в свою чергу розвиток теорії стимулював нові сфери

застосування. Так, вона поширилась на математичну статистику, як на прикладну гілку прикладної теорії ймовірностей, на генетику, психологію, економіку та інженерію. У Західній Європі в 2-ій половині XIX ст. зазнали значного розвитку роботи по математичній статистиці (в Бельгії - А. Кетле, в Англії - Ф. Гальтон) і статистичній фізиці (в Австрії - Л. Больцман).

На початку XX століття було виявлено, що навіть в схемі послідовності однаково розподілених і незалежних випадкових величин можуть цілком природним чином виникати граничні розподіли, відмінні від нормального.

Як було зазначено раніше, багато вчених створюють основу для істотного розширення проблематики теорії ймовірностей. Дуже велика інтенсифікація робіт з теорії ймовірностей за кордоном (у Франції - Е. Борель, П. Леві, М. Фреше, в Німеччині - Р. Мізес, в США - Н. Вінер, В. Феллер, Дж. Дуб, в Швеції - Г. Крамер). Новий період розвитку теорії ймовірностей відкривається діяльністю С. Бернштейна [54], який значно узагальнив класичні граничні теореми Чебишева, Ляпунова і Маркова, і застосував теорію ймовірностей до природознавства і математичної статистики. Однією з труднощів у розробці математичної теорії ймовірності було вичерпне визначення поняття ймовірності, яке стало б досить точним для його застосування до широкого кола явищ. В перші десятиліття 20-ого століття було багато спроб створити систему аксіом теорії ймовірностей. Серед них спроби С. Бернштейна, Ріхарда фон Мізеса, Бруно де Фінетті. Але лише А. Н. Колмогорову вдалось розв'язати цю проблему шляхом обробки теорії ймовірностей на аксіоматичній основі [110]. Навіть зараз, найбільш поширеною сучасною схемою основ теорії ймовірностей залишається схема розроблена ще в 1933 році А.Н. Колмогоровим. З тих пір ідеї дещо вдосконалювались, і тепер теорія ймовірностей є частиною більш загальної дисципліни, відомої як теорія міри.

Слід також зазначити наступні наукові роботи авторів, що мали значення для поширення та впровадження ймовірнісної міри в теорію і практику [70, 85, 167].

В теорії проектування конструкцій є така тенденція, що оптимальні задачі

формулюються, в основному, у вигляді детермінованих (чітких) моделей математичного програмування. Вплив невизначеності, при розгляді задач будівництва та механіки, прийнято реалізовувати здебільшого у вигляді імовірнісних підходів і їх розвиток значно наблизив адекватність сучасних математичних моделей реальним об'єктам дослідження і досягнення достовірного знання. Так слід виділити роботи В. В. Болотіна [203], в якій розглянуті статистичні методи в будівельній механіці, та Г. Августі, А. Баратті та Ф. Кошиаті [182], в якій розглядаються імовірнісні методи в прикладних задачах будівництва.

Звичайно, що теорія ймовірностей значно розширила можливості щодо врахування невизначеності в задачах проектування, в тому числі і оптимального, і багато вчених звертають увагу на врахування невизначеності в своїх дослідженнях. Так, аналізом чутливості систем займається А. Дончев [97]. Е. Хог, крім оптимального проектування [168], займається аналізом чутливості при проектуванні конструкцій [169]. Монографія [164] присвячена моделям статичних багатокрокових та марківських процесів прийняття рішень в умовах дефіциту інформації. Аналізом чутливості для кінцево-елементних моделей конструкцій [159] займається Е. А. Сімсон. В роботах Н. М. Моїсеєва також крім чисельних методів теорії оптимального управління і питань синтезу систем управління об'єктами, ставляться проблеми синтезу в умовах невизначеності. В. О. Бараненко використовував теорію ймовірностей для задач оптимізації використовуючи метод динамічного програмування [190].

Аналізуючи сучасний стан моделювання і проектування в умовах невизначеності, можна зазначити, що якщо невизначеність і враховується, то здебільшого вважається, що вона має випадкову природу. Проте, на сучасному етапі розвитку теорій і методів невизначеного моделювання виникає розуміння, що не завжди використання стохастичних методів можливо та навіть адекватно. В сучасній механіці цій проблемі вже починають приділяти увагу. Так, в книзі А. В. Перельмутера та В. І. Слівкера [139] зазначається, що параметри розрахункової моделі, якими оперує дослідник завжди є величинами неточними

і можуть бути випадковими. Проте, інколи, значення детермінованих параметрів невідомо, або знання про них розпливчасті в силу обмежених знань, тобто їх природа вже не стохастичного характеру.

1.2.2 Нові підходи до формалізації невизначеності

Аналіз літератури та останніх досліджень дав змогу зробити висновок, що в проблемах врахування невизначеності взагалі та зокрема в задачах будівництва та будівельної механіки домінує імовірнісний підхід. Проте велика кількість робіт в математиці, управлінні технічними системами, економіці замість теорії ймовірності або в симбіозі з нею демонструє успішне використання теорії нечітких та неточних множин, генетичних алгоритмів, нейронних мереж. Розвиток таких нових підходів започатковано Латфі Заде в 1965 році. Він вважається автором терміну "нечітка логіка" і одним з тих, хто започаткував теорію нечітких множин [99, 270, 271]. Проте термін "нечіткі множини" з'явився ще в 1951 році. Його ввів Карл Менгер, а початкові поняття про функцію належності з'явилися ще в 1937 році в працях щодо розмитості, автором яких був Блек. Заде самостійно значно розвинув "теорію нечітких множин" і дав натхнення до її застосування і поширення послідовниками. В 60-ті роки ХХ-ого сторіччя стартує інтенсивний розвиток комп'ютерних та цифрових технологій. Застосування бінарної логіки дозволяє розв'язати багато технічних та наукових проблем, але вже тоді виникають задачі, для розв'язання яких потрібна концептуально-революційна нечітка логіка. Першими інтерес до неї проявляють представники промисловості, а лише потім науковці, бо виявилось достатньо багато практичних задач, розв'язати які традиційними математичними методами та моделями не вдавалось. Незважаючи на те, що виникла теорія нечітких множин в США, перше її промислове застосування було в Європі. Так застосування нечіткої логіки дозволило побудувати складну нелінійну систему управління котельними установками електростанцій (Assilian 1974), в той час як традиційні методи терпіли невдачу. В 1977 році Мамдані використовує нечітку логіку [240], як основу для систем

автоматизованого керування карусельної печі.

До подальшого розвитку нової теорії мали відношення значна кількість вчених. Так значний внесок зробив Кауфман. Його книга [224] є повноцінним виданням, розрахованим на науковців та інженерів, у якому викладена теорія нечітких множин. В тих же роках інтерес до проблем невизначеності проявляють Дюбуа та Прад. В книзі [210] описані основні операції над нечіткими множинами. Наступна книга [211] цих авторів присвячена теорії можливостей. У 1975 році виходить математично орієнтована книга авторів Негойта та Ралеску [251]. З 1977 року виходить ряд публікацій Гупта [217, 218, 219, 220]. В 1973 стають відомими роботи Гусева та Смирнової [91]. Видаються книги С. А. Орловським [137]; Д. А. Поспеловим; А. М. Аверкіним [1] де розглядається застосування ТНМ до теорії матриць і відношень, логіки, теорії алгоритмів, методів прийняття рішень; А. М. Мелиховим [125]; ряд книг щодо обробки нечіткої інформації А. М. Борисова [62, 63, 64]; книга В. Б. Кузьміна [112] розглядає розв'язання задач з використанням групової експертної оцінки, пропонує використання геометричних підходів; А. Н. Меліхов видає книгу щодо розпливчатих множин [126]; збірник перекладів І. Ф. Шахнової [173]; книги відомих німецьких науковців Г. Алефельда, Ю. Херцбергера щодо інтервальних обчислень [4]; під редакцією Р. Р. Ягера виходить книга [179], що містить статті провідних вчених з багатьох країн та висвітлює сучасний стан нової наукової дисципліни. Ю. П. Зайченко в своїй книзі піднімає питання нечіткої оптимізації [100]. Наукова стаття авторів Ю. М. Почтмана та В. Ю. Малова [146] піднімає питання про застосування нечітких множин в задачах оптимального проектування конструкцій. Серед польських вчених (дослідження в Польщі починаються з 1970 року) світову популярність отримали такі вчені як: Е. Czogala, J. Kasprzyk, W. Pedrycz, а пізніше Rutkowska [252]. Проявляють інтерес та займаються розвитком теорії такі науковці, як Ponsard та Ragade (1973), Kandel та Byatt (1978), Chang (1972), Sinaceur (1978), Gale (1975), Watanabe (1969), Aizerman (1977), De Kerf (1975), Kandel та Davis (1976), Gaines та Kohout (1977). Таким чином в цей період формуються основні

теоретичні постулати теорії нечітких множин, що стало базою для практичних розробок в різних областях.

Наступний етап, що триває по теперішній час, характеризується масовим використанням продукції, в роботі якої лежить нечітка логіка. Лідируючою по всебічному впровадженню нечіткої логіки з 90-их років стає Японія. Компанія Hitachi застосовує її для систем управління потягами метрополітену у місті Сендай. Нові підходи мали значні переваги щодо традиційних систем управління. Застосування нечіткої підсистеми стабілізації в відеокамерах, що компенсувала коливання зображення при зйомці без стаціонарного закріплення, дозволило розрізняти хаотичні коливання зображення від цілеспрямованих переміщень (рух об'єкта зйомки). Через рік після цього вже понад 50 великих японських компаній розробляють свій власний програмний продукт на основі нечіткої логіки. По даним Market Intelligence Research внесок Японії в світове виробництво продукції склав 80% в абсолютних величинах, а це обчислюється мільярдами доларів. Починаючи з 1989 року, виникають такі наукові співтовариства: Laboratory for International Fuzzy Engineering Research - LIFE; Japan Society of Fuzzy Theory and Systems - SOFT, Biomedical Fuzzy Systems Association - BMFSA; Fuzzy Logic Systems Institute Iisuka - FLSI; Center of Promotion of Fuzzy Logic.

Серед перелічених співтовариств слід відзначити LIFE. Це лабораторія була створена за участю таких японських компаній, як Honda, Kawasaki Steel, Tokyo Electric та інших; та таких світових компаній, як Bosh, Zeiss, Siemens, Audi, Volkswagen за підтримки Міністерства міжнародної торгівлі і промисловості Японії. Результатом досліджень стає величезна кількість патентів та реальних розробок. Так, компанія Nissan будує свої антиблокувальні системи і автоматичні коробки перемикачів передач, використовуючи нечітку логіку. Компанія INVEC розробила систему інтегрованого управління динамічними характеристиками автомобіля. Значних результатів вдалось досягнути в комп'ютерній області, так, базуючись на нечіткій логіці, вдалось пришвидшити доступ до даних жорстких дисків та

відповідно збільшити їх ресурс експлуатації. В Німеччині в м. Аахен організується штаб-квартира організації European Laboratory for Intelligent Techniques Engineering Foundation. Основна сфера діяльності цієї організації - це розробка і впровадження методів штучного інтелекту, нечіткої логіки та нейронних мереж. Під їх патронатом проводиться щорічний конгрес European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing.

В 1993 році відомий американський вчений В. Kosko довів теорему "Fuzzy Approximation Theorem", яка підтверджує повноту нечіткої логіки.

Слід зазначити, що в 2000 році кількість публікацій за розглянутою вище тематикою перевищила 27 тисяч. Серед більш сучасних робіт щодо невизначеності слід відзначити вчених, що формують напрями подальших досліджень з застосуванням теорії нечітких множин. Український вчений С. Д. Штовба в своїй роботі [175] викладає матеріал з проектування нечітких систем: теорію нечіткої ідентифікації, методи нечіткої кластеризації та їх застосування для екстракції нечітких правил, а також метод прийняття рішень в нечітких умовах на основі злиття цілей і обмежень. В своїх роботах показує можливість проектування нечітких систем засобами сучасного математичного розрахункового пакету MathLaB. Слід відмітити, що один з найбільш розвинених математичних комплексів висого рівня вже впровадив інструмент Fuzzy Logic Toolbox для аналізу, проектування та моделювання систем нечіткої логіки. Тобто, дозволив моделювання технічних систем в нечітких умовах. Книга А. В. Леоненкова [115] також показує можливість використання цього програмного комплексу для розв'язання актуальних задач нечіткого моделювання. Особливо слід виділити комплекс робіт Kwang H. Lee. Його книга [230] входить до серії книг "Studies in Fuzziness and Soft Computing" (1995-2020) видавництва Springer, що включає більш ніж 360 томів. Також значний вклад в розповсюдження та розвиток теорії нечітких множин внесли роботи Liu Baoding [231-236], в яких викладено, як теорію, так і моделі практичної реалізації задач в різних умовах невизначеності.

Останнім часом з'являються роботи, в яких приділяється увага нечіткій

логіці та іншим новим теоріям невизначеного моделювання в сфері задач будівництва та будівельної механіки. Так, проблеми прийняття рішень при нечіткій і недостовірній інформації в оптимізаційних задачах піднімаються в книзі Ю. П. Зайченко [100], в якій викладені нові ефективні методи розв'язання задач лінійного та опуклого програмування. Досліджені складні багатокритеріальні задачі нечіткого лінійного і нелінійного програмування. Роботи В. О. Бараненко присвячені оптимізації не тільки в умовах випадкових даних, але вже з використанням нечіткої інформації [25, 26, 47, 192]. Пошук оптимальних і антиоптимальних розв'язків відображено в роботах І. Елішакова [214] за умови різномірної невизначеності. Метод розв'язання задач оптимізації, що базується на стратегії гнучкої толерантності наведено в роботі [225] Л. І. Короткої та Д. Г. Зеленцова. Заслужують на інтерес ряд книг: В. В. Борисова із співавторами [63, 64], що викладають основи нечіткої математики, нечіткі моделі та мережі; робота А. С. Федулова [166]; книга І. З. Батиршина по основам нечіткої логіки [50]; книга Л. С. Берштейна та А. В. Боженюка щодо нечітких графів і гіперграфів [53]. Питання гібридної оптимізації топології/форми в умовах невизначеності для мікросудинних композитів, що активно охолоджуються, натхненних природою, відображені в роботі Пеймана Р. [244].

Щодо питання оцінки коефіцієнта надійності треба виділити роботи [212, 213] І. Елішакова, які надають чотири можливі шляхи знаходження такого коефіцієнту, та узагальнення його інтерпретації з позиції нечітких множин. Фундаментальна проблема опору матеріалів, а саме розтягнення елемента, що піддається осьовому навантаженню, аналізується в контексті чотирьох нечітких коефіцієнтів запасу.

Висновки за розділом

Аналіз літератури обґрунтовує необхідність розвитку методів теорії нечітких множин в задачах будівельної механіки та ОПК. Сформульовано основні тези відмінності між випадковістю і нечіткістю.

Випадковість пов'язана з невизначеністю, що стосується належності чи неналежності деякого об'єкту до нерозпливчастої безлічі. Поняття ж розпливчастість (нечіткість) відноситься до класів (об'єктів), в яких можуть бути різні градації ступеня належності, проміжні між повною належністю і неналежністю об'єктів до даного класу [199].

Ступінь розсіювання тієї чи іншої величини характеризується відповідною функцією - функцією розподілу, щільністю випадкової величини в теорії ймовірностей [85, 110] і функція належності в теорії можливостей [111, 199, 224, 230, 236], верхнім і нижнім наближенням в теорії «неточних множин».

Навіть відповідно до академічного тлумачного словника української мови [165] ці поняття відрізняються за змістом. Так, шанс - це ймовірна можливість здійснення чого-небудь, а можливість - засіб, умова, необхідні для здійснення чого-небудь. Можливий – це такий, який може статися, мислимий, здійснений, допустимий.

Стан теорії ОПК та задач будівельної механіки в умовах неповної інформації дозволяє зазначити, що поки що найбільше застосування знайшла теорія ймовірностей. Без розв'язання залишається багато задач, в яких початкова інформація, обмеження або цілі, а можливо і їх комбінація, виражені нечітким, неточним чином. Необхідне порівняння впливу різних видів невизначеності в постановках задач на кінцевий результат. Відсутні постановки і розв'язання задач будівельної механіки, в яких відбувається злиття теорії ймовірностей з теоріями нечітких та неточних множин, що дозволяє більш адекватно описувати деякі критерії, обмеження, умови функціонування щодо оптимізаційних моделей, а як наслідок, отримувати очікувані результати більш наближені до реальних. Розвиток та адаптація нових підходів до формалізації неповної інформації в задачах механіки дозволить більш адекватно зіставляти реальну технічну систему до її розрахункової схеми, математичної моделі; наблизити технічну систему до її реально оптимального стану. Також це дозволить сформулювати нові напрями досліджень в сфері будівельної механіки та будівництва.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ

2.1 Критерії, обмеження, дані

Процес пошуку оптимального розв'язку завжди пов'язаний з вибором найкращого варіанту з усіх можливих і початковим етапом проблеми виступає вибір *критеріїв ефективності*. Характеристикою кожного із варіантів виступає масив даних або функцій. Критеріями ефективності виступають показники наближеності до поставленої цілі і ними можуть бути числові або, беручи до уваги сучасні підходи методів "м'яких" обчислень, лінгвістичні характеристики оптимального проекту. З розвитком штучного інтелекту (AI) та його багатогранним застосуванням, знайомство з підходами м'якого прийняття рішень стає базовою компетентністю, необхідною для успішного функціонування в першій цифровій економіці. Екстремальні значення (максимум або мінімум) числового показника відповідають найкращим варіантам.

Показники можливо класифікувати як кількісні та якісні. Оцінка оптимальності проекту за допомогою кількісних показників виконується кількісно, базуючись на аналізі математичної моделі ефективності. Якісні показники застосовуються у випадку, коли математичної моделі немає і кількісної оцінки провести неможливо, тому оцінка проводиться якісно, суб'єктивно, із залученням експертів в тій чи іншій області. Критерієм ефективності є кількісний показник, що виключає суб'єктивність прийняття рішення. В задачах будівництва та зокрема будівельної механіки найбільш поширені функції $f_i(x)$ що можуть виступати критеріями якості це: $f_1(x) = V(x)$ - обсяг матеріалу; $f_2(x) = P(x)$ - вага; $f_3(x) = f_2(x) / f_4(x)$ - відношення ваги (чи іншого показника) до $f_4(x)$ - корисного об'єму, несучої здатності та інше. Дуже важливо також враховувати вартість $f_5(x)$ та подальші

витрати на експлуатацію $f_6(x)$ конструкції або системи. У випадку використання енергетичних принципів будівельної механіки у ролі критеріїв також можуть виступати функціонал енергії деформованого тіла або узагальнені переміщення його точок.

Якщо кількість критеріїв, що розглядаються водночас, більш ніж один, то скалярні функції критеріїв ефективності $f_i(x)$ утворюють вектор критеріїв ефективності:

$$F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_l(x))^T \quad (2.1)$$

Функції $f_i(x)$ можуть бути суперечливі або несуперечливі, тому для оптимального розв'язання доцільно перейти від задачі векторної оптимізації до задачі зі спеціально сконструйованою скалярною функцією цілей:

$$C(x) = \Phi[f_1(x), f_2(x), \dots, f_l(x)] \quad (2.2)$$

Функція $C(x)$ виступає цільовою функцією і узагальненим критерієм оптимальності для задач багатокритеріальної оптимізації. Її отримано в результаті згортання векторного критерію оптимальності $F(x)$ [49].

Обмеженнями в оптимізаційних задачах будівельної механіки виступають рівності або нерівності [120] виду:

$$g_i(x) \leq 0, (i = 1, 2, \dots), \quad (2.3)$$

що є умовою функціонування системи (конструкції).

Так як в задачах будівельної механіки [17, 18] матеріал зазвичай працює в пружній стадії, то основні види обмежень можуть бути такими, як перелічено нижче.

Найбільш поширеним виступає *обмеження на міцність*, яке описується системою нерівностей напруженого стану в розмірній формі:

$$\max_{V_j} \sigma_{equ}^{(j,m)}(x) \leq [\sigma]_{j,m}; \quad j = \overline{1, J}; \quad m = \overline{1, M}, \quad (2.4)$$

де: J - число елементів системи, дисків, підсистем в заданій системі (конструкції); m - номер варіанту впливу; $\max_{V_j} \sigma_{equ}^{(j,m)}$ - максимальне

еквівалентне напруження елемента системи або підсистеми в обсязі V_j відповідно до прийнятої теорії міцності при відповідному варіанті впливу; $[\sigma]_{j,m}$ - допустиме напруження для відповідного матеріалу елемента, підсистеми та впливу.

Наступним досить поширеним є обмеження на жорсткість, тобто на деформований стан пружної системи. В загальному вигляді його можна записати, як:

$$\max_{S_j} |u^{(j,m)}(x)| \leq [u]_{j,m}; \quad j = \overline{1, J}; \quad m = \overline{1, M}, \quad (2.5)$$

де: $\max_{S_j} |u^{(j,m)}(x)|$ - узагальнене максимальне переміщення елемента, підсистеми (лінійне, кутове, відносне, абсолютне); $[u]_{j,m}$ - допустиме узагальнене переміщення

До обмежень, що забезпечують працездатність конструкції відносять умови місцевої (локальної) та загальної стійкості системи. До першої відносять втрату стійкості на локальній ділянці і записується вона у вигляді:

$$P_{j,m} \leq \min \{P_{cr}^{(j,m)}(x)\}, \quad j = \overline{1, J}, \quad m = \overline{1, M}, \quad (2.6)$$

де: $P_{j,m}$ - зовнішній вплив на елемент системи, підсистему; $\min \{P_{cr}^{(j,m)}(x)\}$ - мінімальне значення критичного навантаження елемента системи, підсистеми.

Втрату загальної форми рівноваги системи характеризує умова загальної стійкості:

$$P_m \leq \min \{P_{cr}^{(m)}(x)\}, \quad j = \overline{1, J}, \quad m = \overline{1, M}, \quad (2.7)$$

де P_m - зовнішній вплив на всю систему; $\min \{P_{cr}^{(m)}(x)\}$ - мінімальне значення критичного навантаження впливу на всю систему.

Деякі задачі з урахуванням стійкості потребують додаткових умов не перевищення $\min \{Plim^{(j,m)}(x)\}$ та (або) $\min \{Plim^{(m)}(x)\}$ значень граничного навантаження.

Динамічні навантаження на систему ініціюють проблему резонансних

явищ, тому *обмеження на власну частоту коливань* є дуже важливим в оптимізаційних задачах. Власні коливання залежать від розподілення мас системи, жорсткості, властивостей матеріалів, граничних умов та інших властивостей пружної системи. Системи з одним ступнем вільності характеризуються однією частотою власних коливань. Системи з багатьма ступнями вільності мають таку ж кількість частот власних коливань скільки ступеней вільності має система. Багато складних систем мають нескінченну кількість ступеней вільності і відповідно нескінченну кількість частот власних коливань. Кожній частоті відповідає своя форма власних коливань, а результуюче складне коливання пружної системи є результатом складання складових коливань. Запишемо обмеження в такому вигляді:

$$\min \{ \omega_i^{(m)}(x) \} \geq [\omega]^{(m)}; (i = 1, 2, \dots), \quad (2.8)$$

де: $\min \{ \omega_i^{(m)}(x) \}$ - найнижча частота власних коливань пружної системи; $[\omega]^{(m)}$ - допустиме найменше значення частоти власних m -их коливань, що дорівнює розрахунковому значенню частоти m -их вимушених коливань.

Амплітуда коливань є досить важливим показником. Її інтенсивність впливу на людину залежить від частоти коливань. Зі збільшенням частоти, менше значення амплітуди стає чутливим для людини, тому необхідно накладати на проєктовану систему обмеження, пов'язані з амплітудою коливань:

$$z_0^{(m)}(x, \omega_i) \leq [a_0(\omega_i)]^{(m)}; (i = 1, 2, \dots), \quad (2.9)$$

де: $z_0^{(m)}(x, \omega_i)$ - максимальна амплітуда m -их вимушених коливань при частоті ω_i ; $[a_0(\omega_i)]^{(m)}$ - допустима амплітуда коливань.

В задачах будівельної механіки існує *обмеження на параметри системи*, які можуть бути виражені в розмірній або безрозмірній формі. Так, наприклад, для ферменої системи геометричний параметр - висота не повинна перевищувати задане значення, або для тонких оболонок відношення R/h повинно бути у заданих межах. У випадку задавання обмеження на параметри

при пошуку оптимального розв'язку у формі відношення керованих x_i і некерованих c_i параметрів, нерівність можна записати таким чином:

$$x_i / c_j \leq d_{i,j}; i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}, \quad (2.10)$$

Дані в загальному вигляді можна розділити на кількісні і якісні. Кількісні дані - це такі, в яких цифри мають математичне значення і вони оцінюють кількість якоїсь характеристики. Якісні дані - це такі дані, які відображають властивість або якість об'єктів. У випадку якісних даних, цифри означають не самі себе, як у випадку з кількісними даними. Вони означають якості або властивості об'єктів, служать маркерами якихось категорій, які нас цікавлять.

Якісні змінні у нас поділяються на номінальні і порядкові, а кількісні змінні на дискретні та безперервні. Номінальні дані по своїй суті несуть інформацію про належність об'єкта до якогось класу та розташовані в інформаційному просторі, без якогось організуючого принципу. Порядкові змінні, на відміну від номінальних, мають взаємовідносини порядку не тільки розділяючи об'єкти на класи, але і упорядковуючи їх.

Кількісні дані характеризуються тим, що в них цифри означають самі себе. Дискретна змінна - це така, яка може набувати значень тільки з деякого списку певних чисел і її шкала не займає весь інформаційний простір. Безперервною можна вважати будь-яку змінну, яка не є дискретною. Вона приймає значення з певного проміжку, її шкала займає весь простір. Може приймати будь-які значення, від $-\infty$ до $+\infty$.

2.2 Математичні моделі в оптимізації конструкцій

2.2.1 Модель "Розподілу ресурсу"

Модель розподілу ресурсу є однією з найбільш затребуваних в багатьох сферах будівництва і відповідно до того, що вважається ресурсом ставляться задачі організації, технології будівництва чи проектування конструкцій, споруд або елементів. Відмітимо, що детерміністичні підходи не завжди в повній мірі,

а іноді навіть повністю не відображають еквівалентність моделі дійсній ситуації. Тобто, підвищення адекватності моделі може бути реалізовано за рахунок використання не тільки визначених (детермінованих) даних, але і невизначених (випадкових, нечітких, неточних або їх симбіозу).

Велика кількість методів використовується для реалізації моделі оптимального розподілу ресурсу. Це метод максимального елементу, метод двох функцій, метод вагових коефіцієнтів, метод послідовних прирощень, метод нормованих функцій та інші.

Для задач наведених в даній дисертаційній роботі при використанні моделі розподілу ресурсу застосовано метод динамічного програмування та метод Монте-Карло, які наведено нижче.

2.2.2 Моделі нелінійного програмування

До задач нелінійного програмування відносять задачі математичного програмування, в яких присутня нелінійна або лінійна цільова функція та нелінійні або лінійні обмеження у вигляді рівностей чи нерівностей. Відповідно до виду цільової функції $F(x)$, функцій обмежень та розмірності вектору розв'язків в загальному вигляді можна класифікувати задачі нелінійного програмування наступним чином. Безумовна однопараметрична оптимізаційна задача характеризується нелінійною функцією $F(x)$, відсутністю обмежень та однією змінною. Безумовна багатопараметрична оптимізаційна задача з нелінійною цільовою функцією та відсутністю обмежень має більш ніж одну змінну. Умовна нелінійна оптимізаційна задача при нелінійній або лінійній цільовій функції та нелінійній або лінійній функції обмежень має більш ніж одну змінну. Треба відзначити, що якогось загального методу розв'язання задач нелінійного програмування немає і в кожному окремому випадку він обирається відповідно до вигляду функції $F(x)$ та функції обмежень, якщо така існує. До найбільш розповсюджених методів можна віднести методи множників Лагранжа, квадратичне і опукле програмування, градієнтні методи, наближені методи розв'язання, графічний метод.

2.2.3 Багатокрокові процеси прийняття рішень

Об'єктами дослідження будівельної механіки за характером елементів споруди поділяються на стрижневі, вантові, пластинчаті, оболонки та комбіновані. Ці споруди, як система, можуть бути простими або складними, відповідно до того чи вона має однорівневу структуру, що характеризується вектором параметрів, або багаторівневу з відповідним графом векторів параметрів. Кожний етап прийняття рішення повинен мати тенденцію не локального, а глобального оптимального розв'язання.

Представимо у вигляді n кроків процес прийняття рішень. Нехай кожний k крок відповідає тому, що система приймає на себе вплив v_k та приймається якесь рішення u_k . Параметри v_k можуть мати характер навантаження, геометричних або механічних характеристик, умов закріплення та інше. В результаті прийняття рішення стан системи, позначений через x_k , на кроці $k+1$ перейде до стану x_{k+1} , який описується таким чином

$$x_{k+1} = T_k(x_k, u_k, v_k), \quad (2.11)$$

тобто на k -ому кроці отримана трійка величин x_k , u_k , v_k , які запишуться як:

$$x_k = \{x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^m\} \in X_k \subseteq R^m; k = 0, 1, \dots, n;$$

$$u_k = \{u_k^1, u_k^2, \dots, u_k^s\} \in U_k \subseteq R^s; k = 0, 1, \dots, n-1;$$

$$v_k = \{v_k^1, v_k^2, \dots, v_k^l\} \in V_k \subseteq R^l; k = 0, 1, \dots, n-1,$$

де X_k, U_k, V_k - відповідно простори стану, управління та параметрів, а R^m, R^s, R^l - евклідові простори відповідної розмірності. Векторні функції T_k визначені на множенні $X_k \times U_k \times V_k$ зі значенням X_{k+1} , тобто

$$X_k \times U_k \times V_k \longrightarrow X_{k+1} \subseteq R^m. \quad (2.12)$$

Якщо вважати $k = n, n-1, \dots, 1$, то послідовність перетворень (2.11) запишемо як

$$x_n = T_{n-1}(x_{n-1}, u_{n-1}, v_{n-1});$$

$$\begin{aligned}
x_{n-1} &= T_{n-1}(x_{n-2}, u_{n-2}, v_{n-2}); \\
&\dots\dots\dots \\
x_1 &= T_0(x_0, u_0, v_0)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Отримати кінцевий стан x_n через початкове x_0 можна, якщо підставити рівності (2.13) один до одного,

$$x_n = T_{n-1}(\dots(T_1(T_0(x_0, u_0, v_0), u_1, v_1), \dots), u_{n-1}, v_{n-1}). \tag{2.14}$$

Критерій якості може бути записаний як

$$\Phi = \sum_{k=0}^{n-1} g_k(x_k, u_k). \tag{2.15}$$

У випадку дискретних просторів станів і параметрів проектування (2.14) можна записати як "дерево розв'язків" і у випадку повної інформації про параметри впливу v_k в цьому дереві можливо виявити усі можливі шляхи та аналізуючи критерій якості вибрати найкращий варіант переходів.

Якщо для стану x_k таким чином підібрані u_k , що забезпечують максимум, або мінімум Φ , то множину $\{u_k^{opt}\}; k = 1, 2, \dots, n$ називають "оптимальною стратегією".

Задачу оптимального проектування, відповідно до вищенаведеного, можна записати наступним чином

$$\{u_k^{opt}\} = \arg \left\{ \min_{u_k \in U_k} \sum_{k=0}^{n-1} g_k(x_k, u_k); x_{k+1} = T_k(x_k, u_k, v_k) \right\}; k = 0, 1, \dots, n-1. \tag{2.16}$$

2.3 Методи реалізації моделей, які використовуються в роботі

2.3.1 Метод Монте-Карло та випадкового пошуку

Для розв'язання багатовимірних екстремальних задач з істотно нелінійними функціями в обмеженнях досить ефективно використовується відомий чисельний метод статистичних випробувань, або метод Монте-Карло [68, 150, 160]. Для отримання наближеного розв'язку використовують вибірку, яка формується шляхом чисельного моделювання статистичного експерименту.

До недоліків методу відносять потребу виконання обчислень великого обсягу вибірки та повільну збіжність шуканого результату. Останній недолік нівелюється швидким зростанням швидкостей сучасних процесорів. До позитивних сторін методу можна віднести достатню простоту та можливість дослідити всю задану область можливих значень параметрів.

Якщо вимоги до точності не зовсім жорсткі (м'які обчислення), то цей метод виявляється конкурентноспроможним методом. На користь цього методу є і така обставина, що збіжність та обсяг обчислень мало залежать від вимірності задачі, яка розв'язується, в той час як трудомісткість застосування інших обчислювальних методів дуже швидко збільшується із збільшенням вимірності («прокляття» вимірності). Крім того, ця процедура є чисельним методом нульового порядку, який не потребує введення похідних функцій, що входять, наприклад, в оптимізаційну задачу.

Другий важливий напрямок застосування методу Монте-Карло - так зване імітаційне моделювання - є дослідження обчислювальних процесів, явищ і систем випадкової, нечіткої та неточної природи. Виконання чисельних експериментів за допомогою імітаційних моделей значно дешевше, ніж проведення натурних випробувань.

2.3.2 Метод динамічного програмування

Основою методу динамічного програмування є принцип оптимальності, автор якого Р. Беллман [55, 56, 198]. Базуючись на цьому принципі та включаючи конкретну задачу оптимізації до сімейства аналогічних багатокрокових задач, отримуємо рекурентні співвідношення (функціональні рівняння), послідовне розв'язання яких дозволяє отримати оптимальне управління вихідної задачі оптимізації.

Сучасний стан розвитку теорій оптимального проектування конструкцій вимагає для задач, що розв'язуються за допомогою методу "динамічного програмування" виконання наступних базових принципів:

- 1) "Декомпозиція", сутність якої полягає в тому, що початкова задача

розбивається на ряд послідовних простих задач. Відповідний аналіз використовується для розгляду багатокрокових процесів прийняття рішень. Так, наприклад, декомпозиція цілі дозволяє реалізувати функціональний поділ об'єкта дослідження як системи на підсистеми або блоки, що в свою чергу може призвести до порушення зв'язків між підсистемами, блоками. Тому до вибору схеми декомпозиції для відповідних задач потрібно відноситись дуже ретельно. Для задач будівельної механіки стрижневих систем показав свою ефективність та надійність такий підхід декомпозиції в ОПК, як представлення у вигляді багатокрокового процесу.

2) "Занурення" початкової задачі до споріднених задач.

3) "Адаптивність" передбачає пристосування до зміни умов розв'язання задач. Так, реалізація цього принципу відбувається при зміні детермінованих умов розв'язання задачі на невизначені, нечіткі, неточні.

4) "Оптимальність" полягає у властивості, що незважаючи на початковий стан і розв'язання на попередніх етапах після аналізу і прийняття рішення, наступні етапи повинні мати оптимальну стратегію, як наслідок.

5) "Ефективності" - зменшення затрат часу на пошук розв'язку та збільшення степеню довіри до отриманих результатів.

Наведемо алгоритм ДП до розв'язку одного класу задач нелінійного програмування, розроблений В. О. Бараненко і застосований в [48]

Нехай розглядаються адитивні функції F і G , які задані як

$$F = \sum_{i=1}^n \varphi_i(u_i) \text{ і } G = \sum_{i=1}^n g_i(u_i)$$

Причому φ_i , g_i - є нелінійними опуклими функціями, $u_i = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ - вектор шуканих величин.

Сформулюємо таку оптимізаційну задачу

$$(u^{opt}, F^{opt}) = \arg \left\{ \min_{u_i \geq u_i^-} \sum_{i=1}^n \varphi_i(u_i) \left| \sum_{i=1}^n g_i(u_i) \leq g_o \right. \right\} \quad (2.17)$$

де u_i^- , $i = 1, 2, \dots, n$, g_o - задані величини.

Задача (2.17) "вписується" в оптимізаційну модель "розподілу ресурсу"

d_0 , до реалізації якої застосовуємо метод динамічного програмування. Введемо до розгляду таку функцію:

$$f_i(d_i) = \min_{u_i, u_{i+1}, \dots, u_n} \sum_{j=i}^n \varphi_j(u_j)$$

при припущенні, що процес пошуку оптимальних $\{u_j^{opt}\}; j = i, i+1, \dots, n$

починається в "момент" $j = i$ і закінчується в "момент" $j = n$, застосовується "принцип оптимальності" Р. Беллмана.

Величина ресурсу d_i визначається як

$$d_i = \sum_{j=i}^n g_j(u_j); d_1 = g_0; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.18)$$

За принципом ДП маємо таке рівняння методу

$$f_i(d_i) = \min_{u_i \geq u_i^-} [\varphi_i(u_i) + f_{i+1}(d_{i+1})]; \quad (2.19)$$

$$d_{i+1} = d_i - g_i(u_i); i = n, n-1, \dots, 2, 1; \quad (2.20)$$

На кроці $i = n$ маємо

$$d_n = g_n(u_n) \text{ і } f_{n+1}(d_{n+1}) \equiv 0, \quad (2.21)$$

а рівняння (2.19) запишеться як

$$f_n(d_n) = \min_{u_n \geq u_n^-} [\varphi_n(u_n)]. \quad (2.22)$$

із означення (2.21) маємо

$$u_n = g_n^{-1}(d_n),$$

де g_n^{-1} - обернена функція. Нехай вона запишеться як

$$u_n = \psi(d_n) \quad (2.23)$$

Якщо підставити (2.23) в (2.22), отримаємо

$$f_n(d_n) = \varphi_n(\psi(d_n)); u_n \geq u_n^-. \quad (2.24)$$

Нехай $i = n-1$. На цьому кроці маємо таке рівняння

$$f_{n-1}(d_{n-1}) = \min_{u_{n-1} \geq u_{n-1}^-} [\varphi_{n-1}(u_{n-1}) + f_n(d_{n-1} - g_{n-1}(u_{n-1}))] \quad (2.25)$$

Якщо підставити означення (2.24) в (2.25), отримаємо

$$f_{n-1}(d_{n-1}) = \min_{u_{n-1}} [\varphi_{n-1}(u_{n-1}) + \varphi_n(d_{n-1} - g_{n-1}(u_{n-1}))]. \quad (2.26)$$

Позначимо через $H_{n-1}(u_{n-1})$ вираз, що записаний в квадратних дужках (2.26), тобто

$$H_{n-1}(u_{n-1}) = \varphi_{n-1}(u_{n-1}) + \varphi_n(d_{n-1} - g_{n-1}(u_{n-1})). \quad (2.27)$$

Розглянемо крок $i = n - 2$. На цьому кроці рівняння методу ДП буде таким

$$f_{n-2}(d_{n-2}) = \min_{u_{n-2}} [\varphi_{n-2}(u_{n-2}) + f_{n-1}(d_{n-1})], \quad (2.28)$$

де $d_{n-1} = d_{n-2} - g_{n-2}(u_{n-2})$

При оптимальному значенні u_{n-1}^* в (2.27) маємо $f_{n-1}(d_{n-1}) = H_{n-1}(u_{n-1}^*)$. Величину

u_{n-1}^* отримаємо із необхідних умов існування екстремуму, тобто $\frac{dH_{n-1}}{du_{n-1}} = 0$. З

урахуванням цього рівняння (2.28) перепишеться у вигляді

$$f_{n-1}(d_{n-1}) = \min_{u_{n-1}} [\varphi_{n-2}(u_{n-2}) + \varphi_{n-1}(u_{n-1}^*) + \varphi_n(d_{n-1} - g_{n-1}(u_{n-1}^*))] \quad (2.29)$$

Позначимо через $H_{n-2}(u_{n-2})$ функцію, що розташована в квадратних дужках (2.29). Оптимальне значення u_{n-2} знайдемо із розв'язання рівняння, яке отримане із умов необхідності існування екстремуму функції $H_{n-2}(u_{n-2})$, тобто

$$\frac{dH_{n-2}}{du_{n-2}} = 0.$$

За методом математичної індукції для будь-якого кроку i отримаємо

$$H_i(u_i) = \varphi_i(u_i) + T_i(u_{i+1}^*, u_{i+1}^*, \dots, u_n^*) + \varphi_n[\psi(d_i) - g_i(u_i) - G_i]; \quad (2.30)$$

із необхідності умови екстремуму для функції $H_i(u_i)$ маємо

$$\frac{d\varphi_i(u_i)}{du_i} + \frac{d[\psi(d_i) - g_i(u_i) - G_i]}{du_i} = 0 \quad (2.31)$$

При цьому $\frac{dT_i}{du_i} = 0$, тому що вираз T_i складається із константних змінних

$$T_i = \begin{cases} \sum_{j=i+1}^{n-1} \varphi_j(u_j^*); & i = 1, 2, \dots, n-2 \\ 0; & i = n-1, \end{cases} \quad (2.32)$$

а G_i визначається як

$$G_i = \begin{cases} \sum_{j=i+1}^{n-1} \psi_j(d_j - g_j(u_j^*)); & i=1,2,\dots,n-2 \\ 0; & i=n-1. \end{cases} \quad (2.33)$$

Розв'язання рівняння (2.31) для $0 < u_i < \infty$ дає розв'язання u_i^0 .

Якщо урахувати умову $u_i \geq u_i^-$, то субоптимальний розв'язок u_i^{sopt} є

$$u_i^{sopt} = \begin{cases} u_i^0, & \text{якщо } u_i^0 > u_i^- \\ u_i^-, & \text{якщо } u_i^0 \leq u_i^- \end{cases} \quad (2.34)$$

для $i=1,2,\dots,n-1$. Нагадаємо, що для кроку $i=1$ величина ресурсу $d_1 = g_0$.

Для кожного кроку i величина "ресурсу" d підраховується за формулою

$$d_{i+1} = d_i - g_i(u_i^{sopt}); \quad i=1,2,\dots,n-1. \quad (2.35)$$

На кроці $i=n$ маємо (2.23)

$$u_n^0 = \psi(d_n) \quad (2.36)$$

і тоді оптимальний розв'язок на цьому кроці буде

$$u_n^{sopt} = \begin{cases} u_n^0, & \text{якщо } u_n^0 > u_n^- \\ u_n^-, & \text{якщо } u_n^0 \leq u_n^- \end{cases} \quad (2.37)$$

Сам покроковий алгоритм методу буде таким:

Крок 1. Задається із умов $u_i \geq u_i^-$ початкове наближення $u_i^{(k)}$; $i=1,2,\dots,n$; $k=0$.

Крок 2. Обчислюємо функцію цілі $F^{(k)}$ при заданому наближенні $u_i^{(k)}$; $i=1,2,\dots,n$.

Крок 3. Обчислюються величини $G_i(u_i^{(k)})$ за виразом (2.33) для $i=1,2,\dots,n-1$ і призначається $d_1 = g_0$.

Крок 4. Для $i=1,2,\dots,n-1$ виконують розрахунок субоптимальних значень $u_i^{(k+1)} = u_i^{sopt}$ за формулами (2.31), (2.34), а величини d_i за формулою (2.35) і компоненту u_n^{sopt} за формулами (2.36) і (2.37).

Крок 5. За отриманим розв'язком $\{u_i^{(k+1)}\}$; $i=1,2,\dots,n$ обчислюється

величина функції цілі $F^{(k+1)}$.

Крок 6. Якщо виконується умова

$$\frac{|F^{(k+1)} - F^{(k)}|}{F^{(k)}} \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0 - \text{ задана точність} \quad (2.38)$$

то обчислювальний ітераційний процес закінчується. Якщо не виконується, то треба перевизначити

$$F^{(k+1)} \rightarrow F^{(k)}; \quad u_i^{(k+1)} \rightarrow u_i^{(k)}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.39)$$

і повернутись на виконання алгоритму з кроку 3.

В результаті виконання цього алгоритму отримується послідовність розв'язків, яка збігається до своїх оптимальних значень

$$F^{(0)} \rightarrow F^{(1)} \rightarrow F^{(2)} \rightarrow \dots \rightarrow F^{(k)} \rightarrow \dots \rightarrow F^{(opt)};$$

$$\{u_i^{(0)}\} \rightarrow \{u_i^{(1)}\} \rightarrow \{u_i^{(2)}\} \rightarrow \dots \rightarrow \{u_i^{(opt)}\}; \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

тобто

$$\lim_{k \rightarrow \infty} F^{(k)} = F^{opt}; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \{u_i^{(k)}\} = \{u_i^{opt}\}; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.40)$$

Зауваження 1. Умова (2.38) є умовою "слабкої" збіжності. Замість її можна вжити для закінчення ітераційного процесу умову "сильної" збіжності

$$\max_i \frac{|u_i^{(k+1)} - u_i^{(k)}|}{u_i^{(k)}} \leq \varepsilon; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.41)$$

2.4 Передумови невизначеності

Важливою рисою сучасного проектування будь-якої технічної системи є розробка такої стратегії, в результаті якої можна отримати найкращий проект системи із заданими наперед можливостями. Проектування вже не ґрунтується на емпіричних формулах. Використання аналітичних комп'ютерних комплексів зараз є загальноприйнятним явищем. Сучасні конструкції змінюються дуже швидко. Розміри, складність конструкції, її вартість збільшуються і, відповідно більш суворі вимоги до таких характеристик: матеріаломісткість, надійність, довговічність, витривалість, бути "терплячими" до можливих пошкоджень

(толерантність) та інші. Тобто, вплив невизначеності зі збільшенням складності системи стає суттєвим. З розвитком м'яких методів адекватність застосування тільки теорії ймовірності для деяких задач, що включають невизначеність, почала викликати сумніви. Особливо наглядно це показує розповсюдження нових підходів штучного інтелекту, де цілі і завдання формуються у вигляді лінгвістичних змінних, з намаганням отримати щось умовно точне. Бачимо зближення гуманітарних наук з технічними. Сфера застосування м'яких підходів зростає і вони успішно застосовуються для дизайну інтер'єру, архітектурних рішень та інших цілей. Для вхідної інформації ці нейромережі використовують так звані «prompts» підказки з певним ступенем належності або вагою. Наступним етапом є революційні зміни в сфері проектування будівель і споруд.

Сучасне уявлення про невизначеності для технічної системи пов'язане з її джерелами, такими як: неточність вимірювання, випадковість реалізації, нечіткість опису, міркувань і сприйняття, оцінки, висловлювань, вимірювання, бажаних цілей та інше. Ці джерела відповідно впливають з розгляду таких явищ, як правдоподібність, випадковість, можливість, необхідність та інше.

У топосі відносного невизначеності не існує у відриві від визначеності. У топосі абсолютного невизначеності - це чітка певна межа суцього. Важливим з точки зору епістемології є аналіз невизначеності у взаємозв'язку з випадковістю, нечіткістю, неточністю. Математичну базу такого аналізу представляє, відповідно агломерат теорії ймовірностей, нечітких множин і теорії можливостей, теорії неточних множин.

Проблема гносеологічної невизначеності проявила себе в ХХ столітті, коли такі ідеали класичної науки, як об'єктивність і універсальність, були поставлені під сумнів новою науковою парадигмою на чолі з квантовою механікою, одним із винахідників якої є Е. Шредінгер. Довгий час вважалося, що в ході пізнання можливі такі визначення об'єктів, коли відсутня залежність від впливу, що чиниться на нього суб'єктом. Однак сформульований в 1927 р. В. Гейзенбергом [223] принцип співвідношення невизначеностей в квантовій

фізиці руйнує дане подання. З цього часу отримує актуальність проблема нової інтерпретації, перестановки акцентів у відносинах між суб'єктом і об'єктом пізнання. Корпускулярно-хвильовий дуалізм фізики мікросвіту стирає чітку грань між поняттями речовини і випромінювання, що затверджує за невизначеністю статус актуальної наукової проблеми.

Принцип двозначності обумовлює безкомпромісну дискретність відображення, не залишаючи місця невизначеності: нечітким, неточним, імовірнісним оцінкам. Поняття "неповна" інформація не означає "порожньо" і навпаки "непорожньо" не означає "повна" інформація, тому і існує третє "непорожнє і неповне". Це проміжне третє Аристотель назвав "привхідним" [10]. Наступні покоління філософів і логіків усунули привхідне разом з діалектикою з науки і прийняли закон, що виключає будь-яке третє. Така логіка непридатна для вирішення багатьох реальних проблем. Інформація як самостійний елемент не може служити джерелом оцінки невизначеності. Знання, а не інформація, приймаються до обліку в розрахунку невизначеності. Один з можливих підходів до математичного опису інформації тут може ґрунтуватись на узагальненні поняття міри.

2.4.1 Поняття міри невизначеності

Міра виражає єдність якісної і кількісної визначеності деякого явища чи події. Відомі формалізовані міри, які приймаються в умовах випадкової, нечіткої і неточної невизначеності є відповідно імовірність, можливість, довіра. Міри невизначеності широко використовуються у зв'язку з проблемами штучного інтелекту.

Розглянемо поняття мір невизначеностей для деякого класу задач з обмеженнями. Нехай до математичної моделі включено невизначену подію A :

$$A: g_j(x, \xi) \leq 0; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.42)$$

в якій виконуються одночасно n обмежень. Тут $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - вектор детермінованих даних, $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p\}$ - вектор невизначених параметрів.

Шанс реалізації такої події $Ch(A) \geq \beta$, де β - заздалегідь заданий рівень невизначеності. Відповідно до типу даних, шанс запишеться як:

$$Ch(A) = \begin{cases} Prob(g_j(x, \xi) \leq 0), \text{ для випадкових даних} \\ Pos(g_j(x, \xi) \leq 0), \text{ для нечітких даних} \\ Tr(g_j(x, \xi) \leq 0), \text{ для неточних даних.} \end{cases} \quad (2.43)$$

Імовірнісною мірою за Лапласом називають відношення числа сприятливих випадків появи події A до числа всіляких її результатів. Ці відношення називають *імовірністю*. За допомогою його можна виразити модальність "імовірність" кількісним чином. Величина ξ в (2.42) в цьому випадку є випадковою, яка задається апіорною функцією розподілення $F(x)$, або щільністю розподілу імовірності $f(x)$. Обчислення ймовірності $p = Prob(A)$ появи випадкової події A для будь-якої $f(x)$ в роботі ґрунтується на використанні статистичного моделювання (метод Монте-Карло) і посиленого закону "великих чисел" теорії ймовірності (перша теорема Бореля [204]). Метод Монте-Карло використовується для здійснення випробувань, в яких формується величина параметра невизначеності за відповідним законом $f(x)$ розподілу імовірності. За посиленням законом "великих чисел" для будь-якого експерименту з нескінченим числом випробувань N має місце збіжність відносної частоти N^* / N появи випадкової події до істинної ймовірності, тобто

$$N^* / N \rightarrow p \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (2.44)$$

де N^* - число наслідків експерименту, що сприяють появі події A .

Нечіткість описується мірою *можливість*, яка зумовлює ступінь виконання деякої нечіткої події в умовах обставин, які розглядаються, тобто

$$P_A = Pos(g(x, \xi) \leq 0),$$

де ξ - вектор нечітких величин; $g_j(x, \xi) \leq 0$ - нечітка подія; Pos - позначення можливості (possibility).

Міра можливості дозволяє виразити модальність "можливо" кількісним способом - додатним числом із інтервалу $[0,1]$.

Величину ξ називають "неточна", якщо вона описується нерівністю [236, 242]:

$$A: [a, b] \leq \xi \leq [c, d]; \quad c \leq a \leq b \leq d, \quad (2.45)$$

де границі множин $[a, b]$, $[c, d]$ можуть бути точними або розмитими.

Ці множини в теорії неточних множин називають відповідно нижнім та верхнім наближенням (рис. 2.1), де $a = m - \Delta_1$; $b = m + \Delta_2$; $c = m - \Delta_3$; $d = m + \Delta_4$.

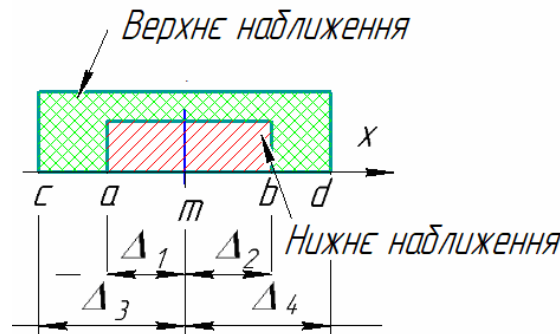


Рисунок 2.1 – Інформаційна гранула неточної величини

Міру неточності деякої події A позначають через $Tr(A)$, де $0 \leq Tr(A) \leq 1$.

Міра довіри описує модальність "неточно".

2.5 Основні поняття теорії нечітких множин, що використовуються в дисертації

Поява класичної теорії множин - одного з фундаментальних понять математики - стала результатом роботи видатного математика Г. Кантора. Він інтуїтивно дав таке основне означення "множина - є об'єднання в одне ціле об'єктів, що мають деякі загальні властивості". Використання цієї теорії і двозначної логіки не дозволяли розв'язувати проблеми, що виникають в практиці, коли необхідно було описувати явища і поняття, що мають багатозначний, неточний, розмитий характер. В 1965 р. в науковій пресі з'явилась робота Л. Заде [270], яка мала важливий революційний характер в описі вказаних протиріч. Вона стала фундаментом для створення *нового напрямку* в математиці - теорії нечітких множин. Ця концепція виникла у Л. Заде

«як незадоволеність математичними моделями класичної теорії систем, яка змушувала добиватись штучної точності, недоречної в багатьох системах реального світу» [240].

2.5.1 Означення нечіткої множини, основні елементи

Означення 1. Множина (простір) X має назву *універсальна* (універсум), якщо з його елементів формуються усі підмножини, що розглядаються в обраному класі задач. Наприклад, при проектуванні конструкції використовується сортамент профілів із прокатної сталі. Номера профілів утворюють множину X , з якого виділяють підмножину A номерів того чи іншого профілю, що використовуються, тобто

$$A \subseteq X$$

Означення 2. Нечітка множина A в непустому просторі X має назву множини впорядкованих пар (кортежей)

$$A: \{ \mu_A | x; x \in X \}, \quad (2.46)$$

де $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$ є так звана *функція належності* деякого елементу x множині X . Вона характеризує ступінь, з якою елемент x належить деякій множині A .

Означення 3. Ступіннями належності можуть бути 1) $\mu_A(x) = 1$, 2) $\mu_A(x) = 0$ та 3) $0 < \mu_A(x) < 1$. Перший випадок означає повну належність елементу x множині A , тобто $x \in A$. В другому випадку, що елемент x не належить множині A , тобто $x \notin A$. Третій випадок означає часткову належність елементу x множині A .

Зауваження 1. Для виразу належності елемента множині A в теорії чітких множин використовують характеристичну або індикаторну функцію $\chi_A(x)$

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A. \end{cases} \quad (2.47)$$

Графічно ця функція, як функція належності зображується так званим синглтоном.

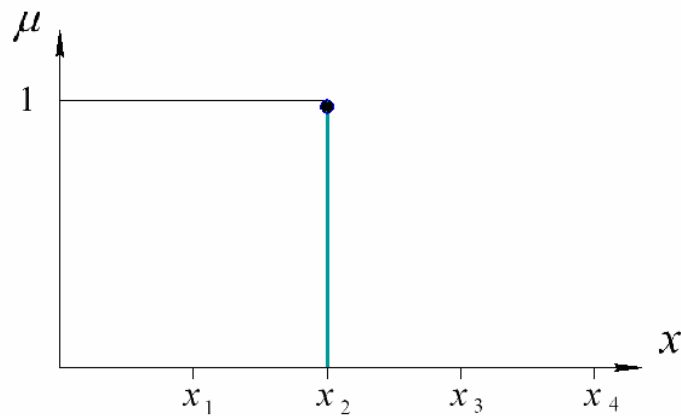


Рисунок 2.2 – Синглтон (singleton)

Функція належності нечіткій множині задається у вигляді множин ступенів належності $\mu_A(x_i)$, $i=1,2,\dots,n$ для множини A з кінцевою кількістю елементів. Нечітка множина A записується в цьому випадку як

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}. \quad (2.48)$$

Арифметичний символ $+$ і \sum означають операцію об'єднання пар $\left\{ \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \right\}$. В чисельнику цієї пари вказується ступінь належності елементу x_i , знаменник є величина самого елементу x_i . Для випадку, коли розглядається X з нескінченною кількістю елементів, то нечітка множина $A \subseteq X$ символічно записується як

$$A = \int_X \frac{\mu_A(x)}{x}. \quad (2.49)$$

Функція належності $\mu_A(x)$ задається поза теорією нечітких множин, як і в теорії ймовірностей - функція розподілу випадкової величини. Її визначення є самостійною задачею.

Найбільш часто вживані безперервні функції належності (ФН) мають трикутний (рис.2.3), трапецієвидний (рис. 2.4), Гаусов (рис. 2.5) вид та інше (рис. 2.6, 2.7). ФН (2.50) - (2.53) застосовують у тому випадку, якщо інформація описується квантифікаторами "приблизно", "в інтервалі", "біля", "близько до числа".

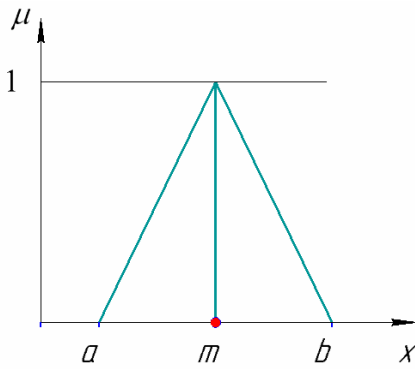


Рисунок 2.3 – Трикутна ФН

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{m-a}, & \text{if } a \leq x < m \\ 1, & \text{if } x = m \\ \frac{b-x}{b-m}, & \text{if } m < x \leq b \\ 0 & \end{cases} \quad (2.50)$$

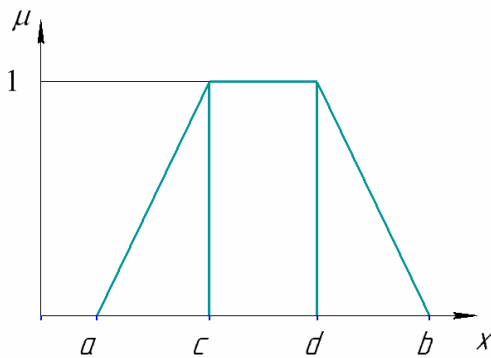


Рисунок 2.4 – Трапецієвидна ФН

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{c-a}, & \text{if } a \leq x \leq c \\ 1, & \text{if } c \leq x \leq d \\ \frac{b-x}{b-d}, & \text{if } d \leq x \leq b \\ 0 & \end{cases} \quad (2.51)$$

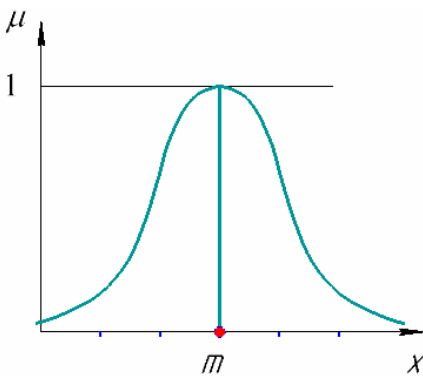


Рисунок 2.5 – Гаусова ФН

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \rightarrow \infty \\ e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x \rightarrow -\infty \end{cases} \quad (2.52)$$

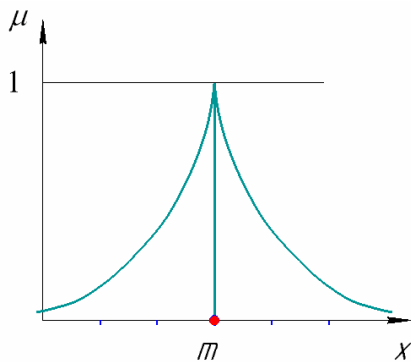
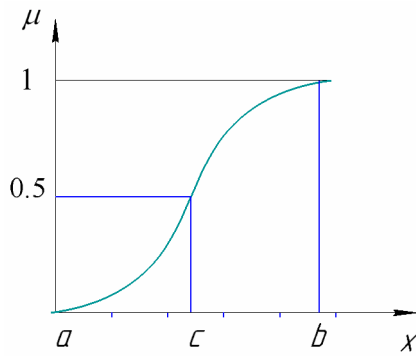


Рисунок 2.6 – ФН "близько до m"

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \rightarrow \infty \\ \frac{1}{1+(x-m)^2}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x \rightarrow -\infty \end{cases} \quad (2.53)$$



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2\left(\frac{x-a}{c-a}\right)^2, & a \leq x \leq c \\ 1 - 2\left(\frac{x-c}{b-c}\right)^2, & c \leq x \leq b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (2.54)$$

Рисунок 2.7 – ФН "велике навантаження"

Зауваження 2. В формулах (2.50) - (2.53) m - означає модальне значення функції належності, коли $\mu_A(x) = 1$. В формулі (2.54) через c позначено точку переходу, тобто $\mu_A(x) = 0.5$.

Означення 4. Носієм нечіткої множини A називають множину елементів простору X для яких має місце $\mu_A(x) > 0$ і позначають як $Supp A$, тобто

$$Supp A = \{x \in X; \mu_A(x) > 0\}. \quad (2.55)$$

Означення 5. Висотою нечіткої множини A називають максимальне значення функції $\mu_A(x)$, тобто

$$h = \max_{x \in A} \mu_A(x). \quad (2.56)$$

Означення 6. Відношення

$$\mu_A^N(x) = \frac{\mu_A(x)}{h(A)} \quad (2.57)$$

дозволяє нормалізувати нечітку множину A , якщо вона не нормалізована.

Означення 7. Нечітка множина A міститься в нечіткій множини B ($A \subseteq B$) тоді і тільки тоді, коли

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \text{ для } \forall x \in X.$$

Означення 8. Нечітка множина $A \subseteq R$ (R - універсум - множина дійсних чисел) називається опуклою тоді і тільки тоді, коли для довільних $x_1 \in R$, $x_2 \in R$ і $\lambda \in [0, 1]$ має місце умова

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1); \mu_A(x_2)). \quad (2.58)$$

Означення 9. Нечітка множина $A \subseteq R$ називається увігнутою тоді і тільки тоді, коли для довільних $x_1 \in R$, $x_2 \in R$ і $\lambda \in [0,1]$ має місце умова

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \max(\mu_A(x_1); \mu_A(x_2)). \quad (2.59)$$

Означення 10. Будемо називати α - рівнем (або α - розрізом) нечіткої множини $A \subseteq X$ таку чітку множину A_α , для якої виконується умова $\mu_A \geq \alpha$, тобто для $\alpha \in [0,1]$:

$$A_\alpha = \{x \in X : \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.60)$$

Множина A_α визначається характеристичною $\chi_{A_\alpha}(x)$ функцією

$$\chi_{A_\alpha}(x) = \begin{cases} 1, & \mu_A(x) \geq \alpha \\ 0, & \mu_A(x) < \alpha \end{cases} \quad (2.61)$$

2.5.2 Деякі операції над нечіткими множинами

Означення 11. Операцією *декомпозиції* називають представлення множини $A \subseteq X$ у вигляді сукупності чітких множин A_α , тобто

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha A_\alpha, \quad (2.62)$$

де αA_α означає нечітку множину, елементам якої приписані відповідні ступіні належності, тобто

$$\mu_{\alpha A_\alpha} = \begin{cases} \alpha, & x \in A_\alpha \\ 0, & x \notin A_\alpha. \end{cases} \quad (2.63)$$

Вірно і зворотне твердження. Якщо є набір підмножин деякої універсальної множини X і набір чисел із $[0,1]$, то можливий синтез нечіткої множини в X відповідно до (2.62)-(2.63). Це важлива властивість теорії нечітких множин, оскільки це дозволяє формувати з принципом розширення нечіткі множини декількох результатів.

Означення 12. Операцією перетину двох нечітких множин $A \subseteq X$, $B \subseteq X$ є нечітка множина $C = A \cap B$ з функцією належності

$$\mu_C(x) = \min(\mu_A(x); \mu_B(x)); \quad \forall x \in X. \quad (2.64)$$

Означення 13. Операцією об'єднання (суми) двох нечітких множин

$A \subseteq X$, $B \subseteq X$ є нечітка множина $C = A \cup B$, визначена такою функцією належності

$$\mu_C(x) = \max(\mu_A(x); \mu_B(x)); \forall x \in X. \quad (2.65)$$

Означення 14. Декартовим добутком двох нечітких множин $A \subseteq X$, $B \subseteq Y$ є нечітка множина $C = A \times B$, елементи якої обчислюються відповідно до формули

$$\mu_C(x, y) = \min(\mu_A(x); \mu_B(y)). \quad (2.66)$$

Наведемо розгорнутий запис (2.66).

Нехай $A = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$; $B = \sum_{j=1}^n \frac{\mu_B(y_j)}{y_j}$. Тоді

$$C = \sum_{i,j=1}^n \frac{\min(\mu_A(x_i), \mu_B(y_j))}{(x_i, y_j)}. \quad (2.67)$$

Означення 15. 1) Нехай f - чітке взаємно однозначне відображення простору X в простір Y , тобто

$$f: X \rightarrow Y. \quad (2.68)$$

2) Нехай A задана нечітка множина визначена в X ; $A \subseteq X$,

$$A = \sum_{j=1}^n \frac{\mu_A(x_j)}{x_j}.$$

3) Нехай множина B генерується відображенням f і визначена в просторі Y . Тоді має місце

$$B = f(A) = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{f(x_i)}. \quad (2.69)$$

Або

$$B = f(A) = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_B(y_i)}{y_i}; y_i = f(x_i); x_i \in X, \quad (2.70)$$

в якому

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_A \mu(x), & f^{-1}(y) = \emptyset \\ x = f^{-1}(y) \\ 0, & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (2.71)$$

де через \emptyset позначена пуста множина елементів, а f^{-1} зворотнє перетворення $y = f(x)$, тобто

$$f^{-1} : Y \rightarrow X.$$

Вираз (2.69) представляє собою так званий "принцип узагальнення" (або "розширення"). Він дозволяє переносити (розширяти) різні математичні операції з чітких на нечіткі множини.

Означення 16. *Принципом розширення* на декартовому добутку називають отримання нечіткої множини B , що формується відображенням f

$$f : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_m \rightarrow Y,$$

де $X_1 \subseteq X$; $X_2 \subseteq X$; ... $X_m \subseteq X$.

Нехай множина A_i є підмножина X_i , тобто $A_i \subseteq X_i$; $i = 1, 2, \dots, m$, тоді

$$B = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_B(y_i)}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}, \quad (2.72)$$

де $y_i = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$; $x_i \in A_i$; $i = 1, 2, \dots, m$ та при цьому

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_m}(x_m)) \\ (x_1, x_2, \dots, x_m) \in f^{-1}(y) \\ 0, f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (2.73)$$

2.5.3 Визначення границь множин α - рівнів

Для найбільш поширених функцій належності розглянемо визначення границь множин α - рівнів. Так, першою буде функція належності трикутного виду (рис. 2.3), де a , b - границя рівня $\alpha = 0$, m - модальне значення. Для того, щоб отримати границі $X_L(\alpha)$ і $X_R(\alpha)$ використаємо α - рівневий переріз функції $\mu_A(x)$ (2.50) шляхом розв'язання рівняння $\mu(x) = \alpha$, а саме:

$$X_L(\alpha) = m\alpha + (1 - \alpha)a; \quad X_R(\alpha) = m\alpha + (1 - \alpha)b; \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (2.74)$$

Якщо розглянути функцію належності Гаусового виду (рис. 2.5), то точки рівня $\alpha = 0$ для функції належності такого виду не розглядаються. В цьому випадку необхідно починати розв'язання з рівня $\alpha = \Delta\alpha = 1/N$, для якого

маємо:

$$X_L(\alpha) = m - \sigma\sqrt{-2\ln\alpha}; \quad X_R(\alpha) = m + \sigma\sqrt{-2\ln\alpha}, \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (2.75)$$

Для випадку, коли $\mu(x)$ описується виразом (2.53) границя буде така:

$$X_L(\alpha) = m - \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}; \quad X_R(\alpha) = m + \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (2.76)$$

Графічна інтерпретація для наведених ФН зображена на рис. 2.8.

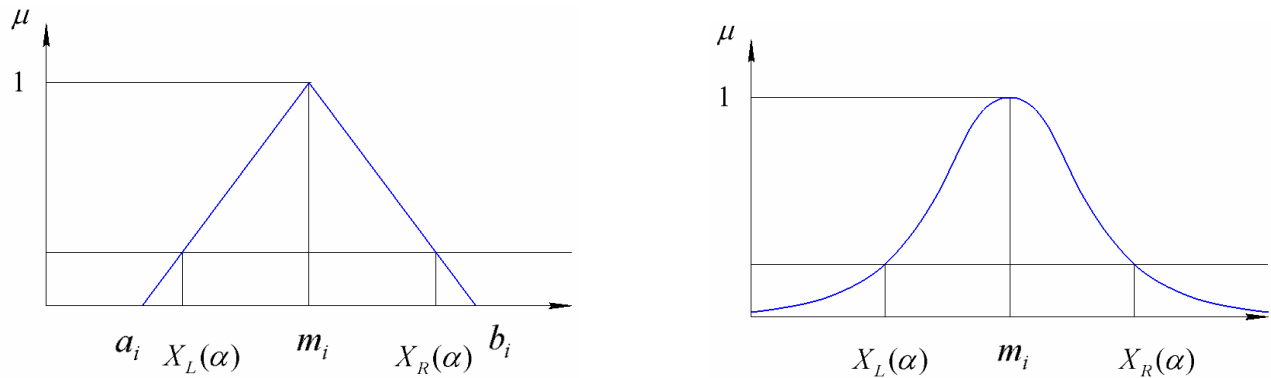


Рисунок 2.8 – Графічна інтерпретація α - рівневого перерізу для ФН трикутного та Гаусового типу

2.5.4 Нечіткі числа

Однією із важливих конструкцій теорії нечітких множин є нечітке число.

Означення 17. Нечітким числом називають нечітку множину $A \subseteq R$, де R - множина дійсних чисел. Функція належності нечіткого числа є

$$\mu_A : R[0,1], \quad (2.77)$$

що задовольняє вимогам: 1) нормальності, тобто $\sup_{x \in R} \mu_A(x) = 1$; 2) опуклості;

3) безперервності, тобто $\lim_{x \rightarrow x_0} \mu_A(x) = \mu_A(x_0)$.

Має місце така теорема [210]: якщо нечіткі числа A і B мають безперервні функції належності, то результатом арифметичних операцій підсумовування, множення і ділення будуть нечіткі числа.

Ця теорема дозволяє виконувати арифметичні перетворювання над нечіткими числами. Детально про це викладено в роботах [62-64, 103, 149]

2.6 Моделі невизначеного програмування

В даній дисертації розглянуто задачі аналізу та оптимального проектування конструкцій в умовах невизначеної інформації, які зводяться до таких моделей математичного програмування:

- нечітка модель очікуваного значення (expected value model (EVM - модель));
- з можливісними обмеженнями (chance-constrain programming (CCP- модель));
- модель нечіткого подійного програмування (dependent-chance programming (DCP- модель));
- модель з різнорідною невизначеністю, а саме: нечітко-випадкового та випадково-нечіткого виду;
- модель неточної оптимізації з нечіткими інтервальними границями вихідних параметрів;
- нечітка модель імітаційного програмування.

2.6.1 Модель очікуваного значення

Нехай цільова функція f і обмеження g_j , $j=1,2,\dots,s$ містять в собі нечітку компоненту ξ , тобто $f(x,u,\xi)$ і $g_j(x,u,\xi)$, $j=1,2,\dots,s$, де $x=(x_1,x_2,\dots,x_k)$ - вектор змінних розв'язків задачі; $u=(u_1,u_2,\dots,u_m)$ - вектор вихідних даних; $\xi=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_t)$ - вектор невизначених змінних з відомими функціями :

- розподілу імовірності $F(x)$ для випадкових величин;
- належності $\mu(x)$ для нечітких величин;
- розподілу довіри для неточних величин.

Сформулюємо таку оптимізаційну задачу, яка часто зустрічається в практичних застосуваннях

$$x^* = \arg \min_{x \in R} \left\{ f(x,u,\xi) \mid g_j(x,u,\xi) \leq 0; j=1,2,\dots,s \right\}. \quad (2.78)$$

Реалізувати її неможливо, тому що функції f та g не породжують будь-

яких чітких множин, значень. Для того, щоб вийти з такої ситуації, необхідно скористатися моделлю очікуваного значення. Ця модель базується на підході, що передбачає вибір розв'язку, який задовольнить обмеженням g_j і забезпечить мінімальне значення очікуваного значення цільової функції f , тобто

$$x^* = \arg \min_{x \in R} \left\{ \mathcal{E}(f(x, u, \xi)) \mid \mathcal{E}(g_j(x, u, \xi)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, s \right\}. \quad (2.79)$$

В задачі (2.79) через \mathcal{E} позначено оператор очікуваного значення, який визначається наступним чином.

Для випадкових величин:

$$\mathcal{E} = \mathcal{M}[\xi] = \int_{-\infty}^0 xp(x)dx - \text{математичне сподівання неперервної величини } \xi;$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{M}[\xi] = \sum_{i=1}^n p_i x_i - \text{математичне сподівання для дискретної величини } \xi,$$

де $p(x)$ - задана щільність розподілу $F(x)$ випадкової величини ξ $p(x) = F'(x)$.

Для нечіткої величини ξ оператор \mathcal{E} визначається як:

$$\mathcal{E}[\xi] = \int_0^{+\infty} Cr(\xi \geq r)dr - \int_{-\infty}^0 Cr(\xi \leq r)dr,$$

де $Cr(\xi)$ - міра правдоподібності в ТНМ.

Для дискретної нечіткої величини ξ

$$\xi = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{y_i}$$

за роботами В. Луї [231-236] значення $\mathcal{E}[\xi]$ визначається як:

$$\mathcal{E}[\xi] = \sum_{i=1}^n w_i y_i, \quad (2.80)$$

де

$$w_1 = \frac{1}{2}(\mu_1 + \max_{1 \leq j \leq n} \{\mu_j\} - \max_{1 < j \leq n} \{\mu_j\}),$$

$$w_i = \frac{1}{2}(\max_{1 \leq j \leq i} \{\mu_j\} - \max_{1 \leq j < i} \{\mu_j\}) + \max_{i \leq j \leq n} \{\mu_j\} - \max_{1 < j \leq n} \{\mu_j\}), \text{ для } i = 2, 3, \dots, n-1;$$

$$w_n = \frac{1}{2} (\max_{1 \leq j \leq n} \{\mu_j\} - \max_{i \leq j < n} \{\mu_j\} + \mu_n), \quad (2.81)$$

Зауваження. Відносно вагових коефіцієнтів зауважимо, що $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

2.6.2 Нечітке програмування з можливісними обмеженнями

В нечіткому програмуванні, як і в стохастичному [176], задача оптимізації формулюється таким чином: мінімізувати верхню (або нижню) границі множини значень цільової функції $f(x, u, \xi)$ з урахуванням можливісних обмежень для функції $g_j(x, u, \xi)$, $j = 1, 2, \dots, s$, тобто

$$x^* = \arg \max_f \left\{ \bar{f} \mid Pos \left[f(x, u, \xi) \geq \bar{f} \right] \geq \beta; Pos \left[g_j(x, u, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, s \right] \geq \alpha \right\}. \quad (2.82)$$

Тут α, β - наперед задані числа з інтервалу $[0, 1]$.

Реалізація цієї моделі потребує обчислення можливості Pos виконання події $f(x, u, \xi) \geq \bar{f}$ та $g_j(x, u, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, s$, яка здійснюється в даній роботі на основі імітаційного моделювання.

2.6.3 Нечітке подійне програмування

Означення 18. Під нечітким подійним програмуванням тут розуміється концепція вибору оптимального розв'язку з максимальною можливістю в невизначеному (нечіткому) [231-236] середовищі.

Означення 19. Під нечітким середовищем розуміється нечітке обмеження

$$g_j(x, u, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, s. \quad (2.83)$$

Означення 20. Під нечіткою подією будемо визначати систему нечітких обмежень (у формі нерівностей)

$$h_k(x, u, \xi) \leq 0; k = 1, 2, \dots, t. \quad (2.84)$$

Означення 21. Можливісна функція f деякої нечіткої події B

визначається як

$$f(x) = Pos(h_k(x, u, \xi) \leq 0; k = 1, 2, \dots, t) \quad (2.85)$$

з урахуванням означення нечіткого середовища (2.83).

Означення 22. Шанс виконання деякої нечіткої події - це є можливість того, що подія узгоджується з невизначеним середовищем. Таке твердження визначає *принцип невизначеності*. За цим принципом можливісна функція деякої події A_i в заданому невизначеному середовищі визначається як

$$f(x) = Pos \begin{cases} h(x, u, \xi) \leq 0 \\ g_j(x, u, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, s \end{cases} \quad (2.86)$$

та також нечітко-випадкового та випадково-нечіткого виду.

2.6.4 Нечітко-випадкові та випадково-нечіткі величини

Для математичного опису явищ з різномірною невизначеністю нечіткого і випадкового характеру вводяться до розгляду нечітко-випадкові і випадково-нечіткі величини.

Означення 23. Нечітко-випадковою величиною (НВВ) називають вимірну функцію з імовірного простору в деякий набір нечітких величин $\{A_i\}$, тобто НВВ є випадкова величина, яка приймає нечіткі значення, а саме:

$$\xi = \begin{cases} A_1, \text{ з імовірністю } p_1, \\ A_2, \text{ з імовірністю } p_2, \\ \dots\dots\dots \\ A_n, \text{ з імовірністю } p_n. \end{cases} \quad (2.87)$$

Означення 24. Випадково-нечітка величина (ВНВ) є нечіткою величиною на універсальній множині випадкових величин. Якщо

$$\xi = \begin{cases} S_1, \text{ з можливістю } \mu_1, \\ S_2, \text{ з можливістю } \mu_2, \\ \dots\dots\dots \\ S_n, \text{ з можливістю } \mu_n, \end{cases} \quad (2.88)$$

де $\{S_i\}; i = 1, 2, \dots, n$ є випадкові величини, а $\{\mu_i\}; i = 1, 2, \dots, n$ є дійсні числа із

$[0,1]$, то ξ будемо називати *випадково-нечіткою величиною*.

При цьому величини S_i задаються відповідним законом розподілу випадкової величини.

2.6.5 Нечітке імітаційне моделювання

Означення 25. Нечітка модель - це інформаційна система, яка побудована на основі теорії нечітких множин.

В цей час існує тенденція переведення усіх ідей сучасної математики на мову нечітких множин, що призвело до великої кількості наукових робіт, які містять абстрактне узагальнення тих чи інших математичних "конструкцій", які опинились відокремленими від проблематики реальних задач - в тій чи іншій галузі науки, техніки, економіки.

Означення 26. Імітаційне моделювання - це методологія дослідження складних систем для розуміння їх функціонування і для прийняття обґрунтованих рішень. Імітаційне моделювання дозволяє проаналізувати можливі післядії тих чи інших рішень (альтернатив), які були прийняті особою, що приймає рішення, прогнозувати стан системи, оптимізувати параметри системи, її структуру. Методологія процесу нечіткого моделювання полягає у виконанні таких дій: аналіз проблемної ситуації; структуризація предметної області побудови моделей; виконання обчислювальних експериментів; аналіз отриманих результатів експерименту та розробка відповідних рекомендацій.

Розглянемо етапи нечіткого моделювання. Етап фазифікації полягає у проведенні аналізу вихідних даних. Для кожного фактору, параметру виявляється характер невизначеності (статистичні характеристики, похибки приладів, слабка вивченість об'єктів дослідження, суб'єктивність оцінок експертів, розмитий опис та інше).

На основі цього накопичується інформація про поведінку того чи іншого параметру. Визначається їх можливі діапазони варіювання, будуються довірчі інтервали розподілу частот появи того чи іншого фактору. За цією інформацією будується або робиться вибір типу функції належності, яка отримується поза

теорії нечітких множин. Аналогічне можна сказати і про функцію розподілу випадкової величини, яка отримується як статистичний розподіл частот появи тієї чи іншої події, тобто отримується поза теорії ймовірностей.

Другий етап - етап аналізу або оптимізації здійснюється за деякою аналітичною, алгоритмічною, чисельною процедурою. Використання операцій над нечіткими числами здійснюється за допомогою α - рівневого підходу до принципу узагальнення, декомпозиції нечіткої множини в спеціальне об'єднання - чітку із універсальної множини. Результатом α - рівневого підходу є границі чітких інтервалів, із яких складається нечітка множина шуканого параметру. Отримані границі інтервалів використовують для проведення розрахунків механічної системи з допомогою відомих методів розрахунку і методів математичної оптимізації.

Наступним етапом є дефазифікація отриманих нечітких чисел (множин). Сутність цього етапу полягає в трансформації "нечіткого" в "чітке" за допомогою таких операцій, як використання *EVM* - моделі: метод Б.Лю, методів: за сумою центрів (center of sums defuzzification), середнім центром (center average defuzzification) та інші.

Отримані результати порівнюються з розв'язанням задачі при детермінованих даних і аналізується вплив ступеню розмитості вихідних даних на кінцевий результат, тобто визначають ступінь "м'якості" або "жорсткості" виконання етапу фазифікації, підбору функції належності, дослідження результату розв'язання від розкиду в описі нечіткої величини.

2.7 Технологія розв'язання задач в умовах неповної інформації

Узагальнюючи матеріал цього розділу, можна скласти технологію розв'язання задач будівельної механіки та оптимізації конструкцій в умовах неповної інформації. Задачі аналізу та оптимального проектування в механіці конструкцій розглядаються у такому вигляді (2.68), де f є деяке відображення елементів множини X на множину Y . Цим відображенням можуть бути: дійсно

значні функції, рівняння, алгоритми, програми розрахункових комплексів. Множина X формується з детермінованих, а також невизначених елементів випадкової, нечіткої і неточної природи. Елементи множини Y будуть відповідно тієї ж невизначеної природи.

Якщо в множині X присутні елементи нечіткої природи, то будемо розглядати нечітке моделювання з трьох етапів. На першому етапі за допомогою ФН $\mu_A(x)$ відображаємо кожен елемент x з підмножини $A \subseteq X$ на діапазон дійсних чисел $[0,1]$, тобто $\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$. Вона показує ступінь належності $\forall x \in X$ до підмножини A . Множина X є областю визначення функції $\mu_A(x)$. Застосовуємо α - рівневий підхід. Множина α - рівня нечіткої підмножини A , заданої на універсальній множині U , це звичайна (чітка) підмножина $A_\alpha \subseteq X$, що складається з елементів, значення приналежності яких до нечіткої множини A не менше, ніж α , тобто $A_\alpha = \{x \in X \subseteq U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$.

Об'єднання всіх підмножин A_α утворює нечітку множину A

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha A_\alpha. \quad (2.89)$$

Для безперервних функцій $\mu_A(x)$ грані підмножин A_α

$$x^L(\alpha) = \inf A_\alpha \text{ і } x^R(\alpha) = \sup A_\alpha \quad (2.90)$$

визначаються шляхом розв'язання рівняння

$$\mu_A(x) = \alpha; \alpha \in [0,1]. \quad (2.91)$$

Другий етап процесу моделювання ґрунтується на застосуванні принципу узагальнення та α - рівневого підходу. Розглянемо той випадок, коли перетворення f є функція багатьох нечітких змінних. Якщо нечіткі незалежні

величини \tilde{x}_i задані як $\tilde{x}_i = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [x_i^L(\alpha), x_i^R(\alpha)]$, то значення $\tilde{y} = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$ є

нечітке число $\tilde{y}_i = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [y_i^L(\alpha), y_i^R(\alpha)]$, де $y_i^L(\alpha) = \inf(f(x_{1j}(\alpha), x_{2j}(\alpha), \dots, x_{nj}(\alpha)))$;

$$y_i^R(\alpha) = \sup(f(x_{1j}(\alpha), x_{2j}(\alpha), \dots, x_{nj}(\alpha))); \quad x_{ij}(\alpha) \in [x_i^L(\alpha), x_i^R(\alpha)];$$

$$x_{ij}(\alpha) = x_i^L(\alpha) + (x_i^R(\alpha) - x_i^L(\alpha))\xi_j; \quad \xi \in [0,1] = \text{random}, \quad (2.92)$$

$i = \overline{1, N}$, N - задане число α - рівнів; $j = 1, 2, \dots, M$; M - кількість статистичних випробувань. Відповідно до цього принципу для кожного рівня $\alpha \in [0,1]$ виконується розв'язання оптимізаційних завдань і вимог (2.92). Число рівнів N підбирається за умови забезпечення необхідної точності. Таким чином, результат α - рівневого підходу до обчислення $Y = f(x_i)$; $i = \overline{1, n}$ запишеться у вигляді нечіткої множини, тобто:

$$Y^{fuz} = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{y_i^L} + \sum_{i=N+1}^{2N-1} \frac{\mu_i}{y_i^R}, \quad (2.93)$$

де i - номер рівня; N - число всіх рівнів; \sum - знак об'єднання; $\Delta\alpha = \frac{1}{(N-1)}$; $\mu_i = (i-1)\Delta\alpha$; $\mu_i = t\Delta\alpha$; $t = 2N-1-i$.

Наступний етап включає відображення отриманої нечіткої множини Y^{fuz} в єдине чітке значення $Y^{df} \in Y$. Таке відображення називається дефазифікацією. У роботі були використані такі моделі отримання Y^{df} :

1. Метод середнього центру. Тут Y^{df} обчислюється за формулою [252]

$$Y^{df} = \sum_{i=1}^{2N-1} w_i Y_i^{fuz}, \quad w_i = \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{2N-1} \mu_i}. \quad (2.94)$$

2. Модель очікуваного значення EVM (expected value model).

Тут ваги w_i , $i = \overline{1, 2N-1}$ у формулі (2.94) визначаються такими співвідношеннями (2.81), запропонованими у роботі [235].

Висновки за розділом

Наведена в розділі інформація описує передумови невизначеності та підсумовує необхідність адаптації та узагальнення нових підходів для розрахунку та проектування конструкцій в умовах невизначеності. Для невизначеної події доцільно використовувати узагальнене поняття «шансу» виконання із заздалегідь заданим рівнем невизначеності. Поняття міри

виконання невизначеної події повинно включати такі міри невизначеності як імовірнісна міра, міра можливості і міра неточності.

Сформульовано інформацію про можливі критерії якості оптимального проекту, можливі обмеження та данні, що в подальших розділах роботи застосовано при розгляді задач аналізу та оптимізації в сфері будівництва та будівельної механіки.

В розділі наводиться загальний опис математичних моделей та методів реалізації моделей, що були застосовані при розгляді об'єктів оптимізації стержневих, оболонкових та континуальних систем. Так як головним чином робота концентрується на впровадженні теорії нечітких множин та симбіозному використанні з іншими теоріями м'яких обчислень, то в розділі наведено означення нечіткої множини та її основні елементи. Показано найбільш поширені функції належності та їх математичний опис. Відповідний підбір функцій належності, зазвичай, знаходиться поза теорією нечітких множин. Наведено опис деяких операцій над нечіткими множинами, таких як декомпозиція, операція перетину двох нечітких множин, операція об'єднання, декартовий добуток. Для найбільш поширених функцій належності (трикутного та Гаусового виду) розглянуто порядок визначення границь множин α - рівнів.

Задачі в умовах невизначеної інформації пропонується звести до таких моделей математичного програмування як: нечітка модель очікуваного значення; з можливісними обмеженнями; модель нечіткого подійного програмування; модель з різнорідною невизначеністю, а саме: нечітко-випадкового та випадково-нечіткого виду; модель неточної оптимізації з нечіткими інтервальними границями вихідних параметрів; нечітка модель динамічного програмування.

Показано етапи технології розв'язання задач при нечіткому моделюванні. При використанні теорії ймовірностей та неточних множин будемо мати теж три етапи, але вони будуть реалізовані з використанням методів властивих для відповідного виду невизначеності.

РОЗДІЛ 3

ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ТА ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ

Задачі розрахунку та оптимізації стержневих, оболонкових, континуальних систем, такі як пошук раціональної схеми, що відповідає технічним та експлуатаційним вимогам та економічності проекту досить широко розглянуті в сучасній літературі [142, 143, 216]. Менш популярні задачі в постановках яких присутня невизначеність у вигляді імовірнісних залежностей [157, 158]. Практично відсутня в літературі інформація щодо застосування теорії нечітких множин в таких розрахунках. В цьому розділі подано адаптацію сучасних методів м'яких обчислень до розв'язання задач опору матеріалів, будівельної механіки, будівництва. Для простих систем розрахункові формули не наводяться, та їх можна знайти у відповідних підручниках [17, 18, 140, 255], або вивести самостійно.

3.1 Проектування балок в умовах невизначеності

3.1.1 Проектування балки при завданні нечіткої мети та обмежень

При проектуванні балки (рис. 3.1.) із застосуванням лінгвістичних змінних задамо навантаження та бажаний обсяг матеріалу балки відповідними функціями належності трикутного виду (рис. 3.2, 3.3).

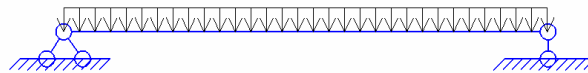


Рисунок 3.1 – Розрахункова схема балки із розподіленим навантаженням

Треба оцінити якими можуть бути розмір поперечного перерізу, розподілене навантаження на балку та обсяг матеріалу, за умови, що бажаний обсяг матеріалу і навантаження дано у термінах «приблизно». Для такої стандартної

балки умова міцності та умова жорсткості можуть бути приведені до виду, коли висота поперечного перерізу записана через інші параметри:

$$h = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{3q}{b[\sigma]}} \quad (3.1)$$

$$h = \frac{l}{2} \sqrt[3]{\frac{5ql}{4bE[f]}} \quad (3.2)$$

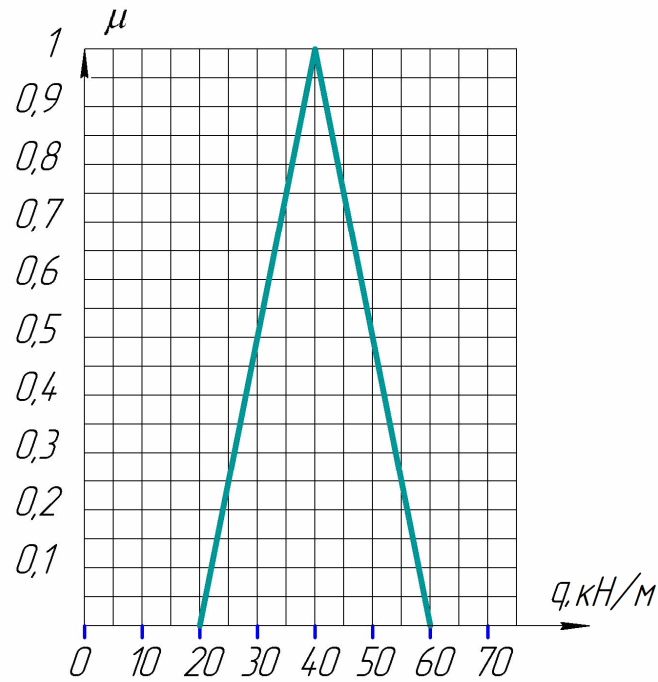


Рисунок 3.2 – Функція належності навантаження

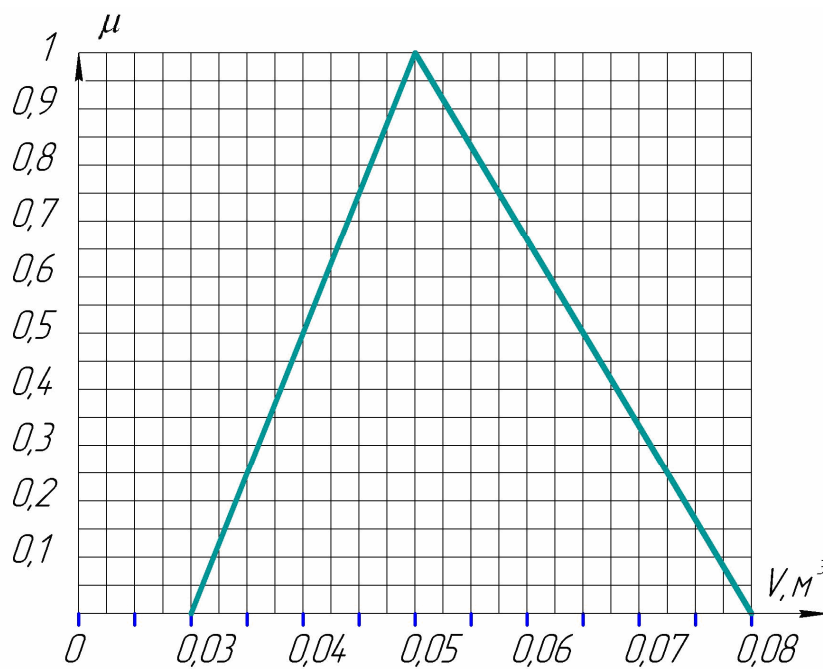


Рисунок 3.3 – Функція належності бажаного обсягу матеріалу

Проектувальний розрахунок (рис. 3.4) будемо проводити графічним способом, поєднавши на одному графіку перетворені лінеаризовані функції належності відповідних обмежень (3.1) та (3.2) та функцію бажаного обсягу матеріалу для випадку фіксованого детермінованого значення модуля пружності сталі, ширини балки $b=15\text{см}$, та завданні висоти балки h нечітко терміном «приблизно 11 см».

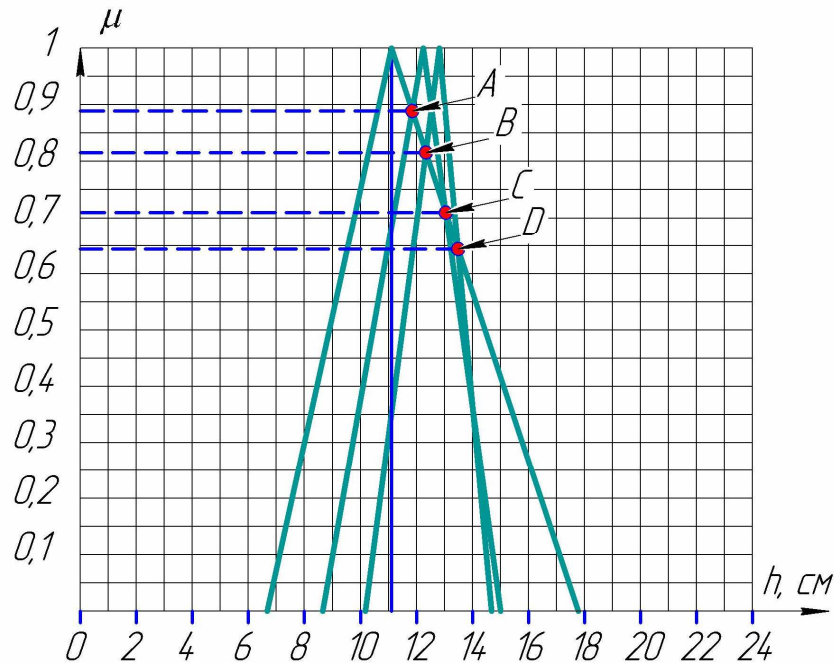


Рисунок 3.4 – Суміщення нечітких чисел на одній координатній осі

$\Phi_0 \cap \Phi_3 = \min(\mu_{\Phi_0}; \mu_{\Phi_3})$. З двох точок перетину візьмемо з найменшою можливістю з оптимістичної гілки ($m.A$ та $m.C$) $= \min(0,8892; 0,7097) = 0,7097$.

$\Phi_0 \cap \Phi_1 = \min(\mu_{\Phi_0}; \mu_{\Phi_1})$ З двох точок перетину візьмемо з найменшою можливістю з оптимістичної гілки ($m.B$ та $m.D$) $= \min(0,816; 0,6438) = 0,6438$.

Множині $Q = (\Phi_0 \cap \Phi_3) \wedge (\Phi_0 \cap \Phi_1)$ задовольняє точка C, яка є $\max(0,7097; 0,6438) = 0,7097$. Таким чином, за рис. 3.4. можна побачити, що значення параметра поперечного перерізу балки буде дорівнювати $\mu = 0,7097 \rightarrow h = 13\text{см}$.

Визначивши ступінь належності для точки C за рис. 3.2 та 3.3, визначимо відповідні навантаження та обсяг матеріалу:

$$\mu = 0,7097 \rightarrow q_1 = 34 \text{ кН/м} \text{ і } q_2 = 46 \text{ кН/м}$$

$$\mu = 0,7097 \rightarrow V_1 = 0,044 \text{ м}^3 \text{ та } V_2 = 0,0585 \text{ м}^3, V_1, V_2 \leq 0,8 \text{ за умовою.}$$

Звичайно, що проектувальний розрахунок повинен відповідати умовам міцності та жорсткості. Для випадку $q_1 = 34 \text{ кН/м}$, $h = 13 \text{ см}$ умови міцності та жорсткості виконуються:

$$\sigma = \frac{3ql^2}{4bh^2} = \frac{3 \cdot 34 \cdot 9 \cdot 10^3}{4 \cdot 15 \cdot 169} = 90,5 < 120 \text{ МПа}, f = \frac{5 \cdot 34 \cdot 81 \cdot 10^8}{32 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2197} = 0,653 \leq 0,8 \text{ см.}$$

Для випадку $q_2 = 46 \text{ кН/м}$, $h = 13 \text{ см}$ умови міцності та жорсткості не виконуються:

$$\sigma = \frac{3ql^2}{4bh^2} = \frac{3 \cdot 46 \cdot 9 \cdot 10^3}{4 \cdot 15 \cdot 169} = 122,4 > 120 \text{ МПа}, f = \frac{5 \cdot 46 \cdot 81 \cdot 10^8}{32 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2197} = 0,88 > 0,8 \text{ см.}$$

Таким чином, результатом проектувального розрахунку статично визначеної балки є наступні величини. Розмір поперечного перерізу $h = 13 \text{ см}$; розподілене навантаження $q = 34 \text{ кН/м}$; обсяг матеріалу $V = 0,0585 \text{ м}^3$.

3.1.2 Проектування балки при завданні нечітких даних

Запишемо завдання на проектування статично невизначеної балки, що закріплена жорстко одним кінцем і шарнірно оперта іншим (рис. 3.5).

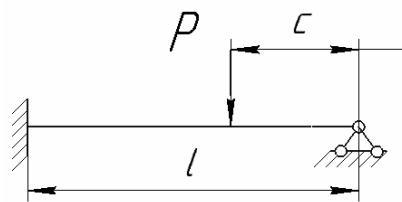


Рисунок 3.5 – Розрахункова схема балки

Необхідно визначити згинальний момент M_{\max}^P під навантаженням і знайти реактивний момент M_R при $l = 5 \text{ м}$ і нечітких даних щодо сили та її положення. Виконаємо етап фазифікації даних шляхом уведення функцій належності. Нехай для c вона буде трикутного виду з носієм $c = (1.5; 2; 2.5)_{\Delta} \text{ м}$.

Для P узято ФН Гаусового виду з $m_p = 10^4 \text{ Н}$, $\sigma = 2.5 \cdot 10^3 \text{ Н}$. Отримаємо при кількості дискретів $M = 50$ такі значення моментів: $M_R^{\text{def}} = -8979 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_{\text{max}}^{\text{def}} = 8236 \text{ Н} \cdot \text{м}$. При цьому для детермінованих (чітких) даних $P = 10^4 \text{ Н}$, $c = 2 \text{ м}$ маємо $M_R^{\text{det}} = -8400 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $M_{\text{max}}^{\text{det}} = 8640 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Число статистичних випробувань $N = 10^4$; На рис. 3.6 подано графічне уявлення залежності впливу нечіткості на фактори M_u та M_R , а саме відхилення у % від детермінованого значення реактивного моменту (крива 2) та згинального моменту (крива 1).

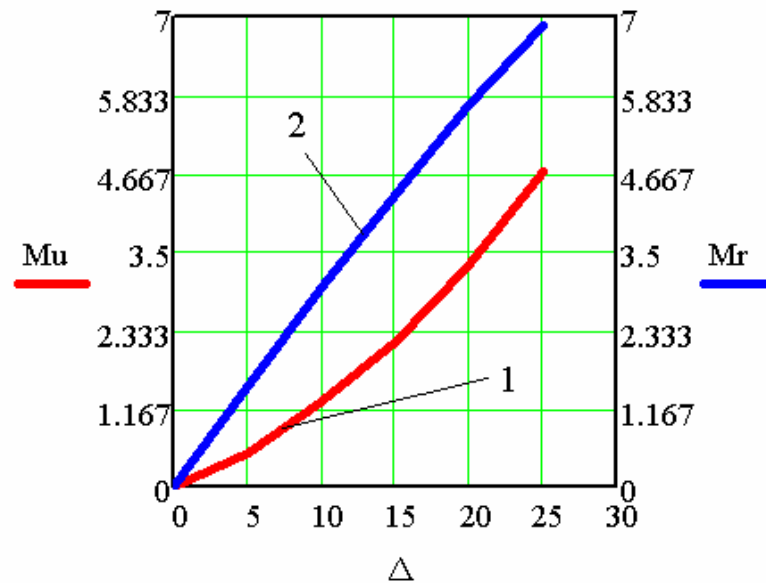


Рисунок 3.6 – Залежність впливу % розкиду $\Delta = m - a$ і $\Delta = b - m$ початкових даних на % відхилення дефазифікованих значень:

1 – момент M_u , 2 – момент M_R

Треба відзначити, що із збільшенням розкиду параметрів нечіткості σ , a_c , b_c , збільшується за модулем значення реактивного моменту та зменшується значення згинального моменту. Числові експерименти, що представлені в таблиці Б1 додатку Б в стовпчику 2 показують відхилення параметрів c і P від модального значення у відсотках (%). В стовпчиках 4 і 6 показані відхилення результатів M_R і M_u (в %) у нечіткому випадку від результатів, отриманих при чітких даних. В стовпцях 3 і 5 подано дефазифіковані результати щодо нечітких множин M_R і M_u , які відповідно, описують реактивний момент і момент

згинальний. При $m_c = 2$ і $m_p = 10^4$ і $\sigma = 0$ отримуємо результат розв'язання при чітких даних.

3.1.3 Нетипова задача оптимального проектування балки в умовах нечіткого завдання мети проектування і навантаження

Для пружної балки під дією зосередженого навантаження P , прикладеного на відстані a від лівої опори (рис. 3.7) необхідно підібрати такі характеристики перетину, які задовольняли б умовам міцності, жорсткості і забезпечили нечітке завдання її обсягу V .

Навантаження P і обсяг V задаються нечітко: величина P «близька до числа P_0 », «бажано, щоб величина обсягу балки приблизно дорівнювала V_0 ». Розглядається балка прямокутного перетину ($b \times h$). Умови міцності та жорсткості, як обмеження, та детерміновані характеристики проекту надано в статті [36]. Розглянемо можливу задачу нечіткого пошуку обсягу балки V_0 . Характеристика проекту – величина b підлягає визначенню. Для реалізації проекту для опису сили $P(a_p, m_p, b_p)_\Delta$ і обсягу $V(a_v, m_v, b_v)_\Delta$ взяті функції належності трикутного виду (рис. 2.3).

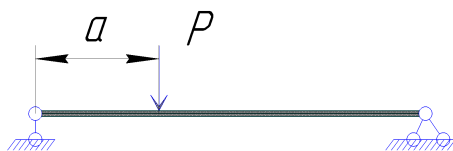


Рисунок 3.7 – Розрахункова схема балки

Метод розв'язання. З визначення обсягу балки $V = bhl$ випливає

$$\Phi_0(V) = b = V / hl. \quad (3.3)$$

Умова міцності в граничному випадку дає

$$\Phi_1(P) = b = \frac{6Pl\alpha\beta}{h^2[\sigma]}. \quad (3.4)$$

З умови жорсткості для граничного випадку випливає, що

$$\Phi_2(P) = b = \frac{4Pl^3(\alpha\beta)^2}{Eh^3[y]}. \quad (3.5)$$

Величини Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 є числовими функціями нечітких параметрів V і P і відповідно утворюють нечіткі множини з функціями належності $\mu_{\Phi_0}(x)$, $\mu_{\Phi_1}(x)$, $\mu_{\Phi_2}(x)$.

Для побудови нечітких множин Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 з використанням функції належності скористаємося α - рівневим підходом теорії нечітких множин. Отримані множини Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 є опуклими множинами [252], оскільки задані $\mu_{\xi=P}(x)$ і $\mu_{\xi=V}(x)$ є опуклі. Сформулюємо наступну математичну модель оптимізації

$$\mu^* = \arg \left\{ \sup_x Q \right\}, \quad (3.6)$$

де множина Q є

$$Q = (\Phi_0 \cap \Phi_1) \cup (\Phi_0 \cap \Phi_2) \quad (3.7)$$

$$\mu_Q^* = \max_{x \in X} \left(\min(\mu_{\Phi_0}(x); \mu_{\Phi_1}(x)); \min(\mu_{\Phi_0}(x); \mu_{\Phi_2}(x)) \right). \quad (3.8)$$

Нечітка субнормальна множина Q - є множина точок K , в яких відбувся перетин (3.7). І тоді вихідна задача оптимізації зводиться до моделі

$$\mu^* = \max_{x \in K} \mu_Q(x). \quad (3.9)$$

Ілюстрація методу розв'язання. Враховуючи невелику вимірність задачі, запропонований тут підхід реалізовано графічним способом при таких даних: $l = 500$ см; $h = 20$ см; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $[\sigma] = 160$ МПа; $[y] = 1.5$ см; $\alpha = 1/3$.

Приклад 1. Нехай задано: $\tilde{P} = 8 \cdot 10^4$ Н, $\tilde{V} = 7.5 \cdot 10^{-2}$ м³ тобто $a_p = 7 \cdot 10^4$, $m_p = 8 \cdot 10^4$, $b_p = 9 \cdot 10^4$ і $a_v = 6 \cdot 10^{-2}$, $m_v = 7.5 \cdot 10^{-2}$, $b_v = 10 \cdot 10^{-2}$. Фазифікацію цих даних виконаємо у відповідності до визначення (2.50).

Графічні ілюстрації функції належності величин \tilde{P} і \tilde{V} подано на рисунках 3.8 і 3.9 (1, 2 – бажаний об'єм).

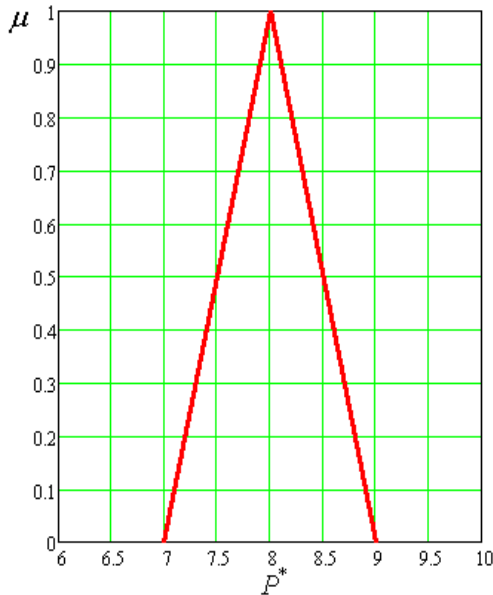


Рисунок 3.8 – Функція належності P ($P = P^* \cdot 10^4 N$)

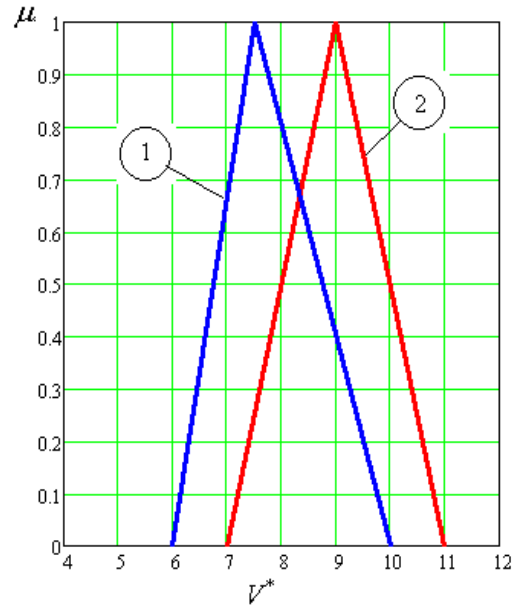


Рисунок 3.9 – Функція належності V ($V = V^* \cdot 10^{-2} m^3$)

Графічні зображення множин Φ_0 (два приклади), Φ_1 , Φ_2 подано на рис. 3.10. Злиття множин Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 , у силу припущення про опуклість множин $\Phi_i (i = 0, 1, 2)$, отримана нечітка множина Q є опуклою.

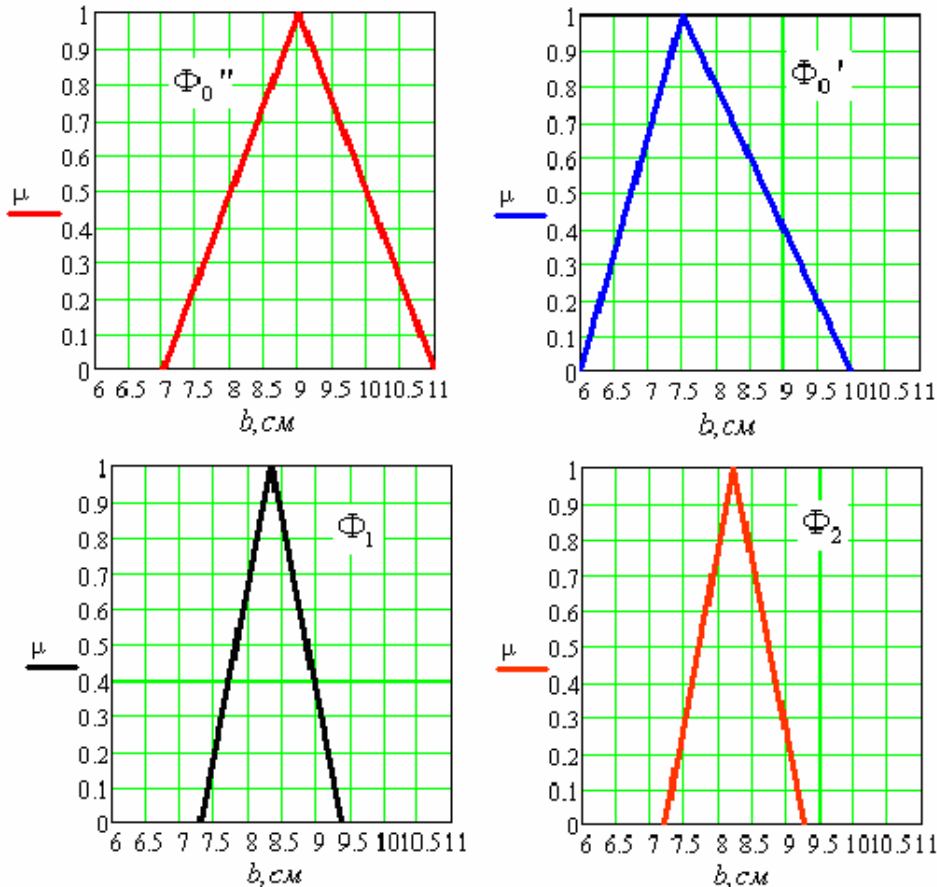


Рисунок 3.10 – Графічні зображення множини $\Phi_0', \Phi_0'', \Phi_1, \Phi_2$

У цьому випадку має місце «злиття» цілей та обмежень, які входять до (3.7) абсолютно однаковим чином, що доводить твердження про тотожність мети та обмежень у завданні прийняття рішень у розпливчастих умовах [199]. Графічне зображення злиття множин Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 показано на рисунку 3.11.

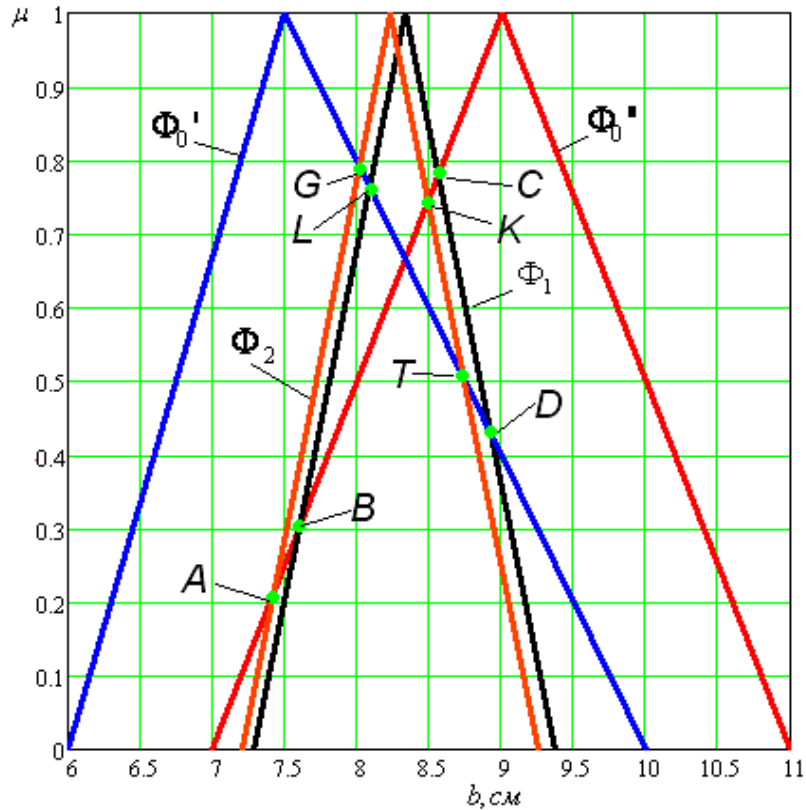


Рисунок 3.11 – Розв'язання для двох прикладів

Із цього рисунку видно, які точки утворюються в результаті перетину множин, а саме:

Точки (G, T) є точками перетину множин нечіткої цілі і обмеження жорсткості, тобто $(G, T) = \Phi'_0 \cap \Phi_2$, для яких $\mu_G = 0.79$; $\mu_T = 0.52$.

Точки (D, L) є точками перетину нечітких множин цілей та обмежень міцності, тобто $(D, L) = \Phi'_0 \cap \Phi_1$, для яких $\mu_D = 0.43$; $\mu_L = 0.76$.

Візьмемо $\min(\mu_G; \mu_T) = 0.52$; $\min(\mu_D; \mu_L) = 0.43$; та $\mu^* = \max(0.52; 0.43)$. Значенню $\mu^* = 0.52$ на рисунку 3.11 відповідає точка T перетину множин $\Phi'_0 \cap \Phi_2$ і $b = 8.7 \text{ см}$. На рисунку 3.8 значенню $\mu^* = 0.52$ відповідає: а) $P^* = 76 \text{ кН}$, а на рисунку 3.9 відповідає $V^* = 6.8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$; б) $P^* = 84 \text{ кН}$ і

$V^* = 8.8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$. В результаті маємо два розв'язки: а) $P^* = 76 \text{ кН}$; $V^* = 6.9 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$; б) $P^* = 84 \text{ кН}$; $V^* = 8.8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

Аналіз розв'язків. Виконуючи аналіз отриманих результатів, бачимо що підстановка $b = 8.7 \text{ см}$ і $P^* = 76 \text{ кН}$ в умови обмежень не порушує їх: $\sigma = 145.6 < 160 \text{ МПа}$; $y = 1.35 < 1.5 \text{ см}$. Якщо підставити другий розв'язок $b = 8.7 \text{ см}$; $P^* = 84 \text{ кН}$ в умови обмежень, то видно, що порушуються умова міцності $\sigma = 160.9 > 160 \text{ МПа}$; а умова жорсткості $y = 1.49 < 1.5 \text{ см}$ не порушується. Таким чином, в результаті маємо розв'язок поставленої задачі за оптимістичною гілкою - дійсні значення $P^* = 76 \text{ кН}$; $V^* = 6.9 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

Приклад 2. Припускається, що $\tilde{V} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ з $a_V = 7 \cdot 10^{-2}$, $m_V = 9 \cdot 10^{-2}$, $b_V = 11 \cdot 10^{-2}$. Інші числові дані такі, як в першому прикладі. В цьому випадку множина цільової функції на рисунках 3.10 і 3.11 позначено через Φ''_0 .

За аналогією першого експерименту маємо:

$$(A, K) = \Phi''_0 \cap \Phi_2, \text{ для яких } \mu_A = 0.22; \mu_K = 0.75, \text{ а } \min(\mu_A; \mu_K) = 0.22.$$

Точки (B, C) є результатом перетину множин, тобто $(B, C) = \Phi''_0 \cap \Phi_1$, для яких $\mu_B = 0.31$; $\mu_C = 0.78$. Тоді $\min(\mu_B; \mu_C) = 0.31$. Величина $\mu^* = \max(0.31, 0.22) = 0.31$. Із рисунку 3.11 для $\mu^* = 0.31$ маємо $b = 7.75 \text{ см}$ та такі результати: а) $P^* = 73.8 \text{ кН}$; $V^* = 7.85 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$; б) $P^* = 86.2 \text{ кН}$; $V^* = 10.15 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

Аналіз результатів. Випадок «2» дає $\sigma^{\max} = 158.7 < 160 \text{ МПа}$ та $y = 1.47 < 1.5$. Умови задачі не порушуються. У випадку «б» маємо $\sigma^{\max} = 185.4 > 160 \text{ МПа}$ та $y = 1.72 > 1.5$. Умови міцності і жорсткості тут порушуються. Таким чином, шуканим результатом у другому прикладі є $b = 7.75 \text{ см}$; $P^* = 73.8 \text{ кН}$; $V^* = 7.85 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

3.1.4 Задача нечіткого аналізу балки

Розглянемо задачу визначення згинального моменту M_C під осьовою

силою, прикладеною в точці C на відстані c від точки B пружної балки з двома защемленими кінцями (рис. 3.12). Шуканий згинальний момент визначається виразом:

$$M_c = \frac{2P[c(l-c)]^2}{l^3} = f(c, P) \quad (3.10)$$

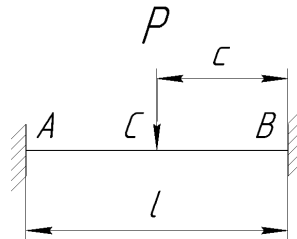


Рисунок 3.12 – Розрахункова схема балки

Інформаційна ситуація 1. Нехай величина навантаження P і місце його застосування описується нечітким чином: значення P "близько до 20 кН", а точка C знаходиться "біля середини балки". Для цього випадку необхідно визначити значення M_c згинального моменту під точкою докладання сили. Запишемо завдання $f: X \rightarrow M_c; x \in X; x = (\xi_1, \xi_2); \xi_1 = \tilde{P}, \xi_2 = \tilde{c}$. Не порушуючи спільності підходу припустимо, що x_1 і x_2 задаються функцією належності трикутного вигляду (2.50) на етапі фазифікації. Числа $(a_p, m_p, b_p), (a_c, m_c, b_c)$ є носії нечітких чисел \tilde{P} і \tilde{c} , тобто a_p, b_p, a_c, b_c задані межі інтервалів, де $\mu(x) \geq 0$; m_p, m_c - модальні значення. Наступний етап починається з обчислення значень функції f двох нечітких змінних x_1 і x_2 з урахуванням принципу узагальнення на основі α -рівнів.

Числовий експеримент здійснимо при $l = 6\text{м}, m_p = 20\text{кН}, m_c = 3\text{м}$. В результаті отримані нечіткі числа моменту M_c (рис. 3.13), та дефазифіковані значення шуканого моменту M_c для різних ступенів нечіткості. Дані відображені на рис. 3.14 та в табл. додатку Б.2. Тут величина $\eta, \%$ є відхилення (ступінь толерантності) дефазифікованого значення M^{df} від детермінованого M^{det} . В результаті отримано: функції належності (рис. 3.13) для $k = 10\%$ та

$k = 20\%$; залежність дефазифікованих величин M_C від ступеня розмитості k вихідних нечітких даних (рис. 3.14) та залежність ступеня відхилення η результату (толерантність) від величини нечіткості k вихідних даних. Зі збільшенням k значення згинального моменту зменшується.

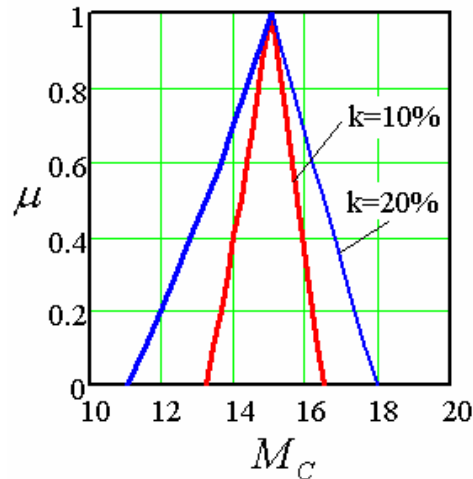


Рисунок 3.13 – Нечіткі числа M_C для розмитості даних 10% і 20%, $\kappa H \cdot m$

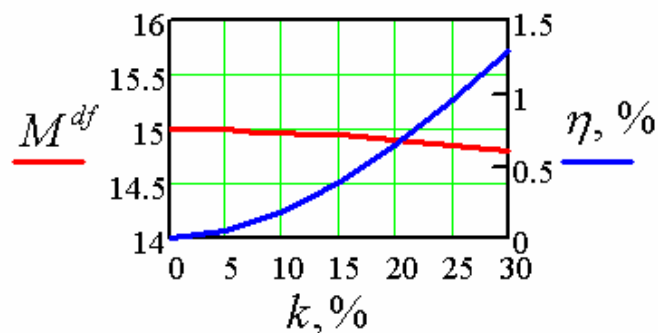


Рисунок 3.14 – Графік залежності величини дефазифікованого значення M^{df} та його відхилення η від M^{det} залежно від ступеня розмитості

Інформаційна ситуація 2. Інформаційна ситуація характеризується, на відміну від першої тим, що опис точки прикладення навантаження залишається таким самим, як і вище, а величина навантаження описується інакше: "значення зосередженої сили трохи більше, ніж $20 \kappa H$ ". Фазифікацію такого опису можна виконати за допомогою введення визначення напівнечіткого числа, у якого функція належності має вигляд трикутного числа. Отримані результати представлені в табл. додатку Б.3 та на рис. 3.15.

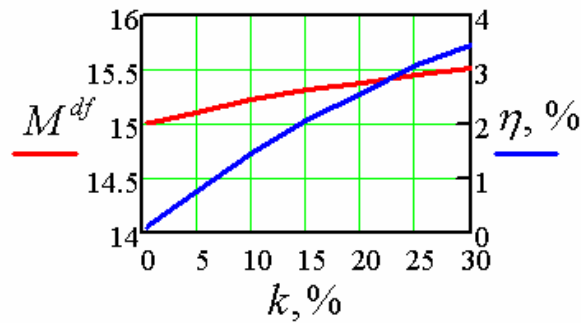


Рисунок 3.15 – Графік залежності величини дефазифікованого значення M^{df} та його відхилення η від M^{det} залежно від ступеня розмитості

Як видно, збільшення ступеня розмитості k даних веде до незначного збільшення величини згинального моменту M^{df} та коефіцієнта η .

3.2 Великі прогини стиснутих пружних стержнів в умовах нечіткої інформації щодо навантаження

Вивчення поведінки стержнів малої жорсткості представляє важливий напрямок нелінійної механіки. Гнучкими або тонкими стержнями називаються такі прямі або криві стержні, в яких розміри поперечних перетинів дуже малі по відношенню до довжини і радіусу кривизни, а переміщення при вигині становляться зіставними з довжиною стержня. Їх жорсткість стає малою. Задачі вигину тонких стержнів є статично невизначеними, оскільки виявляються несправедливими основні положення будівельної механіки та опору матеріалів про дію сил і моментів при згині [141]. В процесі вигину вісь тонкого стержня дуже змінює свою початкову конфігурацію і при цьому має місце нелінійна залежність великих переміщень від зовнішніх сил.

Розглядаються великі переміщення тонких стержнів при навантаженні, більш критичного. Величину навантаження будемо задавати нечітким числом з функцією належності трикутного виду. Для реалізації сформульованої варіаційної моделі використано функціональне рівняння методу динамічного програмування [145] і базові поняття теорії нечітких множин [63, 64]. Підхід

цього нового напрямку в механіці до задач оптимального проектування конструкцій подано в роботах [25, 26].

Формулювання задачі. Класичний підхід до аналізу поведінки гнучких стержнів, матеріал яких узгоджується із законом Гука, призводить до інтегрування нелінійного диференціального рівняння виду

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2} = -\bar{P} \sin \varphi; \quad 0 \leq s \leq 1; \quad \bar{P} = \frac{P}{EI}. \quad (3.11)$$

В цьому рівнянні уведено такі позначення: P - зосереджена сила; φ - кут нахилу дотичної в поточній точці пружної лінії до осі Oy (рис. 3.16); s - довжина дуги пружної лінії, яка відраховується від її початку; EI - жорсткість стержня.

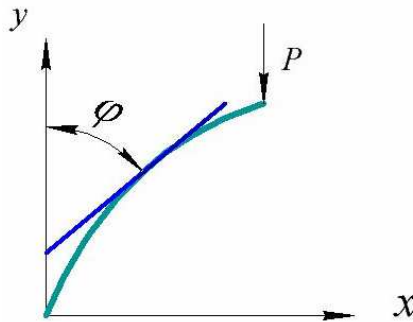


Рисунок 3.16 – Схема навантаження

Розв'язок диференціального рівняння (3.11) $\varphi = \varphi(s)$ задовольняє деяким крайовим умовам на кінцях стержня:

$$\begin{aligned} \varphi(s) &= C_0 \text{ при } s = 0; \\ \varphi(s) &= C_1 \text{ при } s = 1, \end{aligned} \quad (3.12)$$

або

$$\begin{aligned} \varphi(s) &= C_0 \text{ при } s = 0; \\ \frac{d\varphi(s)}{ds} &= C_1 \text{ при } s = 1. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Розв'язок $\varphi(s)$ мусить належати до деякої області пошуку Φ , яка визначається за правилом: кривизна до даної точки s пружної лінії вважається додатною, якщо кут нахилу дотичної до пружної лінії збільшується із

збільшенням дуги s . Координати точок пружної лінії стержня визначаються за такими формулами

$$y(s) = \int_0^s \cos \varphi ds; \quad x(s) = \int_0^s \sin \varphi ds; \quad 0 \leq s \leq 1. \quad (3.14)$$

При цьому вважається, що розв'язок $\varphi(s)$ відомий. Нехай величина зосередженої сили задається у вигляді " $\bar{P} \approx P_0$ ", і функція належності $\mu(x)$ цієї величини описується трикутним законом (рис. 2.3) $P(a, m, b)_\Delta$.

Нечіткий інтервал $[a, b]$ є областю визначення нечіткої множини \bar{P} , в якій $\mu_p(x) > 0$, тобто

$$\text{supp}(\bar{P}) = \{\mu_p(x) \geq 0\} = [a, b] \quad (3.15)$$

Розв'язання задачі (3.11) – (3.13) зводиться до здійснення M разів процедури обчислення функції $\varphi_k(s)$; $k = 1, 2, \dots, M$; $0 \leq s \leq 1$ для $\bar{P} = P_k$. Величина M задається як кількість k - рівнів функції $\mu_p(x)$ (рис.3.17). Для рівня k обчислюються величини P^L і P^R за формулами:

$$P^L = km + (1 - k)a; \quad P^R = km + (1 - k)b, \text{ які отримані з означення (2.50).}$$

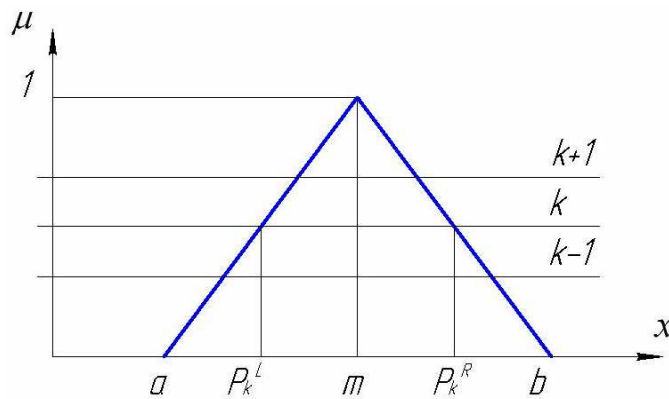


Рисунок 3.17 – Функція належності $\mu_p(x)$: $k-1$, k , $k+1$ - її рівні

Метод розв'язання. Для розв'язання нелінійної задачі (3.11) – (3.13) скористаємося таким підходом:

для функціонала

$$J = \int_0^1 \left[\frac{1}{2} (\varphi')^2 + P \cdot \cos \varphi \right] ds \rightarrow \min \quad (3.16)$$

вираз (3.11) є варіаційним рівнянням Ейлера-Лагранжа. Пошук функції $\varphi(s)$ в задачі (3.16) здійснимо за методом динамічного програмування. Для цього виконаємо дискретизацію $\varphi_i = \varphi(s_i)$; $s_i = (i-1)\Delta s$; $\Delta s = \frac{1}{N}$, де N - число інтервалів довжиною Δs , на яке розбивається відрізок інтегрування.

Інтеграл (3.16) замінимо кінцевою сумою, тобто

$$\int_0^1 \left[\frac{1}{2}(\varphi')^2 + \bar{P} \cdot \cos \varphi \right] ds \approx \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta s} \right)^2 + \bar{P} \cdot \cos \varphi_i \right] \Delta s. \quad (3.17)$$

Уведемо такі означення:

$$c = \varphi_i; \quad u = \varphi_{i+1}; \quad f_i(c) = \min_u \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{2} \left(\frac{u - c}{\Delta s} \right)^2 + \bar{P} \cos c \right] \Delta s. \quad (3.18)$$

За методом динамічного програмування із (3.18) йде така система рівнянь

$$f_i(c) = \min_u \left\{ \left[\frac{1}{2} \left(\frac{u - c}{\Delta s} \right)^2 + P \cos c \right] \Delta s + f_{i+1}(u) \right\} \quad (3.19)$$

$$i = N, N-1, \dots, 2, 1; \quad f_{N+1}(c) \equiv 0.$$

Ці рекурентні співвідношення реалізуються на ЕОМ, в результаті чого отримується на кожному кроці i числова функція $\varphi_i(s_j)$; $i = \overline{1, N}$; $j = \overline{1, T}$;

$s_j = (j-1)\Delta\varphi$; $\Delta\varphi = \frac{1}{T}$. Ціле T - задається: це є кількість дискретних значень

області пошуку Φ . Область пошуку цієї задачі є $[0; l]$, тобто $\Delta\varphi = \frac{l}{T}$, де l - задається.

Ілюстративний приклад. Нехай задано нечітка величина $\bar{P}(8, 10, 15)_\Delta$, тобто $a = 8$; $m = 10$; $b = 15$. Для детермінованих значень $\bar{P} = 8$; $\bar{P} = 10$; $\bar{P} = 15$ виконано числові розрахунки за методом динамічного програмування (таблиці додатку Б4 - Б6). При цьому $l = \frac{\pi}{2}$. В результаті отримано дані $\varphi_i(s, k)$ кожного

рівня k ; $k = 1, 2, \dots, M$; $M = 20$. Використовуючи дискретні аналоги інтегралів в (3.14) і отриману функцію $\varphi_i(s, k)$, визначимо:

$$x_i(k) \approx \sum_{j=0}^i \sin \varphi_i(s_j, k); \quad y_i(k) \approx \sum_{j=0}^i \cos \varphi_i(s_j, k), \quad (3.20)$$

де: $x_i(k), y_i(k)$ - координати точок осі деформованого стержня.

Результат дефазифікації згідно [26] та пункту 2.5.1 за даними рівнів заданої функції належності $\mu_p(x)$ (таблиця додатку Б4) дає $P^f = 10,675$ і відповідно $x(k)$ та $y(k)$; $k = 1, 2, \dots, 20$ (таблиця додатку Б.5), за якими побудовано картину деформованої осі (рис. 3.18). Енергія деформації при дефазифікованих даних співпадає з енергією деформації детермінованого випадку $\bar{P} = 10,675$. На рис. 3.18 а подано зображення нечіткої множини $\bar{P} = 10$, де виконується означення (3.15). На рис. 3.19 надано графік залежності потенціальної енергії J деформованого стержня від дії навантаження \bar{P} . Для порівняння на рис. 3.19. наведено значення енергії при $P^f = 10,675$ $J_{\bar{P}=10}^f = 2,833$, а також $J_{\bar{P}=10}^{\det} = 3,037$. Як видно, енергія в детермінованому випадку збільшується відносно врахування нечіткої інформації.

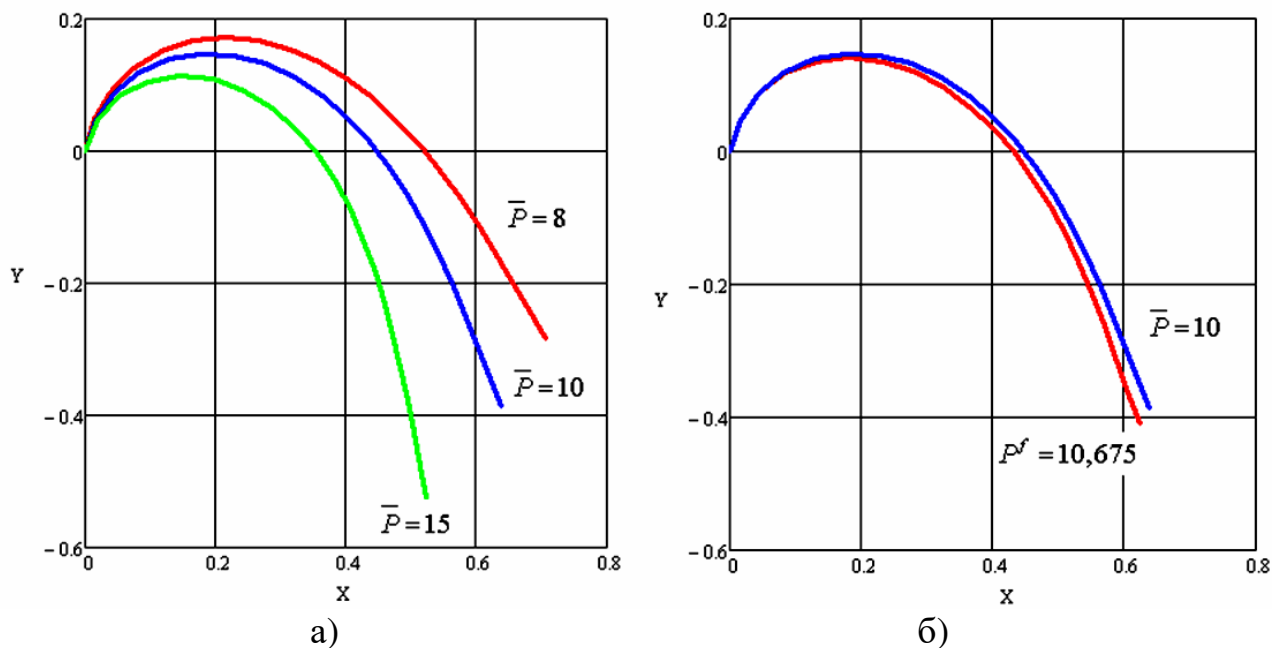


Рисунок 3.18 – Картина деформованого стану тонкого стержня:

а) нечітка інтерпретація навантаження; б) дефазифікація навантаження

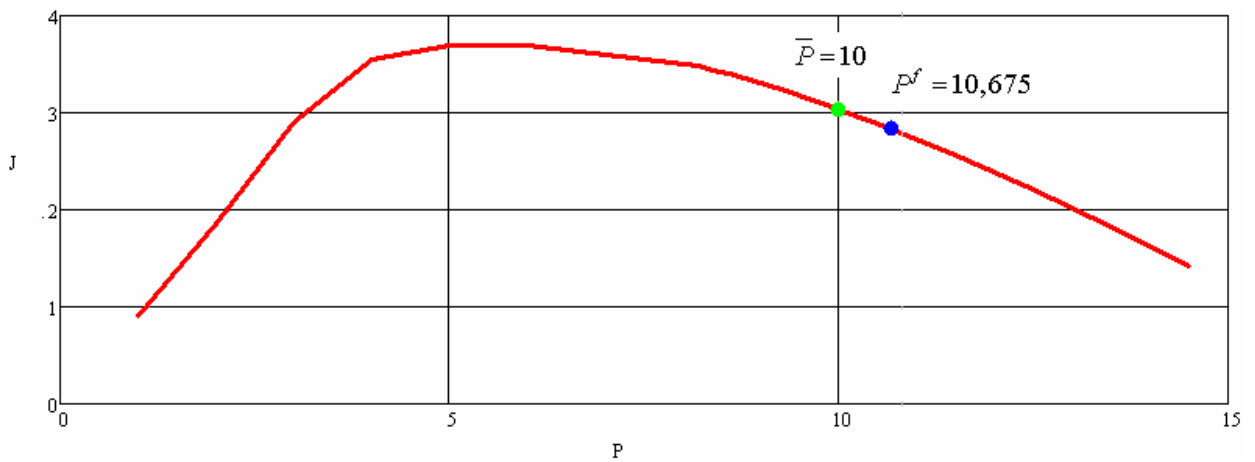


Рисунок 3.19 – Потенціальна енергія деформованого стержня

3.3 Розрахунки ферм в умовах неповної інформації

3.3.1 Визначення коефіцієнта надійності по навантаженню в умовах невизначеної інформації

Відомо, що коефіцієнт надійності може бути визначений за такою формулою:

$$\gamma = P_p / P_H, \quad (3.21)$$

де: P_p - розрахункове навантаження, P_H - нормативне навантаження.

Застосування нових підходів для визначення такого коефіцієнту в умовах неповної інформації [212, 213] може бути корисним для розвитку самого підходу оцінки коефіцієнтів надійності.

Для нечіткого завдання початкових даних розглянемо ферму, схема якої зображена на рис. 3.20. Оптимізаційна модель визначення оптимального обсягу матеріалу ферми у випадку детермінованого підходу буде така (3.22).

$$V^{opt}(P_0) = \arg \left\{ \min_{A_i} \sum_{i=1}^n l_i A_i \mid y_k \leq [\Delta]; A_i \geq A_i^- \right\}, \quad (3.22)$$

$$\text{де } A_i^- = |N_i| / R_i^*; \quad y_k = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \bar{N}_i l_i}{E}; \quad R_i^* = \begin{cases} R^p, N > 0 \\ R^c, N < 0 \end{cases}$$

Реалізацію оптимізаційної моделі здійснено за алгоритмом методу динамічного програмування (пункті 2.3.2). Для ферми (рис. 3.20) задамо такі початкові дані: Нехай навантаження в вузлах ферми буде однаково $P_i = P_0$;

$i = 1, 2, \dots, 7$; $k = 4$; модуль пружності $E = 2,09 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; геометричні розміри $L = 24 \text{ м}$; $h = 4 \text{ м}$; допустимий прогин $[\Delta] = 0,06 \text{ м}$; розрахунковий опір на розтяг, стиск $R^p = 395 \text{ МПа}$ та $R^c = 285 \text{ МПа}$ відповідно.

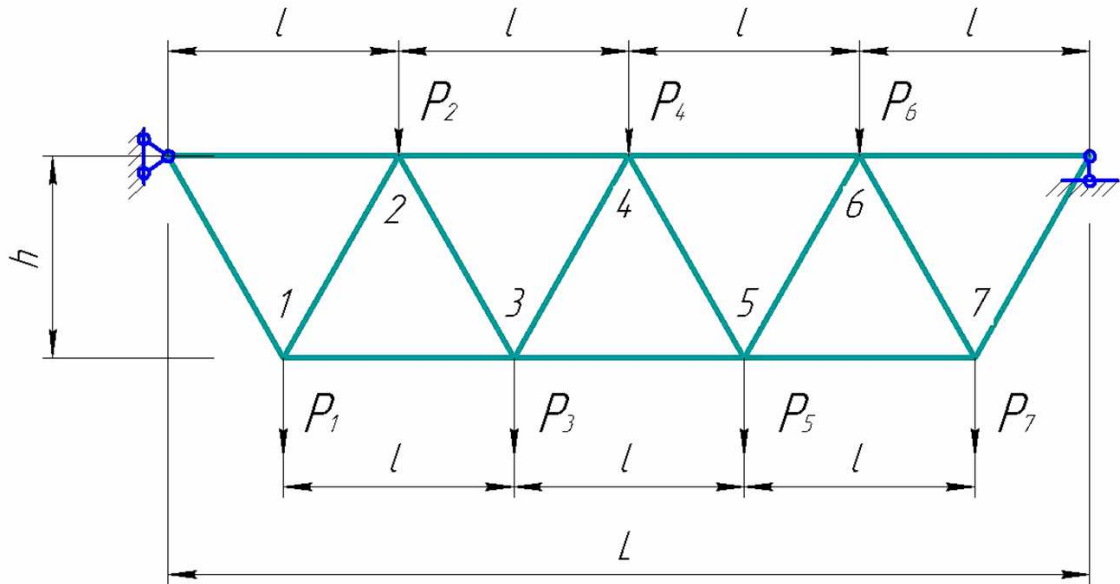


Рисунок 3.20 – Схема ферми та навантаження

Задамо навантаження нечітким чином $P_0 = \text{"приблизно дорівнює } 2 \cdot 10^4 \text{ Н"}$; Для визначеності візьмемо функцію належності трикутного виду у такій формі запису як $P_0 = P(a, b, c)$, для якої $P_0(1 \cdot 10^4, 2 \cdot 10^4, 4 \cdot 10^4)_\Delta(H)$. Або інша форма запису може бути такою $P_0(2 \cdot 10^4, 1 \cdot 10^4, 2 \cdot 10^4)_{LR}$. Алгоритм реалізації може бути виражений у формі таких послідовних кроків:

$$V^{opt}(P_0) \rightarrow V_{fuzzy} \rightarrow V_{defuzzy} \rightarrow V^{det} = P_P \rightarrow V(P_P) = V^*; V(P_0)|_{\mu=1} = V(P_H);$$

$$P_0|_{\mu=1} = P_H \rightarrow V(P_H); \gamma = \frac{P_P}{P_H} = \frac{V(P_P)}{V(P_H)}$$

Числовий експеримент подано в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Числовий експеримент по знаходженню коефіцієнта надійності

c в $P_0(a, b, c)$	$V^* \text{ см}^3$	$\Delta V, \%$	γ_F	Нечітке число P_0
$4 \cdot 10^4 \text{ (H)}$	43358	12,5	1,12	$P_0(1 \cdot 10^4; 2 \cdot 10^4; 4 \cdot 10^4) \text{ (H)}$
$5 \cdot 10^4 \text{ (H)}$	48171	25	1,25	$P_0(1 \cdot 10^4; 2 \cdot 10^4; 5 \cdot 10^4) \text{ (H)}$
$6 \cdot 10^4 \text{ (H)}$	50506	31	1,31	$P_0(1 \cdot 10^4; 2 \cdot 10^4; 6 \cdot 10^4) \text{ (H)}$

Цей експеримент реалізовано для випадку заданого обсягу при нормативному навантаженні: $V(P_H) = 38545 \text{ см}^3$. Для порівняння, за даними ДБН: $\gamma = 1,1$.

Для стохастичного випадку визначення коефіцієнта надійності запишемо: $P_H = m_{rand}$ - математичне сподівання; $P_0 = P_0 + \xi$; $\xi \rightarrow \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ - Гаусовий розподіл випадкової величини; $m\xi = 0$; "правило 3σ " = ξ ; $\sigma\xi$ - стандарт випадкової величини (задається). Для ферми (рис. 3.21) сформуємо початкові дані.

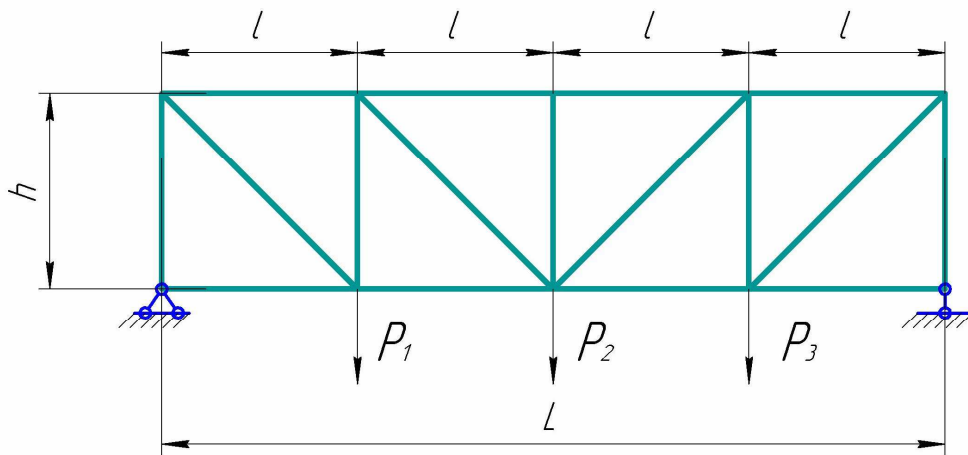


Рисунок 3.21 – Схема ферми та навантаження

Нехай навантаження $P_1 = P_3 = 8 \cdot 10^4 \text{ Н}$ задано точно; $P_2^0 = 8 \cdot 10^4 \text{ Н} \rightarrow P_H$; модуль пружності $E = 2,09 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; геометричні розміри ферми $l = 3 \text{ м}$; $h = 3 \text{ м}$; $R^p = 383 \text{ МПа}$; $R^c = 230 \text{ МПа}$; допустимий прогин $[y_2] = 0,03 \text{ м}$; $3\sigma = 1,5 \text{ кН}$.

В результаті коефіцієнт надійності для такого випадку:

$$V^{\det}(3\sigma, P_1, P_2, P_3) = 27660 \text{ см}^3 \rightarrow \gamma = \frac{P_{\det}}{P_H} = 1,03.$$

3.3.2 Нетипова задача оптимального проектування конструкції ферми при нечітких даних

Розглянемо оптимальне проектування 4-х елементної ферми (рис. 3.22) щодо максимізації виконання нечіткої події. Позначимо через P вектор навантаження $P = \{P_1, P_2\}$. Довжини елементів задаються як $l_1 = 1000\sqrt{2} \text{ мм}$,

$l_2 = l_3 = 1000$ мм, $l_4 = 500\sqrt{2}$ мм. Модуль пружності E дорівнює 207 кН / мм², границю моменту опору взято $R_0 = 0,15$ кН / мм² для розтягнутих елементів. Для стиснутих елементів $\varphi_{\min} R_0$, де φ_{\min} - коефіцієнт поздовжнього прогину. В числових розрахунках взято $\varphi_{\min} = 2 / 3$.

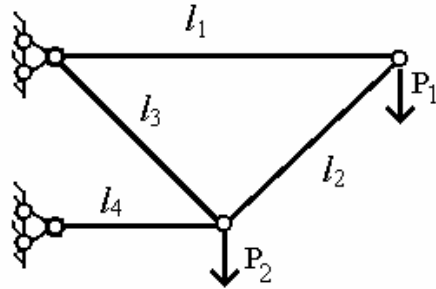


Рисунок 3.22 – Розрахункова схема ферми

Обсяг матеріалу:

$$V_0 = \sum_{i=1}^4 l_i A_i; \quad (3.23)$$

Нижня границя площі перерізів:

$$A_i^- = \frac{|N_i(P_1, P_2)|}{R_i^*}; \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$A_j^* = \max A_i; \quad j = 1, 2, 3, \quad (3.24)$$

де:

$$R_i^* = \begin{cases} R_0, & N_i > 0 \\ \varphi_{\min} R_0, & N_i < 0. \end{cases} \quad (3.25)$$

Зусилля N_i визначаються за формулою

$$N = BP; \quad N = \{N_1, N_2, N_3, N_4\}, \quad (3.26)$$

де матриця жорсткості запишеться як:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Нехай усі елементи ферми мають сталий переріз. Треба знайти значення площі за умови стійкості і міцності та при навантаженні і об'єму, що задаються нечітко.

Для нечіткого завдання навантаження $P_1 \approx 2 \text{ кН}$, $P_2 \approx 2 \text{ кН}$ і обсягу "приблизно V " за умов міцності і стійкості знайти площу перерізу $A = \max\{A_i\}; i=1,2,3,4$ елементів ферми. Нечітке обмеження від навантаження запишеться у вигляді нечіткої площі:

$$A_1 = \frac{0}{50.4} + \frac{1}{60} + \frac{0}{66.6}$$

Випадок 1. Нехай $V \approx 300000 \text{ мм}^3$, $V(200000;300000;400000)_\Delta$. Тоді нечітка множина $A_0 = \frac{0}{48} + \frac{1}{72.8} + \frac{0}{97.1}$. Перетин множин A_1 та A_0 дає точки (G, B) (рис. 3.23) тобто $(G, B): A_1 \cap A_0; \mu_G = 0.15; \mu_B = 0.61$. Максимальна можливість $\mu^* = \max(0.15; 0.61) = 0.61$; $A_B^* = 63 \text{ мм}^2$. Для A_B^* обсяг матеріалу $V^* = 259623 \text{ мм}^3$; $200000 < 259623 < 400000 \text{ мм}^3$.

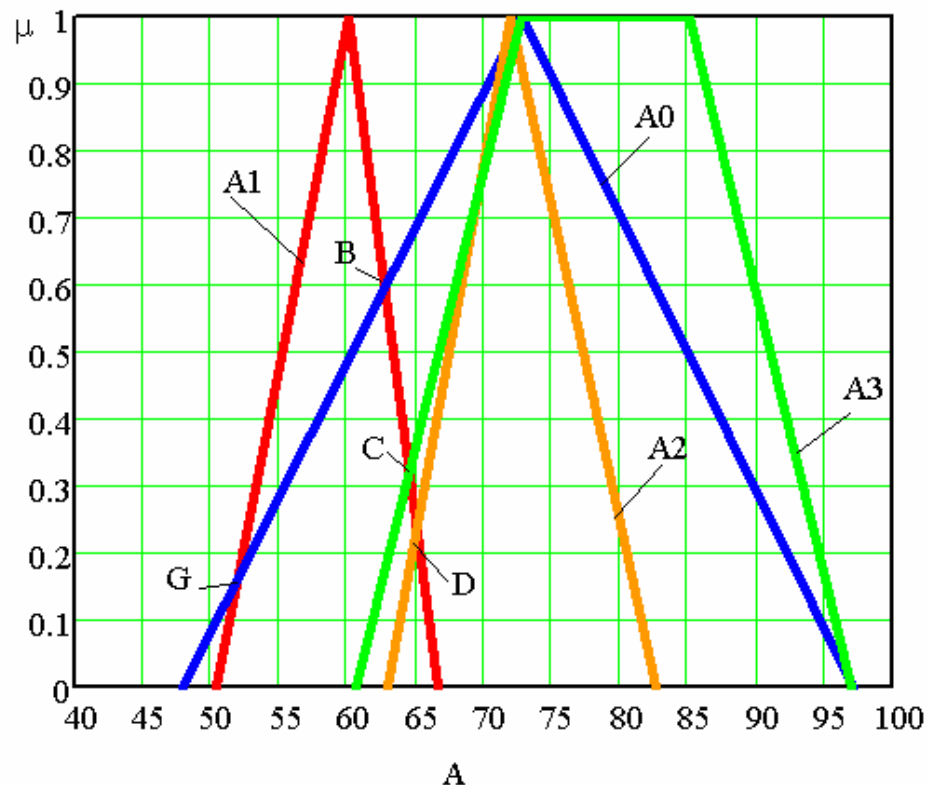


Рисунок 3.23 – Графічне розв'язання задачі

Випадок 2. Нехай $V \approx 300000 \text{ мм}^3$, $V(260000;300000;340000)_\Delta$. Тоді нечітка множина $A_2 = \frac{0}{63} + \frac{1}{72.8} + \frac{0}{82.5}$. Перетин множин A_1 та A_2 дає одну

точку D (рис. 3.23) для якої $\mu_D = 0.22$ і площа $A_D^* = 65 \text{ mm}^2$. Для A_D^* обсяг матеріалу $V^* = 267865 \text{ mm}^3$; $260000 < 267865 < 340000 \text{ mm}^3$.

Випадок 3. Нехай нечіткий обсяг $V \approx 300000 \text{ mm}^3$ задається в нечіткому інтервалі, як $V(250000; 300000; 350000, 400000)$ з трапецієвидною функцією

належності. Тоді нечітка множина $A_3 = \frac{0}{60.7} + \frac{1}{72.8} + \frac{1}{85} + \frac{0}{97}$. Перетин множин

A_1 та A_3 дає одну точку $C = A_1 \cap A_3$ (рис. 3.23) для якої $\mu_C = 0.33$ і площа $A_C^* = 64 \text{ mm}^2$. Для A_C^* обсяг матеріалу $V^* = 263744 \text{ mm}^3$; $250000 < 263744 < 400000 \text{ mm}^3$.

Зауваження. Всі значення площі A задовольняють умові міцності $A > A^- = 60 \text{ mm}^2$. Результати отримані на основі злиття нечітких множин по параметру A .

3.3.3 Нечітке моделювання в оптимальному проектуванні шарнірно-стержневих систем

Розглянемо задачі оптимального проектування шарнірно-стержневої системи, на яку накладено обмеження на жорсткість, міцність та стійкість в умовах нечіткої та нечітко-випадкової інформації та проведемо аналіз вибору коефіцієнта надійності по навантаженню. Дослідимо результати впливу форми і характеру функції належності при нечіткому завданні інформації на оптимальні розв'язки.

Для визначеності об'єкт оптимізації залишимо таким, як в підпункті 3.3.2, тобто маємо такі самі розміри системи, фізико-механічні характеристики. На прикладі оптимального проектування простої статично визначеної шарнірно-стержневої системи (рис. 3.22) мінімального об'єму, не порушуючи загальності, розглянемо підхід теорії нечітких множин до випадку, коли діюче навантаження у вузлі є нечітко означеним, наприклад, "у вузол 1 прикладене навантаження близьке до 2 кН ", або "прикладене навантаження трохи більше, ніж 2 кН " та інше. Зусилля визначаються в залежності від вектора навантажень

$P = \{P_1, P_2\}$ за формулою (3.26). Розрахунковий опір (3.25), та матриця жорсткості залишається такою самою (3.27).

Умову міцності і стійкості розтягнутих і стиснених елементів ШСС, які сприймають зовнішнє навантаження, запишемо як

$$\sigma_i = \frac{|N_i|}{A_i} \leq R_i^*, \quad (3.28)$$

Тут позначено через N_i , σ_i відповідно поздовжнє зусилля елемента і нормальне напруження. В 3.28 величина R_i^* визначається за умовою (3.25). Довжину елемента і площу поперечного перерізу позначимо відповідно через l_i та A_i . Матеріал елемента характеризується модулем пружності E і розрахунковим опором R_0 .

Умова жорсткості - вертикальне переміщення деякого вузла k ШСС, задається формулою Мора

$$y_k = \sum_{k=1}^n \frac{D_{ik}}{A_k} \leq [y]; \quad D_{ik} = \frac{N_i N_{ik} l_i}{E}, \quad (3.29)$$

де N_{ik} - осьова сила в i - елементі від дії одиничного навантаження, яке прикладене у вузол k за напрямом шуканого переміщення. Величина $[y]$ є допустимим значенням переміщення y , тобто $y \leq [y] \leq y^{\max}$, де y^{\max} значення переміщення y при граничних значеннях A_i із умов міцності.

Конструктивним обмеженням може бути, наприклад, двобічна нерівність (обмеження на габарити)

$$A_i^- \leq A_i \leq A_i^+, \quad (3.30)$$

де A_i^- , A_i^+ - задані величини. Величина A_i в межах інтервалу (3.30) може змінюватись дискретним чи неперервним чином. Дискретне завдання припускає наявність сортаменту, який включає певне число профілів. Значення осьових сил $N = \{N_1, N_2, \dots, N_n\}$, $\bar{N}_k = \{N_{1k}, N_{2k}, \dots, N_{nk}\}$ визначають із рівнянь рівноваги системи (за допомогою методу матриці сил), а саме:

$$N = BP; \quad \bar{N}_k = B\bar{P},$$

в якому $P = (P_1, P_2, \dots, P_m)$; $\bar{P}_k \in (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ - є вектор одиничного навантаження, яке прикладене до деякого вузла k . Об'єм системи має вигляд

$$V = \sum_{i=1}^n l_i A_i. \quad (3.31)$$

Використовуючи наведені вище співвідношення, сформулюємо таку оптимізаційну задачу: в непустій множині $\Omega = \bigcap_{i=1}^n \Omega_i$ точок $A = \{A_i\} \ i = 1, 2, \dots, n$ знайти такі елементи A_i^{opt} , які задовольняють обмеження (3.28-3.29) і надають мінімум показнику якості (3.31), тобто

$$(V^{opt}, A^{opt}) = \arg \left\{ \min_{A_i \in \Omega_i} \sum_{i=1}^n l_i A_i \left| \sum_{i=1}^n D_{ik} / A_i \leq [y] \right. \right\}; \ i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.32)$$

де множини Ω_i , $i = 1, 2, \dots, n$ утворюються із умов (3.28), (3.29) а саме:

$$\Omega_i = \left\{ A_i : A_i^* \leq A_i \leq A_i^+; A_i^* = \max(|N_i| / R_i^*; A_i^+) \right\}. \quad (3.33)$$

Зауваження 1. Величини N_i і D_i є дійснозначними функціями діючого навантаження P .

Зауваження 2. Оптимізаційна модель (3.32)-(3.33) для певного навантаження P є детермінованою.

Зауваження 3. Якщо розглядається проектування статично невизначеної системи, в модель (3.32) вводять до розгляду також, в якості обмеження, рівняння сумісності деформацій.

В тому випадку, коли навантаження має нечіткий опис $\xi = \tilde{P}$, змінні зусилля N_i^{fuz} , величини перерізів A_i^{fuz} та величина обсягу V^{fuz} є також нечіткими величинами, а задача (3.321) прийме вигляд:

$$(V^{fuz}, A^{fuz}) = \arg \left\{ \min_{A_i \in \Omega_i(\xi)} \sum_{i=1}^n l_i A_i \left| \sum_{i=1}^n D_{ik}(\xi) / A_i \leq [y] \right. \right\}; \ i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.34)$$

Задачу "розподілу ресурсу" розв'яжемо за допомогою методу динамічного програмування, ітераційну процедуру проведемо за допомогою рекурентного алгоритму (Додаток А.1).

Збіжність ітераційної процедури обґрунтована в роботах [24, 56].

Для детермінованих числових даних, що наведено вище, збіжність ілюстровано таблицею 3.2, де ε - задана точність розрахунку.

Таблиця 3.2 – Збіжність по функціоналу V при початковому значенні $A_i^0 = 100 \text{ мм}^2$, $i = 1, 2, 3, 4$

$\lg \varepsilon$	$V^{(k)}, \text{мм}^3$	Кількість ітерацій
-1	260625	2
-2	259310	3
-3	259871	4
-4	259806	5
-5	259865	6
-7	259865	6

Нехай навантаження, яке прикладене у вузлі ШСС, задається словесно: «трохи більше, ніж 2 кН». Не порушуючи загальності підходу, опишемо нечітке навантаження за допомогою нечіткої множини P з функцією належності $\mu(x)$ трикутного виду (2.50). Тут m_p – модальне значення навантаження. Величини a , b характеризують інформаційну гранулу (a, m, b) ; $a \leq m \leq b$ - ступінь нечіткості прикладеного навантаження.

Носій нечіткої множини де $\mu > 0$ - гранулу $(a, m, b)_\Delta$ можна записати у вигляді

$$a = m - \Delta_1 \leq x \leq b = m + \Delta_2, \quad (3.35)$$

де Δ_1, Δ_2 - значення розкиду фазифікованої величини від модального значення m . Якщо вважати, що $\Delta_1 = k_1 m / 100$; $\Delta_2 = k_2 m / 100$, то вираз (3.35) прийме вигляд $m(1 - k_1 / 100) \leq x \leq m(1 + k_2 / 100)$. Тут коефіцієнти k_1, k_2 характеризують ступінь нечіткості у відсотках (%).

На основі означення (3.35) для поставленої задачі, у випадку коли $a = m$, запишемо в дискретному вигляді нечіткі множини P_1 і P_2 для M дискретів (α -рівнів). Для прикладу M взято 5, тобто (рис. 3.24).

$$P_i = \frac{1}{2} + \frac{0.8}{2.04} + \frac{0.4}{2.12} + \frac{0.2}{2.16} + \frac{0}{2.2}; i=1,2. \quad (3.36)$$

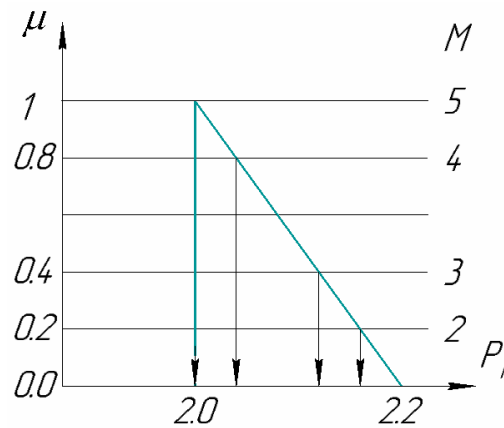


Рисунок 3.24 – Функція належності навантаження P_i

Тут $m_p = 2$; $k_1 = 0$; $k_2 = 10\%$. За теорією нечітких множин в кожному доданку (3.58), що записані у вигляді "дробу", "чисельник" є значення функції належності для $k = 0, 1, 2, \dots, M$ α -рівнів, в "знаменнику" записують відповідні детерміновані значення нечіткої множини. Таким чином, множина P_i є об'єднання усіх доданків виразу (3.36).

На етапі оптимізації за процедурою динамічного програмування для кожного детермінованого значення в множинах P_i ; $i=1,2$ обчислюються детерміновані значення об'ємів $V^*(P)$ і перерізів $A_j^*(P)$; $i=1,2,3,4$.

З цих величин утворюються нечіткі множини значень об'ємів ШСС

$$V_p^* = \frac{1}{V_1^*} + \frac{0.8}{V_2^*} + \frac{0.4}{V_3^*} + \frac{0.2}{V_4^*} + \frac{0}{V_5^*}; V_j^* = V_j^*(P_1, P_2); j=1,2,\dots,5. \quad (3.37)$$

Аналогічно, для перерізів

$$\{A_i^*\} = \frac{1}{\{A_{1i}^*\}} + \frac{0.8}{\{A_{2i}^*\}} + \frac{0.4}{\{A_{3i}^*\}} + \frac{0.2}{\{A_{4i}^*\}} + \frac{0}{\{A_{5i}^*\}}; i=1,2,3,4.$$

Задача 1. Нехай задається нечітке $P_1 = \tilde{2}$ кН, і детерміноване $P_2^{\text{det}} = 2$ кН. Для цих значень навантажень, враховуючи опис (3.37), і виконуючи розрахунки за алгоритмом динамічного програмування, отримаємо нечітку множину оптимальних об'ємів

$$V_p^* = \frac{1}{259903} + \frac{0.8}{263850} + \frac{0.4}{271737} + \frac{0.2}{275677.6} + \frac{0}{279615.8}. \quad (3.38)$$

Задача 2. Нехай задається детерміноване $P_1^{\text{det}} = 2 \text{ кН}$, а нечітке $P_2 = \tilde{2} \text{ кН}$.

Для цього випадку отримаємо нечітку множину об'ємів аналогічно випадку 1.

$$V_p^* = \frac{1}{259903} + \frac{0.8}{261151.9} + \frac{0.4}{263604} + \frac{0.2}{264862} + \frac{0}{266121.8}. \quad (3.39)$$

Задача 3. Нехай два навантаження є нечіткими величинами, тобто $P_1 = \tilde{2} \text{ кН}$, а $P_2 = \tilde{2} \text{ кН}$ з відомими їх описами. В цьому випадку необхідно побудувати за допомогою означення Декартова добутку нечітку множину навантажень, тобто

$$P = (P_1 \times P_2).$$

Для навантаження (3.36) нечітка множина P буде такою:

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{(2,2)} + \frac{0.8}{(2,2.04)} + \frac{0.4}{(2,2.12)} + \frac{0.2}{(2,2.16)} + \frac{0.8}{(2.04,2)} + \frac{0.8}{(2.04,2.04)} + \\ & + \frac{0.4}{(2.04,2.12)} + \frac{0.2}{(2.04,2.16)} + \frac{0.4}{(2.12,2.12)} + \frac{0.4}{(2.12,2.04)} + \frac{0.4}{(2.12,2)} + \\ & + \frac{0.2}{(2.12,2.16)} + \frac{0.2}{(2.16,2)} + \frac{0.2}{(2.16,2.04)} + \frac{0.2}{(2.16,2.12)} + \frac{0.2}{(2.16,2.16)} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Для кожної пари навантажень (P_1, P_2) із (3.40) треба обчислити V^* за процедурою ДП. В результаті маємо

$$\begin{aligned} V^* = & \frac{1}{209903} + \frac{0.8}{261152} + \frac{0.4}{268642} + \frac{0.2}{264883} + \frac{0.8}{263850} + \frac{0.8}{265101} + \\ & + \frac{0.4}{267596} + \frac{0.2}{268840} + \frac{0.4}{271738} + \frac{0.4}{272993} + \frac{0.4}{275497} + \frac{0.2}{276746} + \\ & + \frac{0.2}{275678} + \frac{0.2}{276936} + \frac{0.2}{279445} + \frac{0.2}{280695}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Зауваження 5. Доданок з $\mu = 0$ не включено у записи виразів (3.40) і (3.41).

Етап дефазифікації полягає в перетворенні нечіткої величини V^* в чітке число V^{def} за правилом середнього центру.

Числові результати нечіткого моделювання проектування ШСС за вищеописаною процедурою дефазифікації для випадків 1-3 навантажень наведено в таблиці 3.3. В графі % дано процент розкиду навантаження та відхилення отриманого розв'язку від детермінованого.

Таблиця 3.3 – Дефазифіковані площі перерізів

№ задачі	P_1 , кН	%	P_2 , кН	%	V^{def} , мм ³	%	A_1^{def} , мм ²	A_2^{def} , мм ²	A_3^{def} , мм ²	A_4^{def} , мм ²
1	$\tilde{2}$	10	2	-	264506	1.8	40.53	57	80.4	98.6
2	2	-	$\tilde{2}$	10	261352	0.6	39.83	56.02	79.93	97.71
3	$\tilde{2}$	10	$\tilde{2}$	10	267238	2.9	40.83	57.45	81.44	99.8
det	2	-	2	-	259903	0	39.72	55.86	79.85	97.06

Нехай розглядається сумісна дія двох нечітких навантажень «трохи більше, ніж 2 кН» з меншою кількістю дискретів, описані нечіткі множини:

$$P_1^{fuzzy} = \frac{1}{2} + \frac{0.8}{2.04} + \frac{0.4}{2.12} + \frac{0}{2.2}; \quad P_2^{fuzzy} = \frac{1}{2} + \frac{0.8}{2.04} + \frac{0.4}{2.12} + \frac{0}{2.2}$$

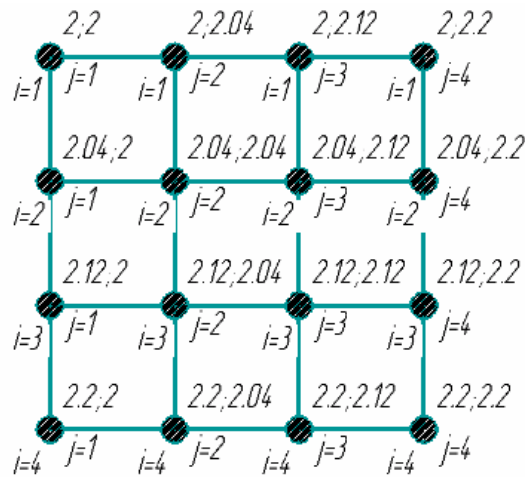


Рисунок 3.25 – Решітка значень діючого навантаження у вузлі ферми

Розглянувши решітку значень (рис. 3.25) і на основі означення Декартова добутка [252] нечітких множин P_1 і P_2 отримаємо

$$P_1 \times P_2 = \frac{\min(1,1)}{(2,2)} + \frac{\min(1,0.8)}{(2,2.04)} + \frac{\min(1,0.4)}{(2,2.12)} + \frac{\min(1,0)}{(2,2.2)} + \frac{\min(0.8,1)}{(2.04,2)} +$$

$$+ \frac{\min(0.8,0.8)}{(2.04,2.04)} + \frac{\min(0.8,0.4)}{(2.04,2.12)} + \frac{\min(0.8,0)}{(2.04,2.2)} + \frac{\min(0.4,1)}{(2.12,2)} + \frac{\min(0.4,0.8)}{(2.12,2.04)} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\min(0.4, 0.4)}{(2.12, 2.12)} + \frac{\min(0.4, 0)}{(2.12, 2.2)} + \frac{\min(0, 1)}{(2.2, 2)} + \frac{\min(0, 0.8)}{(2.2, 2.04)} + \frac{\min(0, 0.4)}{(2.2, 2.12)} + \frac{\min(0, 0)}{(2.2, 2.2)} = \\
& = \frac{1}{(2, 2)} + \frac{0.8}{(2, 2.04)} + \frac{0.4}{(2, 2.12)} + \frac{0}{(2, 2.2)} + \frac{0.8}{(2.04, 2)} + \frac{0.8}{(2.04, 2.04)} + \frac{0.4}{(2.04, 2.12)} + \\
& + \frac{0}{(2.04, 2.2)} + \frac{0.4}{(2.12, 2)} + \frac{0.4}{(2.12, 2.04)} + \frac{0.4}{(2.12, 2.12)} + \frac{0}{(2.12, 2.2)} + \frac{0}{(2.2, 2)} + \\
& + \frac{0}{(2.2, 2.04)} + \frac{0}{(2.2, 2.12)} + \frac{0}{(2.2, 2.2)}.
\end{aligned}$$

Значення об'єму при даних навантаженнях з решітки Декартова добутку розраховується за алгоритмом ДП, в результаті чого отримуємо:

$$\begin{aligned}
V^{fuzzy} = & \frac{1}{259903} + \frac{0.8}{261152} + \frac{0.4}{263641.6} + \frac{0}{266122} + \\
& \frac{0.8}{263850.4} + \frac{0.8}{265101.3} + \frac{0.4}{267596.0} + \frac{0}{270081} + \\
& + \frac{0.4}{271737.4} + \frac{0.4}{272993} + \frac{0.4}{275497.4} + \frac{0}{277993} + \frac{0}{279616} + \frac{0}{280876} + \frac{0}{283389} + \frac{0}{285893}
\end{aligned}$$

Етап дефазифікації отриманої нечіткої множини дає $V^{def} = 265296.2 \text{ мм}^3$.

Співвідношення $\Delta\% = \frac{V^{def} - V_{det}(2, 2)}{V_{det}(2, 2)} = 2.07\%$ показує наскільки

очікуваний результат більше, ніж результат, отриманий при детермінованих значеннях.

3.3.4 Оптимальне проектування шарнірно-стержневих систем при навантаженні нечітко-випадкового характеру

Для наведеної вище ферми, розширимо можливість опису невизначеності в умовах нечіткої інформації уточненням, що нечітка подія відбувається з деякою ймовірністю. Такий підхід також дозволяє обробляти бімодальні дані, або дані з більшою кількістю мод.

Нехай для ШСС (рис. 3.22) вектор нечіткого навантаження $P = \{P_1, P_2\}$ задається випадковим чином: 1) $P = (\tilde{2}; \tilde{2})$ - подія D_1 з імовірністю q_1 ;

2) $P = (\tilde{2}; 0)$ - подія D_2 з імовірністю q_2 . Випадкові події утворюють повну групу подій і тому $q_1 + q_2 = 1$. Для кожного навантаження відповідно виконується за процедурою динамічного програмування оптимізаційний розрахунок і подальша дефазифікація, в результаті якої отримуються дефазифіковані значення об'єму: $V_1^{def}(\tilde{2}, \tilde{2}) = 267238 \text{ мм}^3$ з імовірністю q_1 ; $V_2^{def}(\tilde{2}, 0) = 197746 \text{ мм}^3$ з імовірністю q_2 . Дерандомізація отриманих результатів здійснюється за правилом обчислення математичного сподівання, тобто

$$V^{der} = V_1^{def} q_1 + V_2^{def} q_2.$$

Для деяких q_1 виконано числові ілюстрації, які надано в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 – Результати розрахунків

$P = (\tilde{P}_1, \tilde{P}_2)$	$(\tilde{P}_1; 0)$	$V^{derand}, \text{ мм}^3$ (дерандомізація)	$V^{der} > V^{det}$
q_1	$q_2 = 1 - q_1$		
0.05	0.95	201224	на 22.5% < V^{det}
0.8	0.2	253340	на 2.5% < V^{det}
0.9	0.1	260289	на 0.1% > V^{det}
0.95	0.005	263763	на 1.48% > V^{det}
0.98	0.02	265848	на 2.28% > V^{det}
1	0	267238	на 2.8% > V^{det}
$P_1 = 2$	$P_2 = 2$	259903	

3.3.5 Оцінка коефіцієнта надійності по навантаженню

Важливою характеристикою розрахунку будівельних конструкцій за методикою граничних станів є коефіцієнт γ надійності по навантаженню і приклади його отримання в нечітких умовах наведено в підпункті 3.3.1. Відсутній аналіз його зміни в певних умовах. Розглянемо вплив невизначеності на значення коефіцієнта надійності, який враховує несприятливі відхилення значення впливів від нормативної величини навантаження. Шуканий коефіцієнт γ визначається за формулою (3.21). За інформацією про нечіткі характеристики навантаження реалізується оптимізаційна задача (3.32) з урахуванням перевірки

умов функціонування. Результат реалізації задачі є деяке значення V^{def} . Очевидно, що цьому значенню відповідає проект з деяким еквівалентним навантаженням P_{det} . Його значення можна знайти за допомогою розв'язання нелінійного рівняння

$$V^{def} = \min_{A_i} V(P_{det}); \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.42)$$

з урахуванням умов $A_i \geq A_i^-$ і $y = \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i} \leq [y]$.

Чисельну ілюстрацію зробимо для ШСС (рис. 3.22), початкові дані про яку вже наведено. Нехай нечітке навантаження "трохи більше, ніж 2 кН" прикладене у вузол 1. У вузлі 2 ніякого навантаження нема. Нехай функція належності взята у формі (рис. 3.24) для випадку коли $a = m$. Розкид описується % відхилення від модального значення m . Для 5 - дискретів при $k_1 = 0$, $k_2 = 10\%$ нечітка множина навантаження записується як

$$P(\tilde{2},0) = \frac{1}{(2,0)} + \frac{0.8}{(2.04,0)} + \frac{0.4}{(2.12,0)} + \frac{0.2}{(2.16,0)} + \frac{0}{(2.2,0)}.$$

В результаті реалізації алгоритму оптимізації отримано нечітке значення об'єму та його дефазифіковане значення

$$V^* = \frac{1}{193239} + \frac{0.8}{197104.4} + \frac{0.4}{204834} + \frac{0.2}{208698.6} + \frac{0}{212563}; \quad V^{def} = 197748 \text{ мм}^3.$$

Корінь рівняння (3.42) з урахуванням отриманого $V^{def} = 197748 \text{ мм}^3$ буде $P_p = 2.0466$. За означенням (3.21) маємо коефіцієнт надійності по навантаженню $\gamma = 1.023$. Аналогічно виконаємо розрахунки для випадків, коли $k_1 = 0$, а $k_2 = 20\%$, $k_2 = 30\%$, $k_2 = 40\%$, для 5 дискретів:

1) для $k_2 = 20\%$ маємо

$$P(\tilde{2},0) = \frac{1}{(2,0)} + \frac{0.8}{(2.08,0)} + \frac{0.4}{(2.24,0)} + \frac{0.2}{(2.32,0)} + \frac{0}{(2.4,0)}.$$

В результаті реалізації алгоритму оптимізації отримаємо нечітку множину об'єму:

$$V^* = \frac{1}{193329} + \frac{0.8}{200369} + \frac{0.4}{216428} + \frac{0.2}{224157} + \frac{0}{231887},$$

та його дефазифіковане значення $V^{def} = 202257 \text{ мм}^3$.

Розв'язок рівняння (3.42) для отриманого $V^{def} \in P_{def} = 2.0934 \text{ кН}$.

2) для $k_2 = 30\%$ маємо

$$P(\tilde{2}, 0) = \frac{1}{(2,0)} + \frac{0.8}{(2.12,0)} + \frac{0.4}{(2.36,0)} + \frac{0.2}{(2.48,0)} + \frac{0}{(2.6,0)}.$$

В результаті реалізації алгоритму оптимізації отримаємо нечітке значення об'єму:

$$V^* = \frac{1}{193329} + \frac{0.8}{204834} + \frac{0.4}{228022} + \frac{0.2}{239616} + \frac{0}{251265},$$

та його дефазифіковане значення $V^{def} = 206766 \text{ мм}^3$. Розв'язок рівняння (3.42) для отриманого $V^{def} \in P_{def} = 2.14 \text{ кН}$.

3) для $k_2 = 40\%$ маємо

$$P(\tilde{2}, 0) = \frac{1}{(2,0)} + \frac{0.8}{(2.16,0)} + \frac{0.4}{(2.48,0)} + \frac{0.2}{(2.64,0)} + \frac{0}{(2.8,0)}.$$

В результаті реалізації алгоритму оптимізації отримаємо нечітке значення об'єму:

$$V^* = \frac{1}{193329} + \frac{0.8}{208699} + \frac{0.4}{239616} + \frac{0.2}{255075} + \frac{0}{270533},$$

та його дефазифіковане значення $V^{def} = 211275 \text{ мм}^3$. Розв'язок рівняння (3.42) для отриманого $V^{def} \in P_{def} = 2.19 \text{ кН}$.

За результатами розрахунків сформуємо таблицю Б.7 додатку, яка показує, як змінюється коефіцієнт надійності по навантаженню γ в залежності від розкиду k_2 нечіткого завдання величини P . Рисунок 3.25 ілюструє це графічно. Величина γ змінюється лінійно. За рекомендаціями ДБН [93] максимальне значення коефіцієнту γ пропонується рівним 1.1, яке відповідає детермінованому значенню $P = 2.2 \text{ кН}$, що майже дорівнює 40% величини розкиду Δ від $m_p = 2$ в опису заданого навантаження "трохи більше, ніж 2 кН", яке прикладене у вузол 1 розглянутої ШСС.

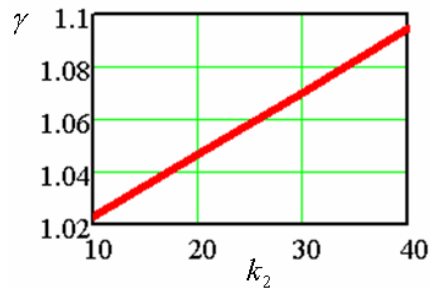


Рисунок 3.26 – Залежність коефіцієнта γ від величини розкиду в нечіткому опису навантаження "трохи більше, ніж 2 кН"

3.3.6 Оцінка модуля Юнга в задачах оптимального проектування пружних шарнірно-стержневих систем із залученням нечітких множин

В довідниках із опору матеріалів [140] деякі механічні характеристики матеріалів задаються у вигляді інтервалів, наприклад, границя міцності σ_B або модуль пружності E . Так для сталі вуглецевої E буде $[2.0...2.1] \cdot 10^5$ МПа.

Ставиться таке питання: яке значення тієї чи іншої характеристики треба брати із заданого інтервалу для подальших інженерних розрахунків? В літературі відповіді на це питання немає. Також немає відповіді на питання: чи є заданий інтервал континуумом значень характеристики, що розглядається? На прикладі вибору характеристики як модуль пружності E покажемо можливий спосіб розв'язання поставленої проблеми. Цей спосіб складається з трьох етапів. На першому етапі визначаються нечітка множина - оптимальний об'єм V^{def} при нечіткому завданні модуля E .

На другому етапі визначається дефазифіковане значення V_{det}^{def} . На третьому - числове розв'язання рівняння

$$E^* = \arg\{V(E) - V_{det}^{def} = 0\}, \quad (3.43)$$

де V - є визначеним значенням об'єму за допомогою методу ДП при детермінованому значенні E .

Інтервал, з якого беруться можливі значення характеристики E будемо інтерпретувати як нечітку множину із заданою функцією належності, наприклад трикутного (рис. 2.3), або трапецієвидного виду (рис.2.4). Виконаємо деякі числові експерименти за пропонованою методикою.

Експеримент 0. Нехай для цього експерименту надана функція належності нечіткого трапецієвидного числа $E(a,c,d,b)$ рис. 2.4. Нечітка множина модуля пружності $E(\alpha)$ в залежності від α - рівня в цьому випадку наведено в табл. 3.5.

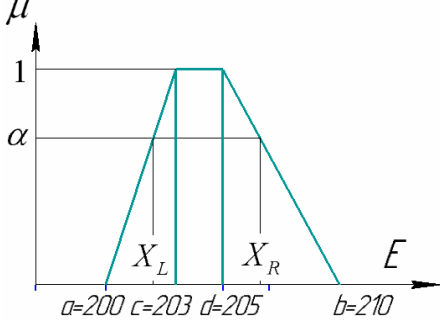
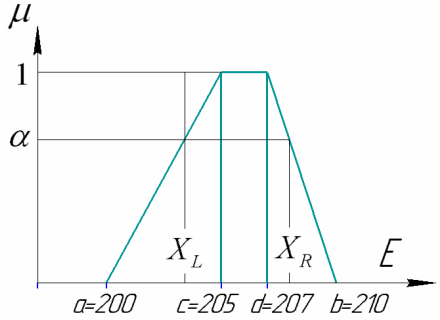
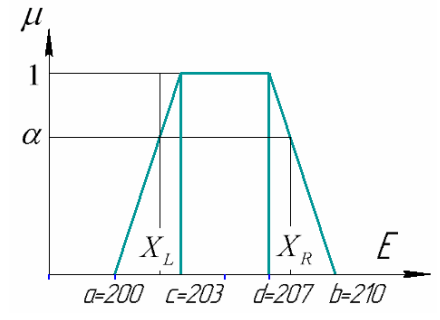
Таблиця 3.5 – Нечіткі множини $E(\alpha)$ і $V^{opt}(\alpha)$

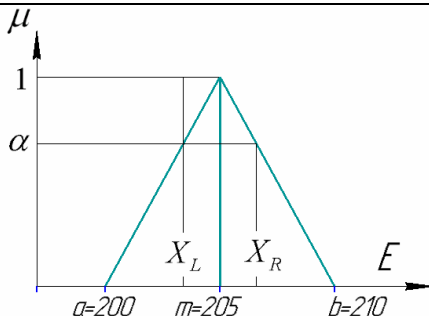
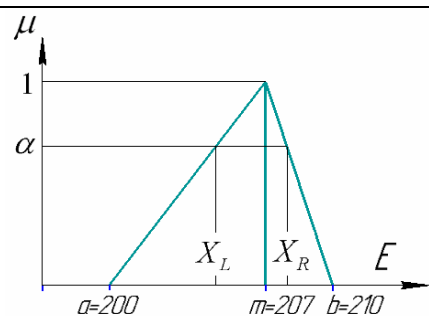
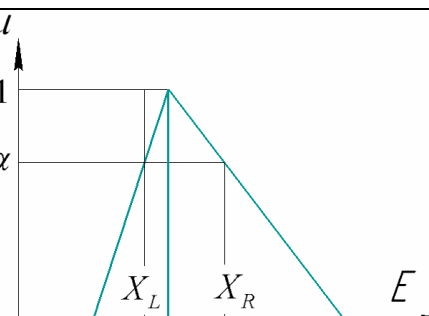
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
α рівні	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1	1	0.8	0.6	0.5	0.4	0.2	0
Модуль пружності $E(\alpha), \frac{\kappa H}{\text{мм}^2}$	200	200.6	201.2	201.5	201.8	202.4	203	205	206	207	207.5	208	209	210
Об'єм $V^{opt}(\alpha), \text{мм}^3$	269000	268195.3	2673956	266997.5	266600.5	265810.2	265024.6	262439	261165.1	259903.4	259277.2	258653.9	257416.4	256190.6
Вагові коефіцієнти для дефазифікації w_i	0	0.029	0.057	0.071	0.086	0.114	0.143	0.143	0.114	0.086	0.071	0.057	0.029	0

Тут $V^{opt}(\alpha)$ є результат оптимального проектування при заданих $E(\alpha)$. Величина $V_{det}^{def} = 263485 \text{ мм}^3$ є дефазифікованим значенням нечіткої множини $V = \sum_{i=1}^{14} \frac{\alpha_i}{V_i(a)}$. Величина $V = 263485 \text{ мм}^3$ відповідає об'єму конструкції при детермінованому значенні модуля пружності $E = 204.19 \frac{\kappa H}{\text{мм}^2}$, тому що відносна різниця між V^{def} і V_{det} має невелике значення 0.0001%. Таким чином, в цьому експерименті при нечіткому завданні числа $E(200,203,205,210)$ з трапецієвидною функцією належності отримано очікуване значення модуля пружності $E = 204.19 \frac{\kappa H}{\text{мм}^2}$. Аналогічно виконуються експерименти (1-5). Результати усіх п'яти експериментів зведено до табл. 3.6. Тут зображено

відповідні графічні подання функцій належності трапецієвидного та трикутного виду (рис. 3.27-3.32).

Таблиця 3.6 – Результати експериментів

№ експ.	$E^{fuzzy}, \frac{\kappa H}{\text{мм}^2}$	$V_{det}^{def}, \text{мм}^3$	$E^*, \frac{\kappa H}{\text{мм}^2}$	Характер функції належності
1	2	3	4	5
0	 <p>Рисунок 3.27 – Функція належності нечіткого трапецієвидного числа $E(200, 203, 205, 210)$</p>	263485.2	204.19	Несиметрична
1	 <p>Рисунок 3.28 – Функція належності нечіткого трапецієвидного числа $E(200, 205, 207, 210)$</p>	261526,5	205,72	Несиметрична
2	 <p>Рисунок 3.29 – Функція належності нечіткого трапецієвидного числа $E(200, 203, 207, 210)$</p>	262495	204.96	Симетрична

1	2	3	4	5
3	 <p>Рисунок 3.30 – Функція належності нечіткого трикутного числа $E(200, 205, 210)$</p>	262203.7	205	Симетрична
4	 <p>Рисунок 3.31 – Функція належності нечіткого трикутного числа $E(200, 207, 210)$</p>	260880.3	206.23	Несиметрична, мода m наближається до правого кінця інтервалу
5	 <p>Рисунок 3.32 – Функція належності нечіткого трикутного числа $E(200, 203, 210)$</p>	264143	203,58	Несиметрична, мода m наближається до лівого кінця інтервалу

Також подано дефазифіковані значення об'єму V_{det}^{def} для експериментів 0-5 та, відповідне до дефазифікованого значення об'єму, значення модуля пружності Юнга E^* . Надамо більш детальний опис експериментів 1-5.

Експеримент 1. Нехай модуль пружності Юнга задано так: $E(200, 205, 207, 210)$. Для визначення елементів нечіткої множини $E(\alpha)$

використовуємо такі вирази:

$$L: \mu(x) = \begin{cases} \frac{x-200}{205-200}, & 200 \leq x \leq 205; \\ X_L = \alpha m + a(1-\alpha), \end{cases}$$

$$R: \mu(x) = \begin{cases} \frac{210-x}{210-207}, & 207 \leq x \leq 210; \\ X_R = \alpha m + b(1-\alpha), \alpha \in [0,1]. \end{cases}$$

Запишемо нечітку множину $E(\alpha)$ таким чином:

$$E = \frac{0}{200} + \frac{0.2}{201} + \frac{0.4}{202} + \frac{0.5}{202.5} + \frac{0.6}{203.5} + \frac{0.8}{204} + \frac{1}{205} + \\ + \frac{1}{207} + \frac{0.8}{207.6} + \frac{0.6}{208.2} + \frac{0.5}{208.5} + \frac{0.4}{208.8} + \frac{0.2}{209.4} + \frac{0}{210}.$$

За допомогою програми динамічного програмування обчислення мінімального об'єму ферми дає:

$$V^{opt} = \frac{0}{268999} + \frac{0.2}{267661.6} + \frac{0.4}{266336.5} + \frac{0.5}{265679} + \frac{0.6}{265024.6} + \frac{0.8}{263725} + \\ + \frac{1}{262439} + \frac{1}{259903.4} + \frac{0.8}{259152.3} + \frac{0.6}{258405.4} + \frac{0.5}{258033.6} + \frac{0.4}{257662.9} + \\ + \frac{0.2}{256924.66} + \frac{0}{256190.6}.$$

Тут доречний запис двох множин $E(\alpha)$ і $V^{opt}(\alpha)$ об'єднати в таблиці

додатку Б.8. Дефазифікація виконана за правилом центра $V_{det}^{def} = \sum_0^{14} w_i V_i$;

$w_i = \mu(\alpha) / \sum_{\alpha \in [0,1]} \mu(\alpha)$; Відомо, що $V_{det} = 259903 \text{ мм}^3$ при $E = 207 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2}$.

$V_{det}^{def} = 261526.5 \text{ мм}^3$. Відносне відхилення від V_{det} складає $\Delta = 0.62\%$.

Експеримент 2. Нехай модуль пружності Юнга відповідно задано так: $E(200, 203, 207, 210)$. Множини E і V об'єднаємо в таблиці додатку Б.9.

Дефазифіковане значення об'єму для цього експерименту буде

$$V_{det}^{def} = 262494.92 \text{ мм}^3$$

Експеримент 3. Нехай модуль пружності Юнга відповідно задано так: $E(200, 205, 210)_\Delta$. Зведемо множини $E(\alpha)$ і $V^{opt}(\alpha)$ до таблиці додатку Б.10.

Дефазифіковане значення об'єму відповідно до наведеної методики буде

$$V_{\text{det}}^{\text{def}} = 262203.7 \text{ мм}^3$$

Експеримент 4. Нехай модуль пружності Юнга задано трикутною функцією належності таким чином: $E(200, 207, 210)_{\Delta}$. Нечіткі множини $E(\alpha)$ і $V^{\text{opt}}(\alpha)$ зведемо до таблиці додатку Б.11. Дефазифіковане значення об'єму відповідно до наведеної методики буде $V_{\text{det}}^{\text{def}} = 260880.3 \text{ мм}^3$

Експеримент 5. Нехай модуль пружності Юнга задано трикутною функцією належності таким чином: $E(200, 203, 210)_{\Delta}$. Данні розрахунків зведено до таблиці Б.12. додатку. Дефазифіковане значення об'єму відповідно до наведеної методики буде $V_{\text{det}}^{\text{def}} = 264143 \text{ мм}^3$.

3.3.7 Оцінка ресурсу конструкції з тріщиною нормального розриву на основі нечіткого моделювання

Сучасний рівень розвитку механіки руйнування, теорії надійності дає змогу оцінити працездатність елементів конструкції з урахуванням впливу силових факторів, геометричних і механічних характеристик, наявності розривів [237], процесів розвитку макротріщини та довговічності. Іноді, при обстеженні споруд, оцінки поточного стану даються в приблизних термінах. Так, не завжди можливо точно оцінити розмір тріщин та вплив на працездатність конструкції. Розглянемо одну із можливих задач. Для визначеності візьмемо ферму рис. 3.22. з відповідними розмірами та механічними характеристиками. Детермінована задача ОПК, в якій обмеженнями виступають умови жорсткості, міцності та стійкості, запишеться як (3.32). Переміщення в ШСС j вузла визначаються за формулою Мора (3.29). Обмеження на міцність працюють для розтягнутих стержнів і на стійкість для стиснутих стрижнів (3.28).

Модель неруйнування розтягнутого елемента при наявності тріщини
Припущення про можливість нормального функціонування силової конструкції за наявності тріщини спричинило розвиток методів розрахунку на тріщиностійкість та живучість. При невеликих, порівняно з границею текучості,

руйнівних напруженнях елемент конструкції перебуває в критичному стані. І тому розрахунок на міцність можна вести за критерієм Ірвіна лінійної механіки руйнування

$$K \leq K_{IC}, \quad (3.44)$$

де K - коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН), а K_{IC} - його критичне значення - в'язкість руйнування при плоскому деформуванні. У крихкому стані за допомогою коефіцієнту K_{IC} зв'язують руйнівне навантаження і критичну довжину a_* тріщини таким співвідношенням $K = K_{IC}$. Коефіцієнт КІН подається виразом [206]

$$K(a) = \sigma \sqrt{\pi a} Y(\lambda); \quad Y(\lambda) = 1.12; \quad \lambda = \frac{a}{b} < 0.7,$$

де a - характерний розмір (довжина) тріщини; σ - параметр навантаження - значення нормального напруження; $Y(\lambda)$ - функція геометрії тріщини; b - ширина полоси з поперечною тріщиною при осьовому розтягненні.

Полоса (рис. 3.33) розглядається, як елемент конструкції, з крайовою поперечною тріщиною нормального розриву, що розтягнута силами, які еквівалентні нормальним напруженням σ^{\max} і σ^{\min} в межах одного циклу. Під дією змінного навантаження сталий ріст тріщини описується рівнянням Периса [206]

$$\frac{da}{dN} = f(a, \sigma), \quad (3.45)$$

де N - число циклів навантаження.

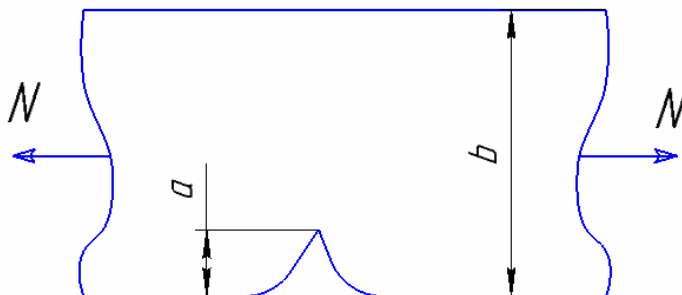


Рисунок 3.33 – Полоса з крайовою поперечною тріщиною нормального розриву

Умова відмови, що означає перехід конструкції в непридатність, має

вид $a|_{N=N^*} = a_*$, де N^* - число циклів навантаження (ресурс конструкції), за яке тріщина збільшить свою довжину від $a_0 = a|_{N=0}$ до a_* . Розв'язання диференціального рівняння (3.45) з урахуванням граничних умов дає

$$N^* = \frac{2}{\beta(2-n)} (\sqrt{a^{2-n}} - \sqrt{a_0^{2-n}}), \quad \beta = A(1.12\sqrt{\pi}\Delta\sigma)^n, \quad (3.46)$$

де n , A - емпіричні коефіцієнти. Критична довжина тріщини подається таким виразом:

$$a_* = \left(\frac{K_{IC}}{1.12\sqrt{\pi}\sigma_{\max}} \right)^2. \quad (3.47)$$

Визначення області допустимих розв'язків в задачі ОПК. В результаті синтезу обмежень задачі ОПК ферми та нових обмежень, отриманих з моделі неруйнування розтягнутого елемента, визначимо область допустимих розв'язків. З умови міцності для i -ого елемента маємо:

$$\sigma_i = \frac{|N_i|}{A_i} \leq R_i^* \rightarrow A_i^0 = \frac{|N_i|}{R_i^*}. \quad (3.48)$$

З умови неруйнування маємо:

$$1.12 \frac{|N_i|}{A_i} \sqrt{\pi a_0} \leq K_{IC} \rightarrow A_i^* = 1.12 \frac{|N_i|}{K_{IC}} \sqrt{\pi a_0}. \quad (3.49)$$

Область Ω_i допустимого розв'язку

$$\Omega_i = \left\{ A_i \mid A_i \geq A_i^- = \max(A_i^0, A_i^*) \right\}. \quad (3.50)$$

Пошук $\{A_i\}$; $i=1, 2, \dots, n$ виконується за допомогою методу динамічного програмування при виконанні умови жорсткості.

Числова ілюстрація оцінки ресурсу елемента конструкції з тріщиною.

Нехай матеріал елемента конструкції в прикладі виготовлено із сталі А514, має характеристики $\sigma_T = 700 \text{ Н / мм}^2$, $K_{IC} = 5300 \text{ Н} \cdot \text{мм}^{3/2}$. Параметри циклу

навантаження нехай будуть $\sigma_{\max} = 320 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$, $\sigma_{\min} = 175 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$. За роботою [138]

візьмемо експериментальні значення емпіричних коефіцієнтів $A = 3.553 \cdot 10^{-13}$ та $n = 2.95$.

Нехай величина довжини тріщини a_0 задається як "приблизно" дорівнює 7,6 мм. Фазифікація цього висловлювання здійснюється на основі функції належності трикутного виду. Розглянемо три випадки завдання нечіткого числа: $a_0(6.1;7.6;9.1)_\Delta$, $a_0(7;7.6;8.5)_\Delta$, $a_0(7.4;7.6;8)_\Delta$. Використовуючи (3.46), (3.47) знайдемо відповідні нечіткі числа - кількість циклів навантаження $N(95741;81889;71570)_\Delta$, $N(86901;81889;75374)_\Delta$ і $N(83493;81889;78860)_\Delta$. Етап дефазифікації нечітких чисел дозволяє отримати прогнозовані значення кількості циклів відповідно $N^{def} = 80271$, $N^{def} = 81513$, $N^{def} = 81532$ та порівняти їх з числом циклів отриманим при детермінованому (чіткому) значенні довжини тріщини $N = 81889$. Таким чином, розбіжність з детермінованим значенням складає від 0.4 до 2 %.

Числова ілюстрація оптимального проектування ферми. Розглянемо ферму, схема якої представлена на рис. 3.22. Основні геометричні характеристики ферми будуть: $l_1 = 1000\sqrt{2}$ мм, $l_2 = l_3 = 1000$ мм, $l_4 = 500\sqrt{2}$ мм. Навантаження на ферму буде $P_1 = 4$ кН, $P_2 = 4$ кН. Для подальших розрахунків візьмемо модуль пружності $E = 207 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2}$, розрахунковий опір $R_0 = 0.15 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2}$, $\varphi = 0.6$, початкову площу перерізів $A_i^0 = 100 \text{ мм}^2$; $i = 1, 2, \dots, n$; $n = 4$; $j = 1$. Допустиме переміщення $[y] = 1.6$ мм та максимальне переміщення від якого береться допустиме $y_{\max} = 3.41$ мм.

Для оцінки достатньої точності розрахунків ШСС за пропонованим підходом оптимальний проект (об'єм та площа перерізів) від заданої наперед точності розв'язку для випадку конструкції без крайової тріщини нормального розриву подано на рис. 3.34 та рис. 3.35 з яких видно, що процес наближення за функціоналом V^{opt} і розв'язком A_i^{opt} ; $i = \overline{1, 4}$ майже однаковий, що робить пропоновану процедуру достовірною.

Відповідно, для подальших розрахунків вибирається достатня точність $\varepsilon = 10^{-9}$.

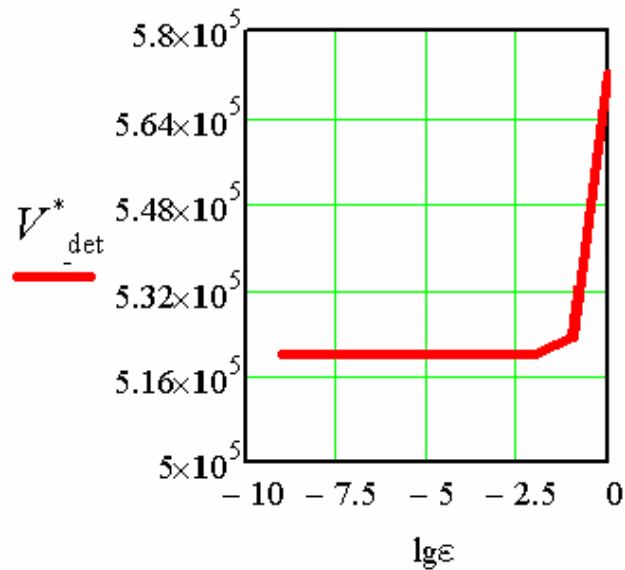


Рисунок 3.34 – Збіжність об'єму V_{det}^* від заданої точності ε

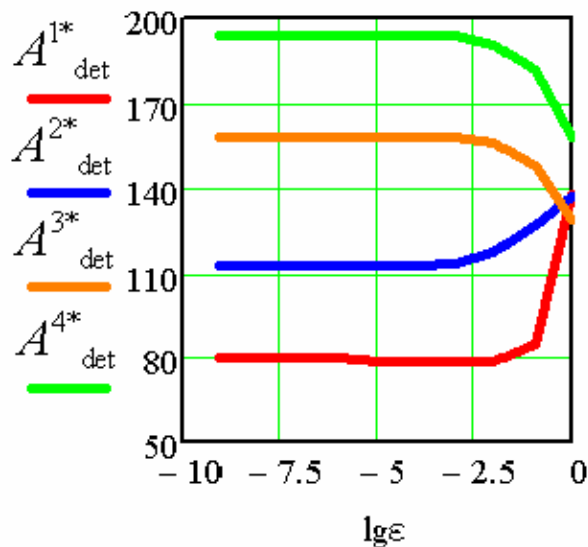


Рисунок 3.35 – Збіжність площ перерізів стержнів A_{det}^{1*} , A_{det}^{2*} , A_{det}^{3*} , A_{det}^{4*} від заданої точності ε

Оптимальне проектування при наявності тріщини довжиною a_0 .
Нехай ферма має крайову тріщину нормального розриву довжиною a_0 в розтягнутому елементі l_3 . В такому випадку до умов жорсткості, міцності та стійкості додається умова неруйнування конструкції. Залишаючи геометричні, механічні параметри ферми та навантаження незмінними, обчислимо

оптимальний об'єм конструкції в залежності від a_0 (рис. 3.37). Пошук виконано при $K_{IC} = 5300 \text{ Н} \cdot \text{мм}^{3/2}$. Як бачимо об'єм від величини довжини тріщини $a_0 = 15 \text{ мм}$ починає зростати відносно оптимального проекту без тріщини $V^* = 519805 \text{ мм}^3$.

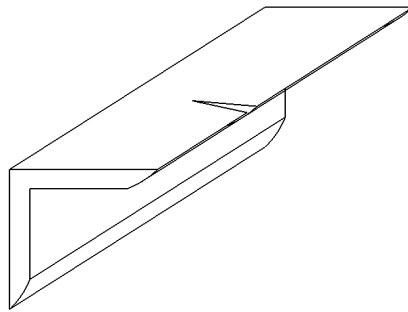


Рисунок 3.36 – Кутник з тріщиною

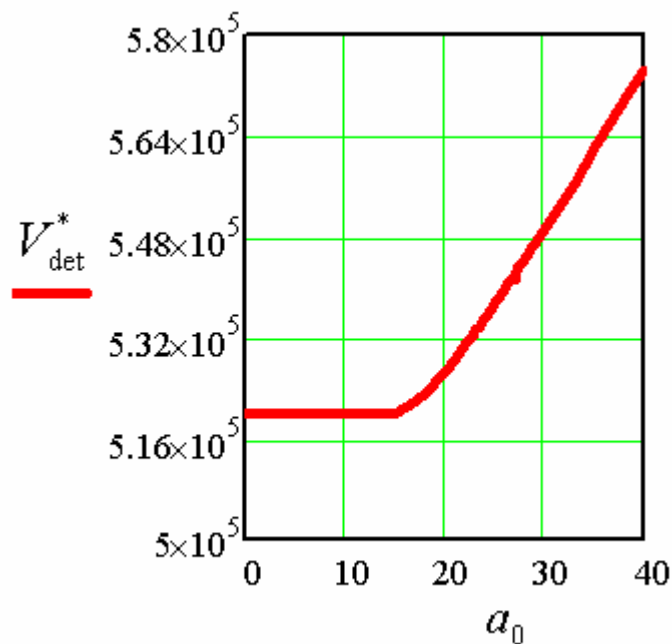


Рисунок 3.37 – Вплив довжини тріщини a_0 , (мм) на характеристику оптимального проекту V_{det}^* , (мм^3)

Аналізуючи зміну оптимального значення площ перерізів (рис. 3.38) бачимо, що з деякого моменту величина оптимальної площі третього стержня починає зростати, а величини площ інших стрижнів зменшуватись відносно розв'язання оптимального проекту без тріщини $A_1^0 = 79.23 \text{ мм}^2$, $A_2^0 = 112.05 \text{ мм}^2$, $A_3^0 = 158 \text{ мм}^2$, $A_4^0 = 194.08 \text{ мм}^2$.

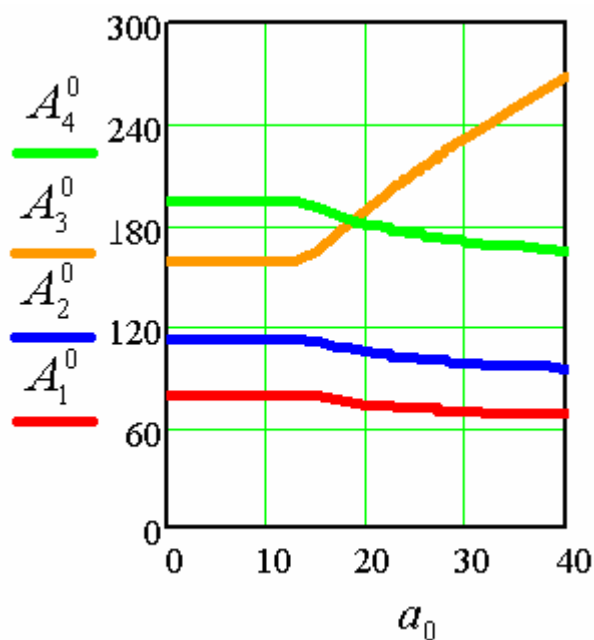


Рисунок 3.38 – Вплив довжини тріщини a_0 , (мм) на характеристики оптимального проекту - площі перетинів, (мм²)

Нечітке моделювання ШСС з тріщиною.

Графічну інтерпретацію впливу нечіткого завдання довжини тріщини на величину оптимального об'єму матеріалу чотирьох елементів ферми приведемо на рис. 3.39. Там $V_{det}^* = 537248 \text{ мм}^3$ при модальному значенні довжини тріщини $a_0 = 25 \text{ мм}$, тобто при $\Delta = 0$.

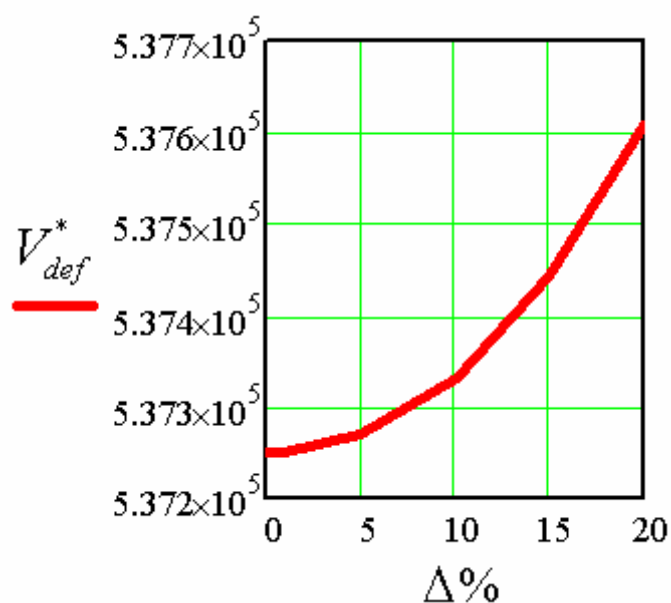


Рисунок 3.39 – Вплив нечіткого завдання довжини тріщини на величину оптимального об'єму матеріалу чотирьох елементів ферми

Розрахунок було проведено за умови, що величина довжини крайової тріщини в третьому стержні ферми подано нечітким чином з функцією належності трикутного виду і її мода дорівнює $a_0 = 25$ мм. Розкид нечіткої величини для проведених числових експериментів наведено в таблиці додатку Б.13. Проводячи етапи фазифікації, оптимізації та дефазифікації отримано величини оптимального об'єму, наведені в тій самій таблиці. Як бачимо з ростом невизначеності зростає і дефазифікована величина об'єму конструкції V_{def}^* .

3.3.8 Оцінка максимального переміщення вузла складної ферми при нечіткому завданні обсягу

Продовжуючи розглядати задачі, де обсяг матеріалу задається нечітким чином, розглянемо складну ферму та сформулюємо задачу. Нехай задана статично визначена шарнірно-стержнева пружна система (ШСС) з n елементами та m вузлами. У вузлах ШСС додано зовнішнє навантаження P_j ; $j = 1, 2, \dots, k$. Передбачаються відомими геометричні та фізичні характеристики ШСС. Площі перерізів елементів A_i ; $i = 1, 2, \dots, n$ підлягають визначенню з умови міцності, стійкості та заданого обсягу V_0 конструкції, а також забезпечення максимального переміщення v (вертикального або горизонтального) деякого заданого вузла t . З умови міцності визначимо області допустимих розв'язків

$$\Omega_i = \{A_i, A_i^0 \leq A_i < \infty\}, \quad (3.51)$$

$$\text{де } A_i^0 = |N_i| / R_i^*; \quad R_i^* = \begin{cases} R_0, N_i > 0; \\ \varphi R_0, N_i < 0; \end{cases}$$

N_i - зусилля в i -ому елементі ШСС при дії зовнішнього навантаження; φ - коефіцієнт поздовжнього вигину; R_0 - розрахунковий опір. Якщо встановлено обмеження на габарити $A_i^g \leq A_i < A_i^+$, то область допустимих рішень запишеться так:

$$\Omega_i = \{A_i; (A_i^s, A_i^0) \leq A_i < A_i^+\}.$$

Максимальне переміщення вузла t опишемо за допомогою інтегралу Мора

$$v = \sum_{i=1}^n D_i / A_i; \quad D_i = \frac{N_i \bar{N}_i l_i}{E},$$

де \bar{N}_i - зусилля в i -ому елементі ШСС при дії одиничного навантаження, прикладеного у вузол t , E - модуль пружності.

Вище наведене завдання запишемо у вигляді оптимізаційної моделі

$$\{A_i^*, V^*\} = \arg \left\{ \max_{A_1, A_2, \dots, A_n} \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i} \mid A_i \in \Omega \right\}. \quad (3.52)$$

Ця задача відноситься до задач типу розподілу ресурсу. Для її розв'язання скористаємося апаратом функціональних рівнянь методу динамічного програмування в дискретній формі. Для ілюстрації запропонованого підходу до оптимізації складної ферми (рис. 3.40) геометричні та фізичні характеристики взяті такими $h=5$ м, $h_1=2.5$ м, $h_2=3$ м, $h_3=4$ м, $a=3$ м, $b=3$ м, $E=2.1 \cdot 10^5$ МПа, $[\sigma]=150$ МПа, $\varphi=0.6$, $P_t=10$ кН, $t=3$, $V_0=2.2 \cdot 10^{-3}$ м³.

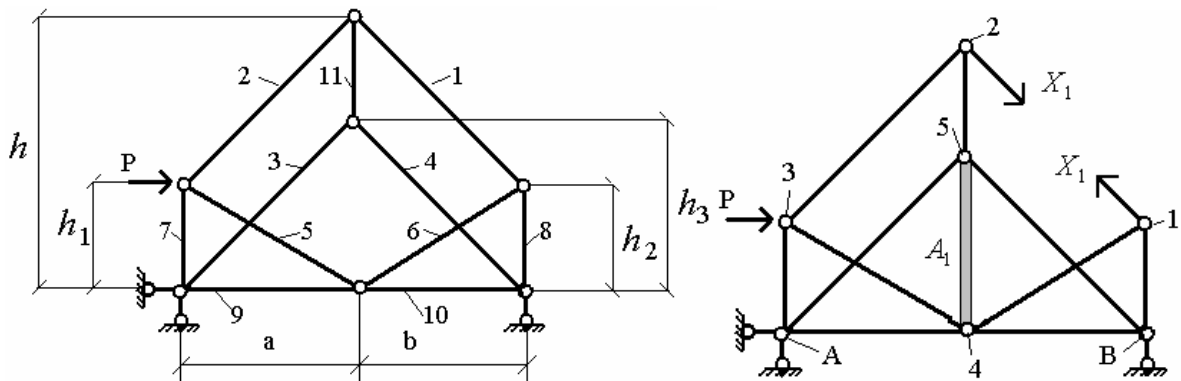


Рисунок 3.40 – Складна статично визначена ферма та її основна система

Для цих величин обчислено аналітично поздовжні зусилля способами замінюючих стержнів, вирізання вузлів. Перевірка проведена за допомогою програмного продукту Lira. Також обчислено площу перерізів A_i^* і горизонтальне переміщення v^* вузла 3 за умови детермінованих початкових даних. Дані зведено до таблиці Б. 14 додатку. За цих умов можна сказати, що

мінімальний обсяг матеріалу складе $V = 1.79 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ а горизонтальне переміщення вузла 3 $v^* = 12 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Максимальне горизонтальне переміщення вузла 3 при заданні бажаного обсягу $V_0 = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ становить $v^* = 8.82 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Число наближень при початковому наближенні $\{A_i^*\} = 100$ становить 27 ітерацій. На рисунку 3.41 наводиться графік залежності переміщення v^* від величини V_0 . За допомогою нього можна оцінити величину максимального переміщення конструкції для V_0 .

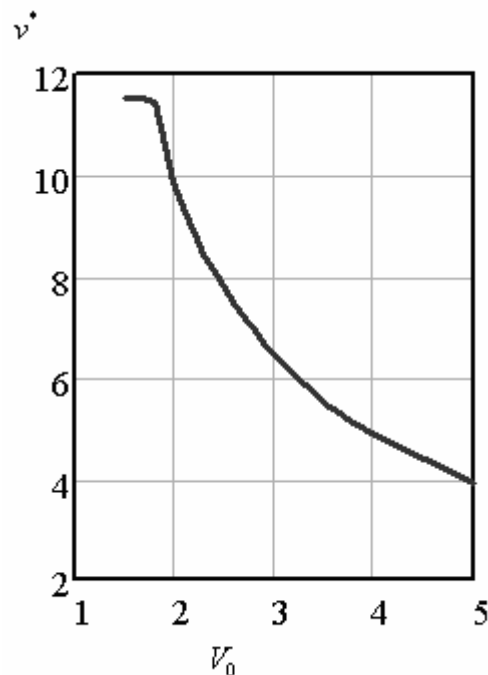


Рисунок 3.41 – Вплив величини V_0 (10^{-3} м^3) на переміщення v^* (10^{-3} м)

Оцінка величини переміщення вузла за нечіткого завдання обсягу.

Цікавий випадок, коли величина обсягу V_0 у задачі (3.52) задається нечітким чином за допомогою не чисел, а висловів "приблизно", "близько до...", "біля", "трохи більше/менше" і т.п. Розв'язання такої задачі можливе в рамках виконання наступних етапів нечіткого моделювання: фазифікації, аналізу, дефазифікації. На етапі фазифікації для визначеності будемо розглядати функцію належності трикутного виду (2.50), в якій $\text{Supp}A = [a, b]$ є носій деякої множини A , а m - його модальне значення, тобто. $\mu_A(m) = 1$. Для чисельного прикладу нехай обсяг V_0 є нечіткою множиною A , яка згенерована функцією

$\mu_A(x)$ з (2.50) за таких границь $a=1.8$, $b=2.7$ та 10 рівнями з інтервалу $[0,1]$ з кроком $\Delta\mu=0.1$ Графік функції $\mu_A(x)$ представлений на рис. 3.42.

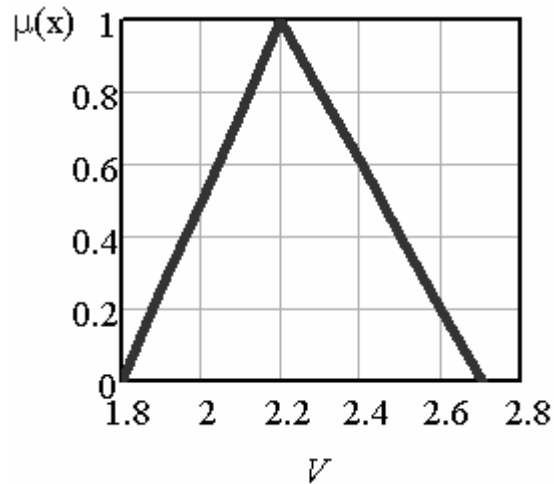


Рисунок 3.42 – Об'єм у формі нечіткого трикутного числа, (10^{-3} м^3)

$$A = \frac{0}{1.8} + \frac{0.1}{1.84} + \frac{0.2}{1.88} + \frac{0.3}{1.92} + \frac{0.4}{1.96} + \frac{0.5}{2.0} + \frac{0.6}{2.04} + \frac{0.7}{2.08} + \frac{0.8}{2.12} + \frac{0.9}{2.16} + \frac{1}{2.2} + \frac{0.9}{2.25} + \frac{0.8}{2.3} + \frac{0.7}{2.35} + \frac{0.6}{2.4} + \frac{0.5}{2.45} + \frac{0.4}{2.5} + \frac{0.3}{2.55} + \frac{0.2}{2.6} + \frac{0.1}{2.65} + \frac{0}{2.7} \quad (3.53)$$

Оптимізація. Для кожного об'єму V_0 у знаменниках доданків нечіткої множини A з (3.53) обчислюється за процедурою динамічного програмування максимальне переміщення v^* . В результаті виходить нечітка множина $B(\mu, v)$ (3.54), з функцією належності, що наводиться на рис. 3.43.

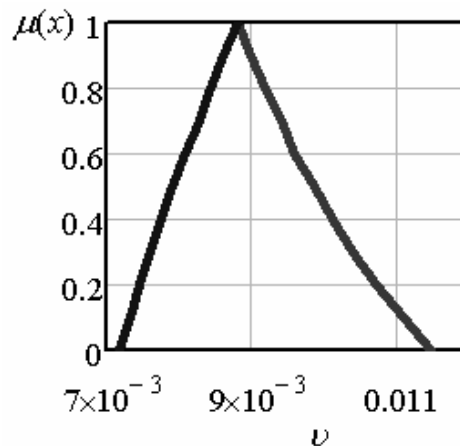


Рисунок 3.43 – Нечітке переміщення вузла 3 у напрямку дії зовнішньої сили, м

$$\begin{aligned}
B = \sum_{i=1}^{21} \frac{\mu_i}{v_i^*} = & \frac{0}{0.01147} + \frac{0.1}{0.01108} + \frac{0.2}{0.01072} + \frac{0.3}{0.01040} + \frac{0.4}{0.01011} + \frac{0.5}{0.00985} + \frac{0.6}{0.00961} + \\
& \frac{0.7}{0.00939} + \frac{0.8}{0.00918} + \frac{0.9}{0.00900} + \frac{1}{0.00882} + \frac{0.9}{0.00862} + \frac{0.8}{0.00844} + \frac{0.7}{0.00826} + \frac{0.6}{0.00808} + \\
& + \frac{0.5}{0.00792} + \frac{0.4}{0.00776} + \frac{0.3}{0.00761} + \frac{0.2}{0.00746} + \frac{0.1}{0.00732} + \frac{0}{0.00719}. \quad (3.54)
\end{aligned}$$

Етап дефазифікації виконаємо за допомогою трансформації нечіткого числа (3.54) у детерміноване. Ця операція реалізується за методом центру і отримаємо число $v^{def} = 8.845 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, або за методом Б. Лю $v^{def} = 8.902 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Порівнюючи з детермінованими значеннями вихідних даних $v^{det} = 8.82 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ робимо висновок, що наявність невизначеності збільшує значення переміщення.

3.3.9 Застосування нечітких множин в задачах оптимального проектування ферм при завданні обмеження на частоту власних коливань

В теорії проектування представляє інтерес розгляд загальних задач, в яких була б врахована інформація, щодо невизначеності. Для їх формулювання і розв'язання потрібен відповідний математичний апарат, який апріорно включав би в себе можливість появи невизначеності [184-187]. Для врахування випадкових факторів в механіці конструкцій широко використовується теорія ймовірності і статистичні методи [182, 203]. У разі, коли має місце мала статистична вибірка, коли описи параметрів, цілей, обмежень задаються суб'єктивним або словесним чином, можливе проектування в рамках апарату теорії нечітких множин (ТНМ) Л. Заде [270]. Він становить основу теорії можливостей [211], "м'яких" обчислень [252] і нечіткого моделювання [235]. У даній роботі на прикладі оптимального проектування ферми мінімального обсягу при обмеженні на частоту власних коливань, показана методологія застосування ТНМ. Проводиться аналіз толерантності кінцевих результатів до "розмитих" даних шляхом порівняння з проектом конструкції при чіткій вихідній інформації.

Постановка проблеми. Розглянемо задачу оптимального проектування пружної шарнірно-стержневої системи (ШСС) - балочної ферми довжиною L мінімального обсягу з урахуванням умов міцності і власних коливань. Система має m вузлів і n стержнів, довжини і поперечні перерізи яких є відповідно l_i , A_i ; $i = \overline{1, n}$. На систему діють навантаження P_j ; $j = \overline{1, m}$, прикладені до вузлів (рис. 3.44).

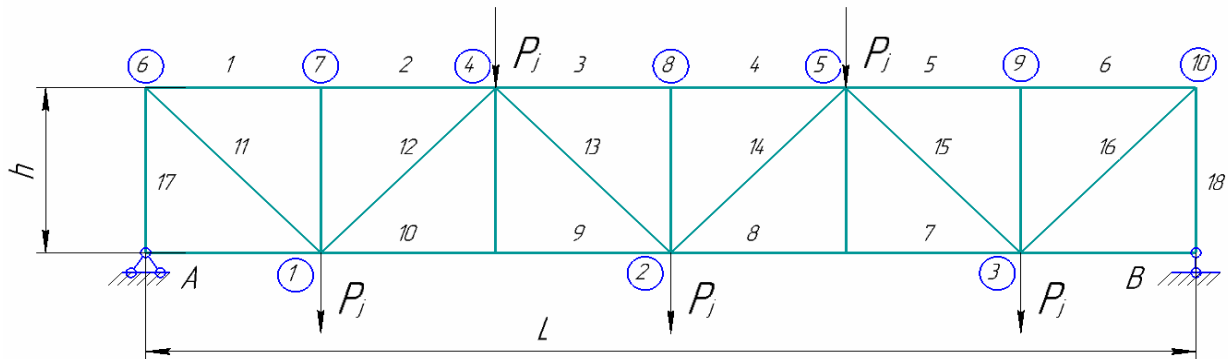


Рисунок 3.44 – Розрахункова схема ШСС

Необхідно знайти такий розподіл матеріалу $l_i A_i$; $i = \overline{1, n}$ за елементами ферми, щоб задовольнялися умови міцності (3.25), (3.28) та частота власних коливань конструкції була більшою за задану величину ω_0 , тобто

$$\omega(A_i) \geq \omega_0 \quad (3.55)$$

і при цьому було забезпечено мінімальне значення обсягу матеріалу всієї конструкції, тобто

$$V = \sum_{i=1}^n l_i A_i \rightarrow \min. \quad (3.56)$$

Математична модель сформульованої детермінованої задачі оптимізації є

$$(V^{opt}, A^{opt}) = \arg \left\{ \min_{A_i \in \Omega_i} \sum_{i=1}^n l_i A_i \mid \omega(A_i) \geq \omega_0 \right\}, \quad (3.57)$$

де $A^{opt} = (A_1^{opt}, A_2^{opt}, \dots, A_n^{opt})$ - вектор оптимальних розв'язків.

Задача полягає в тому, щоб знайти шукане відображення f , тобто розробити обчислювальну процедуру знаходження результату $Y = (V^{opt})$ по детермінованим даним $X = (l_i, i = 1, 2, \dots, n; P_j; j = 1, 2, \dots, m; E, R_0, \varphi, \omega_0)$ з метою

його впровадження в технологію нечіткого моделювання. Область допустимих розв'язань $\{A_i\}$; $i = \overline{1, n}$, визначається з умов міцності і стійкості, а саме:

$$\Omega_i = \{A_i | A_i \geq A_i^-; A_i^- = |N_i| / R_i^*\}. \quad (3.58)$$

Величину частоти вільних коливань ферми визначимо наближено. У цьому випадку розгляд стержневої системи (рис. 3.44) замінюється обпертою балкою довжиною L з деяким рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності q . Максимальний прогин балки в цьому випадку є

$$y^{\max} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}, \quad (3.59)$$

де E - модуль пружності; I - момент інерції поперечного перерізу балки. Максимальне переміщення Δ^{\max} вузла 2 в середині ферми визначиться за допомогою формули Максвелла-Мора

$$\Delta^{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \overline{N}_i l_i}{EA_i}, \quad (3.60)$$

де \overline{N}_i - поздовжнє зусилля в елементах ферми від дії одиничного навантаження, прикладеного в вузол t . З рівності

$$y^{\max} = \Delta^{\max} \quad (3.61)$$

з урахуванням співвідношень (3.80) - (3.81) виразимо момент інерції перерізу

$$I = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{E\Delta^{\max}}. \quad (3.62)$$

Основна частота вільних поперечних коливань шарнірно обпертої балки визначається так

$$\omega = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad (3.63)$$

де m - маса балки.

Підставляючи в (3.63) вираз моменту I з (3.62), одержимо

$$\omega = \lambda \sqrt{\frac{g}{\Delta}}; \quad \lambda = \pi^2 \sqrt{\frac{5}{384}}, \quad (3.64)$$

де g - прискорення вільного падіння. У тому випадку, коли основна частота вільних коливань задана величиною ω_0 з (3.64) впливає, що

$$\Delta_0 = \left(\frac{\lambda}{\omega_0} \right)^2 g. \quad (3.65)$$

Задачу (3.57) з урахуванням визначень (3.58), (3.60), (3.61), (3.65) сформулюємо тепер в наступному вигляді

$$(V^{opt}, A^{opt}) = \arg \left\{ \min_{A_i \in \Omega_i} \sum_{i=1}^n l_i A_i \mid \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i} \leq \Delta_0 \right\}, \quad (3.66)$$

де $D_i = N_i \overline{N_i} l_i / E$.

Якщо ввести такі позначення: $x_1 = L$, $x_2 = E$, $x_3 = \omega_0$, $x_4 = R_0$, $x_5 = \varphi$, $x_j = P_j$; $j = \overline{6, m}$; $x_j = l_j$; $j = \overline{m+1, m+n}$; $y_1 = V^{opt}$; $y_i = A_i^{opt}$; $i = \overline{2, n+1}$, то величини x_j ; $j = \overline{1, m+n}$ утворюють множину елементів X , а величини y_i - множину Y . Відображенням f з (2.68) є алгоритм реалізації детермінованої моделі (3.66). Цим алгоритмом буде аналітично-чисельна процедура послідовних наближень і динамічного програмування [198].

Нечітка постановка задачі оптимального проектування. Нехай \mathcal{A} є підмножина, складена з нечітких вихідних даних $\{x_i\}$; $i = 1, 2, \dots, k$, що входять до множини X , та які задаються квантифікатором модальності "наближений". У цьому випадку має місце $\mathcal{A} \subseteq X \subseteq U \subseteq R$, де через U позначено універсальну множину, що входить, наприклад у множину дійсних чисел R .

Для визначеності, нехай нечіткими будуть такі вихідні дані: навантаження, прикладені у вузол 4 та 5 (рис.3.44) та частота ω_0 , тобто

$$\mathcal{A} : \{ \xi_1 = P_4; \xi_2 = P_5; \xi_3 = \omega_0 \}.$$

Таким чином, в обмеженні $\sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i} \leq \Delta_0$ задачі (3.66) величини D_i і Δ_0 є функціями нечітких змінних. З огляду на це, реалізація задачі оптимізації (3.66) здійснюється в рамках ТНМ. При цьому V^{opt} та A^{opt} є також нечіткими

множинами. Скористаємось технологією розв'язання задач оптимізації конструкцій в умовах нечіткої інформації (пункт 2.7).

Чисельна ілюстрація. Ілюстраційний приклад оптимального проектування ШСС почнемо з **детермінованої постановки**. Розглянемо оптимальне проектування ферми, розрахункова схема якої зображена на рис. 3.44. з такими детермінованими вихідними даними: $h = 3 \text{ м}$, $L = 24 \text{ м}$, $l = 6 \text{ м}$, $E = 209 \text{ ГПа}$, $g = 9.81 \text{ м/с}^2$, $R_0 = 395 \text{ МПа}$, $\varphi = 0.722$, $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 10^4 \text{ кН}$, $\omega = 12 \text{ Гц}$, M - достатньо велике. Зусилля $N = (N_1, N_2, \dots, N_{18})$ необхідні для отримання оцінки перерізу A_i^- та коефіцієнтів D_i ; $i = \overline{1,18}$, обчислені за допомогою методу матриці сил [239]

$$N = BP,$$

де $B = \{b_{ij}\}$; $i = \overline{1,18}$; $j = \overline{1,5}$

Збіжність за функціоналом процедури динамічного програмування показана на рис. 3.45. Оптимальне значення обсягу при цьому є $V^{\text{det}} = 22588 \text{ см}^3$.

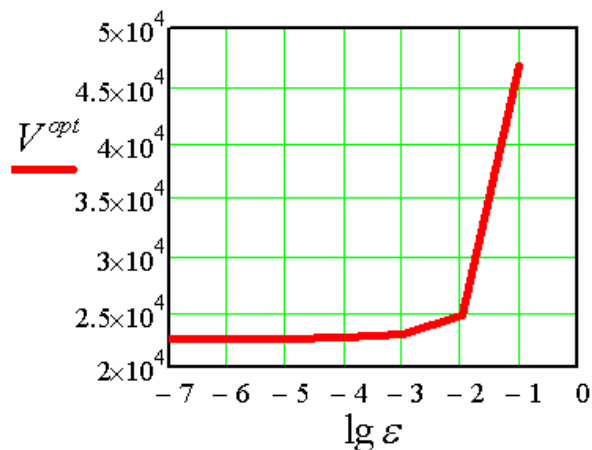


Рисунок 3.45 – Збіжність обчислювальної процедури ДП у задачі оптимізації ферми за функціоналом V^{opt} залежно від необхідної точності ε

Для 18-ти елементної ферми матриця B виглядає наступним чином (3.67). Тут введено такі позначення: $b = l / L$; $c = \text{ctg} \alpha$; $s = 1 / \sin \alpha$; $\alpha = \text{arctg} H / l$.

$$B = \begin{pmatrix} -5bc & -3bc & -bc & -4bc & -2bc \\ -5bc & -3bc & -bc & -4bc & -2bc \\ (-15b+2)c & -9bc & -3bc & (-12b+1)c & -6bc \\ -3bc & -9bc & (-15b+2)c & -6bc & (-12b+1)c \\ -c & -3c & -5c & -2c & -4c \\ -c & -3c & -5c & -2c & -4c \\ 2bc & 6bc & (10b-1)c & 4bc & 8bc \\ 2bc & 6bc & (10b-1)c & 4bc & 8bc \\ (10b-1)c & 6bc & 2bc & 8bc & 4bc \\ (10b-1)c & 6bc & 2bc & 8bc & 4bc \\ 5bs & 3bs & bs & 4bs & 2bs \\ (-5b+1)s & -3bs & -bs & -4bs & -2bs \\ (5b-1)s & 3bs & bs & (4b-1)s & 2bs \\ bs & 3bs & (5b-1)s & 2bs & (4b-1)s \\ -bs & -3bs & -(5b-1)s & -2bs & -4bs \\ bs & 3bs & 5bs & 2bs & 4bs \\ -5b & -3b & -b & -4b & -2b \\ -b & -3b & -5b & -2b & -4b \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

Наведемо на рис. 3.46 залежність переміщення від частоти власних коливань

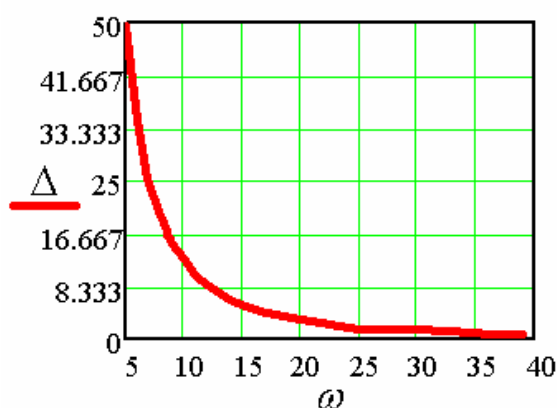


Рисунок 3.46 – Залежність переміщення Δ від частоти власних коливань ω

З нього випливає, що збільшення частоти власних коливань веде до зменшення переміщення характерного вузла ферми.

Нечітка постановка. Нехай деяке навантаження, що діє на ферму, є нечітким, наприклад $\tilde{P}_4 = \tilde{P}_5 = \tilde{10} \cdot 10^3 \text{ кН}$ та значення частоти власних коливань

$\omega_0 = \widetilde{12}$ Гц. Для нечітких чисел $\widetilde{P}_i(a, m, b)$; $i = 4, 5$ та $\widetilde{\omega}_0(a, m, b)$ взята трикутна функція належності (2.50). Розв'язання рівняння (2.90) для функції дає

$$x_{P_i}^L(\alpha) = m_{P_i}\alpha + (1 - \alpha)a_{P_i}; \quad x_{P_i}^R(\alpha) = m_{P_i}\alpha + (1 - \alpha)b_{P_i};$$

$$x_{\omega}^L(\alpha) = m_{\omega}\alpha + (1 - \alpha)a_{\omega}; \quad x_{\omega}^R(\alpha) = m_{\omega}\alpha + (1 - \alpha)b_{\omega},$$

де $i = 4, 5$; $\alpha \in [0, 1]$; a_{P_i} , b_{P_i} , a_{ω} , b_{ω} - відповідно межі інтервалів нечітких величин \widetilde{P}_4 , \widetilde{P}_5 і $\widetilde{\omega}_0$; m_{P_4} , m_{P_5} , m_{ω} - їх модальні значення.

Введемо коефіцієнт k нечіткості у визначеннях вихідних даних як частина у відсотках m_{P_4} , m_{P_5} , m_{ω} . Тоді $a_{P_i} = m_{P_i}(1 - 0.01k)$; $b_{P_i} = m_{P_i}(1 + 0.01k)$; $i = 4, 5$; $a_{\omega} = m_{\omega}(1 - 0.01k)$; $b_{\omega} = m_{\omega}(1 + 0.01k)$. Задаючись, наприклад, $k = 20\%$ і числом α - рівнів, рівним $N = 10$, відповідно до описаної процедури ДП, отримаємо величину оптимального обсягу V^{fuz} , записаного як нечітка множина з функцією належності, наведеної на рис. 3.47

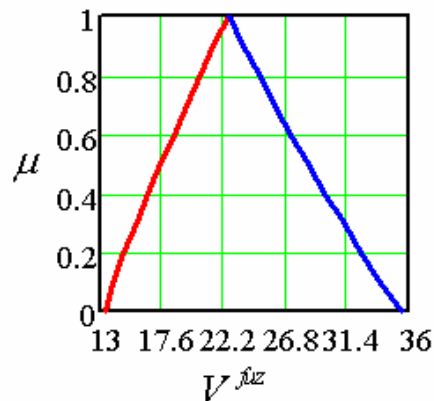


Рисунок 3.47 – Функція належності нечіткої величини V^{fuz} , (10^3 см³)

$$V^{fuz} = \frac{0}{13333} + \frac{0.1}{14051} + \frac{0.2}{14840} + \frac{0.3}{15700} + \frac{0.4}{16589} + \frac{0.5}{17509} + \frac{0.6}{18461} + \frac{0.7}{119444} +$$

$$+ \frac{0.8}{20459} + \frac{0.9}{21507} + \frac{1}{22588} + \frac{0.9}{23702} + \frac{0.8}{24851} + \frac{0.7}{26034} + \frac{0.6}{27252} + \frac{0.5}{28505} +$$

$$+ \frac{0.4}{29794} + \frac{0.3}{31120} + \frac{0.2}{32482} + \frac{0.1}{33881} + \frac{0}{35318}.$$

Результат дефазифікації нечіткого числа V^{fuz} відображає таблиця 3.7. Як видно з таблиці, розбіжність від розв'язку V^{det} при застосуванні методу центрів більше 1% , і 2% при використанні підходу *EVM* .

Таблиця 3.7 – Результат дефазифікації нечіткого числа V^{fuz}

За методом центрів	$V^{df} = 22865 \text{ см}^3$	1.23%
По методу (2.81)	$V^{df} = 23068 \text{ см}^3$	2.13%

Виконуючи аналіз впливу коефіцієнта k нечітких вихідних величин \tilde{P}_4 , \tilde{P}_5 , $\tilde{\omega}_0$ на обсяг проєктованої ферми, отримаємо табл. Б.15 додатку. В ній $\eta = \frac{V^{df} - V^{det}}{V^{det}} 100, (\%)$ – розбіжність отриманих V^{df} від значень V^{det} . Вплив коефіцієнта нечіткості даних ($k, \%$) на розмитість результату ($\eta, \%$) залежно від частоти ω показано на рис. 3.48.

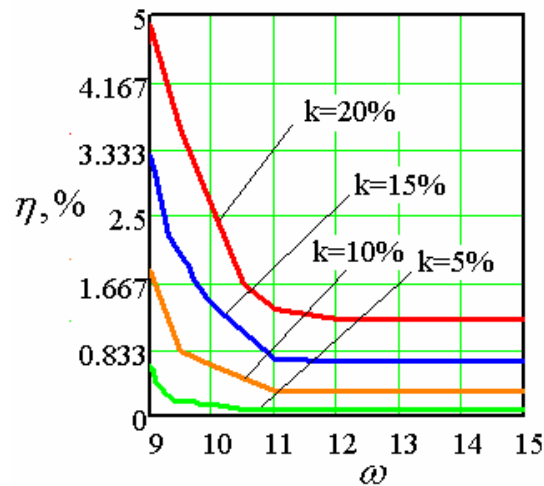


Рисунок 3.48 – Розмитість результату від коефіцієнта нечіткості та частоти власних коливань

Максимальна розмитість η в умовах нечіткого опису даних виникає, як і очікувалося при $\omega = 9 \text{ Гц}$ або відповідному $y^{\max} = 16 \text{ см}$. Ці дані наведено у таблиці Б.16 додатку.

Нечітко-випадкова невизначеність. Процедуру нечіткого моделювання застосовуємо до завдання оптимального проєктування ферми, коли навантаження P_4 та P_5 прикладені випадковим чином, а їх величини є нечіткими з трикутною функцією належності. Знаходження мінімального обсягу конструкції з урахуванням обмежень по міцності та коливанням виконаємо на основі нечітко-випадкового моделювання [232-235].

Позначимо через B_1 подію: у вузол 4 додане навантаження \tilde{P}_4 , задане нечітким чином, з ймовірністю p_1 ; позначимо через B_2 подію, яка полягає в тому, що нечітке навантаження \tilde{P}_5 прикладене у вузол 5 з ймовірністю p_2 . Нехай нечіткі величини $\tilde{P}_4(a_{P_4}, m_{P_4}, b_{P_4})$ і $\tilde{P}_5(a_{P_5}, m_{P_5}, b_{P_5})$ описані трикутною функцією належності. Модель оптимізаційної задачі залишається (3.66).

Розглянемо спільний закон розподілу ймовірностей виконання подій B_1 і B_2 :

1. Подія $C_1 = B_1 B_2$ означає, що у вузли 4 і 5 прикладені навантаження відповідно рівні \tilde{P}_4 і \tilde{P}_5 з ймовірністю $q_1 = p_1 p_2$.

2. Подія $C_2 = B_1 \overline{B_2}$ означає, що у вузол 4 додається навантаження \tilde{P}_4 , а у вузлі 5 – навантаження відсутнє, тобто $\tilde{P}_5 = 0$. Відповідна ймовірність появи такої події дорівнює $q_2 = p_1(1 - p_2)$.

3. Подія $C_3 = \overline{B_1} B_2$ означає, що у вузол 5 прикладене навантаження \tilde{P}_5 , а у вузлі 4 навантаження відсутнє, тобто $\tilde{P}_4 = 0$. Відповідна ймовірність появи такої події дорівнює $q_3 = p_2(1 - p_1)$;

4. Подія $C_4 = \overline{B_1} \overline{B_2}$ означає, що у вузлах 4 та 5 відсутнє навантаження, тобто $\tilde{P}_4 = 0$, $\tilde{P}_5 = 0$. Воно відбудеться з ймовірністю $q_4 = (1 - p_1)(1 - p_2)$.

Відповідно до запропонованої вище процедури обчислимо V^{df} для кожного поєднання навантажень.

Дерандомізацію отриманих результатів виконаємо відповідно до визначення математичного очікування, тобто $V^{dr} = \sum_{i=1}^4 q_i V_i^{df}$. При таких числових даних: $P_1 = P_2 = P_3 = 10^4 \text{ кН}$, $\tilde{P}_4 = 10^4 \text{ кН}$, $\tilde{P}_5 = 10^4 \text{ кН}$, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $\omega = 12 \text{ Гц}$, $p_1 = 0.7$, $p_2 = 0.8$ та ступеня розмитості $k = 10\%$ отримаємо результати, наведені у таблиці 3.8.

Зауваження. Значення V_i^{df} ; $i = \overline{1,4}$ отримані відповідно до вимоги міцності елементів $R_0 = 395 \cdot 10^2$ МПа, $\varphi = 0.722$ та дії "найгіршого" детермінованого навантаження $P_i = 10^4$ кН, $P_4 = P_5 = (1 + \frac{k}{100})10^4$ кН.

Таблиця 3.8 – Результати розрахунку обсягу для подій C_1, C_2, C_3, C_4

1	Подія	C_1	C_2	C_3	C_4	
2	Ймовірності q_i	0.56	0,14	0,24	0,06	$\sum q_i = 1$
3	Об`єм $V_i^{df}, \text{см}^3$	22588	18023	18772	16029	

Операція дерандомізації дає величину обсягу $V^{dr} = 20640 \text{ см}^3$. З таблиці 3.8 видно, що за відсутності навантаження на верхній пояс $V^{df} < V^{dr}$ на 62%, а за наявності всіх навантажень на верхній пояс $V^{df} > V^{dr}$ на 9.4%. Слід зазначити, що величина об'єму, що шукається, знаходиться в межах $16029 < V^{dr} < 22588$, тобто між розв'язаннями при найменшому та найбільшому навантаженнях.

3.4 Аналіз поведінки прямолінійних та криволінійних стержневих систем

3.4.1 Розрахунок рам в умовах невизначеного навантаження

Розглянемо клас задач стержневих статично невизначених систем, в яких права частина канонічного рівняння подана нечітко та метод розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з вільними коефіцієнтами, які мають характер невизначеності, із застосуванням теорії нечітких множин.

Постановка задачі. Треба розв'язати СЛАР виду

$$AX = d, \quad (3.68)$$

в якій n невідомих $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, а матриця $A = \{a_{ij}\}$; $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$ складається з детермінованих коефіцієнтів. Щодо компонентів вектору

$d = \{d_1, d_1, \dots, d_n\}$; $d_i \in D_i \subseteq R$ вважаємо що вони є нечіткі числа, що визначені на множинах D_i ; $i = \overline{1, n}$. В такому разі маємо нечітку СЛАР. Для кожного нечіткого числа $d_i, i = \overline{1, n}$ задається функція належності $\mu_{D_i}(x) : R[0, 1]$, яка має властивість безперервності, нормальності та опуклості.

Означення 1. Нечітким числом ($L - R$) - типу називають нечітку величину $d_i = \{d_i \mid \mu_{D_i}(x)\}$, функція належності якої може бути подана в формі композиції двох функцій $L(x)$ та $R(x)$, що задовольняють умовам [149]. Вимоги до нечіткого числа надано в підпункті 2.5.4 та в роботі автора [259].

Означення 2. Для n заданих нечітких множин $D_i \subseteq X_i$; $i = 1, 2, \dots, n$ із відповідними функціями належності $\mu_{D_i}(x)$ має місце такий Декартовий добуток $D = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$ з функцією належності $\mu_D(d_1, d_2, \dots, d_n) = \min(\mu_{D_1}(d_1), \mu_{D_2}(d_2), \dots, \mu_{D_n}(d_n))$. Приклад в роботі [259].

Означення 3. Будемо називати нев'язкою величину Z - квадрат різниці між розв'язанням СЛАР при правих частинах, визначених Декартовим добутком, і чітким розв'язанням СЛАР при модальних значеннях m_i нечіткої величини d_i ($i = 1, 2, 3$), а саме:

$$Z(d) = \sum_{j=1}^n (r_{ij} d_j^* - X(m_i))^2, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.69)$$

Відшукування розв'язку СЛАР (3.68) виконаємо за допомогою оберненої матриці A^{-1}

$$X = A^{-1} d^*, \quad (3.70)$$

елементи якої позначимо через r_{ij} , $A^{-1} = \{r_{ij}\}$; $i, j = 1, 2, \dots, n$. А d^* сформулюємо з комбінації значень величини d_i .

Сформулюємо таку задачу: Треба відшукати ті розв'язки $X^f = \{X_1, X_2, X_n\}$ нечіткої СЛАР, які надають мінімальне значення квадрату нев'язки, а саме:

$$X^{opt} = \arg \min_x Z(d). \quad (3.71)$$

Метод розв'язання оптимізаційної задачі наведено в додатку А.2.

Ілюстраційний приклад 1. Розрахункова схема рами наведена на рис. 3.49. Навантаження задається у вигляді переміщень a , b , ϕ защемлення 3. Переміщення можуть бути подані в детермінованій чи невизначеній формі. Розглянемо випадок, коли в основній системі методу сил відкинуто ті зв'язки, які отримують переміщення (рис.3.50).

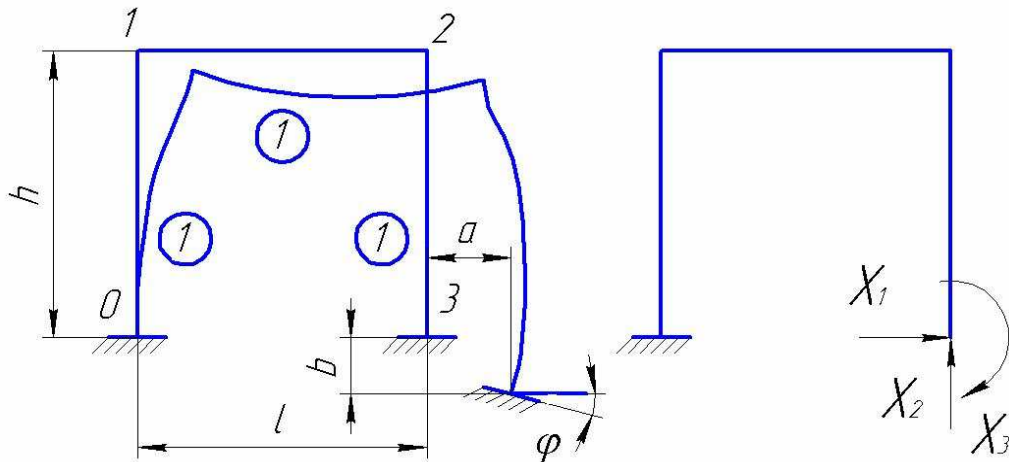


Рисунок 3.49 – Розрахункова схема рами Рисунок 3.50 – Основна система

Замінімо дію відкинутих зв'язків невідомими X_1 , X_2 , X_3 , які підлягають подальшому визначенню. З урахуванням прийнятої основної системи канонічні рівняння методу сил будуть виглядати таким чином

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 = a \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 = -b \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 = \phi, \end{cases} \quad (3.72)$$

де δ_{ij} ; $i, j = 1, 2, 3$ - елементи матриці податливості.

Одиничні епюри та коефіцієнти канонічних рівнянь представлено в публікації автора [259].

Значення епюри моментів (рис. 3.51) у характерних перерізах виражені через невідомі методу сил запишуться, в припущенні, що всі моменти, які лежать за контуром рами мають знак мінус, а всередині контуру рами знак плюс:

$$\begin{aligned} M_{10} = M_{12} = hX_1 + lX_2 - X_3; \quad M_{23} = M_{21} = hX_1 - X_3; \\ M_{01} = lX_2 - X_3; \quad M_{32} = -X_3 \end{aligned} \quad (3.73)$$

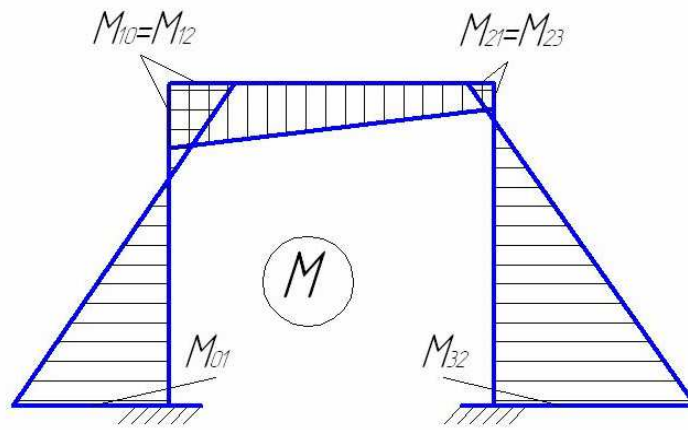


Рисунок 3.51 – Кінцева епюра моментів

Детермінована постановка задачі. Перевіримо вірогідність процедури для вихідний даних: $h = 5$ м, $l = 5$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $I = 833,33$ см⁴. Припустимо, що навантаження у вигляді переміщень також представлена чітко і дорівнює: $a = 0,02$ м, $b = 0,02$ м, $\phi = 0,02$ рад. Значення епюри моментів в характерних перерізах в середовищі ПК "Ліра" співпадають з результатами розв'язання методом сил (табл. Б.17 додатку).

Нечітка постановка задачі. Нехай нечіткими будуть такі дані – вільні члени СЛАР: $a \approx 0,02$ м, $b \approx 0,02$ м, $\phi \approx 0,02$ рад. Адекватним описом цих чисел нехай будуть нечіткі трикутні числа і у вигляді функції Гауса.

Розглянемо число трикутного типу $d_1 = a = (0,018; 0,02; 0,022)$ м, $d_2 = b = (0,016; 0,02; 0,024)$ м, $d_3 = \phi = (0,018; 0,02; 0,022)$ рад, для яких похибка

розраховується за формулою $\Delta = \frac{|df - fuz|}{df} \cdot 100\%$. Результати розрахунку

згинального моменту для різних значень нев'язки надамо в таблиці 3.9.

Таблиця 3.9 – Число d_i трикутного виду

Значення нев'язки Z	Значення невідомих методу сил			Значення остаточної епюри моментів			
	X_1	X_2	X_3	$M_{10} = M_{12}$, кН·м	$M_{23} = M_{21}$, кН·м	M_{01} , кН·м	M_{32} , кН·м
1	2	3	4	5	6	7	8

1	2	3	4	5	6	7	8
Точне розв'язання (df)	3,467	0,686	15,492	5,27	1,841	-12,063	-15,492
0,99 (fuz)	3,543	0,580	15,394	5.221	2.321	-12.494	-15.394
Δ - похибка				df>fuz 0,9%	df<fuz 26%	df<fuz 3,5%	df>fuz 0,6%
1,162	3,559	0,554	15,368	5.197	2.427	-12.598	-15.368
Δ - похибка				df>fuz 1,3%	df<fuz 31%	df<fuz 4,4%	df>fuz 0,8%
1,291	3,552	0,647	15,637	5.358	2.123	-12.402	-15.637
Δ - похибка				df<fuz 1,7%	df<fuz 15%	df<fuz 2,8%	df<fuz 0,9%
1,467	3,576	0,524	15,336	5.164	2.544	-12.716	-15.336
Δ - похибка				df>fuz 2,0%	df<fuz 38%	df<fuz 5,4%	df>fuz 1,0%

Деякі розрахунки для нечітких чисел у вигляді кривої Гауса для різних значень нев'язки зведемо в додаток Б. табл. Б.18 – Б.20.

Ілюстраційний приклад 2. Для розрахункової схеми рами візьмемо основну систему методу сил та побудуємо вантажну епюру (рис. 3.52). З урахуванням прийнятої основної системи, канонічні рівняння методу сил будуть виглядати наступним чином

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 = -\Delta_{1p} \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 = -\Delta_{2p} \\ \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 = -\Delta_{3p} \end{cases} \quad (3.74)$$

де $d_i = -\Delta_{ip}$; $i = 1, 2, 3$

Вантажні переміщення запишуться так:

$$\Delta_{1p} = -\frac{Phx(x+h)}{2EI}; \Delta_{2p} = -\frac{Px}{6EI}(6hl + 3lx - x^2); \Delta_{3p} = \frac{Px}{2EI}(x+2h). \quad (3.75)$$

Значення остаточної епюри моментів у характерних перерізах, запишуться, в припущенні, що всі моменти, які лежать за контуром рами мають знак мінус, а всередині контуру рами знак плюс:

$$\begin{aligned} M_{10} = M_{12} = hX_1 + lX_2 - X_3 - Px; \quad M_{23} = M_{21} = hX_1 - X_3 \\ M_{01} = lX_2 - X_3 - Px; \quad M_{32} = -X_3; \quad M_{p1} = M_{p2} = hX_1 + (l-x)X_2 - X_3 \end{aligned} \quad (3.76)$$

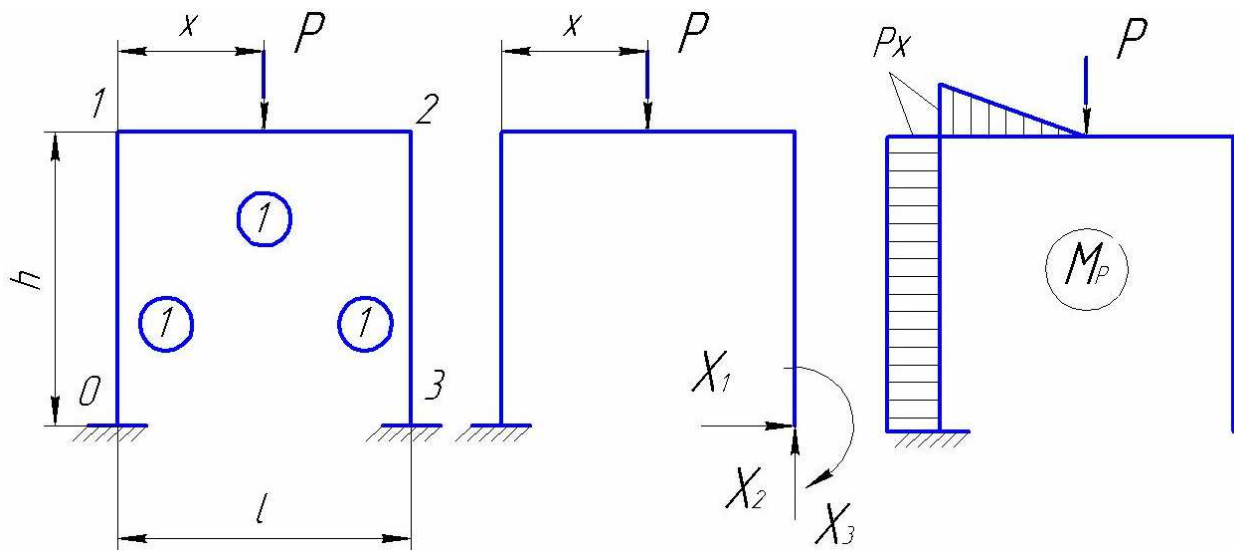


Рисунок 3.52 – Розрахункова схема, основна система та вантажна епюра

Детермінована постановка задачі. Нехай для розрахункової схеми маємо детерміновані вихідні дані: $h = 5$ м, $l = 5$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $I = 833,33$ см⁴. Припустимо, що навантаження та його координата також представлені чітко і дорівнюють: $P = 10$ кН, $x = 2,5$ м. На рис. 3.53 подана остаточна епюра моментів, а в табл. Б.21 додатку результати збіжності процедури.

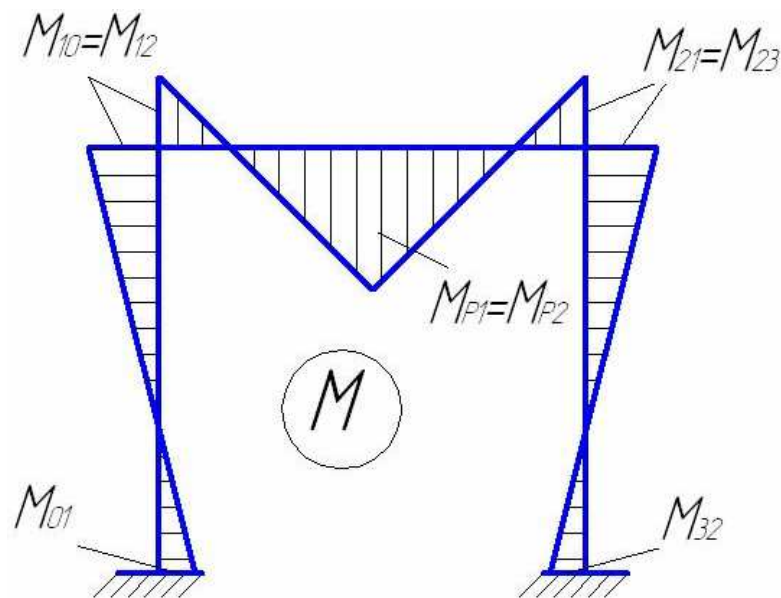


Рисунок 3.53 – Остаточна епюра моментів

Нечітка постановка завдання. Для розрахункової схеми (рис. 3.52) детерміновані вихідні дані залишаємо без змін: $h = 5$ м, $l = 5$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $I = 833,33$ см⁴. Координата прикладення навантаження $x = 2,5$ м.

Навантаження P задається у вигляді: « P дорівнює десь 10 кН ». Адекватним записом навантаження буде нечітке трикутне число $P(8;10;13)_\Delta$. Тоді трикутникові числа для моментів в характерних перерізах будуть теж нечіткі числа, які обчислюються за (3.76). В результаті отримаємо:

$$M_{10}(-3,333; -4,167; -5,417)_\Delta; M_{12}(-3,333; -4,167; -5,417)_\Delta;$$

$$M_{23}(-3,333; -4,167; -5,417)_\Delta; M_{21}(-3,333; -4,167; -5,417)_\Delta;$$

$$M_{01}(1,667; 2,083; 2,708)_\Delta; M_{32}(1,667; 2,083; 2,708)_\Delta$$

$$M_{P1} = M_{P2}(6,667; 8,333; 10,833)_\Delta.$$

Щоб отримати чіткий аналог цих моментів скористаємося операцією дефазифікації за EVM підходом [236], тобто $M_{\text{det}} = \frac{1}{4}(a + 2m + b)$. Порівняльні результати наведемо в таблиці Б.22 додатку.

3.4.2 Проектування циліндричної пружини мінімальної маси при обмеженні на власну частоту поздовжніх коливань в умовах повної і нечіткої інформації

Пружини призначені для накопичення або поглинання механічної енергії. Цим елементам різноманітних конструкцій і приладів приділяється достатньо велика увага [5]. Існує велика кількість публікацій у цій сфері [9, 82, 254], де розглядаються питання розрахунків та виготовлення. В той же час невелика кількість наукових праць присвячена питанням оптимального проектування. Тут можна привести деякі роботи [47, 124, 197, 222], в яких оптимізація характеристик пружин за різними критеріями здійснюється за допомогою методів нелінійного програмування.

Робота присвячена розрахунку оптимальних характеристик пружини в умовах, коли обмеження мають параметри, що описані нечітко. До них застосовуються підходи теорії нечітких множин [155].

Об'єкт оптимізації. Циліндрична гвинтова пружина уявляє собою криволінійний стержень, вісь якого розташовується на поверхні циліндру по гвинтовій лінії. Основними характеристиками таких механічних елементів є

середній діаметр D , діаметри d дроту, з якого виготовляється пружина, довжина l осі робочої частки та кількість N активних звій. В технічних розрахунках кривизна гвинта пружини характеризується відношенням $C = D/d$, яке називають індексом пружини. При конструюванні пружини, яка працює на стиск-розтяг, розраховують її напружено-деформований стан за найбільшими дотичним напруженням в перерізах звій. У випадку проектування пружин кручення, розрахунки напружень виконуються за найбільшими нормальними напруженнями в перерізах звій.

В динамічних застосуваннях, щоб уникати явища резонансу, треба ввести до розгляду таку умову - частота власних коливань стискання пружини ω мусить бути не менше величини ω_0 . В математичному вигляді така умова має вираз [222].

$$\omega = \frac{d}{2\pi D^2 N} \sqrt{\frac{Gg}{2\rho}} \geq \omega_0. \quad (3.77)$$

Тут уведено такі позначення: G - модуль зсуву, g - прискорення вільного падіння, ρ - щільність матеріалу дроту. Задача проектування полягає в пошуку таких характеристик проекту як d^* і значення критерію мінімуму маси, тобто $W^* = \min W$ при заданій частоті ω_0 (пряма задача) і навпаки - знайти такі значення d^* , при яких власна частота поздовжніх коливань була б найбільшою за умови, що маса пружини задається, тобто $W = W_0$.

Задача 1. (пряма задача). Задача проектування циліндричної пружини мінімальної маси з урахуванням умов, щоб частота ω власних коливань її була рівною величині ω_0 , описується такою моделлю

$$(W^*, d^*) = \arg \left\{ \min_{d^- \leq d \leq d^+} W(d) \mid \omega(d) = \omega_0 \right\}. \quad (3.78)$$

В співвідношення (3.78) введено такі означення

$$W(d) = \alpha d^2; \quad \alpha = 0.25(N + Q)\pi^2 D \rho; \quad \omega(d) = \gamma d; \quad \gamma = \frac{1}{2\pi D^2 N} \sqrt{\frac{Gg}{2\rho}}; \quad d > 0, \quad (3.79)$$

де Q - число неактивних звій; N - кількість активних звій пружини.

В якості обмежень можуть бути габарити пружини

$$d + D \leq \bar{D}, \quad (3.80)$$

де D - діаметр пружини, G - модуль зсуву, ρ - густина, g - прискорення вільного падіння. Значення ω_0 , \bar{D} задаються.

В задачі (3.78) змінною проектування є величина d , а d^* - є оптимальна товщина дроту, яка піде на її виготовлення і відповідно маса пружини W^* . Фактором проектування може бути фіксована величина N .

Задача 2. (двоїста задача). Сутність двоїстої задачі полягає в тому, що за заданою масою W_0 , діаметром D і числом звій N знайти таке d^* , яке доставить максимум величини власних коливань. Математичний запис цієї задачі буде таким

$$(\omega^*, d^*) = \arg \left\{ \max_d \omega(d) \mid W(d) = W_0 \right\}. \quad (3.81)$$

Розв'язки d^* в двоїстій і прямій задачі співпадають, якщо взяти $\omega_0 = \omega^*$ із задачі (3.81) або $W_0 = W^*$ із задачі (3.78).

Застосування математичного аналізу до розв'язання прямої та двоїстої задач наведено в додатку А.3 та в роботі автора [45].

Числова ілюстрація оптимального проектування пружини при детермінованих даних. Для таких початкових даних: $G = 8 \cdot 10^2 \frac{H}{мм^2}$; $D = 100 мм$; $Q = 2$, $\rho = 7800 \frac{кг}{м^3}$; $g = 9,806 \frac{м}{сек^2}$ розглянуто пряму та двоїсту задачу. Виконано розрахунок оптимальних d^* , (мм); W^* , (кг) та ω^* , (Гц). Геометрична інтерпретація результатів представлена на рисунках 3.54-3.57 при кількості активних звій пружини $N = 17$.

Для прямої задачі залежність мінімальної маси пружини W^* та діаметру дроту d^* від частоти власних коливань ω_0 на рис. 3.54 – 3.55.

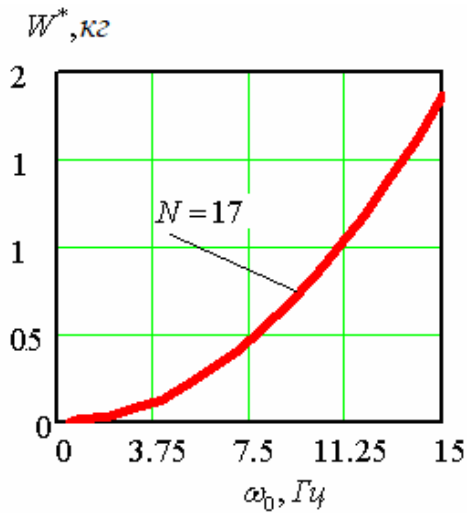


Рисунок 3.54 – Залежність мінімальної маси пружини W^* від величини частоти власних коливань ω_0 (пряма задача)

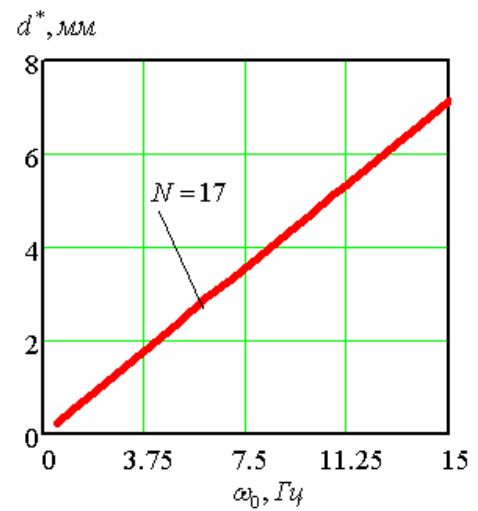


Рисунок 3.55 – Залежність параметра оптимального проекту - значення діаметру дроту d^* від частоти власних коливань ω_0 (пряма задача)

На рисунках 3.56 і 3.57 показана залежність оптимальних значень ω^* і d^* від заданого значення маси пружини W_0 , як результат розв'язання двоїстої задачі (3.81) при $N = 17$.

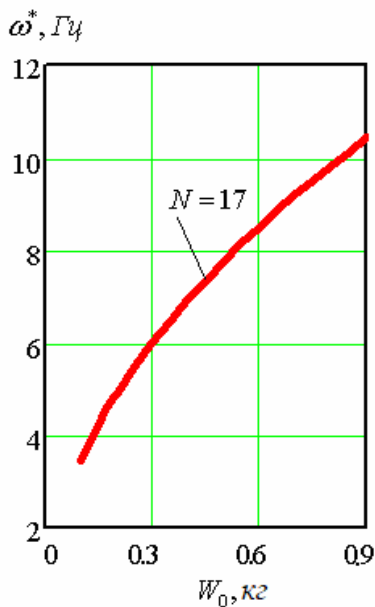


Рисунок 3.56 – Графік залежності $\omega^* - W_0$ (двоїста задача)

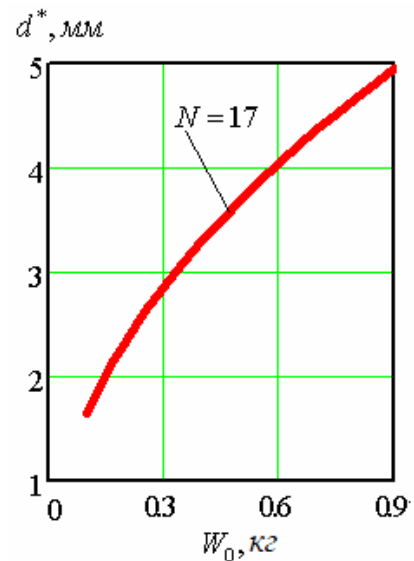


Рисунок 3.57 – Графік залежності $d^* - W_0$ (двоїста задача)

Таким чином, при розв'язанні прямої і двоїстої задачі величини оптимальних проектів W^* , ω^* , d^* збільшуються відповідно до збільшення величин ω_0 і W_0 .

На прикладі розв'язання прямої та двоїстої задач розглянуто питання впливу числа активних звій пружини на величини W^* , ω^* , d^* (рис. 3.58 - 3.61). Із розрахунків видно (рис. 3.58 - 3.59), що маса W^* і діаметр дроту d^* збільшуються від збільшення числа N і величини ω_0 (пряма задача).

Для двоїстої - бачимо збільшення частоти ω^* і діаметру дроту d^* від збільшення маси W_0 (рис. 3.60 - 3.61).

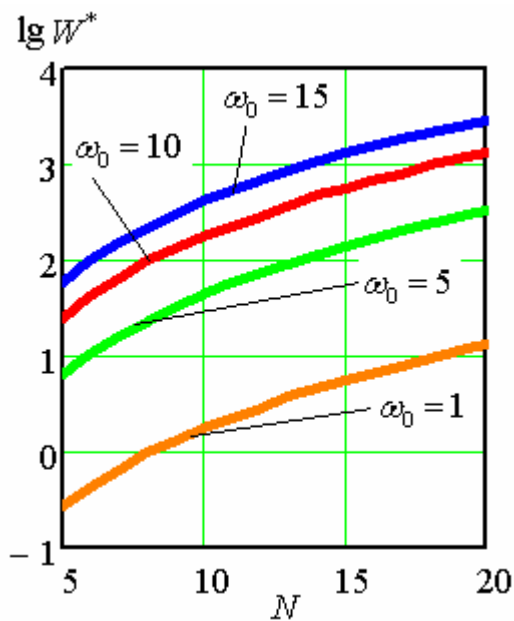


Рисунок 3.58 – Графік залежності Lg (оптимальна маса, г) від числа робочих звій пружини (пряма задача)

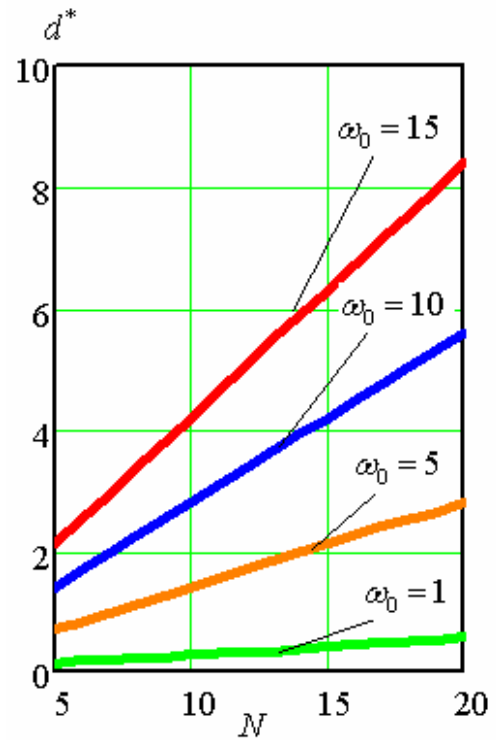


Рисунок 3.59 – Залежність параметра проекту - d^* від числа звій пружини і частоти ω_0 (пряма задача)

У випадку прямої задачі збільшення числа звій і значень власних частот пружини призводить до значного збільшення ваги і діаметру. Із цих рисунків (3.60) та (3.61) видно, що частота ω^* і d^* збільшуються від збільшення W_0 .

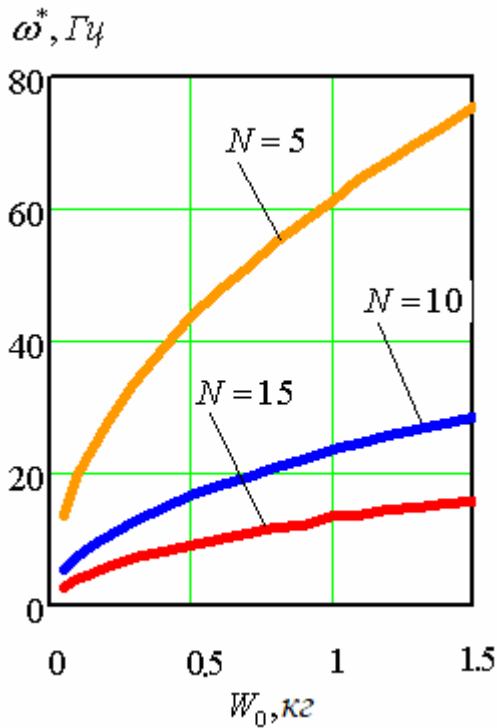


Рисунок 3.60 – Залежність максимального значення частоти власних коливань пружини ω^* від заданої маси W^* для різного числа звій N пружини (двоїста задача)

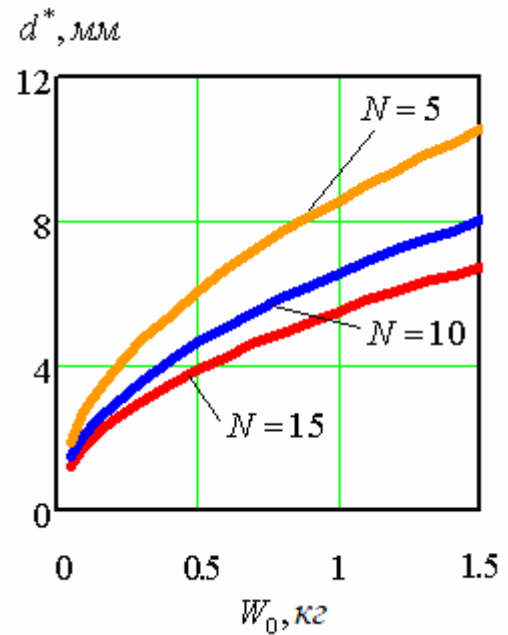


Рисунок 3.61 – Залежність параметру проекту - оптимального значення діаметру витків пружини від заданої маси W^* для різного числа звій N пружини (двоїста задача)

Нечітке завдання величини ω_0 . Розглянемо наступну інформаційну ситуацію відносно завдання частоти власних коливань пружини: нехай величина ω_0 приймає значення "близьке до числа m_ω ". Для опису нечіткої величини ω_0 використаємо функцію належності трикутного виду $\mu_\Omega(x)$ (2.50) з носієм $\omega_0(a, m_\omega, b)_\Delta$. Через Ω позначена нечітка множина величини ω_0 .

Нехай, для визначеності, для першої інформаційної ситуації $m_\omega = 5$; $a = 4.5$; $b = 5.5$ Гц, число звій дорівнює 10, а число дискретів інтервалу $[0,1]$ дорівнює M . В числових розрахунках приймалось $M = 10$. Дотримуючись означення (2.50), побудуємо нечітку множину Ω значень частот [45]. Для елементів a_i , b_i отриманої множини обчислюються значення W^* і d^* за формулою (А.3.3), отримаємо такі множини W^*_{fuzzy} та d^*_{fuzzy} :

$$\begin{aligned}
 W_{fuzzy}^* &= \frac{0}{36.71} + \frac{0.1}{37.54} + \frac{0.2}{38.36} + \frac{0.3}{39.20} + \frac{0.4}{40.05} + \frac{0.5}{40.91} + \frac{0.6}{41.77} + \frac{0.7}{42.65} + \frac{0.8}{43.53} + \\
 &+ \frac{0.9}{44.43} + \frac{1}{45.33} + \frac{0.9}{46.24} + \frac{0.8}{47.15} + \frac{0.7}{48.09} + \frac{0.6}{49.03} + \frac{0.5}{49.97} + \frac{0.4}{50.93} + \frac{0.3}{51.89} + \frac{0.2}{52.87} + \\
 &\quad + \frac{0.1}{53.85} + \frac{0}{54.84}. \\
 d_{fuzzy}^* &= \frac{0}{1.261} + \frac{0.1}{1.275} + \frac{0.2}{1.289} + \frac{0.3}{1.303} + \frac{0.4}{1.317} + \frac{0.5}{1.331} + \frac{0.6}{1.345} + \frac{0.7}{1.359} + \frac{0.8}{1.373} + \\
 &+ \frac{0.9}{1.387} + \frac{1}{1.401} + \frac{0.9}{1.415} + \frac{0.8}{1.429} + \frac{0.7}{1.443} + \frac{0.6}{1.457} + \frac{0.5}{1.475} + \frac{0.4}{1.485} + \frac{0.3}{1.499} + \frac{0.2}{1.513} + \\
 &\quad + \frac{0.1}{1.527} + \frac{0}{1.541}.
 \end{aligned}$$

Етап дефазифікації чисел W_{fuzzy}^* і d_{fuzzy}^* виконується за методом центру.

Отримаємо $W_{def}^* = 46.34 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $d_{def}^* = 1.42 \text{ мм}$. Порівняння отриманих результатів з розв'язками $W_{det}^* = 45.33 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ і $d_{det}^* = 1.40 \text{ мм}$ при детермінованому значенні $\omega_0 = 5 \text{ Гц}$ дає такі відносні похибки $\varepsilon_w = 2.24\%$, $\varepsilon_d = 1.43\%$. Тобто врахування нечіткості призводить до збільшення параметру W_{det}^* і параметру d_{det}^* .

Висновки за розділом

Результати, отримані в цьому розділі, показали можливість застосування теорії нечітких множин до задач проектування стержневих систем. Прогресивним є формулювання задач проектування у вигляді, коли цілі та обмеження визначені нечітким чином, що співпадає з загальною тенденцією завдання бажаного результату при використанні, наприклад, штучного інтелекту. Так (GPT чат, Dall-E та безліч інших нейронних мереж) бажаний результат задається у вигляді лінгвістичних змінних, деколи з завданням вагового коефіцієнту. Тобто, описані підходи щодо проектування стержневих систем можуть бути застосовані для розвитку сучасних програм проектування. Також в цьому розділі розглянуті важливі проблеми оцінки «толерантності» системи щодо невизначеності даних різної природи (ймовірних, нечітких, комбінованих).

В пункті 3.1 наведено нетипові оптимізаційні задачі, тому що в класичних задачах задається \min чи \max деякої фізичної характеристики конструкції. Тут інформаційна ситуація, щодо вихідних даних (навантаженню, обсягу матеріалу, геометричним параметрам), задається нечітко. Розв'язання задач п.п. 3.1.1 та 3.1.3 отримано в межах теорії нечітких множин для графоаналітичного підходу. За допомогою пропонованого підходу можливий аналіз вихідних даних та їх вплив на остаточний результат. Постановка таких задач може виникати на етапі концептуального проектування. Вона розширює різноманітність видів задач, що є в оптимальному проектуванні та аналізі конструкцій.

В пункті 3.2 методи нечіткої математики застосовано в тих задачах механіки, де інформація про вихідні дані може бути неповною, зокрема, нечіткою. Так, на прикладі визначення великих переміщень тонких стержнів показано застосування базових понять теорії нечітких множин до розв'язання однієї із нелінійних задач механіки. Результати опубліковано в [259].

В підпунктах 3.3.1 - 3.3.6 роботи показано застосування одного із сучасних методів "м'яких" обчислень - теорії нечітких множин до задач вагової оптимізації. Показано як нечітке моделювання дозволяє оцінити вплив ступеню "розмитості" вихідних даних на кінцевий результат. Наведено задачу проектування, коли інформація про навантаження має невизначеність другого роду, а саме, нечітко-випадковий опис. Сформульовані етапи нечіткого моделювання. Виконано числові експерименти для різноманітних комбінацій нечіткого навантаження. Пропонований підхід застосовано для оцінки показника навантаження по надійності і модуля пружності. Запропоновано методику оцінки модуля пружності систем.

В пункті 3.3.7 роботи, крім демонстрації принципової можливості використання теорії нечітких множин в задачах оптимального проектування ШСС, отримано результати можливого значення об'єму для випадку, коли можлива присутність тріщини з модальним значенням довжини $a_0 = 25$ мм для різних випадків збільшення нечіткості. Для детермінованої постановки задачі отримано залежність впливу величини довжини тріщини на оптимальні

значення площ поперечних перетинів ШСС та оптимального об'єму за умови виконання обмежень на жорсткість, міцність, стійкість та неруйнування.

В пункті 3.3.8 роботи сформульовано та запропоновано розв'язання задачі оцінки максимального переміщення вузла ШСС за умови виконання умови міцності та стійкості, а також заданого обсягу конструкції. Використані для аналізу НДС методи замінних стержнів та динамічного програмування для реалізації задачі оптимізації. Отримано оцінки величини горизонтального переміщення вузла 3 в залежності від заданого обсягу. За умови завдання обсягу конструкції нечітким чином отримано нечітке переміщення вузла 3 з відповідною функцією належності. Результати дефазифікації показали толерантність системи до заданого невизначеного параметра.

В пункті 3.3.9 наведено обчислювальний підхід до розв'язання задач аналізу та оптимізації фермової конструкцій у разі виникнення ситуацій, коли вихідні дані описані нечітким чином. Додатковим обмеженням тут виступає обмеження на власну частоту коливань стержневої системи, показано вплив на оптимальний результат при детермінованих і розмитих нечітких даних. Наведено інформацію про вплив ступеня нечіткості вихідних даних на результат проектування. Розробка підходу заснована на застосуванні положень теорії нечітких множин Л. Заде та нечіткого моделювання, яке ілюстроване в задачі будівельної механіки та оптимального проектування. Проведено порівняння результату з розв'язками, отриманими за чітких даних. Запропоновано для задачі оптимізації ферми обчислювальний метод послідовних наближень, заснований на застосуванні методу динамічного програмування. Показано його збіжність. Для випадку нечітко-випадкової невизначеності показана процедура визначення границь розв'язку та дерандомізованої величини обсягу ферми в рамках цих границь.

В пункті 3.4.1 наведені процедури для знаходження розв'язків для статично невизначених стержневих систем де необхідним є складання системи лінійних алгебраїчних рівнянь з вільними коефіцієнтами, які мають характер невизначеності. Наведено ілюстративні приклади, які показують, що введення

інформації про вихідні дані для рами в нечіткій формі дозволяє провести аналіз її впливу на остаточний результат - значення згинальних моментів. Розглянуто два випадки, коли нечітким навантаженням виступає переміщення опори та зосереджене навантаження приблизно дорівнює деякій величині. Виконано етапи нечіткого моделювання, а саме фазифікація, аналіз та дефазифікація - трансформація нечітких чисел в чіткі.

В пункті 3.4.2 розглянуто роботу криволінійних стержнів – гвинтових пружин. Сформульовано як пряму, так і двоїсту задачу оптимізації, їх реалізація здійснюється методом множників Лагранжа і необхідних умов існування екстремуму. В результаті розв'язання задач отримано, що залежність оптимальної ваги від заданої частоти власних поздовжніх коливань і числа активних звій є нелінійною. Також залежність оптимальної частоти власних коливань і діаметру дроту від заданої ваги є нелінійною. Показано вплив кількості звій пружини на результат оптимізації. Отримано оцінки впливу нечіткого завдання вихідних даних W_0 , ω_0 на результати проекту. Зі збільшенням власної частоти коливань ω_0 (пряма задача) реакція оптимального значення ваги W^* пружини на збільшення кількості звій стає більш чутливою (вага значно зростає).

Щодо учбового процесу, то постановки задач в умовах різнорідних невизначеностей, методи реалізації та розв'язки, наведені в розділі, можуть бути застосовані для розширення курсів будівельної та теоретичної механіки, опору матеріалів та теорії надійності в будівництві.

Наукові і практичні результати розділу опубліковано в роботах [35, 36, 39, 45, 76, 194, 259, 261, 264]. За відповідними результатами цього розділу було зроблено доповіді на наукових конференціях. Тези доповідей опубліковано в роботах [37, 43, 46, 74, 77, 260, 262, 263].

РОЗДІЛ 4.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ, МЕТОДИ ТА РЕЗУЛЬТАТИ СИНТЕЗУ ІЗОТРОПНИХ ОБОЛОНОК В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ

4.1 Нечітке моделювання в задачах синтезу стисненої оболонки в умовах нечіткої невизначеності даних та обмежень несучої здатності

В цьому пункті роботи наводиться формулювання задачі математичного програмування [236] із можливісними обмеженнями в рамках ССР – моделей для оптимального проектування оболонок в умовах нечіткої невизначеності вихідних даних та обмежень несучої здатності (міцності і стійкості). Ці моделі включають в себе ті задачі оптимізації, де треба виконати мінімізацію порогу деякого критерію (маси оболонки), який не може бути перевищений цільовою функцією із заданою апріорі можливістю. В детермінованій постановці задачі синтезу таких оболонок розглядались в роботах [84, 163].

Постановка детермінованої задачі. Розглядається задача синтезу стисненої осьовою силою P^* циліндричної кругової ізотропної оболонки – знаходження її геометричних характеристик: радіуса R і товщини δ в умовах нечітко заданих вихідних даних і фізичних обмежень міцності оболонки на стиснення силою і стійкості, які являють собою наближені вирази критичних зусиль [84] при шарнірному обпиранні оболонки в припущені достатньої зсувної жорсткості в трансверсальній площині і площині оболонки, для шарнірно обпертого стержня з кільцевим поперечним перерізом, тобто

$$g_1(x) = P_{cr}^l \geq P^*; \quad (4.1)$$

$$g_2(x) = P_{cr}^g \geq P^*; \quad (4.2)$$

$$g_3(x) = P_R \geq P^*. \quad (4.3)$$

В співвідношеннях (4.1)-(4.3) введено такі позначення:

$$P_R = C\delta R; C = 2\pi\sigma_T; \quad (4.4)$$

$$P_{cr}^l = D\delta^2; D = 2\pi E / \sqrt{3(1-\mu^2)}; \quad (4.5)$$

$$P_{cr}^g = B\delta R^3; B = \pi^3 E / L^2; \quad (4.6)$$

де L - довжина твірної циліндра; E, μ - відповідно модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона; σ_T - величина границі текучості матеріалу оболонки.

У співвідношеннях (4.4) - (4.6) наведені наближені вирази для P_{cr}^l , P_{cr}^g , P_R . Вирази (4.5) представляють собою критичне осьове зусилля P_{cr}^l при шарнірному закріпленні оболонки в припущенні зсувної жорсткості в трансверсальній площині і площині оболонки. Це обмеження визначає можливість місцевої втрати стійкості оболонки.

Наближені вирази (4.6) описують критичне зусилля P_{cr}^g для шарнірного обпирання стержня з кільцевим поперечним перерізом з урахуванням можливості загальної втрати стійкості оболонки як стержня.

Обмеження на міцність P_R оболонки на стиск описано співвідношеннями (4.4), які, як і співвідношення (4.5), (4.6), дозволяють визначити область зміни параметрів δ і R з урахуванням можливості руйнування її при стисканні силою.

Вираз для обчислення маси такої оболонки буде таким:

$$G = A\delta RL; A = 2\pi\rho, \quad (4.7)$$

де ρ - густина матеріалу, із якого планується виготовити конструкцію.

Введемо вектор $x = \{x_1, x_2\}$, де $x_1 = \delta$, $x_2 = R$. На компоненти вектора x можуть бути накладені геометричні обмеження

$$x_i^- \leq x_i \leq x_i^+; i = 1, 2, \quad (4.8)$$

де x_i^-, x_i^+ - задані величини.

Обмеження (4.8) являють собою технологічні або можливі границі пошуку шуканих параметрів. У випадку, коли інформація про дані повна, задача синтезу змінних x за критерієм мінімуму маси (4.4) оболонки записується у вигляді такої моделі нелінійної оптимізації:

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_{x^- \leq x \leq x^+} G(x) \mid g_i(x) \geq P^*; i = 1, 2, 3 \right\}. \quad (4.9)$$

Постановка нечіткої оптимізаційної задачі. Нехай в задачі (4.9) інформація про параметри ρ, μ, σ_T є чіткою, а параметри P^*, E, L задано за допомогою такого оцінювання: «величина E близька до числа E_0 », діюча сила P^* приймає значення «біля P_0 », довжина твірної циліндра L дорівнює «приблизно L_0 ». Позначимо через вектор ξ , компоненти якого припустимо будуть нечіткі числа P^*, E, L , тобто $\xi = \xi(P^*, E, L)$. Тоді функції G, g_i будуть функціями змінних x і ξ , тобто

$$G = G(x, \xi); g_i(x, \xi); i = 1, 2, 3. \quad (4.10)$$

В припущенні, що функції належності $\mu_P(x), \mu_E(x), \mu_L(x)$ визначені, сформулюємо таку оптимізаційну модель

$$\begin{aligned} (G_*^{opt}, x^{opt}) = \arg \left\{ \min_{x^- \leq x \leq x^+} G_* \mid \text{Pos}(G(x, \xi) \leq G_*) \geq \beta; \right. \\ \left. \text{Pos}(g_i(x, \xi) \geq P_*) \geq \alpha; i = 1, 2, 3 \right\}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

де через $\text{Pos}(\cdot)$ позначено міру можливості [97] виконання події, яка описана нерівністю в (4.11). Величина G_* є шуканим порогом, а її мінімальне значення $G_*^{opt} = \min G_*$ представляє β - оптимістичну оцінку маси оболонки.

Модель (4.11) може бути розглянута і для іншого виду невизначеності – випадковості. Для цього необхідно замінити міру $\text{Pos}(\cdot)$ на імовірнісну $\text{Prob}(\cdot)$ [177].

Реалізація нечіткої моделі. Обчислення можливостей знаходження критичних значень G_*^{opt} та x^{opt} в (4.11) виконано за методом нечіткого статистичного моделювання. Суть цього підходу полягає у здійсненні N

циклів, в кожному з яких формуються випадковим чином вектори $u = \{ u_1, u_2, \dots, u_m \}$ і $v = \{ v_1, v_2, \dots, v_m \}$ із α - рівневих множин для нечітких величин $\xi_1 = P^*$, $\xi_2 = E$ і вектор $w = \{ w_1, w_2, \dots, w_m \}$ для β - рівневої множини нечіткої величини L . Величина $x_1 = \delta$, $x_2 = R$, а також u , v , w розглядаються за рівномірним законом розподілу випадкової величини. Якщо виконуються обмеження задачі і $G < G_*$ для подальшого циклічного обчислення, слід вважати, що $G_* = G$.

Числова ілюстрація. Наведений вище матеріал ілюстровано прикладом, в якому взято $\mu = 0,3$; $\rho = 8,01 \cdot 10^{-3} \text{ кг} / \text{см}^3$; $\sigma_0 = 16,2 \cdot 10^3 \text{ Н} / \text{см}^2$; $R^- = 4 \text{ см}$; $R^+ = 6 \text{ см}$; $n = 10^6$; $m = 10^2$; $N = 20 \div 50$; $\delta^- = 0,01 \text{ см}$; $\delta^+ = 0,03 \text{ см}$. Нечіткі числа \tilde{P}_0 , \tilde{E}_0 , \tilde{L}_0 з трикутною функцією належності відповідно до (2.50) задаються таким чином: $\tilde{P}_0(a, b, c): (a = 8 \cdot 10^3 \text{ Н}; b = 10 \cdot 10^3 \text{ Н}; c = 13 \cdot 10^3 \text{ Н})$; $\tilde{E}_0(a, b, c): (a = 7,66 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{см}^2, b = 8,16 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{см}^2, c = 8,56 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{см}^2)$; $\tilde{L}_0(a, b, c): (a = 2,4 \cdot 10^2 \text{ см}, b = 3 \cdot 10^2 \text{ см}, c = 3,5 \cdot 10^2 \text{ см}^2)$. Для перевірки вірогідності запропонованої процедури в результаті обчислень було отримано: $\min G_* = 1,582 \text{ кг}$; $x_1^{opt} = 0,018 \text{ см}$; $x_2^{opt} = 5,83 \text{ см}$ (при $L = 300 \text{ см}$; $E = 8,16 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{см}^2$; $P^* = 10 \text{ кН}$; $\alpha = 1$ і $\beta = 1$ (детермінований варіант)). Результати співпадають з даними роботи [147]. На рис. 4.1 – 4.2 показана геометрична ілюстрація дослідження впливу значень рівнів можливостей α , β на величину G_*^{opt} . Вона збільшується майже лінійно від «розмитих» результатів до детермінованих. Наявність невизначеності $0 \leq \alpha < 1$ і $0 \leq \beta < 1$ призводить до зменшення величини порогу G_* за рахунок розгляду конкретних реалізацій нечітких чисел (вплив рівнів α , β на оптимальне G_* наведено в табл. Б.23.). Реалізація їх у реальному проекті пов'язана з можливими труднощами. Наприклад, щоб отримати дані розрахунків, наприклад, при $\alpha = 0,92$ і $\beta = 1$

(майже детерміноване завдання): $G_* = 1,560$ кг; $x_1^{opt} = 0,018$ см; $x_2^{opt} = 5,812$ см
 треба взяти такі реалізації $L = 300$ см; $E = 8186882,5$ Н / см²; $P^* = 9846,46$ Н .

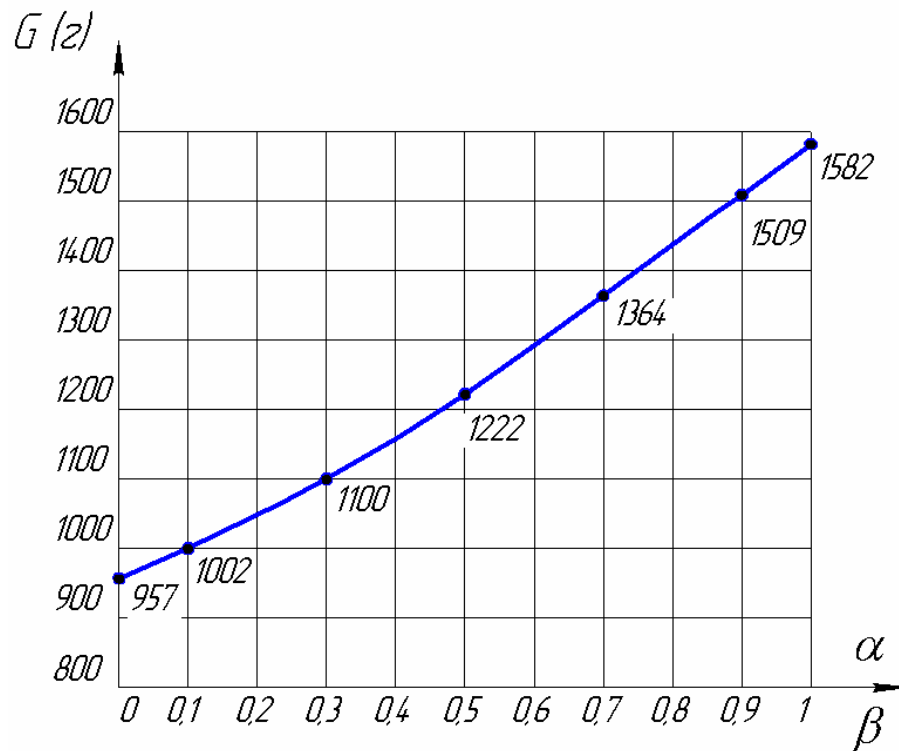


Рисунок 4.1 – Графік залежності порогу маси оболонки G_*
 від значень рівнів α , β

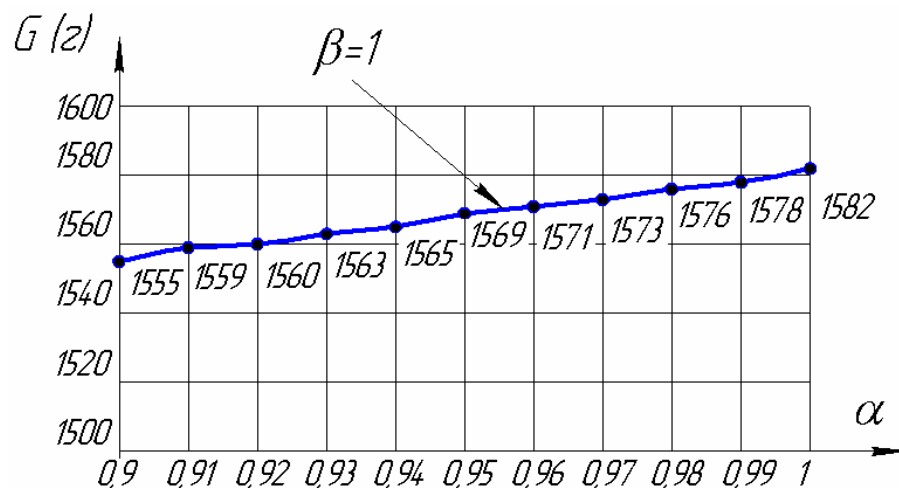


Рисунок 4.2. – Вплив «маленької» розмитості α на величину G_*

Графічна інтерпретація впливу рівнів α і β на величину G_* для граничних значень рівнів α і β показано на рис. 4.4. - 4.5.

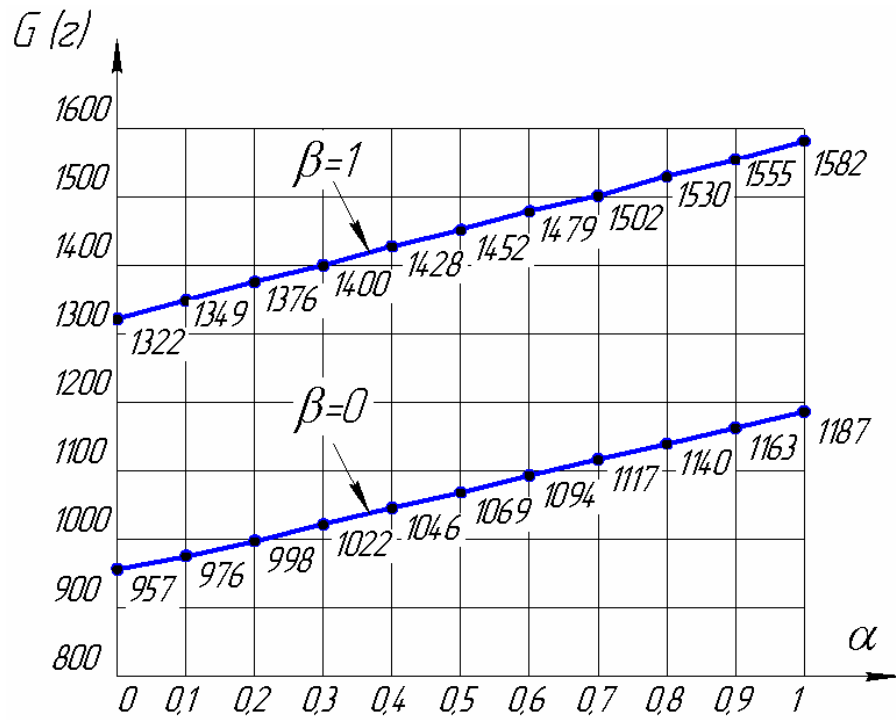


Рисунок 4.3 – Вплив α рівня на величину порогу маси оболонки G_* при граничних значеннях рівня β

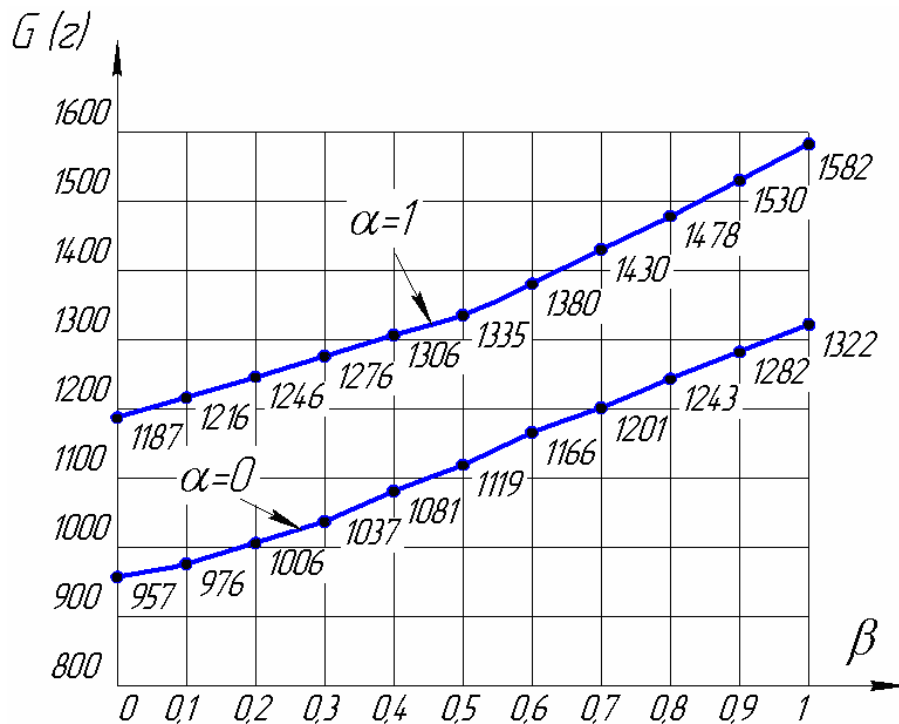


Рисунок 4.4 – Вплив β рівня на величину порогу маси оболонки G_* при граничних значеннях рівня α

Врахування невизначеної інформації щодо даних і умов функціонування дає можливість адекватно моделювати процес проектування систем типу оболонок.

4.2 Підхід нечіткого подієвого програмування до задачі синтезу циліндричних оболонок

В цьому пункті роботи розглядається задача максимізації можливості в умовах нечіткої обстановки. Для моделювання стохастичних і нечітких систем прийняття рішень в теорії оптимізації було запропоновано новий напрямок [231], який отримав назву "подієвого програмування" (dependent-chance programming), модель яка пов'язана з максимізацією функції шансів. Залежно від виду невизначеності вона може бути нечіткою, стохастичною.

Постановка задачі. Продовжимо розгляд оптимального проектування гладкої ізотропної кругової циліндричної оболонки шарнірно обпертої на кінцях, що подано у пункті 4.1. L , δ і R . За своїм змістом величини параметрів L , δ і R позитивні. На них можуть бути покладені геометричні обмеження (на габарити) виду:

$$\delta^- \leq \delta \leq \delta^+; R^- \leq R \leq R^+; L^- \leq L \leq L^+ \quad (4.12)$$

Як фізичні обмеження задачі призначимо співвідношення (4.1) - (4.3). Крім цих співвідношень фізичним обмеженням в задачі проектування може бути маса оболонки з урахуванням можливості виконання рівності $G = G_*$, де G знаходимо з (4.7), а G_* - задана величина. Вихідними даними проекту в завданні проектування є параметри, що визначають розміри оболонки, тобто δ і R .

Нехай вихідні дані ρ , ν , L , δ^- , δ^+ , R^- , R^+ є детермінованими величинами. Параметри E , σ_0 , P_* , G_* нехай "описуються" наступним чином: величина P_* " близька до значення P_0 "; величина G_* " дорівнює приблизно G_0 "; величина E і σ_0 відповідно "близькі до значень E_0 , σ_0^* ". Введемо такі позначення $x = \{x_1, x_2\}$ - вектор шуканих величин, де $x_1 = \delta$; $x_2 = R$; $\xi = \{\xi_i\}$; $i = \overline{1,4}$ - вектор невизначених параметрів, де $\xi_1 = P_*$; $\xi_2 = E$; $\xi_3 = \sigma_0$; $\xi_4 = G_*$.

З урахуванням наведеного вище, обмеження переписуться у вигляді:

$$\begin{aligned}
 h(x, \xi) &= A_* x_1 x_2 - \xi_4 = 0; \quad A_* = LA; \quad q_1(x, \xi) = C(\xi_3) x_1 x_2 - \xi_1 \geq 0; \\
 q_2(x, \xi) &= D(\xi_2) x_1^2 - \xi_2 \geq 0; \quad q_3(x, \xi) = B(\xi_2) x_1 x_2^3 - \xi_3 \geq 0.
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

Нехай розглядається нечітка невизначеність. З огляду на те, що величина ваги оболонки G прийме значення "приблизно рівне G_* " сформулюємо оптимізаційний критерій задачі у вигляді

$$Pos(h(x, \xi) = 0) \rightarrow \max, \tag{4.14}$$

де Pos - міра можливості виконання нечіткого події A .

$$A: h(x, \xi) = 0. \tag{4.15}$$

Необхідно знайти такий вектор x , який доставляв би максимальне значення можливості появи події (4.15) з урахуванням виконання нечітких обмежень (4.13). Сукупність обмежень з (4.13)

$$q_i(x, \xi) \geq 0; \quad i = \overline{1, 3} \tag{4.16}$$

назвемо нечітким середовищем.

Нехай $f(x)$ є можливісна функція нечіткої події A , що характеризується відношенням (4.17), визначається як міра можливості появи цієї події з урахуванням введеного нечіткого середовища. Використовуючи принцип невизначеності [231]: шанси деякої події - це можливість того, що подія A погоджена з невизначеним середовищем, тобто

$$f(x) = Pos \begin{cases} h(x, \xi) = 0 \\ q_i(x, \xi) \geq 0; j = 1, 2, 3 \end{cases} \tag{4.17}$$

і задача подієвого програмування, таким чином, запишеться як

$$x^{opt} = \arg \max_x f(x). \tag{4.18}$$

Фазифікації невизначених параметрів. Не порушуючи загальності підходу, будемо вважати, що адекватним поданням нечіткого опису є функція належності (L-R) - типу, наприклад трикутного виду. В результаті невизначена величина буде описана як $\xi_i(a_i, b_i, c_i)$, $i = \overline{1, 4}$. В основу методу реалізації нечіткого моделювання покладено метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло) і обчислення можливості одночасного виконання кількох подій

виду $h(x, \xi) = 0$ и $q_i(x, \xi) \geq 0$; $i = \overline{1, 4}$. Нехай $\mu_i(x)$ - задані функції належності величин ξ_i ; $i = \overline{1, 4}$. Тоді відповідно до теорії нечітких множин [252] маємо

$$\mu = \mu_1(x) \wedge \mu_2(x) \wedge \dots \wedge \mu_4(x), \quad (4.19)$$

У співвідношенні (4.19) знак " \wedge " означає операцію \min , тобто для заданих нечітких множин $A \subseteq X$, $B \subseteq X$ має місце

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (4.20)$$

для кожного $x \in X$, де X - задана універсальна множина. Сам алгоритм нечіткого моделювання наведемо в додатку А.4.

Чисельний приклад. Для таких детермінованих числових даних

$$\rho = 8,01 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}, \quad \mu = 0,3, \quad x_1^- = 0,01 \text{ см}, \quad x_1^+ = 0,2 \text{ см}, \quad x_2^- = 2 \text{ см}, \quad x_2^+ = 6 \text{ см},$$

$x_3 = L = 300 \text{ см}$ і нечітких трикутних величин ξ_i :

$$\xi_1 = P, \quad a_1 = 8 \cdot 10^3; \quad b_1 = 10 \cdot 10^3; \quad c_1 = 12 \cdot 10^3 \text{ (H)};$$

$$\xi_2 = E, \quad a_2 = 7,8 \cdot 10^6; \quad b_2 = 8,16 \cdot 10^6; \quad c_2 = 8,3 \cdot 10^6 \left(\frac{\text{H}}{\text{см}^2} \right);$$

$$\xi_3 = \sigma_0, \quad a_3 = 16 \cdot 10^3; \quad b_3 = 16,2 \cdot 10^3; \quad c_3 = 17 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{H}}{\text{см}^2} \right);$$

$$\xi_4 = G_*, \quad a_4 = 18 \cdot 10^2; \quad b_4 = 25 \cdot 10^2; \quad c_4 = 30 \cdot 10^2 \text{ (г)}$$

виконаний числовий експеримент відповідно до запропонованих етапів. Визначеним значенням порога α - рівня, задамося $\alpha = 0,6$. Оскільки в співвідношеннях завдання є умова перевірки з нулем, тобто $h(x, \xi) = 2\pi\rho x_1 x_2 x_3 - \xi_4 = 0$, реалізація його виконана за допомогою введення відносної функції нев'язності виду:

$$|h(x, \xi)| / b_4 \leq \varepsilon; \quad \varepsilon \geq 0. \quad (4.21)$$

При цьому бралися різні величини ε (від 10^0 до 10^{-3}). Реалізація на ЕОМ імітаційного підходу зіткнулася з об'єктивним недоліком методу Монте-Карло: збільшення кількості випробувань в цій задачі з двома змінними та чотирма змінними невизначеності (ξ_i ; $i = \overline{1, 4}$) вимагає збільшення швидкодії

комп'ютера. Результати проведених чисельних експериментів наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Результати чисельних експериментів

Досягнута максимальна можливість	$x_1^* = \delta$, <i>см</i>	$x_2^* = R$, <i>см</i>	Бажана маса оболонки (кг)
0.941	0.15	3.178	2,702

Для цієї можливості отримані значення $G^*(x_1, x_2)$, а також реалізації P , E , σ_0 узгоджується з їх визначеннями. $G^*(x_1, x_2)$ близька заданому нечіткого опису "приблизно 2,500 кг". Дані табл. 4.1 отримані при наступних реалізаціях нечітких величин $P = 10020,1 \text{ Н}$, $E = 8,143946 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $\sigma_0 = 16,247 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

4.3 Оцінка максимального значення осьової сили стиснення оболонки при нечітких даних як задача невизначеного програмування

В механіці теорія нечітких множин ще не змогла знайти широкого застосування [191]. Проте результати подальшого розвитку FST відкрили шлях до роботи з "недосконалими" числовими даними в багатьох галузях техніки.

Для роботи з неясним, "грубим" описом границь множин в сучасній математиці в кінці ХХ віку розроблено також новий апарат - теорія неточних множин (rough sets theory - RST) [243]. Для сприйняття недостатньої інформації було запропоновано підхід [242]. Теорія неточних множин доповнює теорію нечітких множин [236] і разом є потужним апаратом для розвитку задач механіки.

В даному пункті розглядається нечіткий опис параметрів. Формулюється оптимізаційна модель, яка відноситься до класу ССР - моделей математичного програмування [235]. (ССР - chance constrained programming - програмування з обмеженими шансами). В якості міри шансів для даних нечіткої природи взята

міра - можливість (POS - possibility). Для реалізації моделі використовується метод Монте-Карло (імітаційне моделювання).

Формулювання задачі. Для механічної системи описаної в пункті 4.1 призначимо фізичні обмеження [84] у вигляді (4.1) - (4.6), які забезпечують працездатність оболонки при стисканні її силою $u = P^*$. Введемо вектор $x = \{x_1, x_2\}$, де $x_1 = \delta$; $x_2 = R$; $x_1 > x_2 > 0$. Необхідно при заданих значеннях вихідних геометричних параметрів оболонки δ , R , L , фізичних характеристиках E , μ , σ_0 знайти таке максимальне значення величини u^* , при якому задовольняються умови несучої здатності (4.1) - (4.3). Як наслідок маємо таку детерміновану задачу нелінійної оптимізації:

$$u^{opt} = \arg \left\{ \max_{u>0} u \mid g_i(x) \geq u; i = 1, 2, 3 \right\}. \quad (4.22)$$

В постановці (4.22) оптимізаційної задачі всі параметри δ , R , E , μ , σ_T або їх частина можуть бути чіткими або невизначеними, зокрема, випадковими, нечіткими, неточними. Розглянемо той випадок, не порушуючи загальність підходу, коли параметри δ і R описуються за допомогою словесних квантифікаторів, зокрема товщина δ дорівнює "приблизно величині δ^* ", а радіус R "близький" до значення R^* . Можуть бути інші описи - "в інтервалі", "трохи більше, ніж", та інші.

Одночасне виконання трьох фізичних умов з нечіткою величиною $\xi = (x_1; x_2)$ де $x_1 = \delta$, $x_2 = R$ є нечітка подія

$$\{g_i(\xi) \geq u\}; i = 1, 2, 3. \quad (4.23)$$

У зв'язку з цим можна сформулювати задачу (4.22), як задачу невизначеного програмування [236]: знайти таке максимальне значення осьової стискаючої сили \bar{u} , при якому виконується умова

$$Pos(g_i(\xi) \geq u) \geq \beta; (0 \leq \beta \leq 1), \quad (4.24)$$

де β - заданий рівень можливості, тобто

$$\bar{u}_\beta = \arg \left\{ \max_{u>0} u(\beta) \mid Pos(g_i(\xi) \geq u) \geq \beta; i = 1, 2, 3 \right\}. \quad (4.25)$$

Через Pos в (4.24) - (4.25) позначено міру шансів виконання нечіткої події (4.23) - можливість. Має місце таке твердження: для двох нечітких чисел A та B ($A \subseteq \mathfrak{X}; B \subseteq \mathfrak{X}$) запис $Pos(A \geq B); A = g_i(\xi); B = u(\beta)$ означає, що можливість виконати подію (4.23) для будь-яких A і B уявляє найбільшу із можливостей того, що існує, по крайній мірі, одна пара значень x та y ; $x \in \mathfrak{X}$; $y \in \mathfrak{X}$, така, що $x \geq y$, а значення A та B є значеннями x та y відповідно, тобто [236]

$$Pos(A \geq B) = \sup_{x, y \in \mathfrak{X}} \{ \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \mid x \geq y \}. \quad (4.26)$$

У виразі (4.26) нечіткі числа A і B задаються функціями належності $\mu_A(x): \mathfrak{X}[0;1]$; $\mu_B(y): \mathfrak{X}[0;1]$, які відповідають умовам означення їх, а саме:

- 1) $\sup_{x \in \mathfrak{X}} \mu_A(x) = 1$; $\sup_{y \in \mathfrak{X}} \mu_B(y) = 1$ - нормальності;
- 2) неперервності;
- 3) опуклості: для будь яких $x_1, x_2 \in A \subseteq \mathfrak{X}$; $0 \leq \lambda \leq 1$ має місце

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \leq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)].$$

Число B є дійсним таке, що $\mu = 1$.

Під нечітким моделюванням тут розуміється процес виконання таких етапів: а) фазифікація; б) аналіз, імітаційне моделювання, оптимізація; в) дефазифікація. Останнім етапом є зведення результатів другого етапу до чітких значень шуканих параметрів. Для задачі, яка розглядається тут, таким параметром є змінна \bar{u}_β для заданого апріорі рівня β .

Етап фазифікації. Нехай параметри δ і R задаються нечіткими числами з відповідними функціями належності $\mu_\delta(x): X \rightarrow [0;1]$; $\mu_R(x): X \rightarrow [0;1]$;

$x = \{x_1 = \delta, x_2 = R\} \in X$; $X \subseteq \mathfrak{X}$ - множина дійсних чисел.

Адекватною формалізацією лінгвістичних описів "приблизно", "близько до" є нечіткі числа ($L - R$) типу з функцією належності [64, 155]

$$\mu(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\Delta_L}\right) & x \leq m \\ R\left(\frac{x-m}{\Delta_R}\right) & x > m, \end{cases} \quad (4.27)$$

де L, R - деякі функції, m - дійсне число (мода) таке, що $A(\mu_A(m) = 1)$; Δ_L, Δ_R - відповідно лівобічний та правобічний розкид. При збільшенні розкидів Δ_L, Δ_R число A стає "більш" нечітким. Таке число A записується так:

$$A = (m, \Delta_L, \Delta_R)_{LR}, \quad a = m - \Delta_L, \quad b = m + \Delta_R. \quad (4.28)$$

Використовується також інший вигляд запису нечіткого числа $A = (a, m, b)_\Delta$. Нехай функції $L(x)$ і $R(x)$ виконують відображення $\mathfrak{R} \rightarrow [0; 1]$ і задовольняють таким умовам: а) $L(-x) = L(x)$; $R(-x) = R(x)$; б) $L(0) = 1$; $R(0) = 1$; в) функції $L(x)$ і $R(x)$ є не зростаючими унімодальними на інтервалі $(0, +\infty)$. Для заданого β - рівня із означення функцій належності $\mu_h(x)$ і $\mu_R(x)$ формуються множини $x_1 \subseteq X$, $x_2 \subseteq X$, $X \subseteq \mathfrak{R}$.

$$X_k = [x_k^-(\beta), x_k^+(\beta)]; k = 1, 2. \quad (4.29)$$

Якщо $\mu(x)$ є функцією Гауса (рис. 4.5 а), то з (2.52) запишемо:

$$x_k^- = m_k - \sigma_k \sqrt{-2 \ln \beta}; \quad x_k^+ = m_k + \sigma_k \sqrt{-2 \ln \beta}. \quad (4.30)$$

У випадку, коли $\mu(x)$ розглядається у вигляді трикутника (рис. 4.5 б), то з (2.50) можна записати:

$$x_k^- = a_k + \beta(m_k - a_k); \quad x_k^+ = b_k - \beta(b_k - m). \quad (4.31)$$

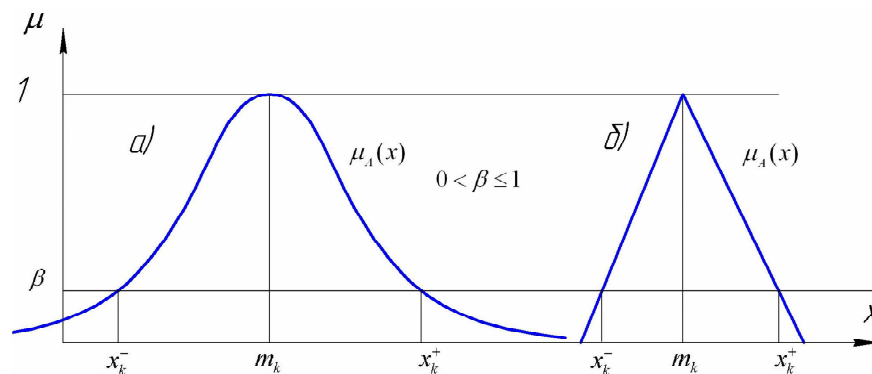


Рисунок 4.5 – Утворення множин X_k :
а – Гауса; б – трикутна

Метод виконання етапів імітаційного моделювання винесемо до додатку А.5. Зауваження. Вибрані числа $x_k(\beta)$ ($k=1,2$) такі, що $\mu_h(x_1, x_2) \geq \beta$, $\mu_R(x_1, x_2) \geq \beta$ тобто задовольняють основне обмеження задачі (4.25).

В результаті реалізації попереднього етапу моделювання обчислюються для кожного дискрету β значення нечіткої величини $u_\beta = \{u_L(\beta), u_R(\beta)\}_{LR}$. Модальне значення величина приймає при $\beta=1$, $u_L(1) = u_R(1)$. З цих результатів сформуємо послідовність $V = \{V_j\}$; $j=1,2,\dots,T$ для n дискретів, а саме: $V_1 = u_L(\beta_1)$; $V_2 = u_L(\beta_2)$; \dots ; $V_{n-1} = u_L(\beta_{n-1})$; $V_n = u_L(\beta_n = 1) = u_R(\beta_n = 1)$; $V_{n+1} = u_R(\beta_{n-1})$; $V_{n+2} = u_R(\beta_{n-2})$; \dots ; $V_{m-1} = u_R(\beta_2)$; $V_m = u_R(\beta_1)$, де $m = 2n - 1$; $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3 < \dots < \beta_n = 1$.

З елементів послідовності $\{V_i\}$; $i=1,2,\dots,m$ та означення $\mu_j = \beta_j$ за допомогою операції об'єднання запишемо отриману нечітку величину $u_k^f(\beta)_{LR}$

$$u_k^f(\beta)_{LR} = \sum_{j=k}^{T_k} \frac{\mu_j}{V_j}; \quad k=1,2,\dots,n, \quad (4.32)$$

де $T_k = 2n - k$.

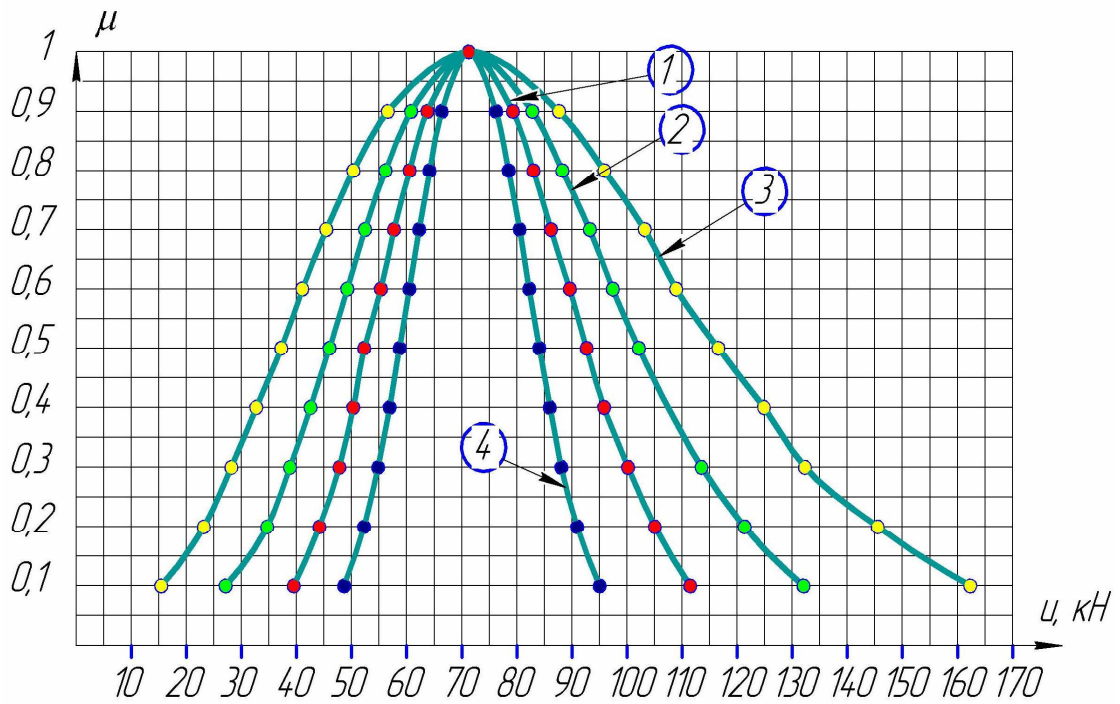
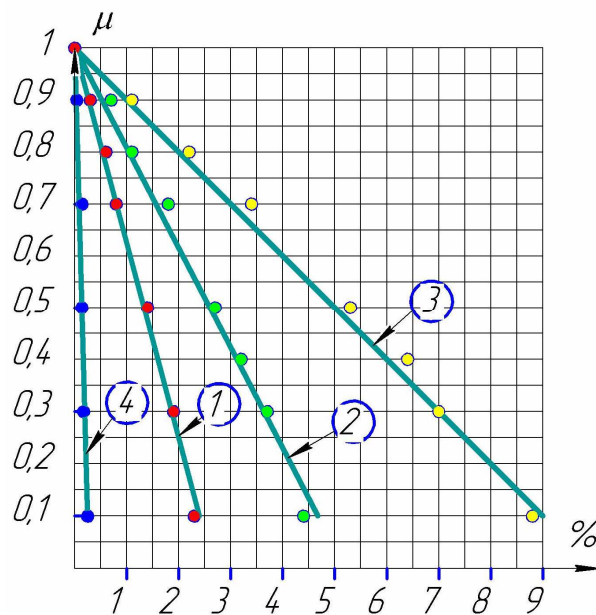
Для перетворення нечіткого числа $u_k^f(\beta)_{LR}$ в чітке \bar{u} скористаємось способом (2.80-2.81).

В числових експериментах розглянемо дві інформаційні ситуації щодо вихідних даних.

Перша інформаційна ситуація щодо вихідних даних. При таких значеннях числових даних: $E = 8,16 \cdot 10^6 \text{ Н/см}^2$, $\mu = 0,3$, $\sigma_0 = 162 \cdot 10^2 \text{ Н/см}^2$, $L = 300 \text{ см}$, $m_1 = 0,07 \text{ см}$, $m_2 = 10 \text{ см}$, $M = 5 \cdot 10^5$, даних таблиці 4.2 (в стовпцях % наводиться відсоток відхилення величини σ від точного значення параметрів $m_h = 0,07$ і $m_R = 10$ і функції належності Гаусового виду (рис. 4.5) за пропонованим методом виконано числові експерименти, результати яких подано в таблицях Б.24- Б.27 додатку Б та на відповідних графіках (рис. 4.6, 4.7).

Таблиця 4.2 – Параметри експериментів

№ експерименту	σ_h , (см)	%	σ_R (см)	%
1	0,01	14	1	10
2	0,01	14	2	20
3	0,02	28	2	20
4	0,01	14	0,1	1

Рисунок 4.6 – Графічне зображення нечітких чисел $\bar{u}_L(\beta)$ і $\bar{u}_R(\beta)$ Рисунок 4.7 – Відхилення $\bar{u}(\beta)$ від розв'язку детермінованої задачі (в %) для дискретів $\mu_i = \beta_i$ для чотирьох експериментів

Для перевірки вірогідності результатів, розв'язання детермінованої задачі (4.22) виконано також за методом Монте-Карло. Отримано такий результат $u^{\det} = 71251 H$, з яким порівнюються розв'язки задачі оптимізації при нечітких даних (перша інформаційна ситуація): товщина оболонки «приблизно дорівнює 0,07 см», а радіус «близький до 10 см»

Друга інформаційна ситуація щодо вихідних даних. В практиці застосування нечітких величин [64] найчастіше використовуються нечіткі трикутникові числа з функцією належності (2.50). Нехай параметр R задається таким чином: величина радіусу оболонки "трохи більше, ніж 10 см". Фазифікацію цієї ситуації здійснено за допомогою введення поняття напівчітких чисел [180] з функцією належності, наприклад трикутного виду, коли $a = m$, тобто з коефіцієнтом розкиду нечіткості $\Delta_L = 0$. Коли $\Delta_R = 0$ адекватно описується інформаційна ситуація "трохи менше, ніж".

На рис. 4.8. і табл. 4.3 надано результати двох числових експериментів при таких даних: $m_h = 0,07$ см; $\Delta_R^h = 0,01$ см; $m_R = 10$ см; А) $\Delta_R^R = 0,1$ см; В) $\Delta_R^R = 1$ см. Через Δ_R^h, Δ_R^R позначено правобічний розкид параметрів h та R відповідно.

Таблиця 4.3 – Результати числових експериментів А, В

β	Експеримент А		Експеримент В	
	u_L	u_R	u_L	u_R
0,0	61144	82189	61385	89442
0,05	61687	81564	61961	88545
0,1	62204	81106	62289	87430
0,3	64217	78874	64291	83827
0,5	66251	76683	66491	80053
0,7	68237	74522	68371	76467
0,8	69240	73421	69309	74701
0,95	70748	71794	70760	72105
1	71251	71251	71251	71251
Результати дефазифікації	$u_{0,05}^{-\det} = 71428,7$, що на 0,25% більше від $u_1^{-\det}$		$u_{0,05}^{-\det} = 72934$, що на 2,4% більше від $u_1^{-\det}$	

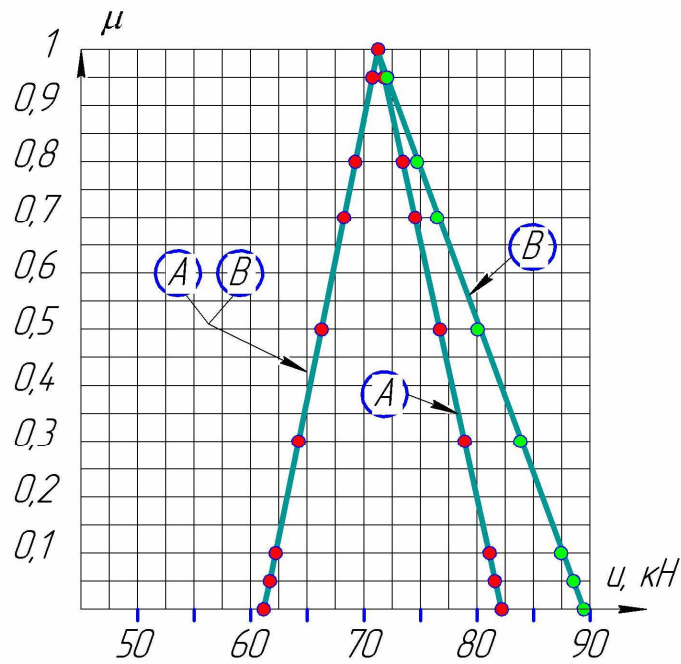


Рисунок 4.8 – Графічне зображення нечітких чисел $\bar{u}_L(\beta)$ і $\bar{u}_R(\beta)$

Оцінка результатів. Для оцінки точності отриманих числових результатів у вигляді словесних висловлювань скористаємось означенням лінгвістичної змінної «Точність» [99]. На рис. 4.9 наведено терми та їх характеристики у формі числових інтервалів. Дані цих інтервалів можна оцінити експертним чином. Тут пропонується авторська експертна оцінка. Вона може бути іншою.

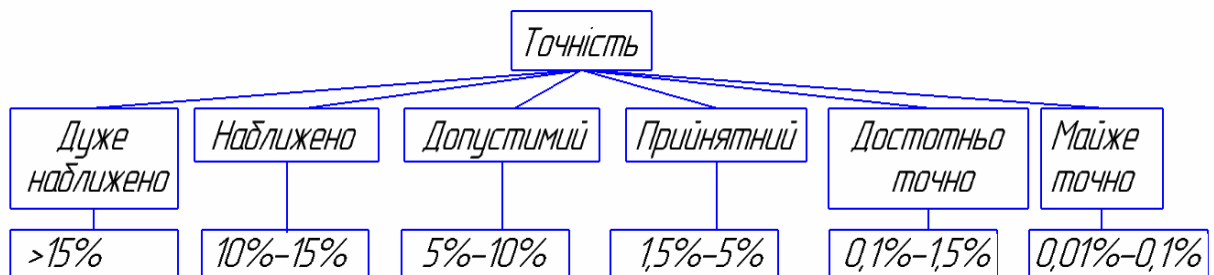


Рисунок 4.9 – Лінгвістична змінна «Точність» з експертними оцінками

За цим означенням отримано оцінки максимальної величини сили стискання $N^* = \bar{u}_\beta$ на оболонку для деяких рівнів можливості виконання умови (4.24). Оцінки записані в таблиці Б.28 додатку.

4.4 Геометрична інтерпретація розв'язання задачі синтезу циліндричної оболонки в умовах нечіткої інформації про цілі та дані

Проблема ОПК, яка полягає в знаходженні найбільш ефективного проекту в умовах суперечливих вимог, а також в умовах неповної інформації щодо вихідних даних є зараз однією з цікавих і актуальних проблем [20]. Формування та ефективне розв'язання задачі ОПК з урахуванням умов дефіциту енергії, матеріалів, засобів, адекватного опису вихідних даних має як наукове, так і практичне значення, оскільки дозволяє знизити витрати ресурсів.

Так, у роботі [26] розглянуто задачу оптимального проектування пружних шарнірно-стержневих систем в умовах нечіткої невизначеності щодо навантаження. Можливість застосування методів нечіткої оптимізації та моделювання в проектуванні конструкцій відображено в роботах [185, 188, 189].

Постановка детермінованої задачі. Розглянемо ортотропну кругову циліндричну оболонку, опис якої в пункті 4.1. В осьовому напрямку оболонки діє стискаюче осьове зусилля N_* . Припустимо, що міцність матеріалу оболонки на стиск в осьовому напрямку дорівнює σ_0 . Введемо вектор параметрів $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, де $x_1 = \delta$; $x_2 = R$; $x_3 = L$. Необхідно знайти такі значення параметрів форми щоб за умови збереження стійкості і міцності оболонка мала мінімальну масу, тобто

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x G(x) \mid g_i(x) \geq 0; i = 1, 2, 3 \right\}. \quad (4.33)$$

Тоді (4.7) запишеться як:

$$G(x) = g_0(x) = Ax_1x_2x_3, \quad (4.34)$$

а обмеження (4.1)-(4.3) умова по міцності, умова місцевої втрати стійкості та умова загальної втрати стійкості перепишуться у вигляді:

$$g_1(x) = Cx_1x_2 - N_*; \quad g_2(x) = Dx_1^2 - N_*; \quad g_3(x) = B \frac{x_1x_2^2}{x_3} - N_*. \quad (4.35)$$

Постановка оптимізаційної задачі і метод її розв'язання. Нехай параметри E, μ, ρ, σ_0 є детермінованими величинами. Відносно G, x_2, x_3, N_* припустимо, що вони задаються нечітким чином за допомогою словесного опису типу "приблизно", "десь", "близько". Необхідно спроектувати циліндричну оболонку довжиною L що дорівнює "приблизно 3 м" і радіусом R "біля 5 см". Оболонка стиснута поздовжнім зусиллям N_* рівним "приблизно 25 кН". Бажано щоб вага W оболонки була б "біля 3 кг" (мета G). Адекватним описом перерахованих квантифікаторів в теорії нечітких множин [1, 149] є нечіткі числа $A(a, m, b)_\Delta$ трикутного виду. Відповідно до визначення (2.50) маємо нечіткі множини G, R, L, N_* відповідно з функціями належності

$$\mu_G(a_G, m_G, b_G); \mu_R(a_R, m_R, b_R); \mu_L(a_L, m_L, b_L); \mu_N(a_N, m_N, b_N);$$

Величини $a_G, m_G, b_G, a_R, m_R, b_R, a_L, m_L, b_L, a_N, m_N, b_N$ є детермінованими для визначення нечіткого числа в α -рівні і повинні бути задані ($\alpha = 0$).

З виразів (4.35) випливає, що

$$x_1 = \phi_0(x_2, W) = \frac{W}{A^* x_2}; \quad A^* = A \cdot x_3; \quad \text{множина } G; \quad (4.36)$$

$$x_1 = \phi_1(x_2, N_*) = \frac{N}{C x_2}; \quad \text{множина } R; \quad (4.37)$$

$$x_1 = \phi_2(x_2, x_3, N_*) = \frac{N}{B x_3 x_2^3}; \quad \text{множина } L; \quad (4.38)$$

$$x_1 = \phi_3(N) = \sqrt{\frac{N_*}{D}}; \quad \text{множина } N. \quad (4.39)$$

Оскільки величини N_*, x_3, x_2, W нечіткі, то згідно з правилами нечіткої арифметики [149] величина x_1 , а також $\phi_i (i = \overline{0, 3})$ будуть також нечіткими, оскільки арифметичні операції виконуються над числами $(L-R)$ типу з трикутної функцією належності. Функції $\phi_i (i = \overline{1, 3})$ утворюють відповідно нечіткі множини $\Phi_i (i = \overline{0, 3})$. Сформулюємо, нарешті, таку задачу оптимального проектування: знайти таке значення x_1 , яке забезпечить максимальну

досяжність нечіткої цілі Q , тобто

$$x_1^{opt} = \arg \left\{ \max_{x \in X \subseteq R^1} \mu_Q(x) \right\}, \quad (4.40)$$

де Q є множина значень ординат точок перетинів функції належності нечітких множин Φ_i , тобто

$$Q = \Phi_0 \cap \Phi_1 \cap \Phi_2 \cap \Phi_3; \quad \mu_Q = \mu_{\varphi_0} \wedge \mu_{\varphi_1} \wedge \mu_{\varphi_2} \wedge \mu_{\varphi_3}. \quad (4.41)$$

Знак \wedge у виразі (4.41) означає операцію \min .

Таким чином, реалізація моделі (4.40) зводиться до побудови множин Φ_i, Q ($i = \overline{1,3}$), взяття максимуму функції належності $\mu_Q(x)$, використовуючи при цьому апарат нечітких множин: α -рівні, принципи узагальнення, злиття, операції над нечіткими множинами, функції належності.

Ілюстративний приклад. Розглянемо проектування оболонки при наступних вихідних даних: $E = 8,16 \cdot 10^4$ МПа; $\rho = 8010$ кг / м³; $\mu = 0,3$; $\sigma_0 = 162$ МПа. Фазифікація змінних R, L, G, N_* представлена в графічному вигляді на рис. 4.10, де відповідно:

(рис. 4.10, а) R : $a_R = 3$ см; $m_R = 4$ см; $b_R = 5$ см;

(рис. 4.10, б) L : $a_L = 2,9$ м; $m_L = 3$ м; $b_L = 3,1$ м;

(рис. 4.10, с) G : $a_G = 2,5$ кг; $m_G = 3$ кг; $b_G = 3,5$ кг;

(рис. 4.10, д) N_* : $a_N = 23$ кН; $m_N = 25$ кН; $b_N = 30$ кН.

Побудуємо геометричні множини $\Phi_0 - \Phi_3$ відповідно до їх визначення. В результаті отримаємо їх перетини і відповідно множину Q (точки 1, 2, ... 9). Максимальне значення функції належності, як видно з рис. 4.11, за умови невиконання останнього обмеження, знаходиться в точці 5 ($\mu = 0,95$). Вибір цієї точки міг би бути доречним, якщо б обмеження $\phi_2(N)$ було не суворим і відповідне розв'язання значенню μ параметр $x_1 = \delta = 1,46$ мм. З графічних визначень змінних $\xi_1 = N_*$; $\xi_2 = R$; $\xi_3 = L$; $\xi_4 = G$ при $\mu = 0,95$ отримуємо відповідно оптимістичні та песимістичні оцінки проекту. Нехай $\xi^p(\alpha)$ та $\xi^o(\alpha)$ - деякі відповідно зростаючі і спадні функції і має місце

$\xi^p(\alpha) \geq \xi^o(\alpha) \forall \alpha \in (0,1]$, тоді $\xi^p(\alpha)$ - є песимістичне значення для ξ , а $\xi^o(\alpha)$ - оптимістичне значення для ξ (рис. 4.12).

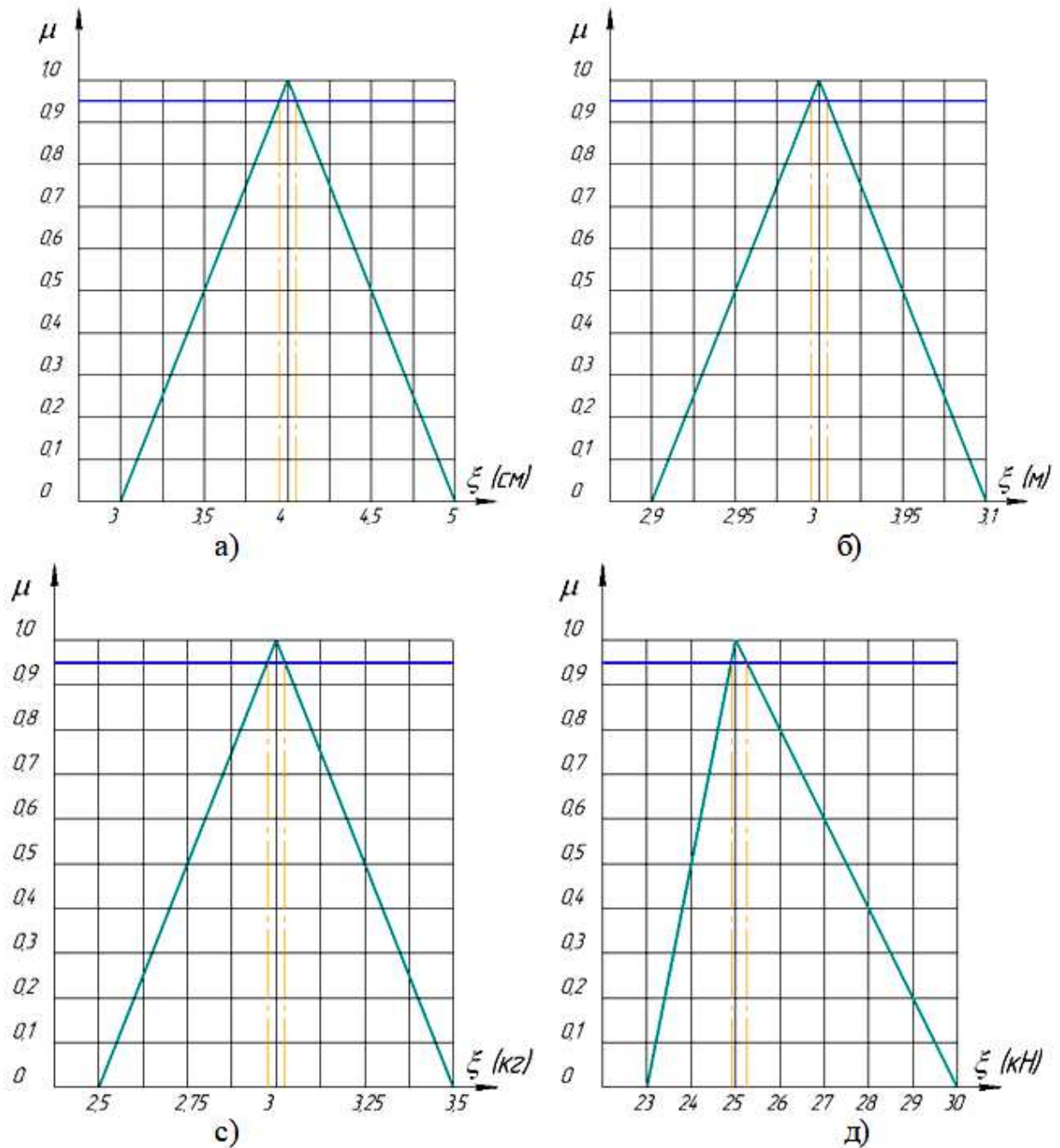


Рисунок 4.10 – Фазифікація змінних:

а) радіус R ; б) довжина L ; с) маса G ; д) осьове зусилля N_*

Використовуючи визначення нечітких чисел $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ (рис. 4.10 а, б, с, д), при $\mu = 0,95$ отримуємо песимістичні й оптимістичні значення проекту, які звісно потребують подальшої перевірки виконання умов функціонування:

$$R^o = 3,95 \text{ см}; \quad R^p = 4,05 \text{ см}; \quad L^o = 299,5 \text{ см}; \quad L^p = 300,5 \text{ см}; \quad G_*^o = 2,975 \text{ кг};$$

$$G_*^p = 3,025 \text{ кг}; \quad N_*^o = 24,9 \text{ кН}; \quad N_*^p = 25,25 \text{ кН}.$$

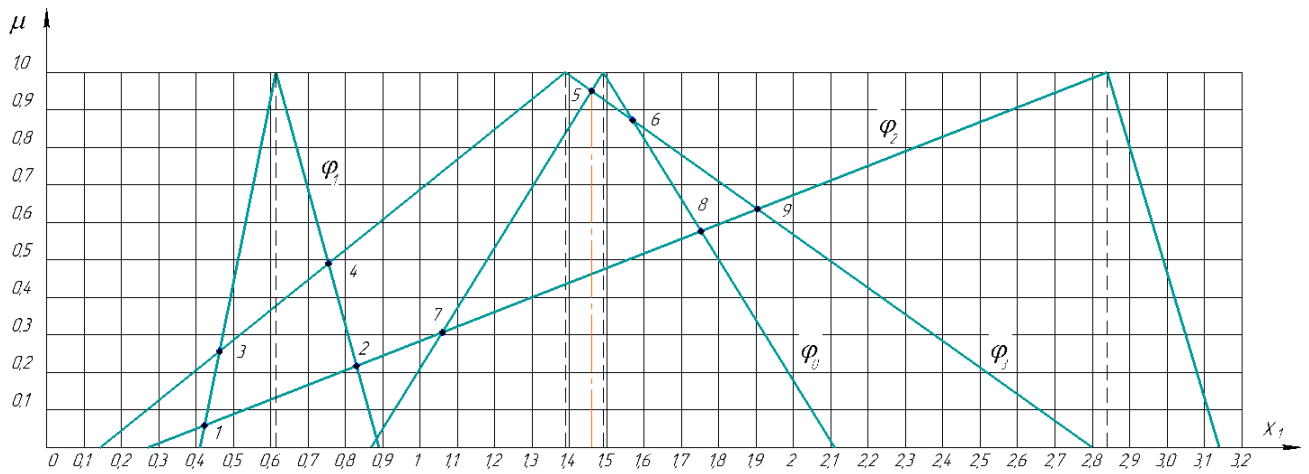


Рисунок 4.11 – Геометричне розв'язання задачі

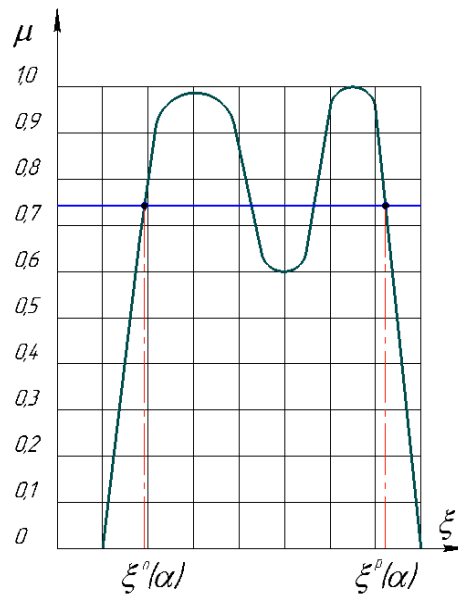


Рисунок 4.12 – Знаходження оптимістичного і песимістичного значення нечіткої величини

Так як розглядається задача саме механіки і усі обмеження є суворими, то для точки 5 можливість зменшується до $\mu \approx 0,46$ (відповідно розширюється інтервал песимістичного й оптимістичного значення проекту) та доцільно взяти

точку 9 перетину з множиною $\phi_2(N)$ і розв'язок для рівня довіри $\mu \approx 0,63$ буде відповідати тільки оптимістичному значенню: $N_*^p \approx 24,2 \text{ кН}$.

4.5 Оцінка максимального значення осьової сили, що діє на циліндричну оболонку за умовами стійкості і міцності при неточному завданні її геометричних характеристик

В теорії проектування відомо досить велика кількість публікацій, у яких розглядаються імовірнісні підходи [182, 186, 203]. У процесі проектування виникають і інші види невизначеності, а саме: неповнота, недостатність необхідної для проектування інформації, неясний, нечіткий та неточний опис даних, які призводять до таких понять як "неточність", "нечіткість", а також інтервальне завдання [174]. Введення на розгляд різних невизначеностей веде до принципово відмінних від детермінованих завдань. Розв'язуючи задачу оптимального проектування на основі детермінованого підходу отримують такі розв'язки, які можуть мати властивості: навіть при незначних змінах у вихідних даних отримані проекти не будуть оптимальними, оскільки конструкція вже не задовольнятиме деяким або всім умовам несучої здатності, тобто виникає питання про так звану толерантність розв'язку. Тут під толерантністю процедури розуміється її здатність сприймати можливі неточні, "сирі", "грубі" дані та до яких меж.

Цей пункт розділу присвячений адаптації теорії неточних множин для задач ОПК. Основою цього підходу є твердження, що кожна неточна множина має верхнє та нижнє наближення, що складаються із класів еквівалентних описів. Тобто неточна множина може бути визначена через пару точних множин [235]. Зазначені види невизначеності разом із теорією математичного програмування утворюють клас ССР - моделей (chance constrained programming) невизначеного програмування.

Постановка задачі. Розглядається ізотропна шарнірно оперта по кінцях кругова циліндрична оболонка заданої довжини (п. 4.1). Оболонка завантажена

в осьовому напрямку стискаючим поздовжнім зусиллям N . Інформація про геометричні параметри - товщину і радіус оболонки передбачається не зовсім повною, а саме: $H^- \leq h \leq H^+$; $R^- \leq R \leq R^+$, де H^- , H^+ , R^- , R^+ є множини, задані інтервальним чином:

$$H^- = [a_1, b_1], H^+ = [c_1, d_1], R^- = [a_2, b_2], R^+ = [c_2, d_2], \quad (4.42)$$

причому виконується умова:

$$0 \leq c_i \leq a_i \leq b_i \leq d_i; i = 1, 2. \quad (4.43)$$

Як фізичні обмеження [84] призначимо співвідношення (4.1- 4.6) замінивши зовнішнє навантаження на внутрішнє поздовжнє зусилля N .

Параметри δ і R в такому вигляді, як вони задані (4.42), є невизначеними. Вид невизначеності – неточність, грубість завдання даних. Введемо такі позначення: $\xi_1 = \delta$; $\xi_2 = R$; $\xi = \{\xi_1, \xi_2\}$ - вектор неточних величин; $u = N$; $\{E, \mu, L, \sigma_0\}$ - сукупність постійних величин задачі.

Тоді:

$$g_1(\xi) = D\xi_1^2 \wedge g_2(\xi) = B\xi_1\xi_2^3 \wedge g_3(\xi) = C\xi_1\xi_2. \quad (4.44)$$

Введемо на розгляд наступну неточну подію A , що полягає в тому, що для деяких ξ та u одночасно виконуватимуться три обмеження (4.1-4.3), тобто

$$A = \{g_1(\xi) \geq u; g_2(\xi) \geq u; g_3(\xi) \geq u\}. \quad (4.45)$$

Оцінка довіри для неточної події A , характеризується мірою $Tr(A)$ [235, 236].

Задачею оптимізації є визначення максимального значення такої величини u , щоб виконувалося обмеження:

$$Tr(A) \geq \alpha, \quad (4.46)$$

де α - певний довірчий рівень ($0 \leq \alpha \leq 1$), тобто

$$u^* = \arg \left\{ \max_u u \mid Tr(A) \geq \alpha \right\}. \quad (4.47)$$

Визначення 1. Нехай простір елементарних подій Ω є довільна безліч елементів, а Φ - деяка фіксована система підмножин множини Ω . Припустимо, що виконуються такі умови:

1) $\Omega \in \Phi$;

2) якщо для множини $A \in \Phi$, $B \in \Phi$, то впливає, що $A \cup B \in \Phi$ та $A \cap B \in \Phi$;

3) якщо множина $A \in \Phi$, то й для її доповнення \bar{A} має місце $\bar{A} \in \Phi$.

Фіксований клас підмножин Φ називається σ - алгеброю чи борелівським полем подій [110].

Визначення 2. Нехай Λ - деяка непорожня множина. A представляє σ - алгебру підмножин Λ , а Δ є деякий елемент на A , а Π - невід'ємна, речовиннозначна, адитивна функція множин. Тоді наступна четвірка об'єктів Λ, Δ, A, Π визначає простір наближень.

Визначення 3. Неточна величина, записана у вигляді $\xi([a,b],[c,d])$, $c \leq a \leq b \leq d$ є вимірною функцією з простору наближень $(\Lambda, \Delta, A, \Pi)$ у речову пряму, де $\Lambda = \{x | c \leq x \leq d\}$; $\Delta = \{x | a \leq x \leq b\}$; $\xi(x) = x$; $\forall x \in \Delta$ і $\Delta \subset \Lambda$.

Визначення 4. Неточна величина ξ на просторі наближень $(\Lambda, \Delta, A, \Pi)$ є функція з Λ в речову пряму \mathfrak{R} - універсум такий, що для кожної Борелівської множини O та \mathfrak{R} має місце співвідношення

$$\{\lambda \in \Lambda | \xi(\lambda) \in O\} \in A. \quad (4.48)$$

Визначення 5. Нижнє та верхнє наближення неточної величини ξ визначаються наступним чином:

$$\underline{\xi} = \{\xi(\lambda) | \lambda \in \Delta\}; \quad \bar{\xi} = \{\xi(\lambda) | \lambda \in \Lambda\}; \quad \underline{\xi} \subset \bar{\xi}. \quad (4.49)$$

Визначення 6. Нехай ξ - деяка неточна величина на просторі наближень $(\Lambda, \Delta, A, \Pi)$, а $g_i: \mathfrak{R}^i \rightarrow \mathfrak{R}$ - безперервні функції $i = 1, 2, 3$. Тоді нижня та верхня оцінки довіри для неточної події A з (4.45), визначається відповідно:

$$\underline{Tr}(A) = \frac{\Pi\{\lambda \in \Delta | g_i(\underline{\xi}(\lambda)) \geq u; i = 1, 2, 3\}}{\Pi\{\Delta\}} \quad (4.50)$$

$$\bar{Tr}(A) = \frac{\Pi\{\lambda \in \Lambda | g_i(\bar{\xi}(\lambda)) \geq u; i = 1, 2, 3\}}{\Pi\{\Lambda\}}. \quad (4.51)$$

Загальна оцінка довіри дорівнюватиме:

$$Tr(A) = \frac{1}{2}(\underline{Tr}(A) + \overline{Tr}(A)). \quad (4.52)$$

При цьому:

$$0 \leq Tr(A) \leq 1. \quad (4.53)$$

Неточна подія A має здійснюватися, якщо оцінка довіри йому дорівнює 1 і здійснюватися неспроможна, якщо ця оцінка дорівнює 0.

Імітаційне моделювання. Наведені вище визначення покладемо основою неточного імітаційного моделювання. Нижче наводяться його основні етапи.

Етап 1. Необхідно зробити вибірку з непорожньої множини Δ випадковим чином, згідно з мірою Π , чисел $\underline{\lambda}_1, \underline{\lambda}_2, \dots, \underline{\lambda}_n$ використовуючи рівномірний закон розподілу $U(0,1)$ у теорії ймовірностей. В результаті будуть отримані числа $\underline{\xi}_1, \underline{\xi}_2, \dots, \underline{\xi}_n$.

Етап 2. Аналогічно зробити вибірку чисел $\overline{\lambda}_1, \overline{\lambda}_2, \dots, \overline{\lambda}_n$ з не пустої множини Λ , згідно з мірою Π . В результаті буде отримано величину $\overline{\xi} = \{\overline{\xi}_1, \overline{\xi}_2, \dots, \overline{\xi}_n\}$.

Етап 3. Для кожного $\underline{\xi}_i$ і $\overline{\xi}_i$ відповідно обчислити $\underline{g}_j(\underline{\xi}_i)$ та $\overline{g}_j(\overline{\xi}_i)$ $j=1,2,3$; $i=1,2$.

Етап 4. Нехай для будь-якого u $\underline{N}(u)$ означає ціле число, що задовольняє умові $\underline{g}_j(\underline{\xi}(\underline{\lambda}_n)) \geq u$ для $n=1,2,\dots,N$; $j=1,2,3$. Аналогічним чином через $\overline{N}(u)$ означає ціле число, за якого виконується умова $\overline{g}_j(\overline{\xi}(\overline{\lambda}_n)) \geq u$ для $n=1,2,\dots,N$; $j=1,2,3$.

Етап 5. Відповідно до (4.52) максимальне значення u буде таким, що

$$Tr(A) = \frac{\underline{N}(u) + \overline{N}(u)}{2N} \geq \alpha, \quad (4.54)$$

де N - задане число всіх випробувань.

Етап 6. Ця процедура вставляється в алгоритм пошуку найбільшого значення цільової функції u . Для його знаходження застосовано метод Монте-Карло.

Чисельна ілюстрація. Відповідно до описаної вище процедури неточного імітаційного моделювання було виконано декілька чисельних експериментів за наступних даних: $E = 8,16 \cdot 10^4$ МПа; $\sigma_0 = 162$ МПа; $\mu = 0,3$; $L = 300$ см; $V^- = 5$ кН; $V^+ = 200$ кН. Кількість градацій змінної $V^- \leq u \leq V^+$ взято 5000. Число градацій верхнього та нижнього простору наближень склало 200. Число випробувань на вибір найбільшого значення прийнято 500.

Експеримент 1. Значення α – рівня довіри дорівнює $\alpha = 0,99995$ – попередньо визначене число. Нижнє та верхнє наближення параметрів h і R беремо відповідно $a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = 0,07$ см; $a_2 = b_2 = 10$ см, $c_2 = 9,999$ см, $d_2 = 10$ см. Отримане середнє значення результату становить $u^* = 71,184$ кН за стандарту $\sigma = 41$. Величина $\sigma = \sqrt{D}$, де D - дисперсія.

Експеримент 2. У цьому експерименті "злегка" змінені межі області пошуку параметра h і R . Для нижнього та для верхнього наближення взято $a_1 = 0,07$; $b_1 = 0,07$; $c_1 = 0,06998$; $d_1 = 0,0702$ см; $a_2 = 10$; $b_2 = 10$; $c_2 = 9,999$; $d_2 = 10$ см. Отримано середнє значення $u^* = 71,164$ кН. Стандарт дорівнює 48 кН. У першому та другому експериментах відхилення від розв'язання детермінованої задачі ($u^* = 71,251$ кН) складало близько 0,1%. В цьому випадку параметри детермінованого розв'язання бралися рівними $h = 0,07$ см и $R = 10$ см. На рис. 4.13 наводиться геометрична ілюстрація інтервального завдання даних деяких експериментів. Для експериментів 3 – 6, відповідно до рис. 4.13, представимо графічну ілюстрацію верхнього та нижнього наближень змінної h (рис. 4.14)

Експеримент 3. Області пошуку h і R задаються наступними параметрами: $c_1 = 0,05$ см, $a_1 = 0,06$ см, $b_1 = 0,08$ см, $d_1 = 0,09$ см, $c_2 = 8$ см, $a_2 = 9$ см, $b_2 = 11$ см, $d_2 = 12$ см. Результати цього експерименту занесемо до таблиці Б.29 додатку та рис. 4.15.

Експеримент 4. Області пошуку h та R задаються наступними параметрами наближень: $c_1 = 0,03$ см, $a_1 = 0,05$ см, $b_1 = 0,09$ см, $d_1 = 0,11$ см,

$c_2 = 4$ см, $a_2 = 6$ см, $b_2 = 14$ см, $d_2 = 16$ см. У таблиці Б.30 додатку та рис. 4.15 наведено результати обчислень експерименту 4.

Експеримент 5. У цьому експерименті область пошуку h і R наступна: $c_1 = 0,01$ см, $a_1 = 0,05$ см, $b_1 = 0,075$ см, $d_1 = 0,09$ см, $c_2 = 7$ см, $a_2 = 9$ см, $b_2 = 11$ см, $d_2 = 13$ см. Таблиця Б.31 додатку містить результати цього експерименту. Також результати на рис. 4.16

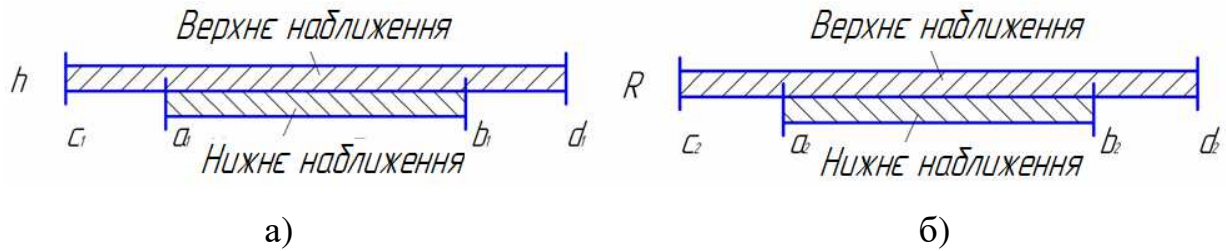


Рисунок 4.13 – Множина величин задана інтервальним чином:

а) множина h ; б) множина R

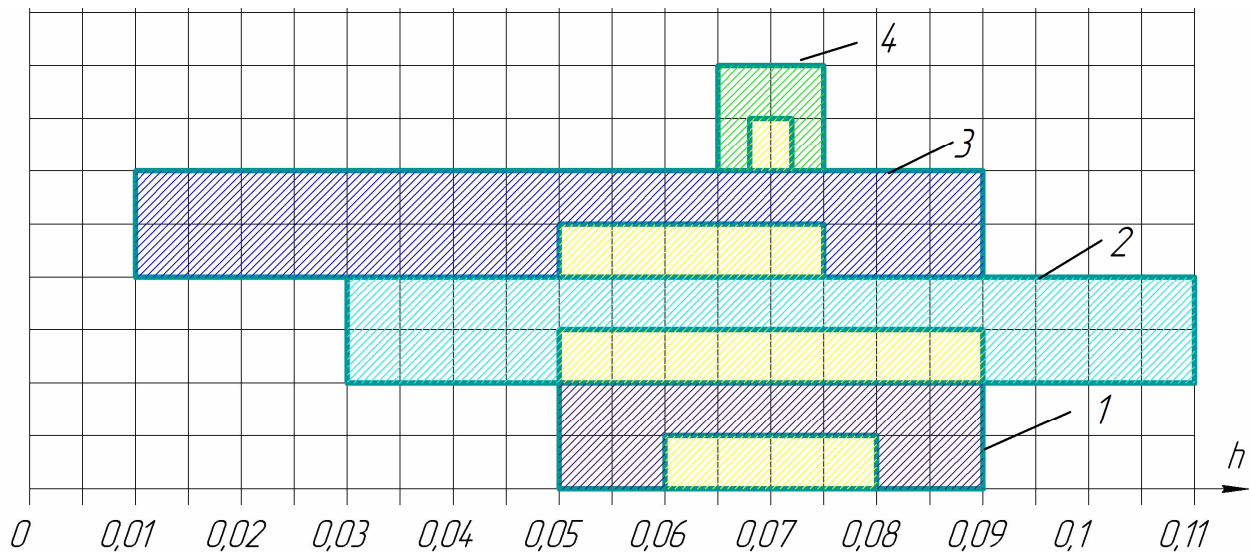


Рисунок 4.14 – Графічна ілюстрація наближень для змінної h :

1- третій експеримент; 2 - четвертий експеримент; 3 - п'ятий експеримент;
4- шостий експеримент

Експеримент 6. Звужимо область пошуку h і R : $c_1 = 0,065$ см, $a_1 = 0,068$ см, $b_1 = 0,072$ см, $d_1 = 0,075$ см, $c_2 = 9$ см, $a_2 = 9,5$ см, $b_2 = 10,5$ см, $d_2 = 11$ см.

Результати експерименту представлені у таблиці Б.32 додатку та рис. 4.16.

Експеримент 7. У цьому експерименті область наближень буде: $c_1 = 0,068$ см, $a_1 = 0,069$ см, $b_1 = 0,071$ см, $d_1 = 0,072$ см, $c_2 = 9,8$ см, $a_2 = 9,9$ см, $b_2 = 10,1$ см, $d_2 = 10,2$ см. Результати обчислень представлені у таблиці Б.33.

Експеримент 8. При $c_1 = 0,0654$ см, $a_1 = 0,0692$ см, $b_1 = 0,0706$ см, $d_1 = 0,0708$ см; $c_2 = 9,95$ см, $a_2 = 9,98$ см, $b_2 = 10,02$ см, $d_2 = 10,05$ см отримаємо результати, подані у таблиці Б.34 та рис. 4.17.

Експеримент 9. Розглянемо область "майже рівну" детермінованим параметрам при рівні довіри $\alpha = 0,99995$. При цьому $c_1 = a_1 = b_1 = d_1 = 0,07$ см, $c_2 = 9,999$ см, $a_2 = 10$ см, $b_2 = 10$ см, $d_2 = 10$ см. В результаті обчислень отримано $u^* = 71184$ Н; $\sigma = 41$ (відхилення від детермінованого розв'язання складає 0,094%)

Експеримент 10. Розглянемо область із параметрами при рівні довіри $\alpha = 0,99995$: $c_1 = 0,06998$ см, $a_1 = 0,07$ см, $b_1 = 0,07$ см, $d_1 = 0,0702$ см, $c_2 = 9,999$ см, $a_2 = 10$ см, $b_2 = 10$ см, $d_2 = 10$ см. Отримане значення $u^* = 71164$ Н; (відхилення від детермінованого розв'язання - 0,1%), $\sigma = 48$.

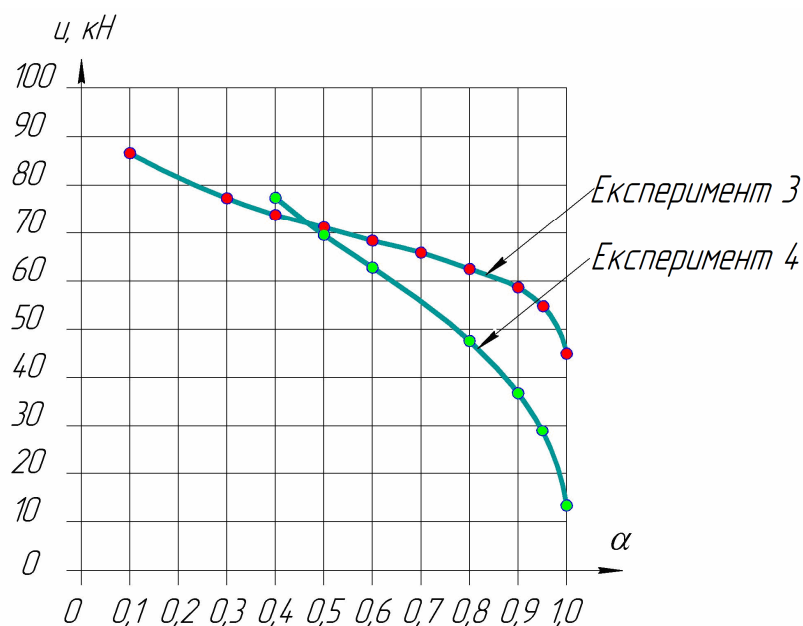


Рисунок 4.15 – Графічна ілюстрація результатів експериментів 3, 4

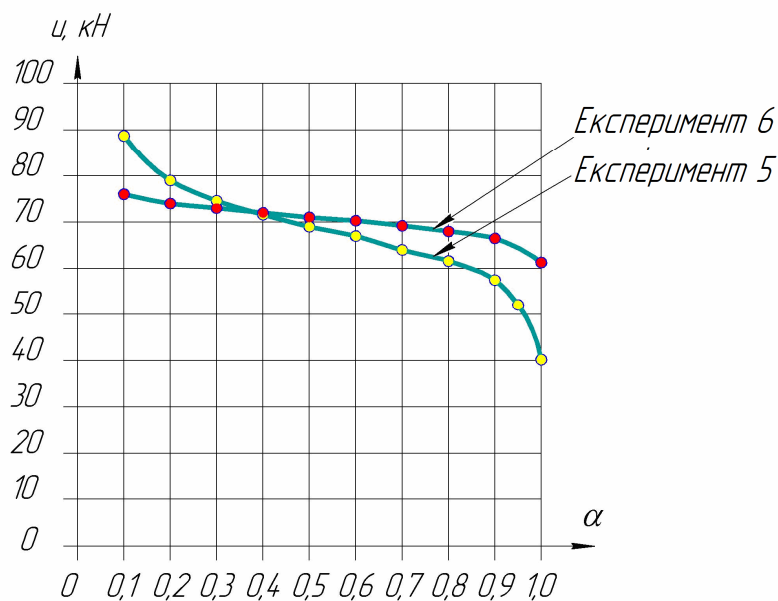


Рисунок 4.16 – Графічна ілюстрація результатів експериментів 5, 6

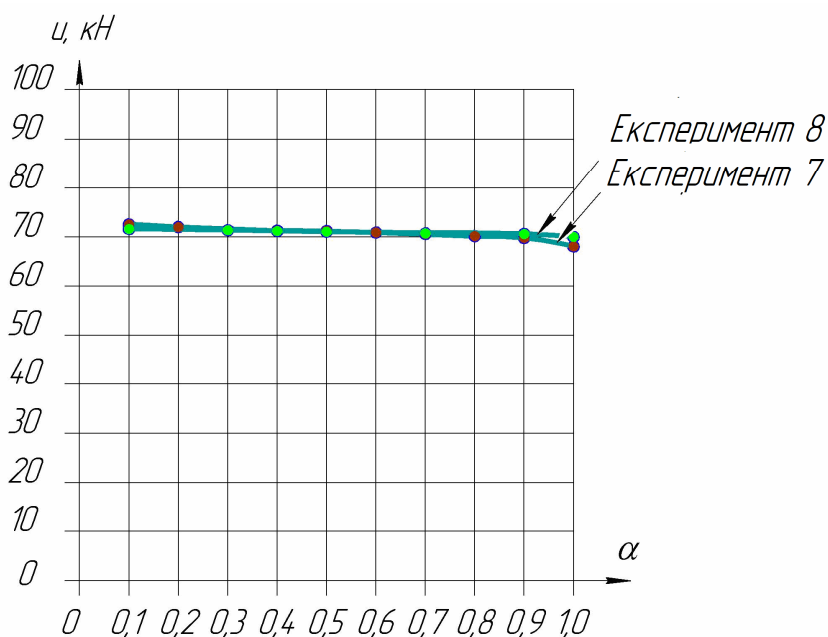


Рисунок 4.17 – Графічна ілюстрація результатів експериментів 7, 8

4.6 Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних

В даному пункті роботи надається детермінована задача і задача стохастичного програмування визначення максимального значення величини осьової сили для оболонки п. 4.1. До розв'язання таких задач застосовують різні

математичні методи, зокрема, класичні (методи математичного аналізу та варіаційне числення) [86], методи оптимального керування [89], динамічного програмування [145], принцип максимуму Понтрягіна [94], методи випадкового пошуку [150], нелінійного програмування [120] та ін. [90], [152]. Використаємо для реалізації задачі метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло) [68].

Постановка детермінованої задачі. Розглядається ортотропна кругова циліндрична оболонка, геометричні характеристики якої відображені у першому пункті розділу. На оболонку діє стискаюча повздожня сила P^* . Для механічної системи призначимо фізичні обмеження у вигляді (4.1) - (4.6) [84]. Введемо вектор $x = \{x_1, x_2, x_3\}$; $x_1 = \delta$; $x_2 = R$; $x_3 = L$; $x_i > 0$; $i = 1, 2, 3$, та положимо $u = P^*$. Необхідно при заданих значеннях вихідних параметрів оболонки вектора x , фізичних характеристиках E , μ , σ_0 знайти таке максимальне значення величини u , при якому задовольняється умова несучої здатності (4.1)-(4.6). Внаслідок маємо таку задачу нелінійної оптимізації:

$$u^{opt} = \arg \left\{ \max_{u \in [u^-, u^+]} u \mid g_i(x) \geq u; i = 1, 2, 3 \right\}. \quad (4.55)$$

Границі допустимої області $[u^-, u^+]$ задаються.

Метод розв'язання задачі. До реалізації оптимізаційної задачі (4.55) застосовано метод Монте-Карло. Обговорення чисельних досліджень цього методу в галузі оптимального проектування конструкцій (ОПК) подано в [144], [268]. Цей метод застосовується у випадках симуляції на ЕОМ (або імітаційного моделювання) і детальний опис цього математичного апарату наведено в монографії [160]. Похибка цього методу визначається похибкою генерації псевдовипадкових чисел, що згенеровані в комп'ютері та обсягом вибірки. Шаблон застосування методу для задачі оптимізації (4.55) наведемо в додатку А.6.

Ілюстративний приклад. Для $E = 8,16 \cdot 10^4$ Па; $\sigma_0 = 162 \cdot 10^6$ Па; $\mu = 0,3$; $L = 300$ см; $x_1 = 0,07$ см; $x_2 = 10$ см; $10^3 \leq u \leq 2 \cdot 10^5$ виконано числовий

експеримент (табл. Б. 35) та (рис. 4.18), починаючи з $M = 10^5$ можна вважати, що збіжність досягнута.

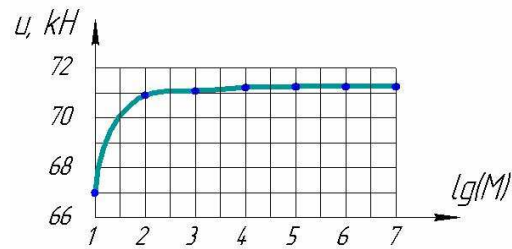


Рисунок 4.18 – Збіжність цільової функції

Для побудови номограми (рис. 4.19) визначення максимального значення осьової сили при різних визначених даних R і δ використовуємо результати (табл. Б. 36).

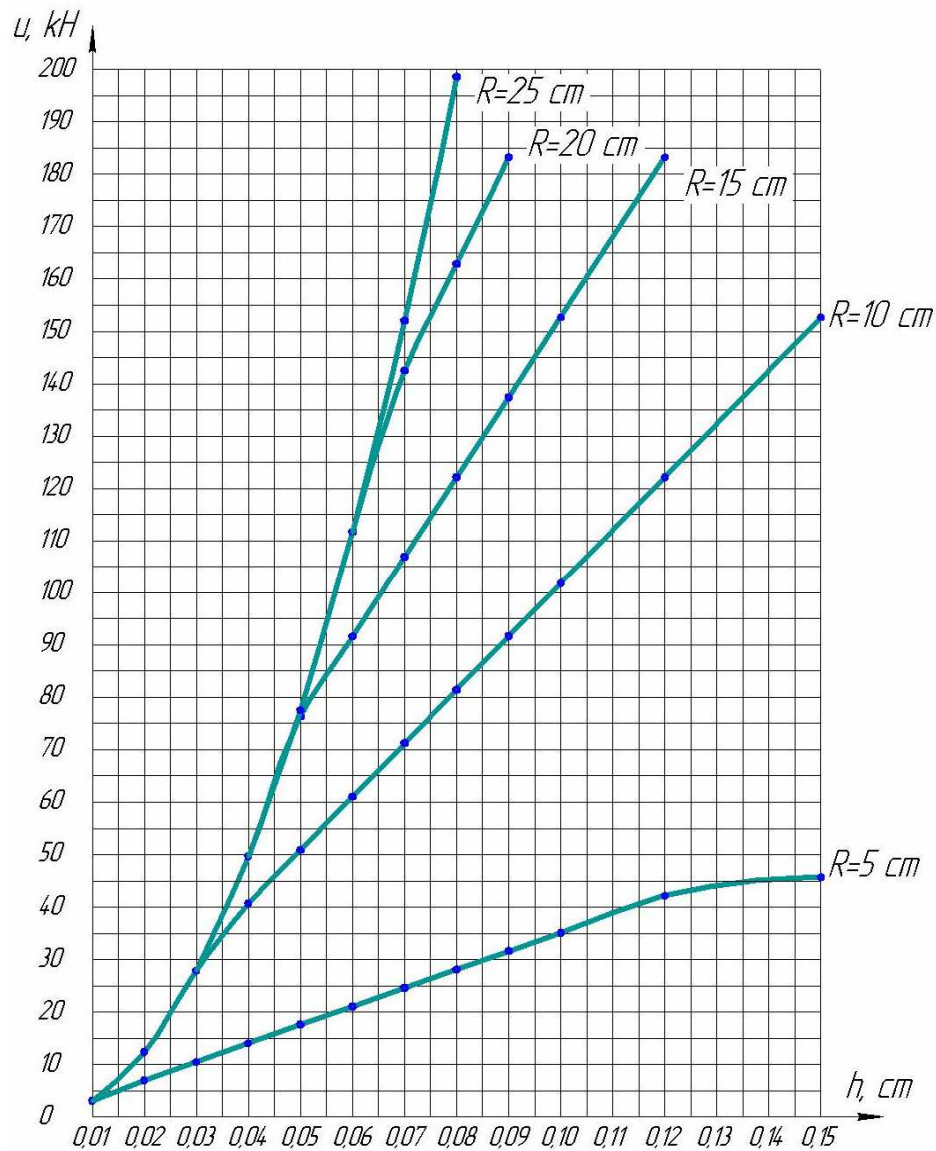


Рисунок 4.19 – Номограма визначення максимальної величини осьової сили, що діє на оболонку від характеристик радіусу R і товщини δ

Вона показує як впливає на величину u збільшення (зменшення) характеристик R і δ .

ССР модель. Знаходження максимального значення сили, що стискає циліндричну оболонку для випадкових даних формулюється як така задача стохастичного програмування, в якій має місце обмеження на імовірність виконання деякої події (chance constrained programming, ССР):

$$u^* = \arg \left\{ \max_{u>0} u \mid \text{Pr ob}(g_i(\xi) \geq u^*) \geq \alpha; i = 1, 2, 3 \right\}, \quad (4.56)$$

де α - заздалегідь довірчий рівень $0 < \alpha < 1$.

У цій задачі $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ є вектор випадкової величини із заданою щільністю $f_i(x)$; $i = 1, 2, 3$ імовірності розподілу компонентів $\xi_1 = \delta$, $\xi_2 = R$.

Співвідношення g_i ; $i = 1, 2, 3$ - дійснозначні, визначені співвідношеннями (4.1)-(4.6), безперервні функції. Тоді $g_i(\xi)$; $i = 1, 2, 3$ також будуть випадковими величинами.

Позначимо через A подію, що полягає в одночасному виконанні трьох нерівностей

$$A = ((u - g_1(\xi)) \leq 0) \wedge ((u - g_2(\xi)) \leq 0) \wedge ((u - g_3(\xi)) \leq 0), \quad (4.57)$$

де знак \wedge є зв'язування логічне "і".

Задача оптимізації, таким чином, полягає в знаходженні максимального значення u^* такого, що виконується умова

$$\text{Pr ob}(A) \geq \alpha. \quad (4.58)$$

Метод розв'язання. Основним етапом чисельного підходу до розв'язання задачі (4.56) є обчислення ймовірності (4.58). Для цього скористаємося поняттям статистичного моделювання. Нехай виконується N випробувань події A . У кожному випробуванні отримується випадковий вектор ξ_k ; $k = \overline{1, N}$. Позначимо через M число випадків, коли виконуються всі умови у виразі (4.57). Іншою мовою, M є число випадкових векторів, що задовольняють заданій системі нерівностей (4.57).

Для існування статистичної ймовірності події вимагається [85]:

1) можливість здійснювати необмежене число $N \rightarrow \infty$ випробувань, в кожному з яких подія A настає або не настає, тобто має місце функція $h(\xi_K)$, визначена як

$$h(\xi_n) = \begin{cases} 1, u^* - g_i(\xi_n) \leq 0; n = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, 3; \\ 0, \text{ в інших випадках;} \end{cases} \quad (4.59)$$

2) як статистичну імовірність події A приймають відносну частоту, тобто M/N чи число, близьке до неї. Подальше використання закону великих чисел (теорема Чебишева) дозволяє стверджувати, що при великому числі випробувань відношення M/N буде близьке до величини вірогідності виконання події A . Тобто має місце

$$\text{Pr ob}(A) = \frac{M}{N} = \frac{\sum_{n=1}^N h(\xi_n)}{N} \rightarrow \alpha; \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (4.60)$$

Звідси випливає, що $M = \alpha N$.

Приведені вище міркування покладемо в основу алгоритму імітаційного моделювання обчислення ймовірності події A в (4.60) і обчислення u^* в задачі (4.59). Метод статистичного моделювання наведено в додатку А.7.

Ілюстративний приклад. Відповідно до запропонованої процедури виконано ряд числових експериментів. Для ілюстрації взято трикутний розподіл випадкових величин ξ_1 і ξ_2 . Для кожної величини щільність розподілення імовірності визначається як:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}, \text{ якщо } a < x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}, \text{ якщо } m \leq x \leq b \\ 0, \text{ в інших випадках.} \end{cases} \quad (4.61)$$

Метод обчислення випадкової величини x буде таким [236]:

Крок 1. Обчислити $c = \frac{(m-a)}{(b-a)}$.

Крок 2. Отримати псевдовипадкові числа $w = random$ за законом рівномірного розподілу випадкової величини на відрізьку $[0,1]$.

Крок 3. Якщо $w < c$, то $y = \sqrt{cw}$, інакше $y = 1 - \sqrt{(1-c)(1-w)}$.

Крок 4. Обчислити $x = a + (b - a)y$.

При таких значеннях початкових даних :

$E = 8,16 \cdot 10^4$ Па; $\sigma_0 = 162 \cdot 10^6$ Па; $L = 300$ см; $\mu = 0,3$; $N = 2 \cdot 10^5$; $m_R = 10$ см; $m_\delta = 0,07$ см; $\alpha = 0,98$; $M = 196 \cdot 10^3$ отримані результати для щільності розподілу випадкової величини (4.61) при різних розкидах Δ_ξ , які подано в таблиці Б.37. Таким чином, при малих значеннях розкиду випадкової величини виявляється також і малий розкид значення несучої сили. Зростання неточності у вихідних (початкових) даних призводить до значного збільшення оцінки осьової сили.

Так при $\delta: a_1 = 0,04; m_1 = 0,07; b_1 = 0,1$ (збільшення Δ_δ складає 43% від δ), $R: a_2 = 7; m_2 = 10; b_2 = 13$ (збільшення Δ_R складає 30% від R), отримано $u^* = 127,771$ кН, що на 79% більше від детермінованого значення $u^* = 71,251$ кН.

4.7 Оцінка максимального значення стискаючої сили на циліндричну оболонку в умовах трьох граничних станів і завданні геометричних параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи

Джерелом невизначеності в оптимізаційних моделях проектування може бути наявність випадкових (random), нечітких (fuzzy) та неточних (rough) величин. Випадкова величина [167] є однією із основних понять теорії ймовірностей. Невизначеність ситуації тут описується мірою – ймовірністю із множини дійсних чисел $[0,1]$. Нечіткі величини [111] (числові та лінгвістичні) використовуються для опису ситуації, коли вихідні параметри не мають чітко визначених границь, тобто вже «розмиті». Визначення неточних величин

базується на теорії неточних множин, яка уведена в роботі [242]. Апарат неточних величин є математичним засобом для роботи з невиразним описом об'єктів. Крім таких невизначеностей можуть бути їх комбінації – нечітко-випадкові, випадково-нечіткі, нечітко-нечіткі та інші, які уявляють собою математичний опис нечітко-стохастичних, стохастично-нечітких явищ [232, 233, 234].

Об'єкт та постановка задачі оптимізації. Розглядається задача пошуку максимальної величини осьової сили P^{\max} , яка стискає циліндричну кругову ізотропну оболонку з пункту 4.1. Наближені обмеження оболонки на стиснення (4.1) – (4.6). Сформулюємо спочатку таку детерміновану задачу оптимізації: при заданих значеннях характеристик $\delta, R, L, \sigma_0, E, \mu$ і умов збереження стійкості та міцності знайти максимальне значення стискаючої сили P^{\max} . В термінах уведених вище означень запишемо задачу оптимізації як

$$P^{\max} = \arg \left\{ \max_{F^- \leq F \leq F^+} P \mid g_i(L, E, \mu, \sigma_T, R, \delta) \geq P^{\max}; i = 1, 2, 3 \right\}. \quad (4.62)$$

Метод реалізації оптимізаційної детермінованої задачі. Для зручності реалізаціях алгоритму перепишемо обмеження (4.1)-(4.3) для задачі (4.65) у вигляді:

$$g_1(x) = P^{\max} - P_{cr}^l \leq 0; \quad g_2(x) = P^{\max} - P_{cr}^g \leq 0; \quad g_3(x) = P^{\max} - P_R \leq 0. \quad (4.63)$$

В додатку А.8 за роботою [44] наведено дії методу Монте-Карло.

Задача (4.62) з нечітким описом параметру. Нехай в задачі (4.62) деякі параметри є невизначеними. Без порушення загальності підходу припустимо, що цим параметром буде величина радіусу R . Нехай величина цього радіусу буде нечіткою з заданою функцією належності $\mu(x)$. Наведемо алгоритм обчислення дефазифікованого значення $P_{fuzzy-det}^{\max}$ нечіткої сили.

Нехай значення R буде нечіткою величиною з трикутним видом функції належності (2.50). Величини a, b є границями множини деякої множини A_α для α - рівня. У випадку $\alpha = 0$ $A_0(a, m, b); a = a_0; b = b_0$. Величина m є модальне значення R , для якого $\mu(m) = 1$. За теорією нечітких множин, скориставшись

поняттям α - рівнів, запишемо $\alpha_i = i\Delta\alpha$; $i = 1, 2, \dots, M$; $M\Delta\alpha = 1$; $\Delta\alpha = 1/M$, де M - число дискретів величини μ . Побудуємо множини $A_\alpha(a_\alpha, m, b_\alpha)$ для $\alpha \in [0, 1]$. Для α - рівня із рівняння $\mu(x) = \alpha$ впливає $a_\alpha = m\alpha + a(1 - \alpha)$; $b_\alpha = m\alpha + b(1 - \alpha)$. За теоремою про декомпозицію в теорії нечітких множин [252], яка стверджує, що будь-яка нечітка множина A може бути представлена у вигляді суми чітких множин, які генеруються α - рівнями, тобто $A = \cup_{\alpha} A_\alpha$;

$\alpha \in (0, 1]$, або в розвиненому виді $A = \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{\mu_i}{A_{i\Delta\alpha}} + \frac{\mu_{2M-i}}{A_{(2M-i)\Delta\alpha}} \right) + \frac{1}{A_{M\Delta\alpha}}$. Якщо нечітка

множина A , що визначена на множині дійсних чисел $A \subseteq \mathbf{R}$, і функція належності якої є $\mu_A(x): \mathbf{R} [0, 1]$ задовольняє умовам: 1) нормальності; 2) опуклості; 3) напівнеперервності зверху, тобто $\overline{\lim}_{x \rightarrow x_0} \mu(x) \leq \mu(x_0)$, то вона називається нечітким числом. Дефазифікація нечіткого числа A здійснюється на основі методу центра (2.94). В роботі також використовувався підхід (2.80).

Визначення нечітко-випадкової та випадково-нечіткої величини.

Означення 1. Нечітко-випадковою називають випадкову величину $\xi_{fuzzy-rand}$, яка приймає окремі можливі нечіткі значення \tilde{P}_i , з певними імовірностями $p_i (i = 1, 2, \dots, M)$ [232, 235]. Відповідність між можливими нечіткими значеннями \tilde{P}_i та заданими імовірностями їх появи в експерименті (випробуванні) задається законом розподілу дискретної випадкової величини у вигляді таблиці $\xi_{fuzzy-rand} = \left\{ P_i | p_i \right\}$; $i = 1, 2, \dots, M$. При цьому сума імовірностей подій появи в одному випробуванні тільки одного можливого значення дорівнює 1, тобто $\sum_{i=1}^M p_i = 1$. Нечітка величина \tilde{P}_i описується як нечітка

нормалізована множина $\sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{P_i}$; $\mu_i \in [0, 1]$ з відомою дискретною опуклою функцією належності.

Означення 2. Випадково-нечіткою називають нечітку величину $\xi_{rand-fuzzy}$, що приймає з відомою можливістю μ_i ($\mu_i \in [0,1]$) випадкові значення P_{ij} ; $i = 1, 2, \dots, N$; $j = 1, 2, \dots, M$ з відомим законом розподілу імовірностей p_{ij} , тобто [232, 236]

$$\xi_{rand-fuzzy} = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{P_i}; \quad \mu_i \in [0,1], \quad (4.64)$$

де $P_i = \{P_{ij} | p_{ij}\}$; $i = 1, 2, \dots, N$; $j = 1, 2, \dots, M$ – випадкові величини. В виразі (4.64) позначення \sum є знак об'єднання елементів множини. Величини P_{ij} і p_{ij} задаються.

Метод отримання детермінованих значень величин $\xi_{fuzzy-rand}$ і $\xi_{rand-fuzzy}$.

Задача $\xi_{fuzzy-rand} \rightarrow \xi_{fuzzy-rand}^{det}$. При необхідності отримати детерміновані очікувані значення вказаних вище величин необхідно виконати наступні дії:

1. Виконати дефазифікацію заданих нечітких величин \tilde{P}_i $i = 1, 2, \dots, N$, а саме $(P_{def}^{det})_i = \sum_{j=1}^M w_{ij} P_{ij} \rightarrow \tilde{P}_i$, де $\tilde{P}_i = \sum_{j=1}^M \frac{\mu_{ij}}{P_{ij}}$; $w_i = w_i(\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{iM})$; $i = 1, 2, \dots, N$;

N, M - відповідно кількість інтервалів і градацій в визначенні нечіткого числа.

2. Сформулювати випадкову величину $(\xi_{rand})_i = \{S_i | p_i\}$; $i = 1, 2, \dots, N$, де $S_i = \tilde{P}_i$.

3. Виконати дерандомізацію величини $(\xi_{rand})_i$, тобто обчислюється математичне сподівання $(\xi_{fuzzy-rand}^{det}) = \sum_{i=1}^N p_i S_i$. Ця величина і є шуканим очікуваним значенням нечітко-випадкової величини $\xi_{fuzzy-rand}$.

Задача $\xi_{rand-fuzzy} \rightarrow \xi_{rand-fuzzy}^{det}$. Для розв'язання цієї задачі необхідно:

1. Виконати операцію дерандомізації випадкової величини, тобто $P_i = \sum_{j=1}^M p_{ij} P_{ij}$; $i = 1, 2, \dots, N$.

2. Сформулювати нечітку величину $G_i = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{P_i}$.

3. Виконати операцію дефазифікації нечіткої величини G , в результаті чого отримується шукане детерміноване значення випадково-нечіткої величини

$$P_{rand-fuzzy}^{det} = \xi_{rand-fuzzy}^{det}.$$

Чисельна ілюстрація. Ілюстрація введення до розгляду невизначених величин виду *fuzzy – rand* і *rand – fuzzy* в оптимізаційну задачу (4.62) було здійснено на ряді числових експериментів. В якості незмінних початкових даних в розв'язанні задачі взято: $L = 100 \text{ см}$, $E = 816 \text{ ГПа}$, $\sigma = 1620 \text{ МПа}$, $\mu = 0.3$, $\delta^{det} = 0.1 \text{ см}$.

Використання *fuzzy – rand* величин.

Нехай задані нечіткі значення радіусів і відповідні значення ймовірностей задані таблицею 4.4.

Таблиця 4.4 – Початкові дані

i	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{R}_i (\text{см})$	$\tilde{10}$	$\tilde{9}$	$\tilde{8}$	$\tilde{7}$	$\tilde{11}$	$\tilde{12}$	$\tilde{12.5}$
p_i	0,5	0,1	0,1	0,05	0,1	0,1	0,05

Для перелічених нечітких радіусів, використовуючи поняття α -рівнів, обчислимо за алгоритмом нечіткі величини P_{fuzzy}^{max} . Дефазифіковані значення цієї сили наведені в табл. 4.5.

Таблиця 4.5 – Дефазифіковані значення

i	1	2	3	4	5	6	7
$F_i^{max} (\text{кН})$	1019,75	918	816,25	714,48	1121,6	1223,4	1274,3

З них сформуємо випадкову величину

$$F_{rand-fuzzy} = \left\{ \frac{1019.8}{0.5} \mid \frac{918}{0.1} \mid \frac{816}{0.1} \mid \frac{714.5}{0.05} \mid \frac{1121}{0.1} \mid \frac{1223.4}{0.1} \mid \frac{1274}{0.05} \right\}.$$

Виконуючи далі операцію дерандомізації з урахуванням даних таблиць 4.4 і 4.5, отримаємо завершальний результат $P_{fuzzy-rand}^{det} = \sum_{i=1}^7 p_i P_i = 1017.2 \text{ кН}$. Для

виконаних 6 експериментів в таблиці Б.38 додатку наведено вирішальні

результати $P_{fuzzy-rand}^{det}$ при відповідних нечітко-випадкових даних. В прикладі для отримання $P_{fuzzy-rand}^{det}$ використано дефазифіковане значення сили P_{fuzzy}^{max} . Для ілюстрації покажемо отримання числа 1019.8. Нехай $\tilde{R} = \tilde{10}(9.5, 10, 10.5)$, а функція належності нечіткої величини \tilde{R} описується трикутним законом. Тут $a = 9.5$; $m = 10$; $b = 10.5$; $\Delta = 0.5 \text{ см}$ - розкид нечіткої величини; $a = m - \Delta$; $b = m + \Delta$. З цього визначення шляхом розв'язання рівняння $\mu(x) = \alpha$ отримуються границі множин $Q_i(\alpha)$, $Q_i(a_L(\alpha), b_R(\alpha))$; $i = 1, 2, \dots, N$, де $a_L(\alpha) = \alpha m + (1 - \alpha)a$; $b_R(\alpha) = \alpha m + (1 - \alpha)b$. Нехай $N = 10$, тоді $\Delta\alpha = 0.1$.

Таблиця 4.6 - $Q_i(a_L(\alpha), b_R(\alpha))$

α	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$a_L(\alpha)$	9.5	9.55	9.6	9.65	9.7	9.75	9.8	9.85	9.9	9.95	10
$b_R(\alpha)$	10.5	10.45	10.4	10.35	10.3	10.25	10.2	10.15	10.1	10.05	10

Застосування процедури обчислення песимістичних P^{pes} та оптимістичних P^{optim} значень сили P в кожному рівні α за алгоритмом, який наведено вище, дає таблицю 4.7 фазифікованих значень цієї сили.

Таблиця 4.7 - Множина нечітких значень сили P

α	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
F_L^{pes}	870.4	884.8	899.2	913.8	928.3	942.9	957.7	972.7	987.8	1002,7	1017,8
F_R^{optim}	1175,4	1159,3	1143,2	1127,1	1113	1095	1079,6	1064,1	1048,6	1023,2	1017,8

За формулами (2.80) маємо $w_i = 0.05$ для $i = 1, 2, \dots, 10$; $i = 12, 13, \dots, 21$; $w_{11} = 0.1$.

Якщо підставити отримані значення $w_i, P_i^{pes}, P_i^{optim}$ в формули цього підходу дефазифікації, то отримаємо $P_{fuzzy}^{max} = 1019.8 \text{ кН}$.

Використання *rand – fuzzy* величин. Початкові дані \tilde{R} і p_i для 5 експериментів і результати розв'язання оптимізаційної задачі у випадку завдання нечітко-випадкової величини – радіусу оболонки надано в таблиці 4.8.

Сформуємо із $P_i = P_{fuzzy-rand}^{det}$ $i=1,2,3,4,5$ (табл. 4.8) нечітку величину P

$$P_{fuzzy} = \frac{0.6}{1044} + \frac{0.8}{1145} + \frac{1}{948} + \frac{0.4}{1011} + \frac{0.2}{1000},$$

де $\mu = \{0.6, 0.8, 1, 0.4, 0.2\}$ задано заздалегідь як початкова умова завдання нечітко-випадкових величин.

У відповідності до формул (2.98) маємо: $w_1 = 0.2$; $w_2 = 0.26667$; $w_3 = 0.33333$; $w_4 = 0.13333$; $w_5 = 0.06333$. Нарешті нечітко-випадкова величина

буде $P_{rand-fuzzy}^{det} = \sum_{i=1}^5 w_i P_i = 1027 \text{кН}$. Ця величина на 1% більша розв'язку при детермінованих даних.

Таблиця 4.8 - Початкові дані і результати розв'язання оптимізаційної задачі при нечітко-випадковому завданні радіусу оболонки

№	i	1	2	3	4	5	6	7	$P_{fuzzy-rand}^{det}$
1	\tilde{R}_i	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1044
	p_i	0,01	0,01	0,02	0,92	0,02	0,01	0,01	
	$P(R)$	895,73	936,45	997,52	1017,88	1068,77	1093	1140	
2	\tilde{R}_i	7	8	9	10	11	12	13	1145
	p_i	0,05	0,05	0,02	0,4	0,2	0,1	0,1	
	$P(R)$	712,51	814,3	916,1	1017,88	1119,7	1221,5	1323,,2	
3	\tilde{R}_i	7	8	9	10	11	12	13	948,2
	p_i	0,05	0,05	0,2	0,5	0,1	0,05	0,05	
	$P(R)$	712,8	814,3	916,1	1017,88	1119,7	1221,5	1323,2	
4	\tilde{R}_i	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1011
	p_i	0,02	0,03	0,3	0,3	0,27	0,02	0,01	
	$P(R)$	896	936,5	997,5	1018	1069	1093	1140	
5	\tilde{R}_i	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1000
	p_i	0,05	0,2	0,4	0,2	0,05	0,05	0,05	
	$P(R)$	896	936,5	997,5	1018	1069	1093	1140	

Висновки за розділом

Для ізотропної оболонки при шарнірному обпиранні та за умови трьох

граничних станів сформульовано оптимізаційні моделі для детермінованих даних та показана збіжність результатів при реалізації різними методами. Такі моделі було трансформовано для задач нечіткого, неточного, стохастичного моделювання, проведені числові експерименти. Проведено також числові експерименти для випадку змішаних невизначеностей для задач будівельної механіки, а саме нечітко-випадкової та випадково-нечіткої. Для наочності на прикладі графоаналітичного способу показано, як саме можуть формуватись і оцінюватись завдання декількох змінних у термінах нечітких лінгвістичних змінних «приблизно», шукатись розв'язки, як точки перетину множин цілей та обмежень.

В пункті 4.1 роботи надається формулювання задачі пошуку критичних значень обсягу детермінованого проекту ізотропної оболонки. Реалізація нечіткої моделі – обчислення можливостей знаходження критичних значень проекту (товщини, радіусу, об'єму оболонки) виконана за методом нечіткого статистичного моделювання. У якості нечітких величин виступили навантаження, модуль пружності та довжина твірної циліндра. Вірогідність процедури перевірено збіжністю до детермінованого значення при рівнях можливості, що дорівнюють одиниці. Показана геометрична ілюстрація дослідження впливу значень рівнів можливостей α , β нечітких початкових даних на величину G_*^{opt} .

В пункту 4.2 роботи запропонований підхід до реалізації нетипової задачі ОПК, який може бути застосований на етапі концептуального проектування прототипу конструкції. Тут досягається максимальна можливість досягнення бажаного обсягу оболонки при нечіткій меті та обмеженнях. Іншим з підходів оптимізації, крім методу Монте-Карло, може бути використано сучасні методи інтелектуальних (м'яких) обчислень [252], а саме: за допомогою нейронних мереж слід апроксимувати невизначені функції $h(x, \xi)$ і $q_i(x, \xi)$; отримані апроксимації помістити в етапи генетичного алгоритму; в результаті обчислення алгоритму вибрати в

заданому поколінні найкращу в наявній популяції хромосому - оптимальне розв'язання.

В пункті 4.3 роботи адаптовано математичний апарат теорії нечітких множин до сформульованої оптимізаційної задачі. Розроблено метод імітаційного моделювання оптимізаційної задачі на основі використання методу Монте-Карло. Метод передбачає виконання трьох етапів – фазифікації, оптимізації і дефазифікації оптимальних нечітких результатів. Використано вид адекватності опису нечітких означень «близько до», «приблизно», «трохи більше». Виконано числові експерименти, за якими отримано оптимальні проекти – максимальне значення повздовжньої сили, що діє на конструкцію, для конкретних рівнів можливості здійснення нечіткої події – задоволення умов несучої здатності. Чим більше рівень можливості, тим ближче значення сили наближається до випадку детермінованої задачі. Збільшення значень параметрів σ_h , σ_R або Δ_R призводить до збільшення значення відхилень від детермінованого розв'язку оптимізаційної задачі. За отриманими даними можна виявити допустимі границі завдання «грубих» вихідних даних.

В пункті 4.4 роботи постановка задачі ОПК розширює різноманіття наявних типів завдань математичного програмування. Урахування невизначених факторів робить можливим адекватно змодельовати процес реального проектування, проаналізувати вплив ступеня розмитості вихідних нечітких даних. Тут наглядно показаний один з можливих графічних способів реалізації задачі пошуку оптимального розв'язку в умовах нечіткої невизначеності.

В пункті 4.5 роботи показано адаптацію невизначеного програмування до однієї із задач механіки у разі неточного завдання вихідних даних (радіуса та товщини). Застосування теорії неточних множин показано на прикладі оптимізаційної задачі про пошук максимального осьового навантаження, що діє на циліндричну оболонку з урахуванням умов загальної та місцевої втрати стійкості та міцності. Для реалізації ССР-моделей невизначеного програмування взято імітаційне моделювання з використанням методу Монте-

Карло. Показано достовірність запропонованого підходу. Розроблено та апробовано метод неточного імітаційного моделювання. Для верифікації процедури проведено декілька числових експериментів. Звуження області "сірих даних", «розмитості», як і очікувалося, призводить до отримання точного (детермінованого) результату.

В пункті 4.6 за допомогою імітаційного моделювання показана можливість реалізації задачі визначення максимального значення осьового навантаження, що діє на шарнірно-оперту кругову циліндричну оболонку в умовах повної і стохастичної природи неповної інформації. В результаті числових експериментів отримана інформація у формі номограми про поведінку такої важливої характеристики - максимальної величини осьової сили за умови виконання обмежень по стійкості та міцності. Отримано характеристику проекту величину стискаючої сили для різних значень розкиду випадкових величин радіусу та товщини оболонки, взятих за трикутним законом розподілу щільності імовірності. Зменшення характеристик розкиду випадкової величини веде до детермінованих значень осьової сили.

В пункті 4.7 роботи показано синтез теорії нечітких множин і теорії ймовірності. Запропоновані обчислювальні підходи реалізації оптимізаційної задачі в умовах завдання різнорідної – випадково-нечіткої і нечітко-випадкової інформації про радіус оболонки. Виконано ряд чисельних експериментів, результати яких показують, що збільшення „акценту” невизначеності в задаванні радіусу (в більшу сторону від детермінованого) веде до збільшення величини стискаючої сили і навпаки (в меншу сторону) веде до зменшення величини сили. Включення безпосередньо невизначеності в апарат дослідження представляє собою нову область математики, що розвивається. Це дозволяє проаналізувати вплив неповноти інформації на шукані параметри проекту, оцінити отриманий розв’язок; провести аналіз чутливості проекту до зміни характеру невизначеності.

Результати розділу опубліковано в [29, 31, 38, 41, 42, 44, 193, 195] та доповідались на конференціях тези яких [30, 32].

РОЗДІЛ 5
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ, МЕТОДИ ТА РЕЗУЛЬТАТИ
СИНТЕЗУ ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК В УМОВАХ
НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ

5.1 Об'єкти дослідження

Об'єктом дослідження №1 для постановок задач оптимізації, синтезу та аналізу, що розглядаються в цьому розділі виступає ортотропна кругова циліндрична шарнірно-обперта по кінцях оболонка з геометричними характеристиками: довжиною L , товщиною h і радіусом R . Конструкція виконана зі склопластику, армованого в двох напрямках з модулем пружності E . Розглядається випадок, коли коефіцієнт об'ємного армування є величина постійна, а відносний вміст армуючих волокон в осьовому напрямку буде величиною змінною. В рамках лінійного наближення теорії армування, з урахуванням того, що $E_a \gg E_c$ (E_a, E_c - відповідно модуль пружності армуючого матеріалу і сполучного), то для модулів пружності оболонки E_1 і E_2 маємо наближений вираз [163]

$$E_1 = \theta E; E_2 = (1 - \theta) E, \quad (5.1)$$

де E визначається модулем пружності армуючих волокон в осьовому напрямку, θ - відносний вміст армуючих волокон в осьовому напрямку. Міцність матеріалу оболонки на стиск в осьовому напрямку характеризується величиною σ_0 .

Введемо в розгляд наближені вирази для трьох граничних станів оболонки [154, 163]:

- критичного осьового зусилля $P_{кр}^m$ при шарнірному закріпленні оболонки в припущенні достатньої зсувної жорсткості в трансверсальній площині і площині оболонки;

- критичного осьового зусилля $P_{кр}^c$ для шарнірно-опертого стержня з

кільцевим перетином;

- міцності оболонки P_R на стиск силою P_* , відповідно за допомогою наступних співвідношень

$$P_{kp}^M \geq P_*; \quad P_{kp}^c \geq P_*; \quad P_R \geq P_*; \quad (5.2)$$

$$P_{kp}^M = Bx_1^2 \sqrt{x_3 x_4} \quad (5.3)$$

$$P_{kp}^c = Cx_1 x_2^3 x_3 \quad (5.4)$$

$$P_R = Dx_1 x_2 \sqrt[3]{x_3^2}, \quad (5.5)$$

$$B = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} x_6; \quad C = \frac{\pi^3 x_6}{x_7^2}; \quad D = 2\pi x_5.$$

Співвідношення (5.3) – (5.5) включають в себе елементи вектора x детермінованих даних:

$$x = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}, \quad (5.6)$$

який включає наступні елементи:

$$\begin{aligned} x_1 = h; \quad x_2 = R; \quad x_3 = \theta; \quad x_4 = 1 - \theta, \\ x_5 = \sigma_0; \quad x_6 = E; \quad x_7 = L; \quad x_i > 0; \quad i = 1, 2, \dots, 7. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Співвідношення (5.2) - (5.7) утворюють фізичні обмеження

$$g_i(x) - 1 \leq 0; \quad i = 1, 2, 3, \quad (5.8)$$

$$\text{в яких } g_1(x) = \frac{P_*}{Bx_1^2 \sqrt{x_3 x_4}}; \quad g_2(x) = \frac{P_*}{Cx_1 x_2^3 x_3}; \quad g_3(x) = \frac{P_*}{Dx_1 x_2 \sqrt[3]{x_3^2}};$$

Перше обмеження визначає можливість місцевої втрати стійкості, а друге - можливість загальної втрати стійкості, як стержня. Третя нерівність визначає можливість руйнування конструкції при дії прикладеного навантаження [153].

У випадку розв'язання задач з неповною інформацією, елементи x_i ; $i = 1, 2, \dots, 7$ вектора x можуть переходити до вектора даних ξ з неповною інформацією.

Об'єктом дослідження №2 виступає циліндрична кругова оболонка, довжиною L , радіусом R і товщиною h , яка знаходиться під дією осьової

стискаючої сили P^* , зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^* . Матеріал оболонки склопластик, який армований в двох взаємно перпендикулярних напрямках, що співпадає з осьовим та окружним напрямками.

Припускається, що коефіцієнт об'ємного армування ν є величиною сталою і змінюється тільки θ - відносний вміст волокон, що армують, в обох напрямках.

В межах лінійної теорії армування вважаємо, що:

$$E_1 = E\theta; \quad E_2 = E(1 - \theta), \quad (5.9)$$

де E визначається модулем пружності E_a армованих волокон і коефіцієнтом армування ν ; E_c - модуль пружності зв'язувального матеріалу, причому $E_a \gg E_c$. Будемо також вважати, що умова загальної стійкості оболонки та її міцності заздалегідь виконуються, а робота конструкції характеризується одним граничним станом - місцевою втратою стійкості. В цьому випадку маємо таке фізичне обмеження:

$$\frac{P^*}{P_{кр}} + \frac{q^*}{q_{кр}} + \frac{M^*}{M_{кр}} \leq 1, \quad (5.10)$$

де $P_{кр}$, $q_{кр}$, $M_{кр}$ - критичні сили оболонки, які визначаються в межах лінійної теорії [153]

$$P_{кр} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} h^2 \sqrt{E_1 E_2}; \quad q_{кр} = \frac{\pi\sqrt{6}}{9} E_1^{1/4} E_2^{3/4} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2};$$

$$M_{кр} = 1,48\pi h^2 \frac{R}{L} \sqrt{h R E_1^{3/8} E_2^{5/8}}. \quad (5.11)$$

5.2 Обернена задача будівельної механіки армованої циліндричної оболонки зі склопластику

Характерною особливістю великого числа опублікованих робіт з проектування конструкцій є те, що в них розглядаються прямі задачі будівельної механіки, в яких визначаються: характеристики напружено-

деформованого стану елементів конструкції при заданих розмірах, геометрії і структурі елементів, зовнішніх впливах; запаси міцності і надійності. Для таких задач застосовуються найсучасніші методи механіки і прикладної математики.

Іншим типом задач будівельної механіки є обернені задачі, що дозволяють визначати геометричні параметри, характеристики структури, величини прикладених впливів та інше, виходячи з критеріїв несучої здатності, матеріаломіцності, надійності та інших вимог. Однак бувають випадки, коли необхідно враховувати невизначену природу багатьох факторів, що впливають на роботу конструкції, які обумовлюють випадковість, нечіткість і неточність опису частини вихідних даних.

У даному пункті роботи, на основі методу множників Лагранжа, реалізується задача нелінійної оптимізації стиснутої ортотропної циліндричної оболонки мінімального обсягу (маси) при виконанні умов несучої здатності. Розв'язання задачі в разі нечіткого завдання стискаючої сили проводиться із застосуванням інтервального підходу в теорії нечітких множин.

Об'єкт оптимізації. Розглядається ортотропна кругова циліндрична шарнірно-обперта по кінцях оболонка – об'єкт дослідження №1 (див. п. 6.1). Необхідно знайти такі значення змінних вектора $x^{opt} = \{x_1^{opt}, x_2^{opt}, x_3^{opt}\}$, щоб за умови збереження стійкості і міцності оболонка мала мінімальний обсяг (масу) матеріалу $W(F_*, x)$. У математичних термінах задача запишеться як:

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x W(x) \mid g_i(x) - 1 \leq 0, i = 1, 2, 3; x_i > 0 \right\}; \quad (5.12)$$

$$W = Ax_1x_2; A = 2\pi\rho L.$$

Вона відноситься до класу задач нелінійного опуклого програмування [101], оскільки функції, що входять в (5.12) неперервні і задовольняють умовам опуклості

$$g_i \left[\lambda x^{(2)} + (1 - \lambda)x^{(1)} \right] \leq (\geq) \left(\lambda g_i(x^{(2)}) + (1 - \lambda)g_i(x^{(1)}) \right)$$

для $0 \leq \lambda \leq 1$; $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ - будь-які величини.

У будівельній механіці таку задачу називають оберненою, так як частина

параметрів тут невідома. При постановці оберненої задачі частина змінних x_i , $i=1,2,\dots,r$, на відміну від прямої задачі є шуканими, інша частина - відомі величини,

$$u_1 = x_{r+1}; u_2 = x_{r+2}; \dots u_r = x_{m-r}, \quad r \leq m.$$

Напружено-деформований стан конструкції зумовлюється таким чином, щоб її робота була найбільш раціональною. У розглянутій задачі (5.12) шуканими змінними будуть $x_1 = h$, $x_2 = R$, $x_3 = \theta$, $r = 3$. Перевага обернених задач полягає в тому, що більшість з них допускають аналітичне розв'язання за допомогою традиційних методів будівельної механіки і прикладної математики для випадку, коли число обмежень m не перевищує числа невідомих параметрів r .

Ідея постановки оберненої задачі будівельної механіки була і є дуже плідною в теорії оптимального проектування конструкцій.

Метод множників Лагранжа

Складемо допоміжну функцію

$$L(x, \Lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x), \quad (5.13)$$

де $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ - невідомі множники Лагранжа, причому $0 \leq \lambda_j \leq 1$.

В результаті задачу знаходження умовного екстремуму замінимо задачею знаходження безумовного екстремуму, тобто скористаємося тим, що необхідні умови безумовного екстремуму функції $L(x, \Lambda)$ є також необхідними і для умовного екстремуму вихідної задачі [153]. Передбачається, що функції входять в (5.13) безперервні і диференційовані, причому $g_j(x)$, $W(x)$ є опуклими. Передбачається також, що умови Куна-Таккера для задачі нелінійного програмування виконуються. Абсолютний екстремум знайдеться з розв'язання системи рівнянь, отриманої з необхідних умов існування екстремуму функції Лагранжа $L(x, \Lambda)$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_i} &= \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^M \lambda_j \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} &= g_j = 0; \quad j=1,2,\dots,m \\ i &= 1,2,\dots,r \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

У позначеннях задачі (5.12) функція Лагранжа (5.13) і співвідношення необхідних умов оптимальності (5.14) будуть наступними

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) &= Ax_1x_2 + \lambda_1 \left(\frac{P^*}{B} x_1^{-2} (x_3x_4)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) + \\ &+ \lambda_2 \left(\frac{P^*}{C} (x_1^{-1}x_3^{-1}x_2^{-3} - 1) \right) + \lambda_3 \left(\frac{P^*}{D} ((x_1^{-1}x_2^{-1})x_3^{\frac{2}{3}} - 1) \right). \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = Ax_2 - \lambda_1 \left(\frac{P^*}{B} \frac{2x_1^{-3}}{x_3^{1/2}(1-x_3)^{1/2}} \right) - \lambda_2 \left(\frac{P^*}{C} \frac{x_1^{-2}}{x_3x_2^3} \right) - \lambda_3 \left(\frac{P^*}{D} \frac{x_1^{-2}}{x_2x_3^{2/3}} \right) = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = Ax_1 - \lambda_2 \left(\frac{P^*}{C} \frac{3x_2^{-4}}{x_1x_3} \right) - \lambda_3 \left(\frac{P^*}{D} \frac{x_2^{-2}}{x_1x_3^{2/3}} \right) = 0 \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_3} &= \lambda_1 \left(\frac{P^*}{B} \frac{1}{x_1^2} \frac{1}{2x_3^{1/2}(1-x_3)^{1/2}} \left(\frac{1}{1-x_3} - \frac{1}{x_3\sqrt{1-x_3}} \right) \right) - \\ &- \lambda_2 \left(\frac{P^*}{C} \frac{x_3^{-2}}{x_1x_2^3} \right) - \lambda_3 \left(\frac{P^*}{D} \frac{\frac{2}{3}x_3^{-\frac{1}{3}}}{x_1x_2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \frac{P^*}{B} \frac{1}{x_1^2 x_3^{1/2} (1-x_3)^{1/2}} - 1 = 0 \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \frac{P^*}{C} \frac{1}{x_1 x_3 x_2^3} - 1 = 0 \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = \frac{P^*}{D} \frac{1}{x_1 x_2 x_3^{2/3}} - 1 = 0. \quad (5.21)$$

Розв'язання системи нелінійних рівнянь (отримання аналітичних співвідношень). У рівняннях (5.19) - (5.21) позначимо:

$$u = \frac{P^*}{B}; \quad v = \frac{P^*}{C}; \quad w = \frac{P^*}{D}. \quad (5.22)$$

Тоді з урахуванням визначень g_j маємо:

$$u = x_1^2 x_3^{1/2} (1 - x_3)^{1/2} \quad (5.23)$$

$$v = x_1 x_3 x_2^3 \quad (5.24)$$

$$w = x_1 x_2 x_3^{2/3}. \quad (5.25)$$

З рівняння (5.25) виразимо x_2

$$x_2 = \frac{w}{x_1 x_3^{2/3}}. \quad (5.26)$$

Зведемо вираз (5.26) в куб, отримаємо

$$x_2^3 = \frac{w^3}{x_1^3 x_3^2}. \quad (5.27)$$

Величину x_2^3 з виразу (5.27) підставимо в співвідношення (5.24), отримаємо вираз

$$w^3 = x_1^2 x_3 v;$$

звідки випливає, що

$$x_1^2 = \frac{w^3}{x_3 v}. \quad (5.28)$$

Підставляючи вираз (5.28) в (5.23), отримаємо

$$u = \frac{w^3}{v x_3} x_3^{1/2} (1 - x_3)^{1/2}. \quad (5.29)$$

Якщо піднести вираз (5.29) до квадрату, маємо

$$u^2 = \frac{w^6}{v^2 x_3^2} x_3 (1 - x_3); \quad u^2 v^2 \frac{x_3^2}{x_3} = w^6 (1 - x_3);$$

$$u^2 v^2 x_3 = w^6 (1 - x_3); \quad w^6 = u^2 v^2 x_3 + w^6 x_3;$$

$$w^6 = (u^2 v^2 + w^6) x_3. \quad (5.30)$$

Зі співвідношення (5.30) випливає, що

$$x_3 = \frac{w^6}{(u^2v^2 + w^6)}. \quad (5.31)$$

Вираз (5.31) підставимо в (5.28), в результаті отримаємо $x_1^2 = \frac{w^6 + u^2v^2}{w^3v}$, з

якого випливає, що

$$x_1 = \sqrt{\frac{w^6 + u^2v^2}{w^3v}}. \quad (5.32)$$

Вирази (5.31) і (5.32) підставимо в визначення (5.26). В результаті чого маємо

$$x_2 = \frac{\sqrt[6]{(u^2v^2 + w^6)}\sqrt{v/w}}{w} \quad (5.33)$$

Підставляючи отримані значення x_j ; $j=1,2,3$ в систему трьох алгебраїчних рівнянь (5.16) - (5.18)

$$\begin{cases} Ax_2 - \lambda_1 U - \lambda_2 V - \lambda_3 W = 0 \\ Ax_1 - \lambda_2 T - \lambda_3 Z = 0 \\ \lambda_1 Q - \lambda_2 G - \lambda_3 R_0 = 0 \end{cases}$$

і виконуючи її розв'язання, отримаємо шукані вирази множників в означенні функції Лагранжа

$$\lambda_1 = \frac{(A \frac{G}{T} - (x_2^* - (V - GU))x_1^*)}{[(W + R_0U)T - Z(V - G)]} \cdot \frac{(ZG - TR_0)}{T};$$

$$\lambda_2 = \frac{A}{T} \left(1 - \frac{z(x_2^* - (V - GU))x_1^*}{[(W + R_0U)T - Z(V - G)]} \right);$$

$$\lambda_3 = \frac{A(x_2^* - (V - GU)x_1^* / T)T}{[(W + R_0U)T - Z(V - G)]}$$

або

$$\lambda_1 = \frac{A}{T} \left[Gx_1^* - \frac{S_1}{S_2} (Z \cdot G - T \cdot R_0) \right];$$

$$\lambda_2 = \frac{A}{T} \left[x_1^* - Z \cdot \frac{S_1}{S_2} \right];$$

$$\lambda_3 = A \cdot \frac{S_1}{S_2},$$

де введено такі позначення:

$$S_1 = x_2^* - (V - GU)x_1^*; \quad S_2 = (Z + R_0U)T - Z(V - G); \quad T = \frac{F^*}{C} \frac{3}{x_2^4 x_1 x_3};$$

$$Q = \frac{F^*}{2B(x_1^*)^2 \sqrt{x_3^* (1-x_3^*)}} \left(\frac{1}{1-x_3^*} - \frac{1}{x_3^* \sqrt{1-x_3^*}} \right); \quad V = g_2(x^*); \quad Z = g_3(x^*);$$

$$U = 2g_1(x^*); \quad G = g_2(x^*) + 1; \quad R_0 = \frac{2}{3}(g_3(x^*) + 1); \quad x^* = \{x_1^*, x_2^*, x_3^*\}.$$

Отримані вирази (5.31), (5.32) і (5.33) запишемо в термінах позначень B , C , D , P^* , з (5.3) - (5.5). В результаті маємо оптимальні величини шуканих параметрів h, R, θ та обсягу матеріалу оболонки

$$h^{opt} = x_1^* = \sqrt{\frac{D^6 + (P^*BC)^2}{BD\sqrt{DC}}}; \quad R^{opt} = x_2^* = \sqrt[6]{\frac{D^6 + (P^*BC)^2}{\sqrt[3]{P^*BC}}} \sqrt{\frac{D}{C}};$$

$$\theta^{opt} = x_3^* = \frac{(P^*BC)^2}{D^6 + (P^*BC)^2}; \quad W^* = \frac{A^3 \sqrt[3]{[D^6 + (P^*BC)^2]^2}}{BDC \sqrt[3]{P^*BC}}. \quad (5.34)$$

Чисельна ілюстрація. При таких детермінованих значеннях вихідних даних: $E = 35 \text{ ГПа}$; $L = 0,5 \text{ м}$; $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$; $P^* = 50 \text{ кН}$ виконано розрахунок за формулами (5.34). Отримано $x_1^* = 0,0954 \text{ см}$; $x_2^* = 2,5239 \text{ см}$; $x_3^* = 0,7508 \text{ см}$; $W^* = 75,658 \text{ см}^3$.

З метою перевірки правильності отриманих результатів задача (5.12) була розв'язана чисельно на основі методу статистичних випробувань (метод Монте-Карло). При виконанні $N = 10^7$ випробувань було отримано $R^* = 2,515 \text{ см}$, $\theta^* = 0,757$, $h^* = 0,096 \text{ см}$, $W^* = 75,702 \text{ см}^3$. Такий розв'язок практично збігається з розв'язком, який отримано за формулами (5.34). Графік збіжності значень цільової функції W^* до свого граничного значення подано на рис. 5.1.

Співвідношення (5.34) дозволяє проаналізувати: яка величина сили P_{\min}^* забезпечить мінімальне значення функції мінімального обсягу. Залежність

величини W від величини сили P^* , подано графічно на рис. 5.2.

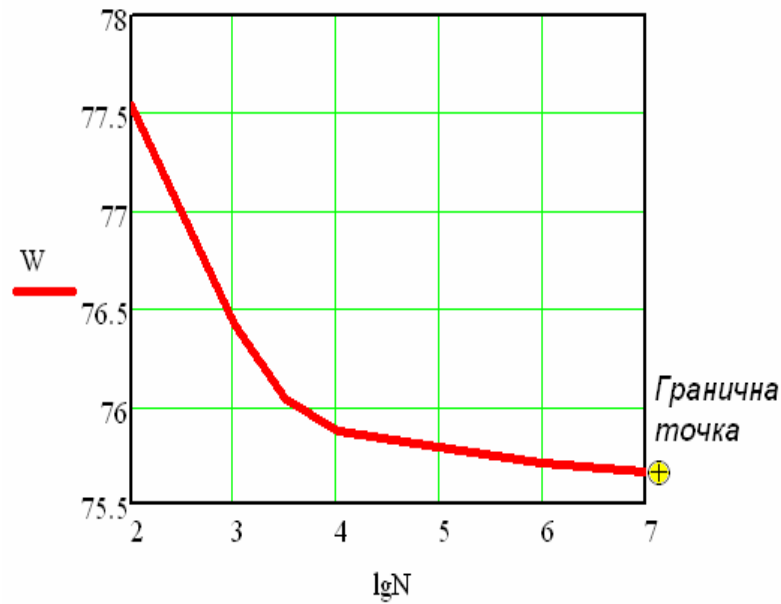


Рисунок 5.1 – Графік збіжності до граничної точки W^* (метод Монте-Карло)

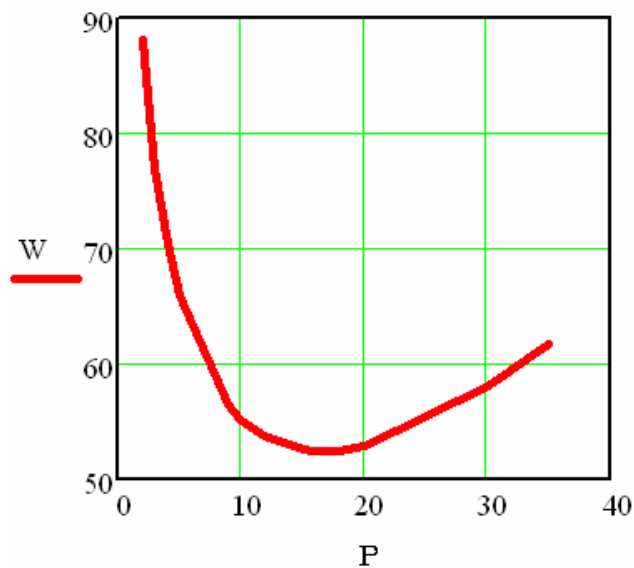


Рисунок 5.2 – Задача $P_{\min}^* = \min W(P^*)$

У точці $P_{\min}^* = 16.65$ кН функція W досягає свого мінімуму, що дорівнює $W = 52,381$ см³. При цьому параметри проекту будуть наступними $h = 0.055$ см; $R = 3,031$ см; $\theta = 0,25$.

Нечітке завдання навантаження. Розрахункові формули (5.34) дозволяють виконати аналіз впливу на оптимальний проект "грубого" завдання

навантаження, вираженого у формі нечіткого опису, наприклад "величина P_* близька до числа 50 кН", "величина P_* трохи більше, ніж...", "величина P_* береться з інтервалу..." і т.д. Адекватним описом такої невизначеності є нечіткі множини із заданою функцією належності $\mu(x)$, що має, наприклад, трикутний вид (2.50). Введення α - рівня дозволяє побудувати чітку множину значень нечіткої величини ξ - деякого параметра з умови задачі (наприклад, $\xi_1 = E$ - модуль пружності, $\xi_2 = P^*$ - величина сили). В цьому випадку для будь-якого $\alpha \in [0,1]$ впливає, що множина Q_α є чіткий інтервал (рис. 5.3)

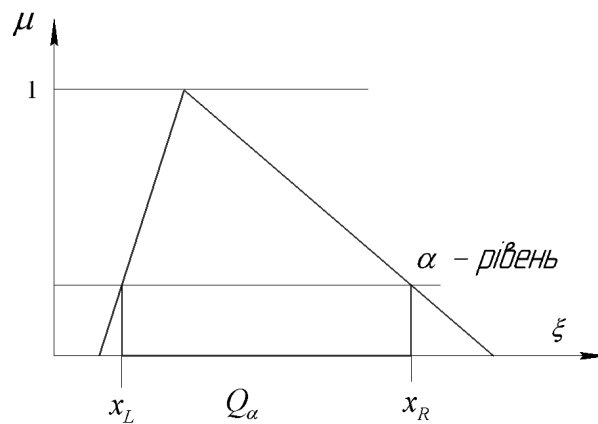


Рисунок 5.3 – Нечітке число ξ - з функцією належності трикутного виду

$$Q_\alpha = \{x | x^L(\alpha) \leq x \leq x^R(\alpha)\}, \quad (5.35)$$

де $x^L(\alpha) = m\alpha + (1-\alpha)a$; $x^R(\alpha) = m\alpha + (1-\alpha)b$.

Суперпозиція всіх Q_α ; $\alpha \in [0,1]$ утворює нечітку множину

$$Q = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha Q_\alpha \quad (5.36)$$

Для кожного рівня α за формулами (5.34) обчислюються нечіткі величини товщини, радіуса, відносного вмісту армуючих волокон, обсягу оболонки та сили стиснення. На рис. 5.4 - 5.6 наведено графіки функцій належності для величин $h^*(\alpha)$ (рис. 5.4, а); $R^*(\alpha)$ (рис. 5.4, б); $\theta^*(\alpha)$ (рис. 5.5); W_α (рис. 5.6), за параметром $\xi = P^* \in Q_\alpha$, $\alpha \in [0,1]$ та результатами експерименту 1, що надані в таблиці Б.39 додатку.

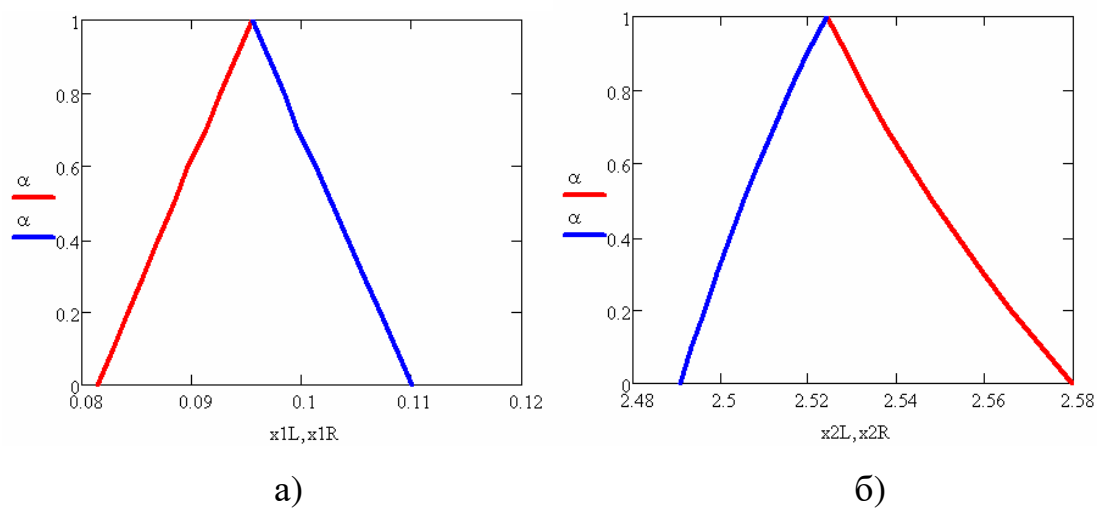


Рисунок 5.4 – Функція належності нечітких величин: а - h^* ; б - R^*

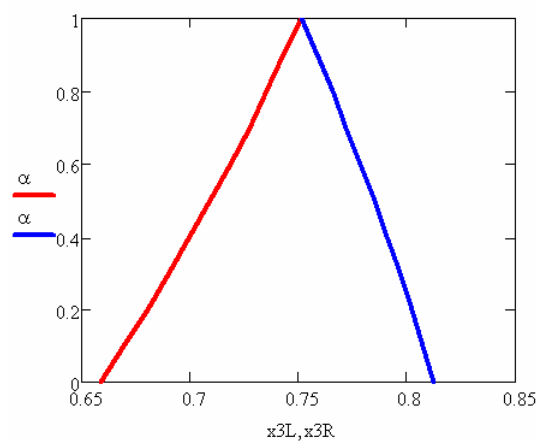


Рисунок 5.5 – Функція належності нечітких величин θ^*

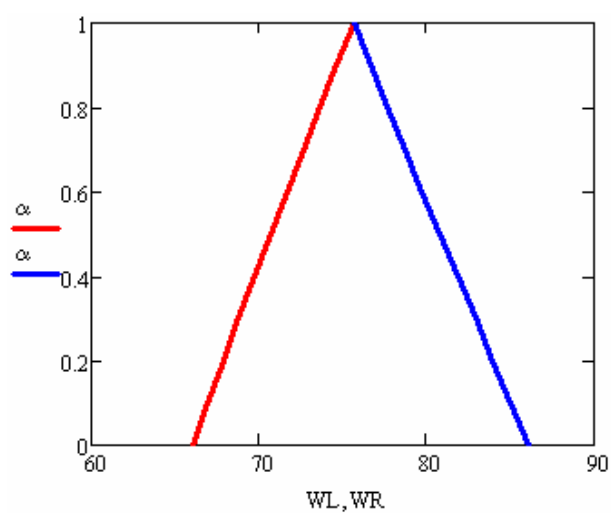


Рисунок 5.6 – Функція належності нечіткої величини W

Відповідно до визначень (5.35) - (5.36) і даними таблиці Б.39 можна

записати нечіткі множини (нечіткі числа) для h , R , θ , W . Наприклад, маємо:

$$W = \frac{0}{66.06} + \frac{0.1}{66.96} + \frac{0.2}{67.88} + \frac{0.3}{68.82} + \frac{0.4}{69.76} + \frac{0.5}{70.72} + \frac{0.6}{71.69} + \frac{0.7}{72.67} + \frac{0.8}{73.65} + \frac{0.9}{74.65} + \frac{1.0}{75.658} + \frac{0.9}{76.67} + \frac{0.8}{77.69} + \frac{0.7}{78.73} + \frac{0.6}{79.76} + \frac{0.5}{80.81} + \frac{0.4}{81.86} + \frac{0.3}{82.91} + \frac{0.2}{83.98} + \frac{0.1}{85.05} + \frac{0}{86.12}.$$

Перетворення нечіткого числа в чітке (етап дефазифікації) виконано відповідно роботам [235, 236]. В результаті виконання цього етапу з величин W_{α}^* , $h^*(\alpha)$, $R^*(\alpha)$, $\theta^*(\alpha)$, $\alpha = \beta_j$ отримано, відповідно, детерміновані очікувані значення оптимальних обсягу, товщини, радіуса, відносного вмісту армуючих волокон (табл. 5.1), в семи експериментах, для відповідних вихідних даних (другий, третій стовпчики). В цих стовпцях зазначено також % відхилення розкиду нечіткого числа від його заданого модального значення $m_F = 50$ кН.

Таблиця 5.1 - Параметри нечіткого навантаження $P^*(a, m, b)$, очікуване значення шуканих $h_{\text{det}}^{\text{def}}$, $R_{\text{det}}^{\text{def}}$, $\theta_{\text{det}}^{\text{def}}$, $W_{\text{det}}^{\text{def}}$, $F_{\text{det}}^{\text{def}}$, η .

№ Експ.	a, (кН)	b, (кН)	$h_{\text{det}}^{\text{def}}$ (см)	$R_{\text{det}}^{\text{def}}$ (см)	$\theta_{\text{det}}^{\text{def}}$	$W_{\text{det}}^{\text{def}}$ (см ³)	%	$P_{\text{det}}^{\text{def}}$ (кН)	η
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	40(20%)	60(20%)	0,096	2,53	0,747	75,78	0,16	50,12	1,002
2	30(40%)	70(40%)	0,09	2,54	0,733	76,17	0,68	50,5	1,01
3	45(10%)	70(40%)	0,1	2,51	0,768	79,28	4,79	53,52	1,07
4	45(10%)	80(60%)	0,104	2,51	0,778	81,75	8,05	55,90	1,12
5	43(14%)	75(55%)	0,102	2,52	0,770	80,07	5,83	54,70	1,09
6	50(0%)	70(40%)	0,102	2,51	0,775	80,04	6,27	54,60	1,09
7	50(0%)	80(60%)	0,105	2,51	0,787	82,87	9,53	55,96	1,14
det	0	0	0,0954	2,524	0,751	75,658	0	50	1

Примітка.

- В експериментах 1-5 реалізована така інформаційна ситуація: «навантаження, яке прикладене до оболонки, приблизно дорівнює 50 кН».
- В експериментах 6-7 реалізована інформаційна ситуація:

«навантаження, що прикладене до оболонки, трохи більше, ніж 50 кН»

За допомогою (5.34) для ряду експериментів з різним завданням нечіткого значення поздовжньої сили $P^*(a, m, b)$ отримано величини шуканих параметрів. У графі 8 (%) наводиться відхилення дефазифікованого значення W_{def}^{det} від значення W^{det} , отриманого при використанні точного P^* . У графі P_{def}^{det} таблиці наводиться детерміноване значення прикладеної сили, що відповідає величині W_{def}^{det} . Якщо підставити W_{def}^{det} в ліву частину виразу для W^* (5.34) і розв'язати отримане рівняння

$$P^2 - \vartheta P + \psi = 0 \quad \vartheta = \frac{(W^{def})^3 BCD^3}{A}; \psi = \left(\frac{D^3}{BC} \right)^2 \quad (5.37)$$

щодо невідомої P , то отримаємо P_{def}^{det} .

У графі 10 таблиці 5.1 наводиться відношення сили P_{def}^{det} , отриманої у випадку проектування оболонки при наявності дефектів в завданні вихідних даних, до нормативної сили P^* (детерміноване значення). Це відношення є означенням коефіцієнта надійності по навантаженню, тобто

$$\eta = \frac{P_{def}^{det}}{P^*}.$$

В нормах проектування для стержневих елементів цю величину призначають рівною 1,1 [93].

5.3 Визначення максимального значення навантаження стиснутої ортотропної оболонки за умов збереження міцності, стійкості і наявності невизначеності завдання вихідних даних

Апріорний облік факторів в теорії проектування конструкцій в тому числі і оптимального, які описані нечітким і неточним чином, став можливим в рамках відповідно теорії нечітких і неточних множин [25, 98, 111, 192, 243, 269]. Думка про терпимість проекту до наявності недосконалого опису

вихідних даних досить приваблива. Адже облік таких даних може адекватно описати проектоване розв'язання. Під терпимістю до невизначеності тут розуміється здатність проектованої системи переносити випадкові, нечіткі й неточні дані в класичні методи аналізу і прийняття рішень.

Постановка задачі, визначення та об'єкт оптимізації. Розглядається задача визначення максимального значення осьової сили, що діє на ортотропну кругова циліндрична оболонка (див. п. 5.1. об'єкт дослідження №1) при наявності вихідних даних випадкової, нечіткої і неточної природи. Задачі об'єднані однією парадигмою - вплив різного роду невизначеності в завданні вихідних даних на характер очікуваного результату. Оптимізаційну задачу запишемо в термінах введених вище позначень:

$$P_{\text{det}}^* = \arg \left\{ \max P \mid g_j(x) - 1 \leq 0; j = 1, 2, 3 \right\}. \quad (5.38)$$

Вона буде прототипом інших задач в умовах невизначеності.

Задача максимізації критичної сили при наявності невизначеності в завданні вихідних параметрів. Нехай в сукупності x деяка частина є невизначеною $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r\}$; $r \leq n$. Цими параметрами можуть бути E , σ_0 , θ та інші. Інформація про природу невизначеності компонентів вектора ξ задається відповідно функцією щільності ймовірності (для випадкових величин), функцією належності (для нечітких величин), функцією з простору наближень (для неточних величин). Введемо вектор ξ в формулювання задачі (5.38). Функції g_j в обмеженнях (5.8) будуть також невизначеними і задача набуде вигляду

$$P^* = \arg \left\{ \max P \mid g_j(x, \xi) - 1 \leq 0; j = 1, 2, 3 \right\}. \quad (5.39)$$

Однак модель (5.39) не має сенсу, оскільки наявність в обмеженнях параметра ξ не визначає будь-яку детерміновану область можливих (допустимих) розв'язків. Для подолання цієї ситуації введемо в розгляд в якості міри, що відповідає тій чи іншій невизначеності [235]:

- функцію *Prob* в імовірнісному просторі (для випадковості);

- функцію Pos в можливісному просторі (для нечіткості);
- функцію Tr в просторі наближень (для неточності).

Та чи інша міра реалізує ідею використання бажаного рівня β ($0 < \beta \leq 1$) задоволення обмежень з невизначеними параметрами. Перелічені міри об'єднаємо одним позначенням $Ch(S_j)$, тобто

$$Ch(S_j) = \begin{cases} \text{Prob}(S_j), \text{ для випадкової величини } \xi; (\text{ймовірність}) \\ \text{Pos}(S_j), \text{ для нечіткої величини } \xi; (\text{можливість}) \\ \text{Tr}(S_j), \text{ для неточної величини } \xi; (\text{довіра}), \end{cases} \quad (5.40)$$

де S_j - невизначена подія, що полягає в тому, що виконується обмеження

$$g_j(x) - 1 \leq 0 \text{ і } 0 \leq Ch(S_j) \leq 1. \quad (5.41)$$

Тоді задача (5.39) запишеться як:

$$P^* = \arg \left\{ \max P \mid Ch(S_j) \geq \beta; j = 1, 2, 3 \right\}. \quad (5.42)$$

Зауваження 1. Події S_j ; $j = 1, 2, 3$ передбачаються незалежними.

Зауваження 2. Завдання (5.42) відноситься до так званих ССР- моделям невизначеного програмування [235].

Метод Монте-Карло для реалізації задачі та його збіжність. Реалізацію задачі (5.39) було виконана на основі методу Монте-Карло [160]. Суть цього методу полягає в генеруванні випадкової величини $\xi \in [0, 1]$, розподіленої по рівномірному закону. За допомогою цієї величини із заданого інтервалу $[P^-, P^+]$ формується змінна P з метою подальшої її підстановки в обмеження (5.8). Якщо вони виконуються, то можна обирати максимальне значення P , інакше виконується нове випробування. Кількість N випробувань задається досить великим. У разі не дуже великих значень N можуть бути використані методи випадкового пошуку [150]. Розв'язання тестового прикладу для задачі (5.39) методом Монте-Карло виконано при детермінованих вихідних даних: $E = 35 \text{ GPa}$; $\sigma_0 = 0.4 \text{ GPa}$; $L = 30 \text{ см}$; $h = 0.1 \text{ см}$; $R = 10 \text{ см}$; $\theta = 0.75$; При цьому взято $P^- = 10 \text{ кН}$; $P^+ = 1000 \text{ кН}$ - для 1 експерименту і $P^- = 10 \text{ кН}$; $P^+ = 200 \text{ кН}$ - для 2 уточнюючого експерименту. На рис. 5.7 та в табл. Б.40 показана збіжність

методу до граничної точки $P_{det}^* = 54.98 \text{ кН}$ для різних величин N .

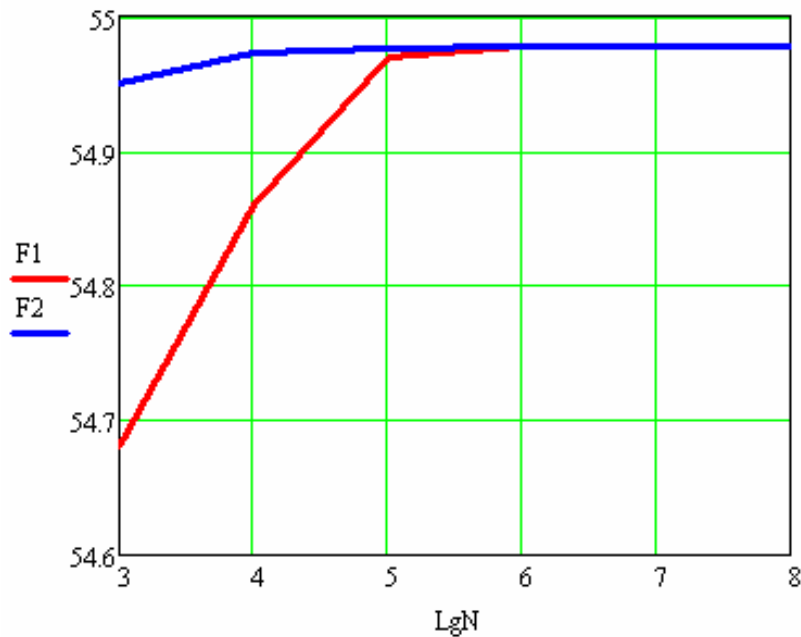


Рисунок 5.7 – Збіжність обчислювального процесу до граничної точки

Метод Монте-Карло в даному пункті роботи використаний як основний інструмент імітаційного моделювання: стохастичного, нечіткого, неточного.

5.3.1 Стохастичний підхід

У разі, якщо величина ξ стохастичної природи, то задача (5.42) переписеться як

$$P_{rand}^* = \arg \left\{ \max P \left| \text{Pr ob}(S_j) \geq \beta; j = 1, 2, 3 \right. \right\}. \quad (5.43)$$

Основною операцією в моделі (5.43) є обчислення ймовірності подій S_j ; $j = 1, 2, 3$. для випадкових величин ξ_i ; $i = 1, 2, \dots, r$ із заданими законами розподілу. Реалізація оптимізаційної задачі (5.43) виконана на основі статистичного моделювання (методу Монте-Карло). Сутність процесу моделювання полягає в наступному. Нехай N є число всіх виконаних випробувань. У кожному випробуванні формується випадковий вектор $\{\zeta_k\}$; $\zeta_k = \xi_i^- + (\xi_i^+ - \xi_i^-) \cdot \eta_k$; $i = 1, 2, \dots, r$; $k = 1, 2, \dots, N$; $\eta_k \in [0, 1]$ - *random* відповідно до функції розподілу величин ξ_i . Серед векторів ζ_k , очевидно, є такі, які

задовольняють події (5.8) і $0 \leq Ch(S_j) \leq 1$. Нехай їх число буде N^* , причому $N^* \leq N$. Введемо до розгляду наступну функцію

$$f(\zeta_k) = \begin{cases} 1, & \text{для } g_j(u, \zeta_k) \geq F \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (5.44)$$

Величина $\sum_{k=1}^N f(\zeta_k)$ є в точності число N^* випадкових векторів, що задовольняють події (5.41), (5.42). Співвідношення N^*/N визначає відносну частоту появи події S_j . Відповідно до посиленого закону великих чисел (теорема Бореля) зі збільшенням числа N незалежних випробувань відносна частота N^*/N прагне до істинної ймовірності події S_j , тобто

$$\frac{N^*}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\zeta_i) \rightarrow \text{prob}(S_j), j=1,2,3 \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (5.45)$$

Максимальне значення P^* досягається при виконанні рівності $\text{Prob}(S_j(P)) = \beta$; $j=1,2,3$, з якого з урахуванням визначення (5.45) слідує $N^* = \lfloor \beta N \rfloor$, де $\lfloor \cdot \rfloor$ - функція Ант'є. Тоді в якості значення P_{rand}^* можна взяти N^* найбільший елемент в послідовності $v = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$, де $v_i = \min_j \{g_j(u, \zeta_i)\}$; $j=1,2,3$; $i=1,2,\dots,N$.

Чисельна ілюстрація. За запропонованою тут обчислювальною процедурою виконано чотири числових експерименти, в яких випадковими величинами є $\xi_1 = E$ і $\xi_2 = \sigma_0$, розподілені по трикутному закону $T(a, m, b)$ з функцією щільності ймовірності

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}, & \text{якщо } a < x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}, & \text{якщо } m < x \leq b \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases}$$

де $a < m < b$; $a = m - \Delta$; $b = m + \Delta$. Через Δ позначено величину відхилення

(розкиду) від модального значення m_ξ випадкової величини ξ . Характеристики цих експериментів наводяться в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Початкові дані

$h = 0,1 \text{ см}; R = 10 \text{ см}; L = 30 \text{ см}; \theta = 0,75;$ $m_E = 35 \text{ ГПа}; m_{\sigma_0} = 0,4 \text{ ГПа}; \Delta_{\sigma_0} = 0,005 \text{ ГПа}; N = 2 \cdot 10^5$				
№ експерименту	1	2	3	4
$\Delta_E, (\text{ГПа})$	3	1	0,5	0,1
% відхилення Δ від m_E	8,6	2,9	1,4	0,3

Результати обчислень максимального значення $P_{rand}^*(\beta)$ від рівня ймовірності β представлені на рисунку 5.8. З цього рисунку видно, що наслідком збільшення рівня ймовірності ($0,5 < \beta \leq 1$) виконання всіх трьох обмежень в (5.43) є зменшення величини сили P_{rand}^* . І навпаки, зменшення рівня ймовірності ($0 < \beta < 0,5$) є результатом збільшення значень P_{rand}^* . При $\beta = 0,5$ результат реалізації стохастичної задачі нелінійного програмування є таке ж розв'язання, як і при детермінованих даних ($P_{rand}^*(\beta) = 54,98 \text{ кН}$).

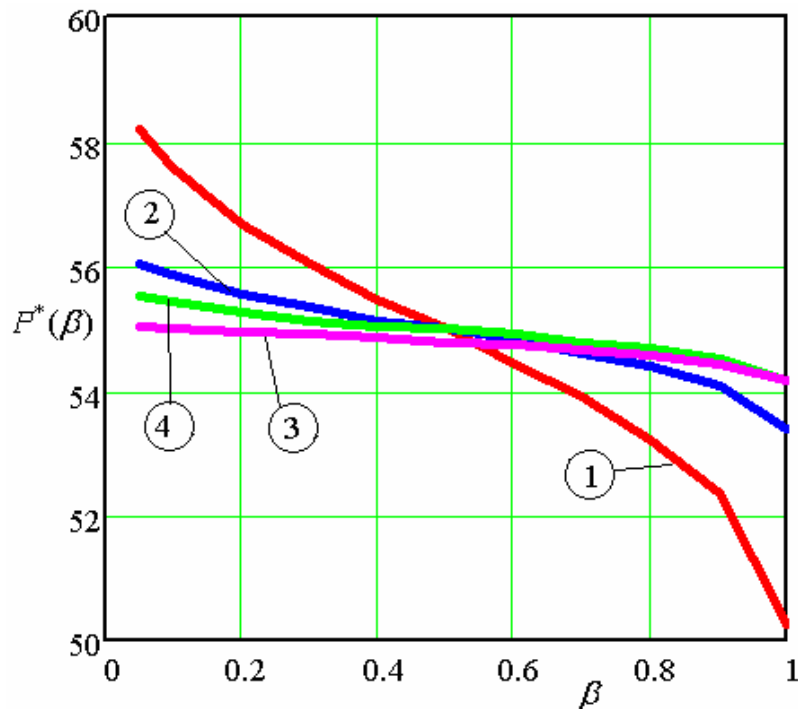


Рисунок 5.8 – Критична сила $P_{rand}^*(\beta)$ від рівня заданої ймовірності β :

1, 2, 3, 4 – номер експерименту

Таблиця 5.3 – Відхилення P_{rand}^* (1) від точних даних P_{det}^* (в %)

№ експерименту	1	2	3	4
%	8,6	1,8	0,4	0,1

Як і очікувалося, збіжність значення P_{rand}^* до P_{det}^* відбувається за рахунок зменшення величини відхилення Δ_E . При цьому величина Δ_{σ_0} в експериментах не змінювалася. Аналізуючи дані рядка % таблиці 5.3, робимо висновок, що помилки завдання вихідних E і σ_0 стохастичної природи тягнуть за собою помилки такого порядку, і в результаті.

5.3.2 Нечітке моделювання

Етапи моделювання. Нехай компоненти вектора ξ описуються нечітким чином. Тоді події S_j , визначені в (5.41), є також нечіткі і задача (5.42), з урахуванням введення міри нечіткості – можливості, буде наступною

$$P^* = \arg \left\{ \max P \mid \text{Pos}(S_j(u, F, \xi)) \geq \beta; j = 1, 2, 3 \right\}. \quad (5.46)$$

Основною процедурою в реалізації моделі (5.46) є обчислення можливості, виконуваної в рамках нечіткого імітаційного моделювання [235]. Під нечітким моделюванням тут розуміється процес виконання наступних етапів дослідження: фазифікація, аналіз (або оптимізація) і дефазифікація.

Виходячи з наперед визначеної нижньої оцінки β_j , $j = 1, 2, 3$; можливості $\text{Pos}(S_j(u, F, \xi))$ виконання події S_j , визначимо β - рівневу множину Q_i нечітких величин $\xi_i(a_i, m_i, b_i)$ як

$$Q_i(\beta) = \left[X_{L_i}(\beta), X_{R_i}(\beta) \right]; i = 1, 2, \dots, r, X_{R_i} \geq X_{L_i}, \quad (5.47)$$

де X_{L_i} , X_{R_i} результат розв'язування рівняння $\beta = \mu(x)$. Параметри a_i, m_i, b_i при цьому задаються.

Так, наприклад, для нечіткої величини ξ з функцією належності трикутного вигляду (2.50), дивись рис. 2.4, маємо

$$X_{L_i}(\beta) = \beta m_i + (1 - \beta) a_i; \quad X_{R_i}(\beta) = \beta m_i + (1 - \beta) b_i; \quad 0 \leq \beta \leq 1.$$

Для функції належності виду Гаусового виду (2.52) маємо:

$$X_{L_i}(\beta) = m_i - k; \quad X_{R_i}(\beta) = m_i + k,$$

де m_i, σ_i – параметри.

Сформулюємо кроки методу нечіткої оптимізації і наведемо їх у додатку А.9.

В результаті буде отримано $P_L^*(\beta) = U$; $P_R^*(\beta) = G$; для $0 \leq \beta \leq 1$.

Визначення [235]. Нехай P_f - нечітка величина та $\alpha \in (0, 1]$. Тоді:

1) $P_{\sup}(\alpha) = \sup\{P_f | Pos(g_j) \geq P_f\} \geq \alpha; j = 1, 2, 3$ називається α - оптимістичним значенням сили P_f . Воно є найбільшою верхньою межею, можливість досягнення якої для P_f складає α .

2) $P_{\inf}(\alpha) = \inf\{P_f | Pos(g_j) \leq P_f\} \geq \alpha; j = 1, 2, 3$ називається α – песимістичним значенням сили P_f . Воно є найменшою нижньою межею, можливість досягнення якої для P_f складає α .

Відповідно до цих визначень маємо, що P_R^* - це β - оптимістичне значення, а

P_L^* - це β - песимістичне значення для величини $P_{fuzzy}^*(\beta)$.

Зауваження. При $\beta \rightarrow 1$ має місце $P_L^*(\beta) \rightarrow P_{\det}^*$; $P_R^*(\beta) = P_{\det}^*$.

Чисельні приклади.

Приклад А. Нехай нечіткими будуть величини: модуль пружності та межа міцності, тобто $\xi_1 = E$ і $\xi_2 = \sigma_0$, а їх функція належності описується як (2.50). Відповідно до запропонованого методу нечіткої оптимізації виконано чотири експерименти. Початкові дані та результати експериментів зведемо до таблиці Б.41 додатку. У графі % таблиці наведено відносні оцінки відхилення рішення $P_{fuzzy}^*(0)$ від величини P_{\det}^* . Вони є такими ж, як і відхилення параметра Δ_E (у %).

На рисунку 5.9 зображено графіки зміни β – оптимістичних та β – песимістичних значень нечіткої величини $P_{fuzzy}^*(\beta)$ для $\forall \beta \in [0, 1]$ для даних експериментів

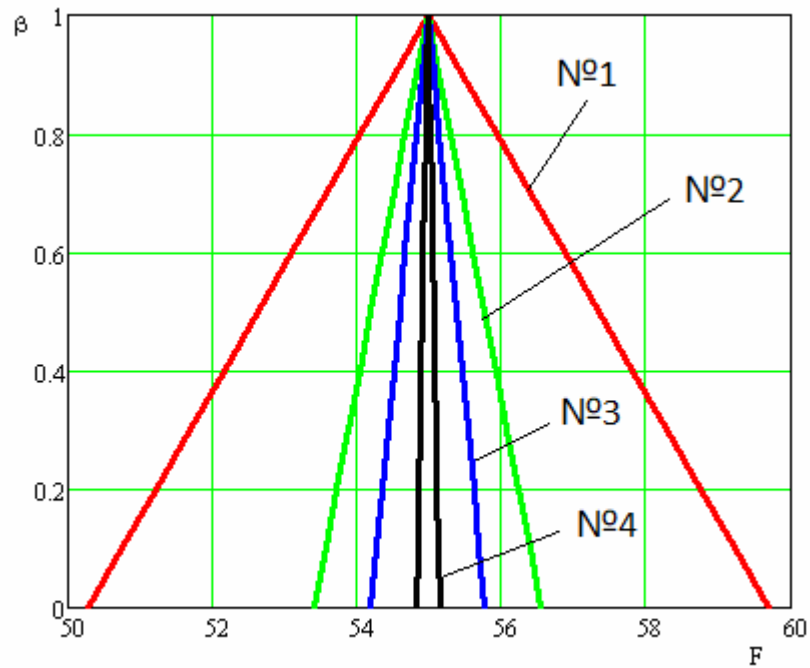


Рисунок 5.9 – Величини $P_L(\beta)$ та $P_R(\beta)$: 1, 2, 3, 4 – номер експерименту

Приклад Б. Для нечітко заданих E і σ_0 з функцією належності Гаусового виду (2.52), в якій прийнято $\Delta_E = 0,1$ ГПа; $m_E = 35$ ГПа; і $\Delta_{\sigma_0} = 0,005$ ГПа; $m_{\sigma_0} = 0,4$ ГПа, проведено дослідження впливу параметра θ на величину сили $P_{fuzzy}^*(1)$ (рис. 5.10).



Рисунок 5.10 – Залежність $P_{fuzzy}^*(1)$ від параметра θ

З рис.5.10 видно, що найбільше значення величини $P_{fuzzy}^*(1) = 63,5$ кН досягається при $\theta = 0,5$.

Приклад В. При значеннях вихідних незмінних параметрів $E = 35$ ГПа; $\sigma_0 = 0,4$ ГПа; $L = 30$ см виконано обчислення максимальної сили $P_{fuzzy}^*(P_L^*, P_R^*)$ у припущенні, що величини h , R , θ будуть нечітко заданими. Нехай функція належності цих трьох параметрів буде задана у вигляді (2.50). Вихідні дані про нечіткі величини $\xi(a, m, b)$ та результат обчислень представлені у таблиці Б. 42 додатку. Як видно з таблиці, наприклад, для експериментів 1 та 4 відхилення Δ від модальних значень m_h, m_R, m_θ складають: 1) $\Delta_h = 10\%$; $\Delta_R = 5\%$; $\Delta_\theta = 6.7\%$; 2) $\Delta_h = 1\%$; $\Delta_R = 1\%$; $\Delta_\theta = 0.7\%$. Найбільші відхилення результату P_{fuzzy}^* від P_{det}^* відповідно рівні: 1) 28%; 2) 3%, тобто не дуже грубі дані першого експерименту тягнуть грубий результат. У четвертому експерименті прийнятні помилки даних дають прийнятний результат.

5.3.3 Підхід до задачі з позиції неточних множин.

Визначення та метод розв'язання. Припустимо, що компоненти вектора ξ є неточними величинами, які задаються у вигляді

$$\xi_i([a_i, b_i], [c_i, d_i]), \quad (5.48)$$

причому $c_i \leq a_i \leq b_i \leq d_i$; $i = 1, 2, 3$.

При $c_i = a_i$; $b_i = d_i$ отримують інтервальну величину [174]. Відповідно до теорії неточних множин [235, 243] неточна величина представляє собою вимірну функцію з так званого простору наближень в речову пряму. Це простір складається з двох непустих, чітких множин Λ і Δ . Вони породжуються ставленням еквівалентності: рефлексивності (подібності), симетричності, транзитивності і відповідно називаються верхнім і нижнім наближенням (рис. 5.11), тобто $\Lambda = \{x | c \leq x \leq d\}$ і $\Delta = \{x | a \leq x \leq b\}$; $\xi(x) = x$; $\forall x \in \Lambda$. Передбачається, що всі елементи множин Λ , Δ можуть з'явитися з рівною можливістю. Мірою π цих множин, відповідно $[a_i, b_i], [c_i, d_i]$, є їх довжина

(потужність континууму).

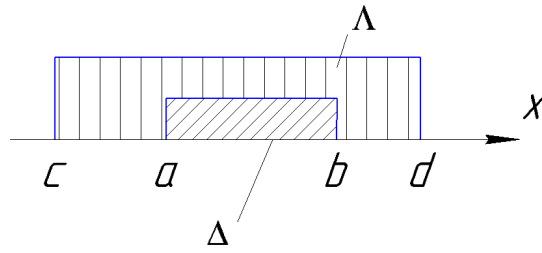


Рисунок 5.11 – До визначення неточної величини ξ

Невизначена подія $S_j(u, \xi)$ у випадку наявності неточних величин ξ є неточною. Мірою неточності виконання цієї події є довіра $Tr(S_j)$; $j=1,2,3$.

Задача (5.42) визначення величини сили стиснення F^* циліндричної оболонки у цьому випадку описується в такий спосіб:

$$P^* = \arg \left\{ \max P \mid Tr(g_j(u, \xi) \geq P) \geq \beta; j=1,2,3 \right\}, \quad 0 \leq \beta \leq 1. \quad (5.49)$$

Оцінка довіри для неточних подій $f(\xi) = P - g_j(u, \xi) \leq 0$; $j=1,2,3$ у теорії неточних множин визначається як [235]

$$Tr(f(x) \leq 0) = \frac{1}{2} (Tr_{\bar{}}(f(\xi) \leq 0) + Tr_{\underline{}}(f(\xi) \leq 0)),$$

де

$$Tr_{\bar{}}(f(\xi) \leq 0) = \frac{\pi(x \in \Lambda \mid f(\xi) \leq 0)}{\pi(\Lambda)}, \quad Tr_{\underline{}}(f(\xi) \leq 0) = \frac{\pi(x \in \Delta \mid f(\xi) \leq 0)}{\pi(\Delta)}$$

Обчислюється $Tr(f(x) \leq 0)$ наступним чином:

1. Випадковим чином робиться вибірка $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_N$, із Δ і $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N$, із Λ згідно мірі π .
2. Для будь-якого $v \in [P^-, P^+]$ відшукується $\underline{N}(v)$, яке означає число \underline{x}_i , що задовольняє умові $v - g_j(u, \xi(\underline{x}_i)) \leq 0$ для $j=1,2,3$; $i=1,2,\dots,N$, а $\bar{N}(v)$ означає число \bar{x}_i , що задовольняє умові $v - g_j(u, \xi(\bar{x}_i)) \leq 0$ для $i=1,2,3$; $j=1,2,\dots,N$. Величини P^- , P^+ задаються як границі інтервалу можливого значення сили.

Серед чисел отриманої послідовності $\{v\}$ вибирається таке число v , яке

$$\text{задовольняє умові } v^* = \arg \left\{ \max_v v \left| \frac{\underline{N}(v) + \bar{N}(v)}{2N} \geq \beta \right. \right\}$$

Значення ν^* при цьому є шуканою оцінкою F_{rough}^*

Чисельний приклад. При даних $E = 35 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0.4 \text{ ГПа}$, $L = 30 \text{ см}$ і вихідних параметрах опису неточних величин $\xi(a, b, c, d)$, заданих у таблиці Б. 43 додатку, проведені чотири чисельних експерименти при наступних детермінованих даних: $h = 0.1 \text{ см}$; $R = 10 \text{ см}$; $\theta = 0.75$; $P^- = 30 \text{ кН}$; $P^+ = 120 \text{ кН}$; $N = 5 \cdot 10^3$. Результати цих експериментів відображені у таблиці Б. 44 додатку. За даними таблиці побудовані графіки (рис. 5.12) зміни величини сили P_{rough}^* від рівня довіри β . Збільшення рівня довіри веде до розв'язання, отриманого при точних даних ($P_{det}^* = 54.98 \text{ кН}$).

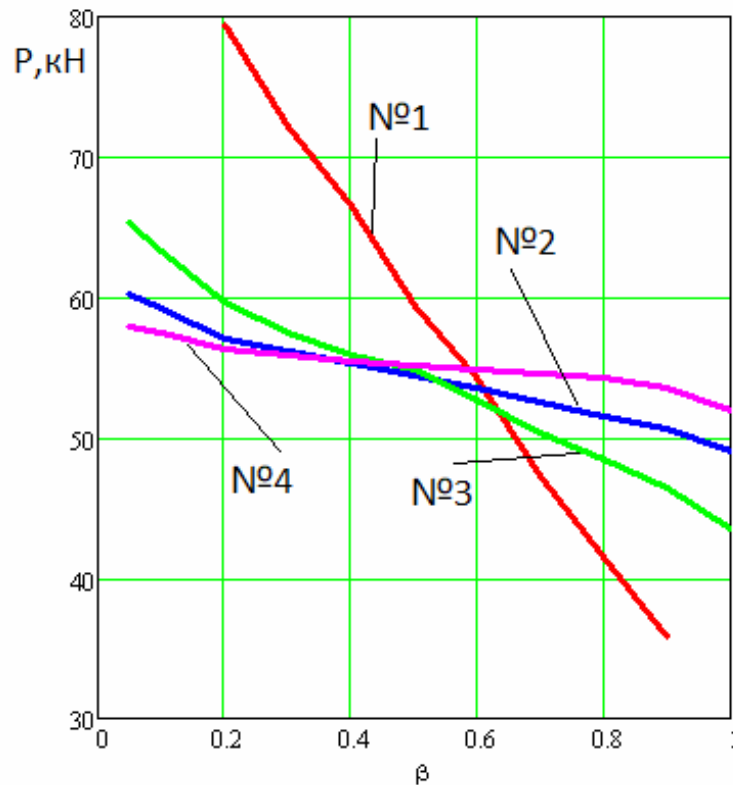


Рисунок 5.12 – Величина сили P_{rough}^* від рівня довіри β :
1, 2, 3, 4 – номер експерименту

Врахування неточності початкових даних призводить до отримання, як і очікувалося, неточного результату. Так, наприклад, у другому експерименті максимальна неточність для h становила 6%, для R - 0,7%, для θ - 13%. Отриманий при цьому результат $P_{rough}^*(1) = 49 \text{ кН}$ відрізняється від

детермінованого ($P_{det}^* = 55 \text{ кН}$) на 10,7%.. Характер поведінки кривих P_{rough}^* тут майже такий же, як і для P_{rand}^* (рис. 5.8). Тобто зі збільшенням рівня довіри ($0.5 < \beta < 1$) до виконання неточної події є зменшення величини сили P_{rough}^* (оптимістична оцінка). Зменшення ж рівня довіри ($0 < \beta < 0.5$) призводить до збільшення значень P_{rough}^* (песимістична оцінка). А збіжність значень P_{rough}^* до P_{det}^* відбувається за рахунок зменшення "розмірів" нижнього і верхнього наближень.

5.3.4 Задача з інтервальними числами

Покладемо, що у визначенні неточного числа $\xi([a,b];[c,d])$; $c \leq a \leq b \leq d$ може бути $c = a$ і $d = b$ (випадок А) або $a = c$; $b = d$ (випадок В). Тоді має місце так зване інтервальне число [174]. В рамках визначення неточного числа маємо $\xi[a,b] = \xi([a,b];[a,b])$; $a \leq x \leq b$; (випадок А) або $\xi[c,d] = \xi([c,d];[c,d])$; $c \leq x \leq d$; (випадок В). Скориставшись процедурою обчислення критичної сили для неточних чисел, визначимо значення $P_{interval}^*(1)$ у випадку інтервальних значень \tilde{h} , \tilde{R} , $\tilde{\theta}$.

Інтерпретуючи результати розрахунку для даних другого експерименту, робимо наступний висновок:

«стискаючи» зовнішнє наближення до внутрішнього (випадок А), отримуємо $P_{interval}^*(1) = 48.40 \text{ кН}$, що на 1.2% менше від величини $P_{rough}^*(1) = 49 \text{ кН}$; «розтягуючи» внутрішнє наближення у визначенні неточного числа, до зовнішнього (випадок В), отримуємо $P_{interval}^*(1) = 49.68 \text{ кН}$, що на 1.4% більше від величини $P_{rough}^*(1) = 49 \text{ кН}$. Тобто результат у випадку В «грубіше», ніж результат, отриманий у випадку А. Таким чином, метод, що описує неточні множини, дає меншу помилку, ніж при підході до оптимізаційної задачі з позицій інтервальних чисел.

5.4 Вагова оптимізація стиснутої ортотропної циліндричної оболонки за умов трьох граничних станів, стохастичної і нечіткої невизначеності навантаження

В даному пункті роботи розглядається проектування за критерієм мінімуму об'єму стиснутої ортотропної циліндричної оболонки при одночасному виконанні умов трьох граничних станів (міцності, загальної та місцевої втрати стійкості) і наявності випадкового і нечіткого осьового навантаження. Джерелом невизначеності може бути наявність випадкових, нечітких та неточних значень вихідних (початкових) даних. Що стосується задач з наявністю випадкових значень даних, то в роботах [190, 191] подана реалізація ймовірнісних моделей ОПК на основі методу динамічного програмування.

Об'єкт оптимізації. Розглянемо ортотропну кругову циліндричну шарнірно-обперту по кінцях оболонку (об'єкт дослідження №1) з геометричними характеристиками зазначеними в пункті 5.1. В рамках лінійного наближення теорії армування, з урахуванням того, що $E_a \gg E_c$ (E_a, E_c - відповідно модуль пружності армуючого матеріалу і сполучного), то для модулів пружності оболонки E_1 і E_2 маємо наближений вираз (5.1).

Введемо в розгляд наближені вирази для трьох граничних станів оболонки (5.2) – (5.5), які утворюють фізичні обмеження (5.8) Необхідно знайти такі значення змінних $x^{opt} = \{x_1^{opt}, x_2^{opt}, x_3^{opt}\}$, щоб за умови збереження стійкості і міцності оболонка мала мінімальну вагу (обсяг матеріалу W).

Формулювання оптимізаційної задачі проектування оболонки при випадкових даних. Нехай $x = \{x_1, x_2, x_3\}$ - вектор шуканих параметрів з компонентами $x_1 = h$; $x_2 = R$; $x_3 = \theta$, які визначені в заданих інтервалах

$$x_i \in [x_i^-; x_i^+]; \quad i = 1, 2, 3. \quad (5.50)$$

За змістом задачі $x_i > 0$; $i = 1, 2, 3$. Фактори, що мають випадкову природу, позначимо через вектор $\xi = \{\xi_j\}$. Цей вектор містить одну компоненту - діючу

силу $\xi_1 = P$, яка розподілена за деяким законом $f(x)$ і компоненти ξ_j розташовані в паралелепіпеді $\prod_{j=1}^m (\xi_j^+ - \xi_j^-)$, тобто $m=1$. Треба знайти такий вектор x , який задовольняв би умовам (5.2)-(5.5), імовірність появи випадкових подій

$$A_i : g_j(x, \xi) \leq 0; i = 1, 2, 3 \quad (5.51)$$

була б більше деякої наперед заданої величини $\beta_j, (j=1,2,3)$, а загальна надійність системи не менше величини β і забезпечувалось мінімальне значення ваги конструкції, тобто

$$\rho W \rightarrow \min_x, \text{ або } W \rightarrow \min_x, \quad (5.52)$$

де ρ - питома вага матеріалу; W - об'єм (обсяг матеріалу оболонки); вирази для g_i подаються в (5.8).

При формулюванні математичної моделі оптимізації треба врахувати властивість, що події (5.51) незалежні одна від одної і тому

$$(x^{opt}, W^{opt}) = \arg \left\{ \min_x W(x) \mid p_j = \text{Prob}(g_j(x, \xi) \leq 0) \geq \beta_j; j = 1, 2, 3; \right. \\ \left. p = \prod_{j=1}^3 p_j \geq \beta \right\}; 0 < \beta_j \leq 1; 0 < \beta \leq 1. \quad (5.53)$$

Застосування операції Prob (обчислення ймовірності появи події A_i) зроблено з метою усунення випадковості заданих обмежень (5.51) при детермінованому критерії (5.52).

Формулювання оптимізаційної моделі проектування оболонки при нечітких даних. Будемо вважати, що означення вектора x таке, як в п. 5.1, а вектор ξ має нечіткий опис: наприклад значення $\xi = P$ «близько до числа P^* » і тому умова B

$$B : g_j(x, \xi) \leq 0 \quad (5.54)$$

є нечіткою. Щоб уникнути невизначеності цієї умови в формулюванні оптимізаційної моделі [153], треба скористатися одним із таких підходів:

- застосування операції обчислення можливості $\text{Pos}(B)$.

- використання понять теорії нечітких множин, а саме: означення α -рівнів, теореми про декомпозицію, принципу узагальнення та дефазифікацію.

В першому випадку математичний запис оптимізаційної задачі в умовах нечіткості буде таким:

$$(x^{opt}, W^{opt}) = \arg \left\{ \min_x W(x) \mid Pos(g_j(x, \xi) \leq 0) \geq \beta; 0 < \beta \leq 1; j = 1, 2, 3. \right\} \quad (5.55)$$

В другому -

$$(x^{opt}(\alpha), W^{opt}(\alpha)) = \arg \left\{ \min_x W(x, \alpha) \mid (g_j(x, \xi(\alpha)) \leq 0) \geq \beta; \right. \\ \left. 0 < \beta \leq 1; 0 < \alpha \leq 1; j = 1, 2, 3. \right\} \quad (5.56)$$

функції g_j дійснозначі.

Щодо нечіткої змінної ξ припускається, що вона описується заданою функцією належності $\mu(x)$. В роботі використовується трикутна функція належності (2.50). В купі трійка (a, m, b) та $\mu(x)$ визначають гранулу нечіткого числа [247]. В роботі також використана Гаусова функція належності (2.52). Параметри a, m, b, σ^2 - задані характеристики невизначеності інформаційних ситуацій, які подаються у вигляді лінгвістичної змінної «приблизно», та її квантифікаторів – «близько до числа..», «біля», «трохи більше (чи менше), ніж...» і т.п. Можливе використання інших функцій належності. Задача (5.55) відноситься до класу DCP - моделей (dependent-chance-programming) невизначеного програмування [231].

Обчислення міри випадкових і нечітких подій. Основними числовими операціями в задачах є обчислення ймовірності відповідно появи події A , тобто $Prob(A)$ і можливості виконання нечітких умов (5.54), тобто $Pos(B)$. **Статистичне (імітаційне) моделювання** припускає, що випадкова змінна ξ задається відповідним законом розподілу імовірностей $f(x)$. Сутність процесу імітаційного моделювання полягає в обчисленні відношення N^* / N , де N є число незалежних статистичних випробувань в чисельному експерименті, а N^* - число випадків, де виконуються умови (5.2), для значень $\xi(\zeta_i)$; ζ_i - *random*. Відношення N^* / N , де $N^* \leq N$, визначає відносну частоту появи події A в експерименті. За законом великих чисел (теорема Бореля) в теорії ймовірностей

[70] із збільшенням числа N незалежних випробувань відносна частота N^* / N наближається до істинної ймовірності появи події A_j , а саме:

$$N^* / N \rightarrow Prob(A_j) \text{ при } N \rightarrow \infty; i = 1, 2, 3. \quad (5.57)$$

В нечіткому моделюванні обчислення можливості виконання події $B_j, j=1,2,3$ із (5.54) ґрунтується на використанні таких властивостей теорії нечітких множин, як:

- Декартова добутку нечітких множин Q_1, Q_2, \dots, Q_n ;

$$Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n \quad (5.58)$$

для $Q_1 \subseteq X_1, Q_2 \subseteq X_2, \dots, Q_n \subseteq X_n; X_i \subseteq X; i = 1, 2, \dots, n$ має місце

$$\mu = \mu_{Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n} = \min(\mu_{Q_1}(x_1), \mu_{Q_2}(x_2), \dots, \mu_{Q_n}(x_n)), \forall x_i \in X_i; i = 1, 2, \dots, n \quad (5.59)$$

- можливість виконання об'єднання двох подій A і B є найбільшою із можливостей для кожної множини, тобто

$$Pos(A \cup B) = Sup(Pos(A), Pos(B)). \quad (5.60)$$

Множини Q_i утворюються за допомогою розв'язання рівняння

$$\mu(x) = \alpha. \quad (5.61)$$

Наприклад, для множини $Q_i = [x_i^L(\alpha), x_i^R(\alpha)]$ з функцією належності трикутного виду маємо:

$$x_i^L(\alpha) = \alpha t + (1 - \alpha)a; x \in [a, m]; x_i^R(\alpha) = \alpha t + (1 - \alpha)b; x \in [m, b]. \quad (5.62)$$

Для Гаусового виду функції належності (2.52) із рівняння (5.61) випливає

$$x_i^L(\alpha) = m - \Delta; x_i^R(\alpha) = m + \Delta; \Delta = \sigma \sqrt{-2 \ln \alpha}. \quad (5.63)$$

Метод реалізації задачі (5.55)

1. Для рівня $L = \beta$, де β - задане апіорне значення з інтервалу $[0,1]$, будується множина Q за правилом (5.59) або (5.60) в залежності від вибраної функції належності.

2. Випадковим чином, використовуючи операцію отримання псевдовипадкових чисел із інтервалу $[0,1]$ формуються в $[\xi^-, \xi^+]$ елементи u_i вектора $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$.

3. Якщо для вектору u одночасно виконуються умови (5.54) і (5.55), тобто

$$g_j(x, u) \leq 0; \quad j = 1, 2, 3 \text{ і } L < \mu, \quad (5.64)$$

слід вважати, що $L = \mu$. Величина μ визначається за відповідною формулою.

4. Після виконання N разів пунктів 2 і 3 видається до подальшого розгляду число L , яке буде шуканим значенням можливості виконання нечіткої події B , тобто $L = Pos(g_j(x, u) \leq 0; j = 1, 2, 3.)$.

Цей метод можна вставити в будь-який пошуковий алгоритм розв'язання задачі (5.54). В якості пошукового в роботі було використано метод Монте-Карло.

Застосування понять теорії нечітких множин. Для α -рівня функції належності $\mu(x)$ розв'язується рівняння (5.61), із якого обчислюються границі множини Q_i за формулами (5.62) або (5.63). Для отриманих $P^L = x^L(\alpha)$, $P^R = x^R(\alpha)$ розв'язується детермінований варіант оптимізаційної задачі (5.56). В результаті розв'язання детермінованої задачі отримується послідовність пар для k - перерізів (рівнів)

$$\left\{ \frac{\alpha_k}{W(\alpha_k)} \right\}, \left\{ \frac{\alpha_k}{h(\alpha_k)} \right\}, \left\{ \frac{\alpha_k}{R(\alpha_k)} \right\}, \left\{ \frac{\alpha_k}{\theta(\alpha_k)} \right\} \quad (5.65)$$

$k = 0, 1, 2, \dots, T$ де T - є задане число α -рівнів, із яких будуються нечіткі множини за правилом означення декомпозиції відповідно для W_f, h_f, R_f, θ_f .

Наприклад, для параметру W нечітка множина має вигляд

$$W^{opt} = \sum_{k=0}^{T-1} \frac{\alpha_k}{W(x_k^L)} + \frac{\alpha_T = 1}{W(x_T^L)} + \sum_{k=T+1}^{2T} \frac{\alpha_k}{W(x_k^R)} \quad (5.66)$$

Виконуючи далі операцію дефазифікації, наприклад, за правилом «середній центр», отримаємо очікувані детерміновані значення шуканих параметрів проекту.

5.4.1 Числова ілюстрація стохастичної моделі

Нижче наводяться ілюстративні приклади оптимального проектування оболонки при випадкових даних. **Перший експеримент.** Нехай $\beta_1 = 0.95$,

$\beta_2 = 0.95$, $\beta_3 = 0.98$, $\beta = 0.85$. Розподілення випадкової величини взято за функцією Гауса. При таких числових даних: $m_p = 50 \text{ кН}$, $E = 35 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0.4 \text{ ГПа}$, $L = 50 \text{ см}$, $x_1^- = 0.05 \text{ см}$; $x_1^+ = 0.2 \text{ см}$; $x_2^- = 2 \text{ см}$; $x_2^+ = 10 \text{ см}$; $x_3^- = 0.4$; $x_3^+ = 0.9$ отримано результати W^{opt} , h^{opt} , R^{opt} , θ^{opt} , які подано в таблиці Б. 45 додатку. За результатами таблиці побудовано тренди $(W - \sigma)$, $(h - \sigma)$, $(R - \sigma)$, $(\theta - \sigma)$ (рис. 5.13, 5.14). Вони є лінійними і зростають по мірі збільшення параметру випадковості – середньоквадратичного відхилення σ_p . При $\sigma_p = 0$ (точні дані) маємо $W_{det}^{opt} = 75.9 \text{ см}^3$, $h_{det}^{opt} = 0.0975 \text{ см}$, $R_{det}^{opt} = 2.495 \text{ см}$, $\theta_{det}^{opt} = 0.775$. Цей результат отримано за допомогою методу Монте-Карло.

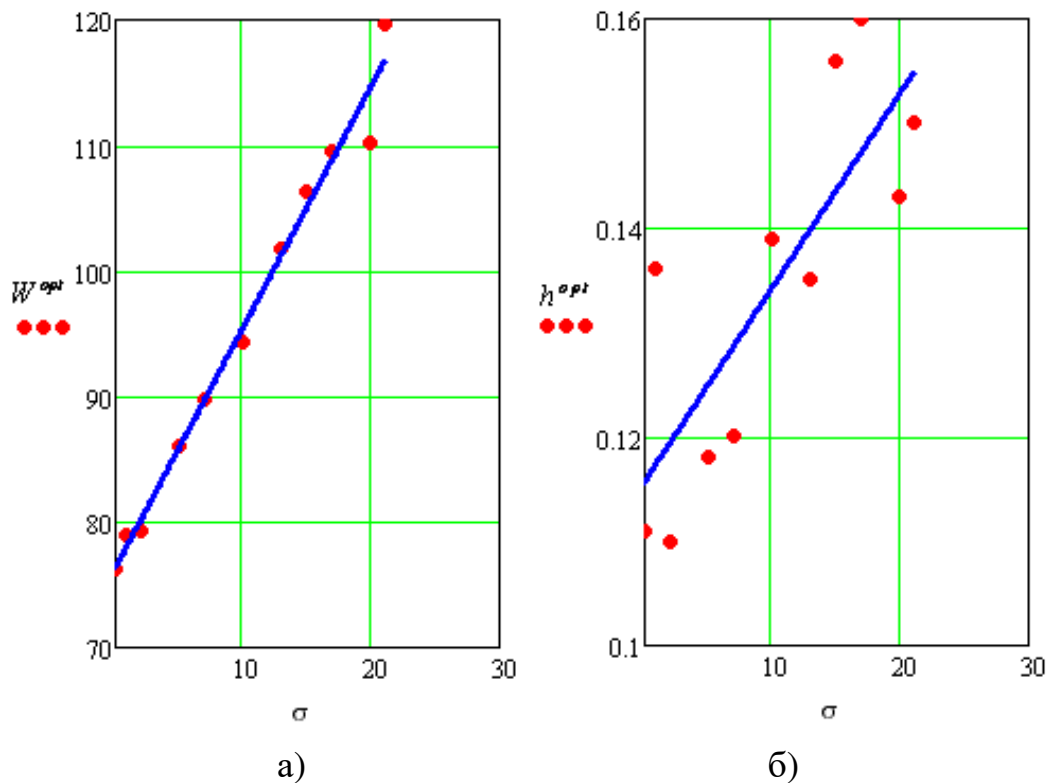


Рисунок 5.13 – Тренди в першому експерименті:

а) тренд об'єму оболонки; б) тренд товщини оболонки

Другий експеримент проведено для уточнених даних ймовірностей $\beta_1 = 0.98$, $\beta_2 = 0.99$, $\beta_3 = 0.99$, $\beta = 0.95$. Інші параметри такі ж, як в експерименті 1. Результати обчислень наведено в таблиці Б. 46. На рис. 5.15 та рис. 5.16 наведено тренди об'єму, товщини оболонки та радіусу, відносного армування

оболонки від середньоквадратичного відхилення навантаження σ .

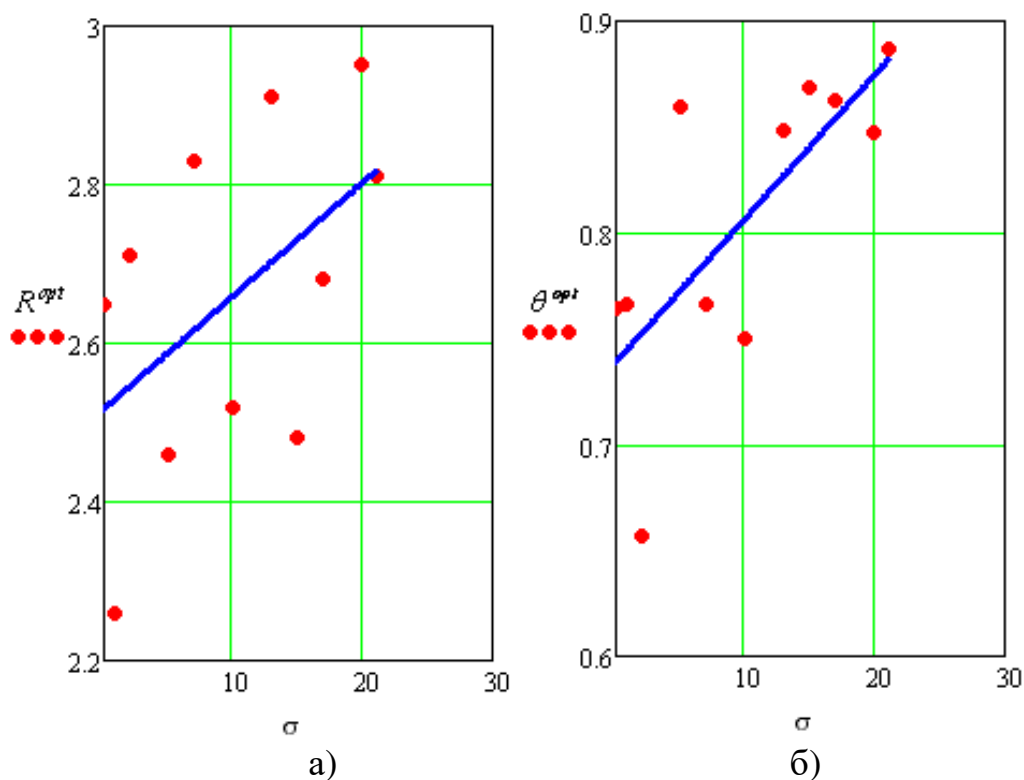


Рисунок 5.14 – Тренди в першому експерименті:

а) радіусу оболонки; б) відносного армування оболонки

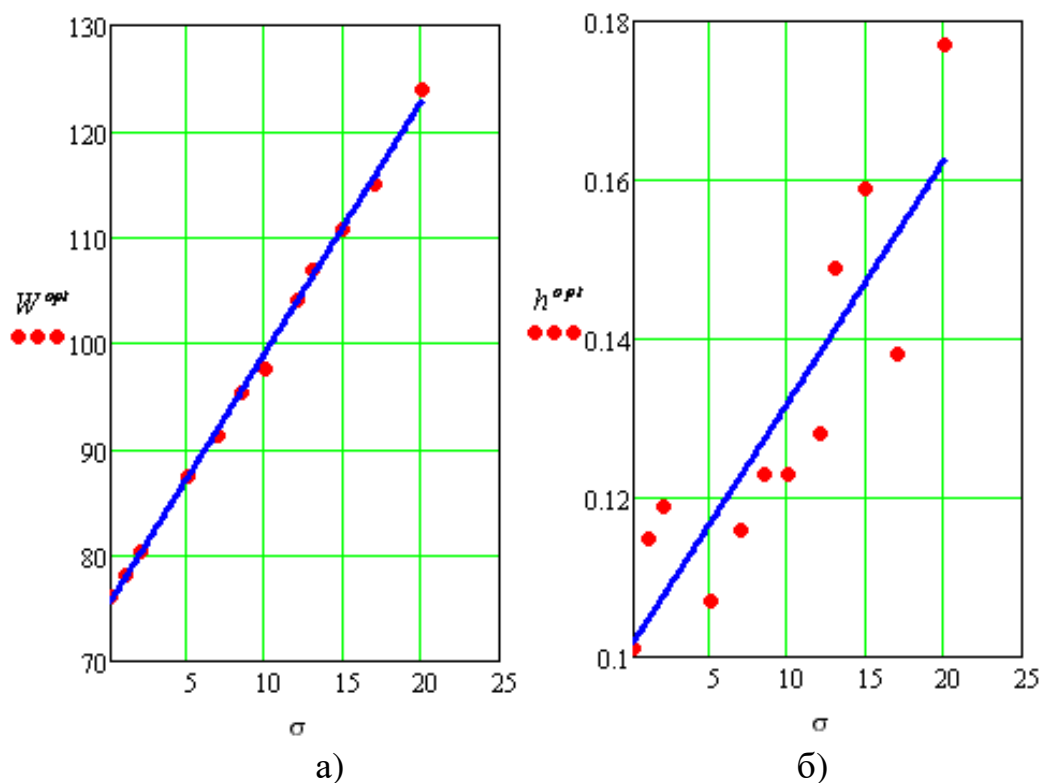


Рисунок 5.15 – Тренди в другому експерименті:

а) об'єму оболонки; б) товщини оболонки

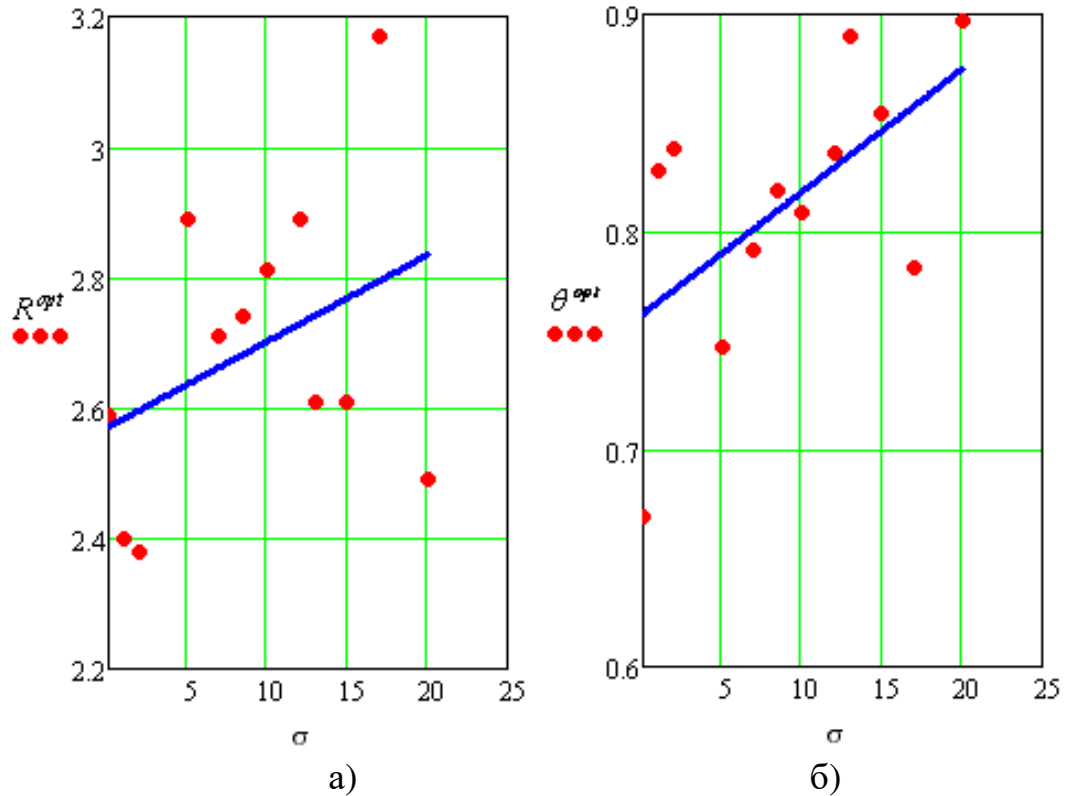


Рисунок 5.16 – Тренди в другому експерименті:

а) радіусу оболонки; б) відносного армування оболонки.

Аналізуючи результати рис. 5.17 бачимо, що збільшення значення імовірності β (надійності β) і зменшення величини σ призводить до зменшення цільової функції: при $\beta_i \rightarrow 1$ результати проектування збігаються до детермінованої величини $W = 75.9 \text{ см}^3$.

Для аналізу збіжності результатів наведемо таблицю Б.47 залежності об'єму оболонки від зміни середньоквадратичного відхилення, за даними якої побудовано графіки (рис. 5.17).

В таблиці 5.4 за отриманими даними показано, що збільшення параметру випадкової невизначеності σ_p на $k(\%)$ призводить до збільшення величини

оптимального розв'язку W^{opt} на $\Delta W(\%) = \frac{W^{opt} - W_{det}^{opt}}{W_{det}^{opt}} 100\%$ по відношенню до

розв'язку отриманого при точному значенні сили $m_p = 50 \text{ кН}$ ($\sigma_F = 0$ - система становиться жорсткою)

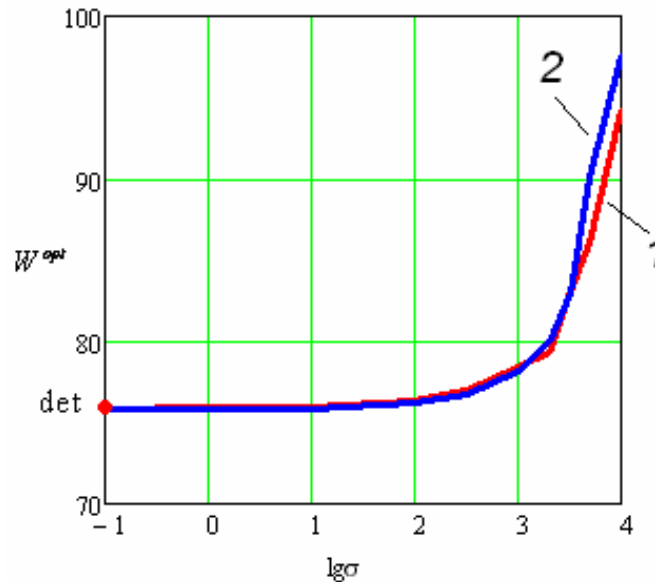


Рисунок 5.17 – Збіжність значень об'єму від величини середньоквадратичного відхилення: 1 – перший експеримент; 2 – другий експеримент

Таблиця 5.4 - Вплив зміни σ_p на оптимальний розв'язок

$\lg \sigma_p (N)$	$k(\%)$	$\Delta W(\%)$	
		1 експеримент	2 експеримент
1	2	3,9	3
2	4	4,5	5,8
5	10	13,3	15,1
10	20	24,2	28,5

5.4.2 Числова ілюстрація - нечітка модель

Задача 1 з функцією належності трикутного виду. Відповідні дані для випадку нечіткого моделювання з функцією належності (2.50) взято такими: $\sigma_0 = 0.4 \text{ ГПа}$, $E = 35 \text{ ГПа}$, $DL = 50 \text{ см}$, $x_1^- = 0.05 \text{ см}$; $x_1^+ = 0.2 \text{ см}$; $x_2^- = 1.5 \text{ см}$; $x_2^+ = 5 \text{ см}$; $x_3^- = 0.4 \text{ см}$; $x_3^+ = 0.9 \text{ см}$ - інтервали для змінних проектування; $T = 200$. Оптимальний розв'язок при точному значенні $m_p = 50 \text{ кН}$ отримано за методом Монте-Карло: $W^{\text{det}} = 75.9 \text{ см}^3$, $h^{\text{det}} = 0.0975 \text{ см}$; $R^{\text{det}} = 2.495 \text{ см}$; $\theta^{\text{det}} = 0.775$. Навантаження P задається, як подано в таблиці Б. 48 додатку. При цих даних виконано розрахунки за розробленим методом для чотирьох інформаційних ситуацій. Результати обчислень подано в таблицях додатку Б.49, Б50, Б51, Б52. За даними цих таблиць для кожної інформаційної ситуації

побудовано графіки впливу апріорного значення параметра β на величину W^{opt} (рис. 5.18).

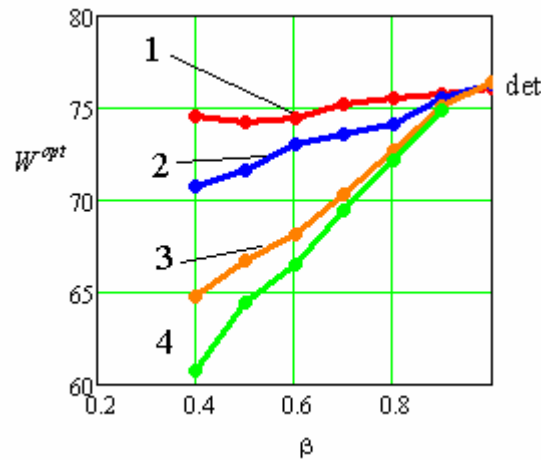


Рисунок 5.18 – Вплив апріорного значення параметра β на величину W^{opt} (см³):
1, 2, 3, 4 – інформаційні ситуації

Задача 1 з функцією належності Гаусова виду. Дослідження залежності оптимального об'єму оболонки для різних апріорних значеннях порога можливості β_0 , параметра нечіткості σ_p наведено в таблиці Б.53 додатку. Аналіз даних, зведених на рисунку 5.19 показує, що при збільшенні можливості виконання події В із виразу (5.54), тобто при збільшенні величини β - рівнів для різних параметрів нечіткості σ_p величина W^{opt} наближається до значення W_{det}^{opt} і при цьому знижує.

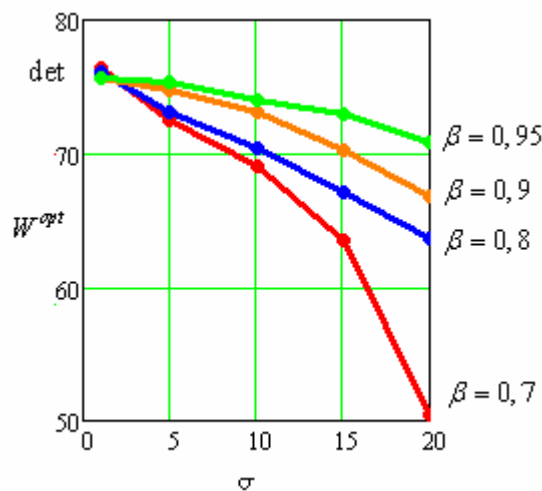


Рисунок 5.19 – Вплив величини середньоквадратичного відхилення на величину оптимального проекту W^{opt} (см³) для різних β

Задача 2 з трикутною функцією належності. При таких вихідних даних для випадку нечіткого моделювання з трикутною функцією належності: $\sigma_0 = 0.4 \text{ ГПа}$, $E = 35 \text{ ГПа}$, $DL = 50 \text{ см}$, $x_1^- = 0.05 \text{ см}$; $x_1^+ = 0.2 \text{ см}$; $x_2^- = 2 \text{ см}$; $x_2^+ = 10 \text{ см}$; $x_3^- = 0.4 \text{ см}$; $x_3^+ = 0.9 \text{ см}$ - інтервали для змінних проектування; $T = 200$, виконано розв'язання за наведеним методом для трьох інформаційних ситуацій (30 різних випадків), умовні графічні зображення яких на рис. 5.20, 5.21, 5.22. В таблиці Б. 54 наведено результати розрахунків оптимальних об'єму, товщини, радіуса, відносного значення армування. З таблиці випливає, що в першій інформаційній ситуації щодо навантаження $m_p = 50 \text{ кН}$ збільшення правого розкиду $\Delta_R = \Delta_p$ на $k = 40\%$, або зменшення лівого розкиду $\Delta_L = \Delta_p$ призводить до збільшення (зменшення) величини ΔW на 7%.

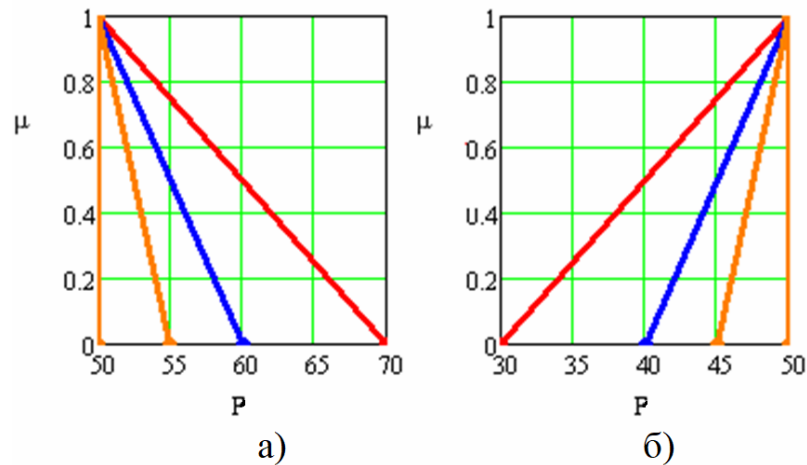


Рисунок 5.20 – Перша інформаційна ситуація

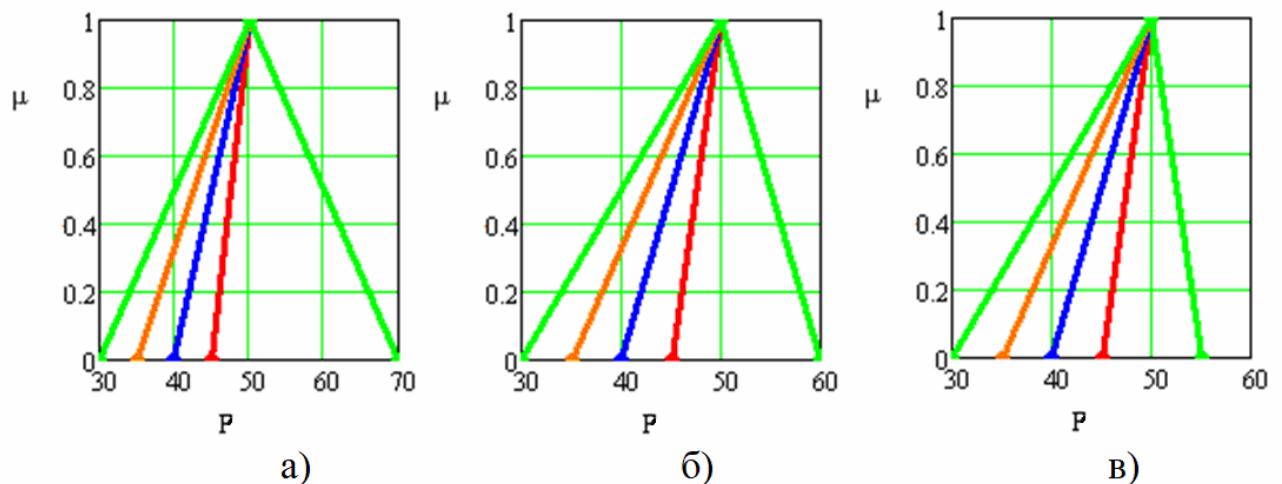


Рисунок 5.21 – Друга інформаційна ситуація

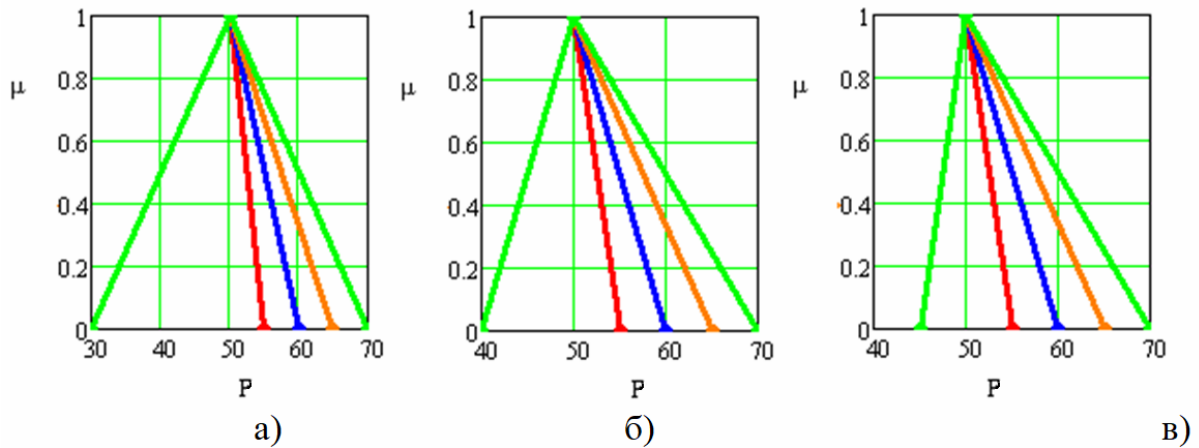


Рисунок 5.22 – Третя інформаційна ситуація

Таблиця 5.5 – Залежність величини ΔW від розкиду навантаження

$\Delta_p(N)$	$k(\%)$	$\Delta W(\%)$
20	40	7
10	20	3,4
5	10	1,7

Як видно із таблиці 5.5, зменшення Δ_p і ΔW від зміни k є лінійною. В другій і третій інформаційних ситуаціях при однаковому розкиді $\Delta_L = \Delta_R$ нечіткого навантаження величина W^{opt} така, як і у випадку розв'язання задачі при точному значенні $P = 50 \text{ кН}$. При різних значеннях Δ_L , Δ_R видно: якщо акцент при поданні параметрів нечіткості робиться на збільшення навантаження, розв'язок W^{opt} відповідно теж змінюється (або збільшується, або зменшується).

5.4.3 Результати розрахунку оптимізаційної задачі проектування при детермінованих даних

При детермінованих різних значеннях осьової сили також отримано інформацію щодо оптимального об'єму, товщини, радіуса і відносного армування оболонки (таблиця Б.55 додатку, рис. 5.23). Як видно із рисунку 5.23, збільшення навантаження призводить до збільшення оптимального об'єму (причому майже лінійно), товщини, радіуса. Величина θ збільшується до $P = 120 \text{ кН}$. Для $P > 120 \text{ кН}$ відносний зміст армуючих волокон в осьовому

напрямку зменшується, а в круговому – збільшується ($1 - \theta$).

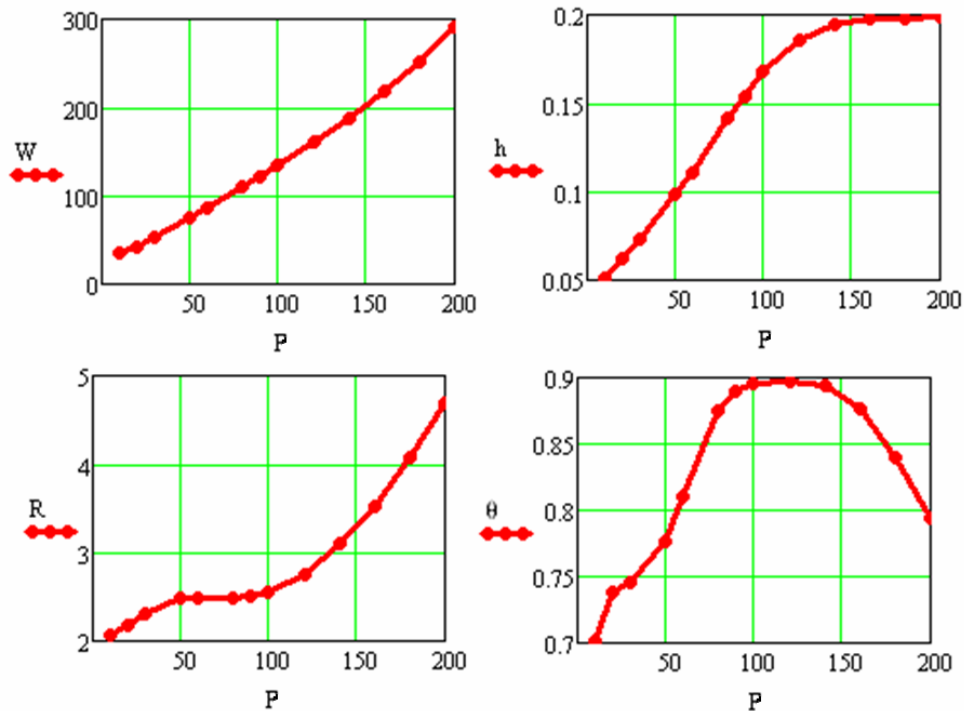


Рисунок 5.23 – Оптимальні значення при збільшенні детермінованого навантаження P (кН): W – об'єму ($см^3$), h – товщини ($см$), R – радіусу ($см$), θ – відносного армування

5.5 Вагова оптимізація циліндричної оболонки зі склопластику за умови одного граничного стану та невизначеної інформації щодо вихідних даних

З позиції оптимального проектування важливим є те, що реальні відхилення від точних, або середніх значень характеристик описуються деякими функціями: в теорії ймовірностей – це функція розподілу випадкової величини, а в теорії нечітких множин – це функція належності [111] з відомими характеристиками. Така інформаційна ситуація дозволяє побудувати математичні моделі невизначеної оптимізації.

Метою даного дослідження є адаптація методів "м'яких обчислень" і розробка обчислювальних процедур до задачі вагової оптимізації циліндричної ортотропної оболонки за умови дії зовнішнього тиску, стискаючої сили, крутного моменту і врахуванні одного граничного стану - місцевої втрати

стійкості. Розглянемо об'єкт дослідження №2 (п. 5.1), що є циліндрична кругова оболонка, довжиною L , радіусом R і товщиною h , яка знаходиться під дією осьової стискаючої сили P^* , зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^* . Матеріал оболонки склопластик, який армований в двох взаємно перпендикулярних напрямках для якого справедливі механічні характеристики в межах лінійної теорії армування (5.9), фізичне обмеження (5.10), вирази для критичних навантажень (5.11). Припускається, що коефіцієнт об'ємного армування V є величиною сталою і змінюється тільки θ - відносний зміст волокон, що армують в обох напрямках.

Постановка и формулювання оптимального проектування. Треба знайти такі значення змінних параметрів h і θ , щоб за умови збереження стійкості оболонка мала найменший обсяг матеріалу W (або найменшу вагу, вартість). Введемо до розгляду позначення компонент векторів $u = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$, $x = \{x_1, x_2, x_3\}$. Величини $\{u_i\}; i=1, 2, \dots, 6$ задаються: $u_1 = L$; $u_2 = R$; $u_3 = E$; $u_4 = P^*$; $u_5 = q^*$; $u_6 = M^*$, а параметри $\{x_i\}; i=1, 2, 3$ є шуканими: $x_1 = h$; $x_2 = 1 - \theta$; $x_3 = \theta$. В цих термінах задача, яка сформульована вище, запишеться з врахуванням (5.9)-(5.10) у вигляді такої математичної моделі:

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x W(x, u) \mid g(x, u) \leq 0 \right\}, \quad (5.67)$$

де:

$$W(x, u) = Ax_1; \quad (5.68)$$

$$g(x) = \frac{F^*}{Bx_1^2 \sqrt{x_2 x_3}} + \frac{q^*}{C \sqrt{x_1^5} \sqrt[4]{x_2^3 x_3}} + \frac{(M^* / D)^2}{x_1^5 \sqrt[4]{x_2^5 x_3^3}} - 1; \quad (5.69)$$

$$A = 2\pi u_1 u_2; \quad B = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} E; \quad C = \frac{\pi \sqrt{6} E}{9u_1 \sqrt{u_2^3}}; \quad D = \frac{1,48\pi E}{u_1 \sqrt{u_2^3}}; \quad x_i \geq 0 \quad (5.70)$$

Співвідношення (5.9) – (5.10), (5.68) – (5.70) визначають пряму задачу проектування оболонки. А задача (5.67) з врахуванням (5.9) – (5.10) в даній роботі буде прототипом задач оптимального проектування, коли вихідні

параметри як F^* , q^* , M^* є випадкової або нечіткої природи. Позначимо такий фактор через вектор ξ . Якщо компоненти вектора ξ є випадковою величиною із заданим законом розподілу $f(x)$, то задача (5.67) має вигляд:

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x W(x, u) \mid \text{Pr ob}(g(x, u, \xi) \leq 0) \geq \alpha \right\}, \quad \alpha \in [0, 1], \quad (5.71)$$

де вираз $S^r = g(x, u, \xi) \leq 0$ означає подію, ймовірність якої обмежується знизу наперед заданою величиною рівня надійності α . Якщо ξ є нечіткою величиною, із заданою функцією належності $\mu(x)$, то задачу (5.67) запишемо у вигляді

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x W(x, u) \mid \text{Pos}(g(x, u, \xi) \leq 0) \geq \beta \right\}, \quad (5.72)$$

де Pos є позначення можливості виконання події $S^f = g(x, u, \xi) \leq 0$, а $0 \leq \beta \leq 1$. Величина β є заданий нижній рівень можливості цієї події.

Реалізація детермінованої моделі. Розглянута математична модель є багатовимірною екстремальною задачею з істотно нелінійними функціями в обмеженнях (5.69). Для її розв'язання залучено метод Монте-Карло. Для отримання наближеного розв'язку використовують вибірку, яка формується шляхом чисельного моделювання статистичного експерименту. До недоліків методу відносять потребу виконання обчислень великого обсягу вибірки та повільну збіжність шуканого результату.

Якщо вимоги до точності не зовсім жорсткі (м'які обчислення), то цей метод виявляється конкурентноспроможним методом. На користь цього методу виступає обставина, що збіжність та обсяг обчислень мало залежать від вимірності задачі, яка розв'язується, в той час як трудомісткість застосування інших обчислювальних методів дуже швидко збільшується із збільшенням вимірності («прокляття» вимірності). Крім того ця процедура є чисельним методом нульового порядку, який не потребує введення похідних функцій.

Другий важливий напрямок застосування методу Монте-Карло - так зване імітаційне моделювання - є дослідження обчислювальних процесів, явищ і систем випадкової, нечіткої та неточної природи. Виконання чисельних

експериментів за допомогою імітаційних моделей значно дешевше, ніж проведення натурних випробувань.

Суть використання імітаційного моделювання в розв'язанні задачі (5.67) полягає в генеруванні змінних проектування в заданих інтервалах $x_i \in [x_i^-, x_i^+]$; $i=1,2,3$. Виконується N випробувань, в яких, очевидно є $N^* \leq N$ випробувань, де має місце обмеження $g(x, u, \xi) \leq 0$. Із отриманих тут векторів x вибирається такий вектор, який мінімізує значення величини $W(x)$.

Стохастичне моделювання. Основною операцією в стохастичній моделі (5.71) є обчислення ймовірності події S^r ; $j=1,2,3$. для випадкових величин ξ_i ; $i=1,2,\dots,r$ за заданими законами розподілу. Реалізація оптимізаційної задачі (5.71) виконана на основі імітаційного моделювання. Сутність процесу моделювання полягає в наступному. Нехай N є число всіх виконаних випробувань у експерименті. У кожному випробуванні формується випадковий вектор $\zeta_k = \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N\}$; $\zeta_i = random$. Серед векторів $\xi(\zeta_i)$, очевидно, є такі, які задовольняють події S^r . Нехай їх число буде N^* , причому $N^* \leq N$. Уведемо в розгляд таку функцію

$$f(\zeta_i) = \begin{cases} 1, & \text{для } g(x, u, \zeta_i) \leq 0 \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (5.73)$$

Величина $\sum_{i=1}^N f(\zeta_i)$ є в точності число N^* випадкових векторів, що задовольняють події S^r . Співвідношення N^*/N визначає відносну частоту появи події S^r . Відповідно до посиленого закону великих чисел (теорема Бореля), зі збільшенням числа N незалежних випробувань відносна частота N^*/N прагне до істинної ймовірності події S_j , а саме:

$$Pr = \frac{N^*}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\zeta_i) \rightarrow prob(S_j), \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (5.74)$$

Нечітке моделювання. Реалізація рівняння (5.72) здійснюється на основі процедури нечіткого імітаційного моделювання. Основною операцією в цій

процедурі є обчислення можливості виконання події S^f , тобто $\text{Pos}(g(x, u, \xi) \leq 0)$. Виходячи із заданої оцінки β знизу і заданої функції належності $\mu(x)$, формуються β - рівневі множини Q_i для величини $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, компоненти якої подаються у вигляді нечітких інтервалів $Q_i = [a_i, b_i]$, де $a_i = \mu^{-1}(x)$; $a_i \leq x \leq m_i$; $b_i = \mu^{-1}(x)$; $m_i \leq x \leq b_i$. Тут $\mu^{-1}(x)$ - обернена функція заданої $\mu(x)$; m_i - модальне значення функції належності.

Так, наприклад, для Гаусової функції $\mu(x) = ke^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ маємо

$$a = m - \Delta(\alpha); b = m + \Delta(\alpha); \Delta(\alpha) = \sigma \sqrt{-2 \ln \frac{\alpha}{k}}; 0 < k \leq 1.$$

З множин $Q_i (i = 1, 2, \dots, n)$ формується Декартов добуток нечіткої множини Q , яка визначається як

$$\begin{cases} Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n \\ \mu_Q = \mu_{Q_1}(x_1) \wedge \mu_{Q_2}(x_1) \wedge \dots \wedge \mu_{Q_n}(x_n) = \min(\mu_{Q_1}(x_1), \mu_{Q_2}(x_1), \dots, \mu_{Q_n}(x_n)) \end{cases} \quad (5.75)$$

для кожного $x_i \in Q_i$; $i = 1, 2, \dots, n$.

Нехай для компонентів вектора ξ в множині Q випадковим чином формуються елементи v_j вектора $v = (v_1, v_2, \dots, v_m)$. Якщо для них одночасно виконується умова (5.75) $\psi \leq \mu_Q = \min(\mu_{Q_1}(v_1), \mu_{Q_2}(v_1), \dots, \mu_{Q_m}(v_m))$ і $g(x, u, v) \leq 0$, то слід вважати, що $\psi = \mu_Q$. Початкове значення ψ прийнято рівним заданому рівню β . Якщо повторити N разів ці операції, то отримується значення можливості $\psi_j = \text{Pos}(g(x, u, \xi) \leq 0)$; $j = 1, 2, \dots, T$; T - задане число рівнів; $\psi \leq \beta \leq 1$. Якщо вставити цю процедуру в будь-який пошуковий алгоритм мінімізації, в результаті чого отримується шукане значення $x^*(\beta)$ та ψ^k . З них треба сформувати такі нечіткі множини шуканих значень $W^*(x^*)$ та x^* [155].

$$x^* = \sum_{j=1}^T \left\{ \frac{\psi_j^*}{x^*(\beta_j)} \right\}; \quad W^* = \sum_{j=1}^T \left\{ \frac{\psi_j^*}{W^*(\beta_j)} \right\}; \quad (5.76)$$

В роботі для отримання шуканих оптимальних $W^*(x^*)$ та x^* використано

також метод Монте-Карло. Наступна дія - дефазифікація нечітких множин (5.76) за допомогою моделі EVM (expected value model), як $x^{df} = \sum w_i x^*(\beta_j)$;

$W^{df} = \sum_{i=1}^T w_i W^*(\beta_j)$; $i=1,2,\dots,T$. Вагові коефіцієнти w_i визначаються,

наприклад, за правилом «середній центр» $w_j = \psi_j^* / \sum_{j=1}^T \psi_j^*$. Таким чином,

результат нечіткого підходу є дефазифіковані значення цільової функції W^{df} та змінних проекту h^{df} і θ^{df} .

5.5.1 Числові експерименти детермінованої задачі оптимізації

Для $P^* = 12 \text{ кН}$; $E = 35 \text{ ГПа}$; $q^* = 5 \text{ кН/м}$; $M^* = 0.2 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $h^- = 0,05 \text{ см}$; $h^+ = 1 \text{ см}$; $\theta^- = 0,2$; $\theta^+ = 0,9$; $R = 10 \text{ см}$; $L = 100 \text{ см}$. За описаною вище процедурою імітаційного моделювання реалізовано модель (5.67). Результати реалізації є такими $W^{opt} = 2447,6 \text{ см}^3$; $h^{opt} = 0,39 \text{ см}$; $\theta^{opt} = 0,253$.

Графік збіжності обчислювальної процедури від числа статистичних випробувань наведено на рис. 5.24. При $N \geq 10^5$ гарантовано отримання детермінованого оптимального проекту. На рис. 5.25 – 5.26 наведено графіки залежності величин оптимального проекту W^{opt} , h^{opt} , θ від зміни параметра R .

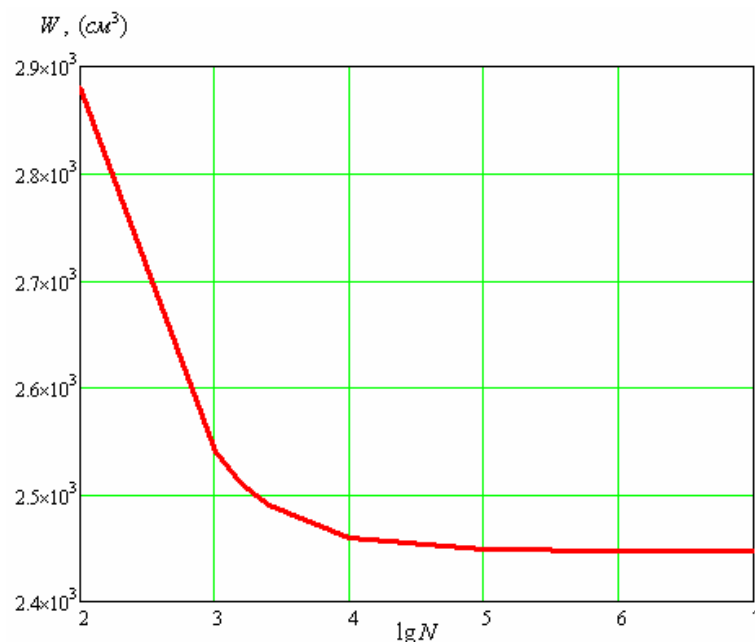


Рисунок 5.24 – Збіжність обчислювального процесу до оптимального розв'язку

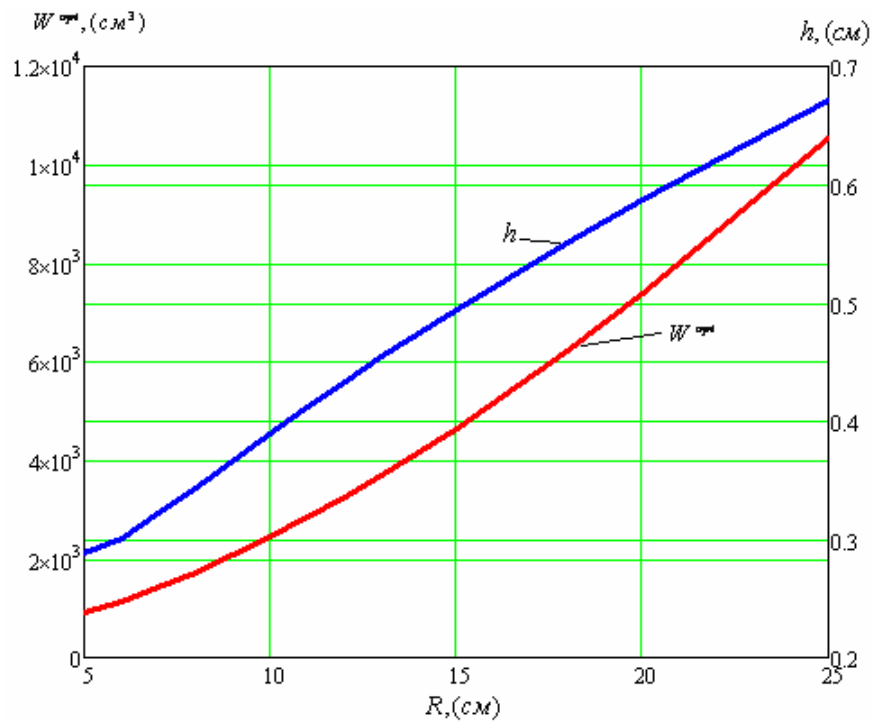


Рисунок 5.25 – Оптимальний обсяг і товщина оболонки від зміни радіусу

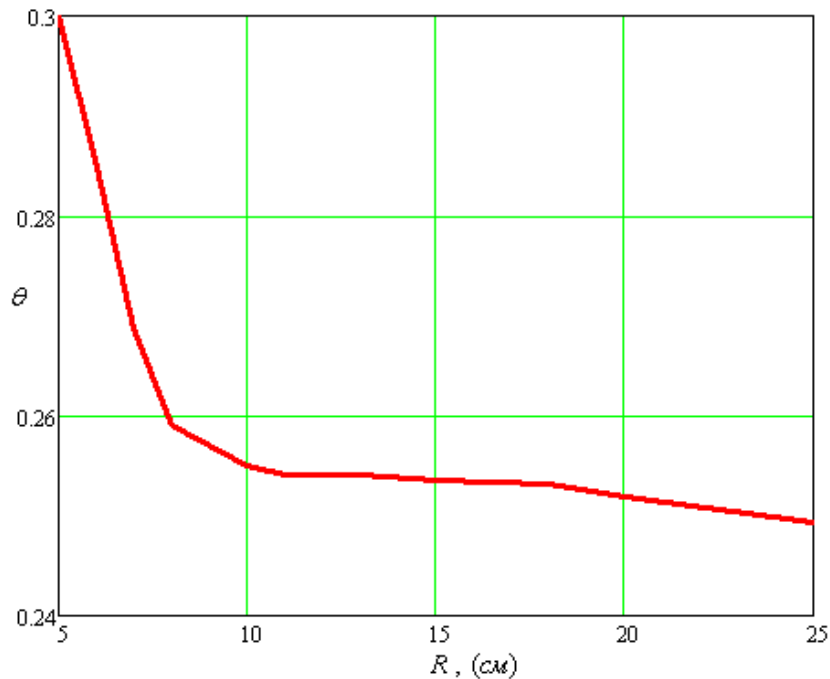


Рисунок 5.26 – Відносний вміст армуючих волокон від зміни радіусу

Таким чином, із графіків видно, що при збільшенні радіусу R оптимальні значення обсягу і товщини збільшуються, а вміст армуючих волокон оболонки зменшується.

5.5.2 Числові експерименти стохастичної задачі оптимізації

При сталих значеннях характеристик $E = 35$ ГПа ; $L = 100$ см та $R = 10$ см

проведено за розробленою процедурою числові експерименти розв'язання стохастичної задачі (5.71). Тут вважається, що величини P^* , q^* і M^* є випадковими із Гаусовою функцією щільності для якої задаються модальні значення m_{P^*} , m_{q^*} , m_{M^*} і дисперсії $\sigma_{P^*}^2$, $\sigma_{q^*}^2$, $\sigma_{M^*}^2$. В таблиці 5.6 наведено їх середні квадратичні відхилення σ_{P^*} , σ_{q^*} , σ_{M^*} .

Таблиця 5.6 – Характеристики випадкових величин

№ экс-ту	$\sigma_{P^*}, кН$	$\sigma_{q^*}, кН / м$	$\sigma_{M^*}, кН \cdot м$
1	1	1,5	0,02
2	0,5	1	0,01
3	0,10	0,5	0,002
4	2	1	0,03

Результати числових експериментів наведено в таблиці Б.56 додатку. Тут $N = 5 \cdot 10^8$ число статистичних випробувань; pr - величина обчислювальної ймовірності, при якій виконується умова в (5.71). Для кожного експерименту побудовано графіки (рис.5.27) оптимального обсягу W від рівня надійності α .

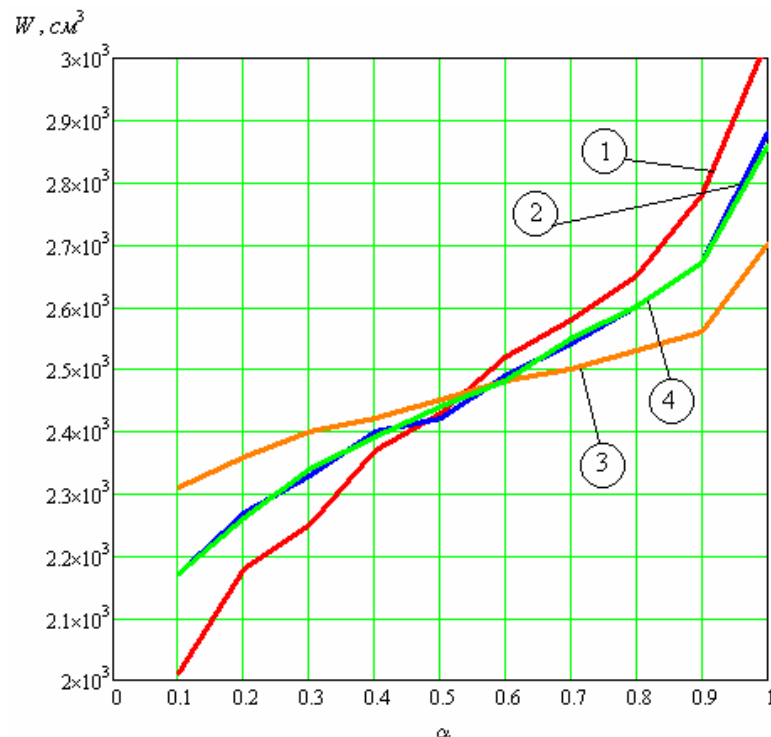


Рисунок 5.27 – Залежність оптимального обсягу W від рівня надійності α :

1, 2, 3, 4 – номер експерименту

Із графіків видно, що: 1) Збільшення середньоквадратичних відхилень σ_{P^*} , σ_{q^*} , σ_{M^*} величин випадкових силових факторів (збільшується ймовірне значення навантаження відносно модальних значень) і збільшення рівня надійності ($\alpha > 0.5$) призводить до збільшення обсягу матеріалу в оптимальному проекті. Навпаки, при збільшенні середньоквадратичних відхилень σ_{P^*} , σ_{q^*} , σ_{M^*} (зменшуються величини імовірного навантаження відносно модальних значень m_{P^*} , m_{q^*} , m_{M^*}) і зменшенні рівня надійності ($\alpha < 0.5$) відбувається зменшення обсягу матеріалу в оптимальному проекті. 2) Точка перетину всіх кривих експериментів дорівнює близько 0,5 і відповідає детермінованому розв'язку W^{opt} .

5.5.3 Числові експерименти нечіткої задачі оптимізації

Нехай сталими характеристиками експерименту будуть: $L = 100$ см; $E = 35$ ГПа; $m_P = 12$ кН; $m_q = 5 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$; $m_M = 0.2$ кН · м; $Rz = 10$ см; $0,05 \leq h \leq 1$ см; $0,2 \leq \theta \leq 0,9$. Нечіткими даними будуть величини навантаження P^* , q^* , M^* , які описуються через лінгвістичну змінну виду "приблизно". Фазифікацію цієї інформаційної ситуації моделюємо функцією належності трикутного виду. В цьому випадку кожна компонента $\xi_1 = P^*$, $\xi_2 = q^*$, $\xi_3 = M^*$ запишеться як нечітке трикутне число $\xi_i(a_i, m_i, b_i)_\Delta$, де a_i, m_i, b задаються в кожному експерименті. В табл. Б.57 додатку наведено характеристики нечітких даних шести чисельних експериментів, а в табл. Б.58 та Б.59 додатку та рис. 5.28 та рис. 5.29 результати експериментів. Відхилення розв'язання W^{df} від W^{\det} , отриманого при детермінованих даних знаходиться за такою формулою:

$$\eta = \frac{W^{\det} - W^{df}}{W^{\det}} 100\%.$$

В таблиці Б.59 додатку позначено $\Delta^{data}, \%$ - відхилення вихідних нечітких даних (P^* , q^* , M^*) від їх модальних значень (m_{P^*} , m_{q^*} , m_{M^*}).

$\eta = \Delta W, \%$ - відхилення результату W^{df} від значення $W_{det} = 2448 \text{ см}^3$ при детермінованих (модальних) даних $m_{p^*}, m_{q^*}, m_{M^*}$.

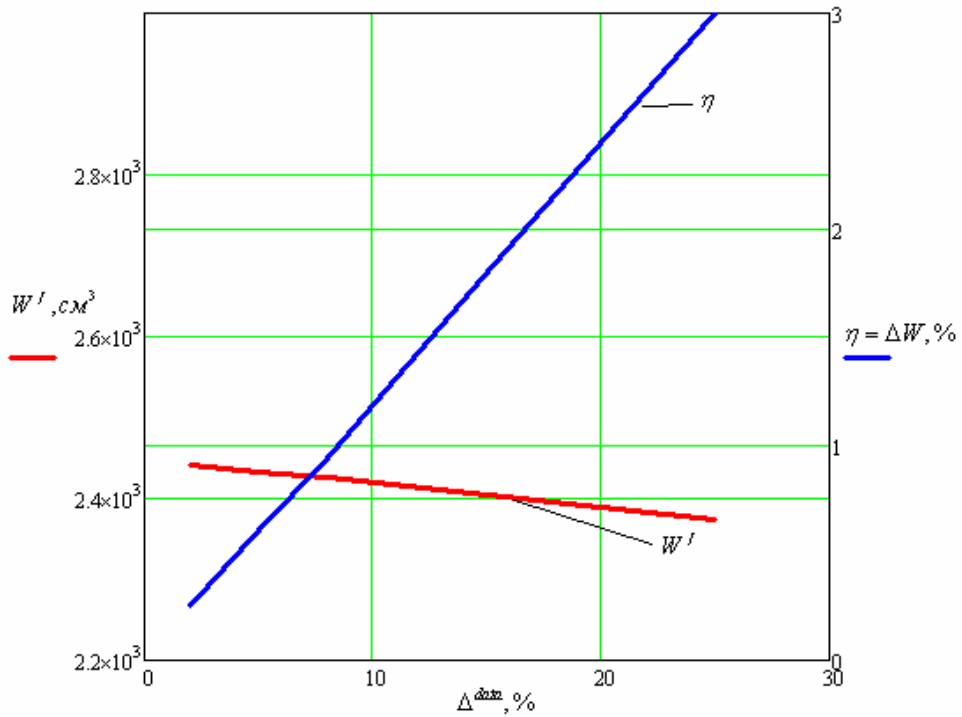


Рисунок 5.28 – Дефазифікований обсяг W^f і відхилення η результату

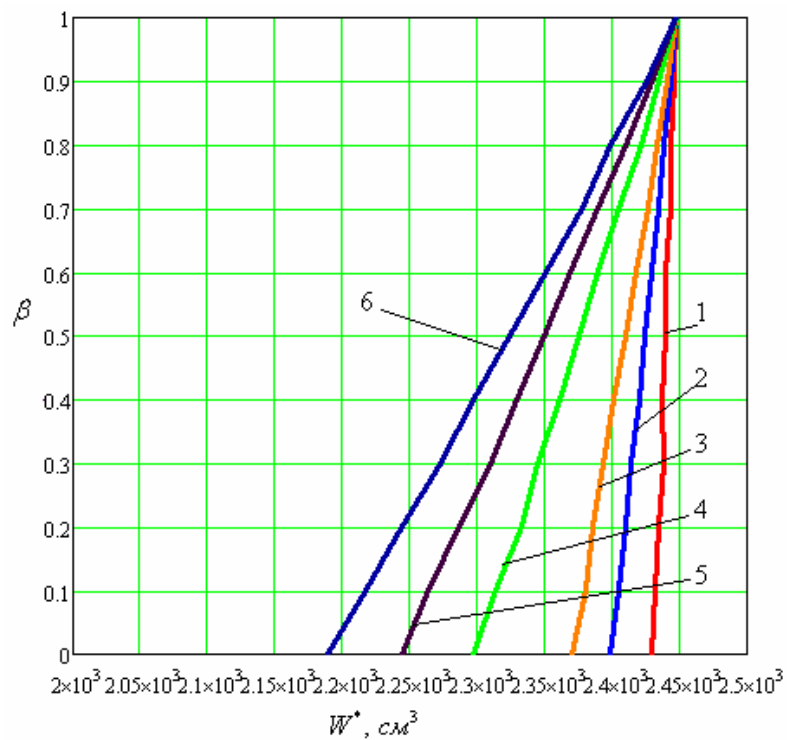


Рисунок 5.29 – Функція належності нечіткої W^* для проведених експериментів

За даними таблиці Б.59 побудовано графіки залежності змінних W^f і η - дефазифікованого значення оптимального обсягу і відхилення його від детермінованого розв'язку $W_{\text{det}} = 2448 \text{ см}^3$ (рис. 5.28). Із графіків рис. 5.28 та рис. 5.29 видно, що 1) із збільшенням ($\beta \rightarrow 1$) рівня можливості виконання обмеження задачі ОПК, оптимальний обсяг W^{df} збільшується до розв'язку при детермінованих даних ($\beta = 1$); 2) реакція оптимального проекту $\eta(\Delta^{data})$ до "грубих" даних лінійна і не призводить до різкого збільшення обсягу матеріалу оболонки.

5.6 Оцінка максимального значення осьової сили, що тисне на циліндричну оболонку, при заданих зовнішньому тиску, крутному моменту і нечітких геометричних характеристиках

За умови, що об'єктом оптимізації виступає оболонка №2 п.5.1, розглянемо задачу про пошук максимального значення повздовжньої сили P^* за умови, що інші силові фактори - величини зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^* є детермінованими та задаються. Вихідні параметри h , R і θ є нечіткими величинами, які описані функціями належності, відповідно μ_h , μ_R , μ_θ . В роботі ці функції описані у формі $L - R$ типу трикутного вигляду.

Уведемо до розгляду такі позначення:

$$x_1 = h; x_2 = R; x_3 = \theta; x_4 = 1 - x_3; x_i > 0; i = 1, 2, 3, 4; x = (x_1, x_2, x_3, x_4);$$

$$B = \frac{2\pi E}{\sqrt{3}}; C = \frac{2\pi\sqrt{6}E}{\pi l x_2^{3/2}}; D = 1.48\pi E x_2^{3/2}.$$

В цих позначеннях обмеження (5.10) місцевої втрати стійкості прийме такий вигляд:

$$\frac{P^*}{G} + \frac{q^*}{T} + \frac{(M^*)^2}{S} \leq 1, \quad (5.77)$$

$$G = \frac{1}{Bx_1^2 \sqrt{x_2 x_4}}; \quad T = \frac{1}{C\sqrt{x_1^5} \sqrt[4]{x_3^3 x_4}}; \quad S = \frac{1}{D^2 x_1^5 \sqrt[4]{x_3^3 x_4^5}}. \quad (5.78)$$

Із співвідношень (5.77)-(5.78) впливає така нерівність:

$$\left(G - G \left(\frac{q^*}{T} + \frac{(M^*)^2}{S} \right) \right) \geq P. \quad (5.79)$$

Позначимо через

$$g(x, \xi) = \left(G - G \left(\frac{x_3}{T(x, \xi)} + \frac{x_4^2}{S(x, \xi)} \right) \right); \quad G = G(x, \xi),$$

Якщо вважати за цільову функцію величину поздовжньої сили P , то задача нечіткої оптимізації запишеться як

$$P_{\max} = \arg \left\{ \max_F P \mid Pos(g(x, \xi) \geq P) \geq \beta \right\}, \quad (5.80)$$

де $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ - вектор вихідних детермінованих даних, з компонентами $x_1 = E$; $x_2 = l$; $x_3 = q^*$; $x_4 = M^*$, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ - вектор нечітких даних з компонентами $\xi_1 = h$; $\xi_2 = R$; $\xi_3 = \theta$; $\xi_4 = 1 - \theta$, β - заданий рівень можливості Pos виконання події (5.79). При $\beta = 1$ маємо детермінований випадок. Задача (5.80) відноситься до класу задач математичного програмування з обмеженнями невизначеного типу, так званими ССР - моделями (Chance Constrained Programming) [236].

5.6.1 Нечітке моделювання

Етапи нечіткого моделювання для сформульованої задачі будуть такими:

Етап 1. Задати $\bar{P} = -\infty$;

Етап 2. Сформулювати випадковим чином вектор $u = (u_1, u_2, u_3)$,

$$u_1 = x_h^L + (x_h^R - x_h^L)\zeta_1; \quad u_2 = x_R^L + (x_R^R - x_R^L)\zeta_2; \quad u_3 = x_\theta^L + (x_\theta^R - x_\theta^L)\zeta_3, \quad (5.81)$$

де $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ - *random* із інтервалу $[0,1]$; x_h^L, x_h^R ; x_R^L, x_R^R ; x_θ^L, x_θ^R - граничні інтервали β - рівневих множин Q_β .

Етап 3. Якщо $\bar{P} \leq g(x, u)$, тоді вважати, що $\bar{P} = g(x, u)$.

Етап 4. Повторити дії другого і третього етапу N разів.

Етап 5. Видати шукане значення $P_{\max} = \bar{P}$.

Зауваження 1. В цій процедурі ціле число N береться достатньо великим.

Зауваження 2. Отримання β -рівневих $\{Q_\beta\}$ здійснюється за інформацією, що $h(a_h, m_h, b_h)_\Delta$, $R(a_R, m_R, b_R)_\Delta$, $\theta(a_\theta, m_\theta, b_\theta)_\Delta$ - нечіткі трикутникові числа, причому параметри $a_h, m_h, b_h, a_R, m_R, b_R, a_\theta, m_\theta, b_\theta$ - задані детерміновані величини. Функція належності для них буде такою (2.50).

$$Q_\beta = [x_L^\beta, x_R^\beta]; \quad x^L = \beta m + (1 - \beta)a; \quad x^R = \beta m + (1 - \beta)b. \quad (5.82)$$

Формули (5.82) отримані із розв'язання рівняння $\mu(x) = \beta$, де $\mu(x)$ визначається співвідношенням побудованим на базі формули (2.50).

В результаті виконання етапів цього алгоритму отримуються шукані значення $P^{\max}(\beta)$ як нечітка множина $\left\{ \frac{\beta}{P^{\max}(\beta)} \right\}$, $0 \leq \beta \leq 1$. Наступна дія нечіткого моделювання - це дефазифікація отриманої нечіткої множини, а саме: отримання детермінованого значення P_{df}^{\max} за формулою $P_{df}^{\max} = \sum_{i=1}^n w_i P^{\max}(\beta_i)$, де $w_i = w_i(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ - вагові коефіцієнти; n - число рівнів. Вагові коефіцієнти обчислюються за такими правилами (2.81).

5.6.2 Чисельна ілюстрація

При таких вихідних даних для першого експерименту: $l = 100$ см; $E = 35$ ГПа; $q^* = 30$ кН / м; $M^* = 0$; $m_h = 0.1$ см; $m_R = 10$ см; $m_\theta = 0.7$ - модальні значення h, R, θ ; $N = 5 \cdot 10^6$ проведено чисельні розрахунки, при зафіксованих q^* і M^* , пошуку

$$\max \left\{ P \mid Pos \left(g \left(q^*, M^*, h, R, \theta \right) \geq P \right) \right\},$$

за умови, що h , R , θ - нечіткі величини, які задані трикутною функцією належності з розкидом від m : $\Delta_h = 0,01$ см, $\Delta_R = 1$ см, $\Delta_\theta = 0,01$. Отримано нечіткі значення осьової стискуючої сили, які надані в табл. Б. 60 та рис. 5.30.

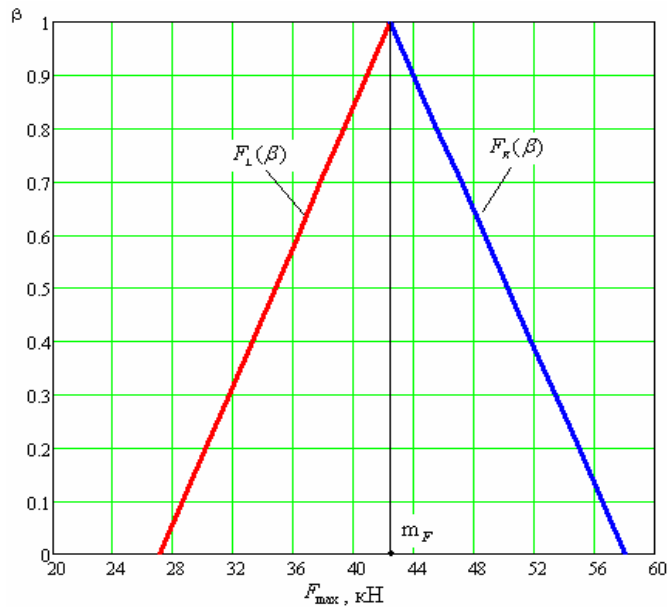


Рисунок 5.30. Нечітке число - осьова сила P_{\max}

Данні табл. 5.7 та рис. 5.31 показують зміни дефазифікованих величин P_{df} і їх відхилень від детермінованих значень стискуючої сили при зміні розкиду величини Δ_R за умови детермінованих даних $h = 0,1$ см, $R = 10$ см, $m_\theta = 0,7$. Зі збільшенням розкиду несуча здатність зменшується.

Таблиця 5.7 – Дефазифіковані значення осьової сили в залежності від розкиду нечіткої величини R і відхилення від розв'язку задачі за умови детермінованих даних $h = 0,1$ см, $R = 10$ см, $m_\theta = 0,7$

Δ_R , см	0,25 (2,5%)	0,5 (5%)	1 (10%)	2 (20%)	2,5 (25%)	3 (30%)
P_{df} , кН	38,787	38,762	38,69	38,372	38,141	37,858
%	8,63	8,69	8,88	9,61	10,12	10,82

Отримані данні толерантні до величин Δ_R .

В другому чисельному експерименті взято такі початкові дані. Нехай значення розкидів геометричних параметрів будуть $\Delta_h = 0,05$ см, $\Delta_\theta = 0,01$, $\Delta_R = 1$ см. Значення розподіленого навантаження приймемо як детерміноване і

фіксоване. Припустимо воно дорівнює $q = 30 \text{ кН / м}$. Результати впливу значення крутного моменту на детерміноване P_{det} і дефазифіковане P_{df} значення критичної стискаючої сили наведено в таблиці Б.61 та рис. 5.32. На цьому рисунку подано P_{det} - розв'язання при детермінованих даних, та P_{df} - дефазифікована величина.

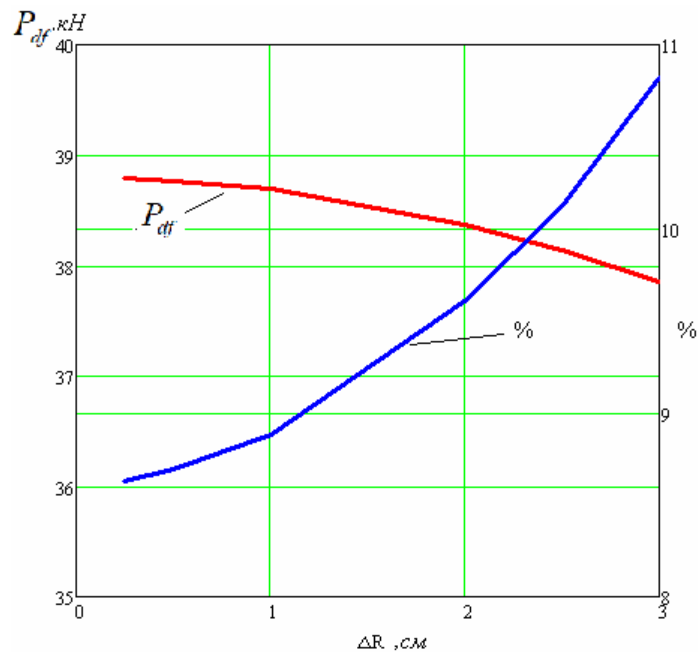


Рисунок 5.31 – Графік зміни дефазифікованих величин P_{df}

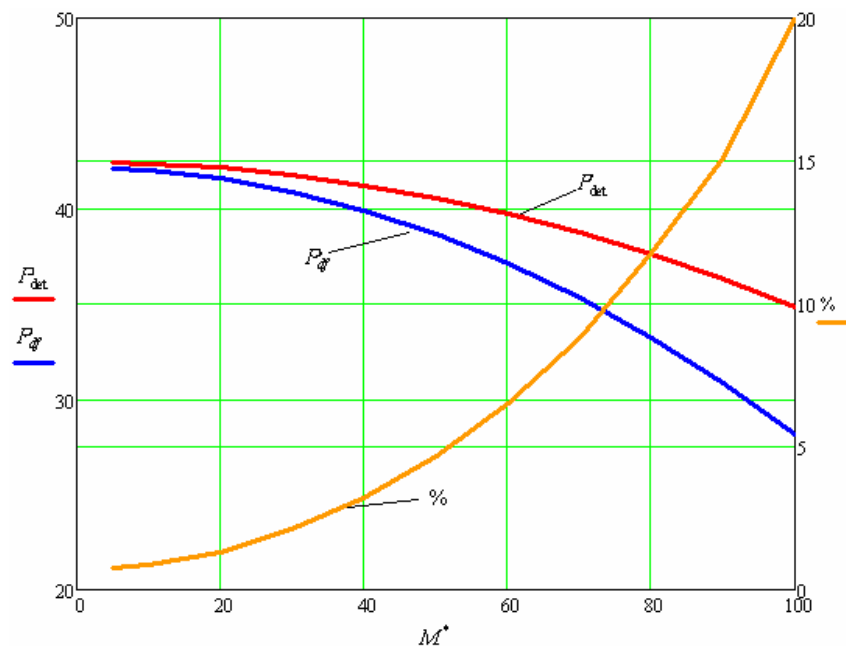


Рисунок 5.32 – Оптимальні значення P_{det} і P_{df} при зміні силового фактору M^* , а також відхилення значень P_{df} від P_{det} (у відсотках)

5.7 Застосування мір різних видів невизначеності в задачі пошуку критичної сили для ортотропної оболонки за умов несучої здатності

В цьому пункті роботи досліджено "шанси" виконання невизначеної події. Кожний вид невизначеності характеризується своїми мірами: імовірністю - для випадкових подій, можливістю - для нечітких подій, довіри - для неточних подій. Пропонуються процедури обчислення перелічених мір. Вони застосовуються в оптимізаційній задачі визначення максимальної величини осьової сили, яка стискає армовану циліндричну оболонку із склопластику в умовах невизначеності завдання геометричних параметрів – товщини і радіусу та опису відповідної міри виконання невизначеної події, яка полягає в виконанні обмежень загальної і місцевої стійкості та міцності.

В процесі проектування конструкцій, як правило, не формується інтелектуальна база знань про рішення, які приймаються. Проектувальники обмежуються, в основному, розрахунковою оцінкою стійкості проекту до впливу різного роду факторів. Вплив поточних змін окремих факторів на проект конструкції, в цілому не розглядається.

Однією з важливих задач, що виникають при формалізації процесів проектування і прийняття рішень, є задача оцінювання початкових параметрів, в тому числі і невизначених, які використовуються в математичних моделях.

Мета даної роботи - показати, що міри невизначеності є придатним математичним апаратом для формулювання і розв'язання задач ОПК.

Поняття мір невизначеності дається в пункті роботи 2.4.1. Відомі міри, які приймаються в умовах випадкової, нечіткої і неточної невизначеності є відповідно імовірність (probability), можливість (possibility), довіра (trust). Міри невизначеності широко використовуються у зв'язку з проблемами штучного інтелекту. Опанування цього напряму прикладної математики дає в руки науковцям і практикам в інженерії сучасний апарат дослідження. Застосування перелічених вище мір невизначеності перенесено на задачу визначення максимального значення осьової сили P^* , що діє на циліндричну армовану

оболонку із склопластику, в умовах завдання вихідних параметрів проектування: радіуса, товщини і відносного розташування армованих волокон. Тобто розглядається об'єкт оптимізації №1. Математична модель задачі формується як

$$P^* = \arg \{ \max_P P \mid Ch(A) \geq \beta \}, \quad (5.83)$$

де: A - невизначена подія виду $A: g_j(x, \xi) \leq 0; j=1,2,3,4; \beta$ - заданий заздалегідь рівень невизначеності.

У відповідності до (5.8) перепишемо фізичні обмеження та вектор параметрів:

$$g_1 = \frac{P}{Bx_1^2 \sqrt{x_3 x_4}} - 1; g_2 = \frac{P}{Cx_1 x_2^3 x_3} - 1; g_3 = \frac{P}{Dx_1 x_2 \sqrt[3]{x_3^2}} - 1; g_4 = x_3 + x_4 - 1, \quad (5.84)$$

де $B = \frac{2\pi E}{\sqrt{3}}$; $C = \frac{\pi^3 E}{l^2}$; $D = 2\pi\sigma_0$; $x_1 = h$ - товщина; $x_2 = R$ - радіус; $x_3 = \theta$ - відносний вміст армуючих волокон; $x_4 = 1 - \theta$; $x_5 = l$ - довжина оболон. За змістом задачі ці величини є додатні. Величини E, σ_0 - відповідно модуль пружності і міцність матеріалу оболонки на стискання.

Проведемо обчислювальні процедури визначення мір (2.43). Наведемо результати числових експериментів.

5.7.1 Імовірнісна міра

Нехай

$$A: \{ g_j(x, \xi) \leq 0; j=1,2,\dots,m \} \quad (5.85)$$

є подією, в якій виконуються одночасно всі m обмежень. Тут $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - вектор детермінованих даних, $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p\}$ - вектор невизначених параметрів.

Імовірнісною мірою (Probability measure) за Лапласом називають відношення числа сприятливих випадків появи події A до числа всіляких її результатів. Ці відношення називають імовірністю. За допомогою його можна виразити модальність "імовірність" кількісним чином. Величина ξ в (5.85) в

цьому випадку є випадковою, яка задається апіорною функцією розподілення $F(x)$, або щільністю розподілу імовірності $f(x)$. Обчислення ймовірності появи випадкової події A $p = Prob(A)$, для будь-якої $f(x)$ ґрунтується на використанні статистичного моделювання (метод Монте-Карло) і посиленого закону "великих чисел" теорії ймовірності (перша теорема Бореля [204]).

Метод Монте-Карло використовується для здійснення випробувань, в яких формується величина параметра невизначеності за відповідним законом $f(x)$ розподілу імовірності.

За посиленням законом "великих чисел" для будь-якого експерименту з нескінченим числом випробувань N має місце збіжність відносної частоти N^* / N появи випадкової події до істинної ймовірності, тобто

$$N^* / N \rightarrow p \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (5.86)$$

де N^* - число наслідків експерименту, що сприяють появі події A .

Чисельні експерименти. Для ілюстрації обчислення імовірнісної міри розглянемо подію A - одночасне виконання умови несучої здатності стиснутої оболонки: місцевої, загальної втрати стійкості та міцності в задачі проектування стиснутої випадковою силою P^* армованої циліндричної оболонки із склопластику. Для неї маємо [163] для випадку детермінованих даних (5.84), за змістом задачі величини є додатні і можуть частково з вектора $[x_i]; i = 1, 2, \dots, 5$ переходити до вектора $[\xi_i]; i = 1, 2, \dots, 5$.

Інформаційна гранула. Нехай осьове навантаження P^* є випадкова величина ξ з трикутним законом $T(a, m, b)$ розподілу щільності ймовірностей

$$f(x) \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}, \text{ if } a < x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}, \text{ if } m < x \leq b \\ 0, \text{ otherwise } x. \end{cases} \quad (5.87)$$

Параметри розподілу a, b, m - будемо називати *інформаційною гранулою* (рис. 5.33) [247].

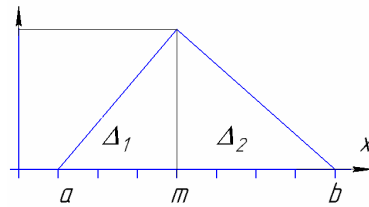


Рисунок 5.33 – Інформаційна гранула випадкової величини P^*

Вони визначаються як $a = m - \Delta_1$; $b = m + \Delta_2$; $\Delta_1 = k_1 m / 100$; $\Delta_2 = k_2 m / 100$, де k_1, k_2 (%) – коефіцієнти розкиду границі гранули. Відрізок $[a, b]$ будемо називати шириною інформаційної гранули.

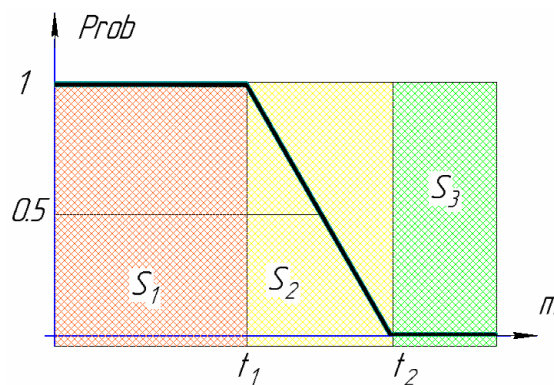


Рисунок 5.34 – Множини розподілу ймовірностей

Величини t_i , кН характеризують множини: $S_1 : [0; t_1]$; $S_2 : [t_1; t_2]$; $S_3 : [t_2; \infty]$. Множина S_1 відображає таку інформаційну ситуацію: подія A відбудеться обов'язково, оскільки $Prob(A)=1$. Множина S_2 характеризує ситуацію, коли подія A може відбутися з імовірністю $0 < Prob(A) < 1$. Для елементів множини S_3 подія A обов'язково не відбудеться оскільки $Prob(A) = 0$.

Приклад 1. Обчислення ймовірності. При числових вихідних даних, $E = 35$ ГПа; $\sigma_0 = 0,4$ ГПа; $l = 50$ см; $h = 0,15$ см; $R = 8$ см; $\theta = 0,4$, виконано розрахунки імовірності виконання події A для різних значень параметрів k_1 та k_2 інформаційної гранули. Результати розрахунків подано в таблиці Б.62 і на рисунку 5.35, з яких видно, що збільшення невизначеності призводить до збільшення границі t_2 у випадку симетричного завдання k_1 та k_2 . При несиметричному завданні k_1 та k_2 границі t_1 і t_2 змінюються. Подана числова

інформація на рис 5.35 про отримані параметри t_1 і t_2 для різних випадків завдання розміру ширини інформаційної гранули. При симетричному завданні $\Delta_1 = \Delta_2$ значення t_1 в проведених експериментах збігаються до величини $m_p = 140 \text{ кН}$. Величина t_2 збільшується із збільшенням параметрів k_1 та k_2 (можливих неточностей в завданні сили P).

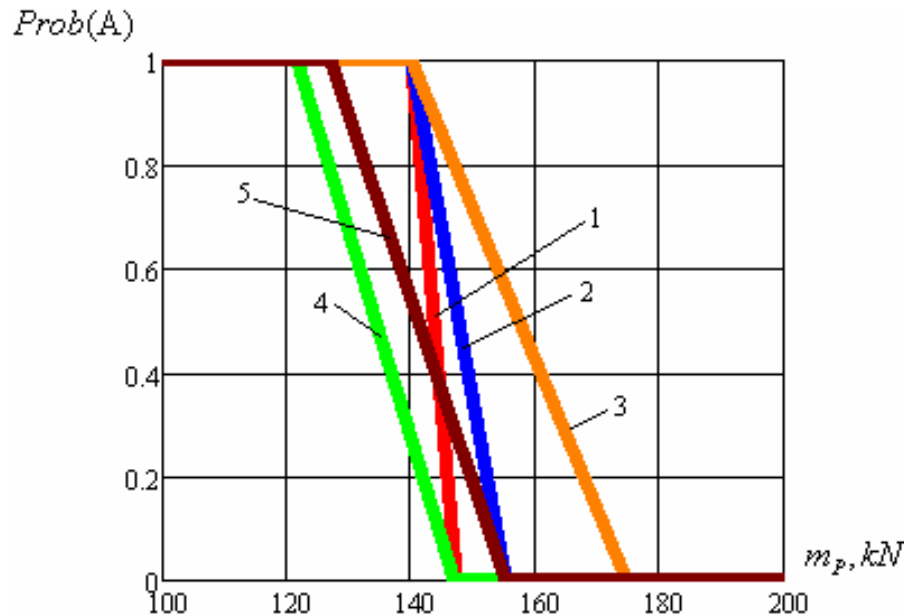


Рисунок 5.35 – Графічне представлення обчисленої імовірності та області виконання події A : 1, 2, 3, 4, 5 – номери експерименту

Приклад 2. Визначення значення критичної сили, що стискає оболонку. Розглянемо таку задачу стохастичної оптимізації

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \mid \text{Prob}(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha; j = 1, 2, \dots, m \right\} \quad (5.88)$$

Якщо взяти вирази g_j із обмежень (5.84), то модель (5.88) описує задачу визначення максимального значення осьової стискаючої сили P^* , яка діє на армовану циліндричну оболонку із склопластику в умовах випадкової інформації про геометричні параметри $\xi = (h, R)$ і виконання обмежень на загальну і місцеву стійкість та міцність. Функції $f_h(x)$ і $f_R(x)$ задаються трикутним законом (5.87). Рівень імовірності $\text{Prob}(A)$ обмежений величиною $\alpha \in [0, 1]$, який задається заздалегідь.

Вище описана числова процедура визначення $Prob(A)$ вставляється в пошукову процедуру визначення максимуму. В роботі використано метод Монте-Карло. Результат обчислень для різних значень α і параметрів інформаційної гранули k_1, k_2 є максимальна величина стискаючої сили P^* , яка подана в таблиці Б.63 додатку. Числові розрахунки виконано для таких значень параметрів $m_h = 0.15 \text{ см}$; $m_R = 8 \text{ см}$; $E = 35 \text{ ГПа}$; $\theta = 0.4$; $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$. З таблиці видно, що: 1) для $\alpha = 0.5$ при симетричному завданні параметрів розкиду $k_1 = k_2$ значення сили P^* однаково і дорівнює $139,95 \text{ кН}$, як в детермінованому випадку. 2) Збільшення значень параметру k_1 при фіксованому k_2 призводить до зменшення сили P^* . 3) Збільшення параметру k_2 при фіксованому значенні k_1 призводить до збільшення величини P^* . 4) Збільшення коефіцієнта розкиду $k = k_1 = k_2$ призводить до зменшення критичної сили P^* . Причому, чим більше α тим менше становить величина P^* , тобто великі помилки при завданні випадкових параметрів h, R та потреби $\alpha \rightarrow 1$ призводять до зменшення несучої здатності конструкції, причому лінійно (рис.5.36).

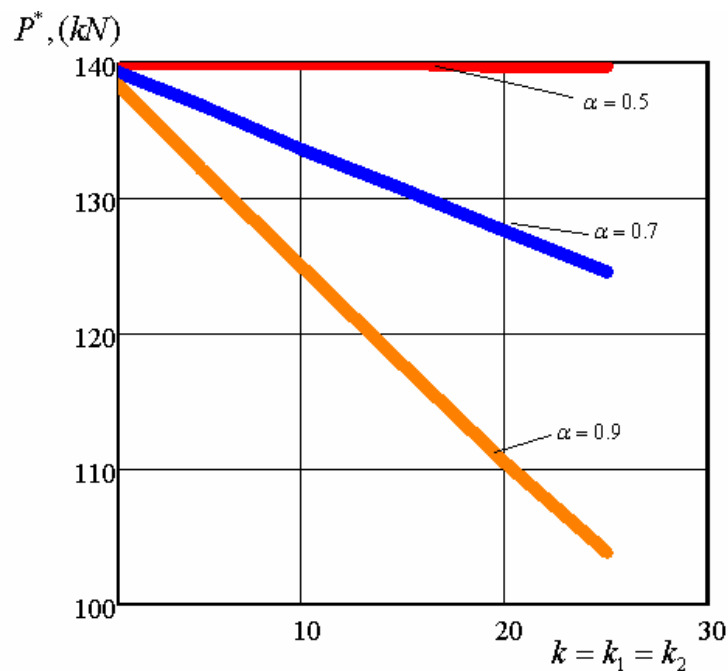


Рисунок 5.36 – Графічна залежність величини сили P^* від параметрів α, k

5.7.2 Міри нечіткості

Нечіткість описується мірою *можливість*, яка зумовлює ступінь виконання деякої нечіткої події в умовах обставин, які розглядаються. Міра можливості дозволяє виразити модальність "можливо" кількісним способом - додатним числом із інтервалу $[0,1]$.

Процедура обчислення міри можливості. Нехай $A: \{g_j(x, \xi) \leq 0; j=1, 2, \dots, m\}$ є нечітка подія, де ξ - вектор нечітких величин, заданих відповідними функціями належності $\mu_i; i=1, 2, \dots, n$.

Обчислення можливості виконання нечіткої події A ґрунтується на використанні таких властивостей теорії нечітких множин [252] - Декартів добуток множин $Q_1, Q_2, \dots, Q_n \in Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n$. Для цих множин $Q_i \subseteq X_i; X_i \subseteq X; i=1, 2, \dots, n$ має місце

$$\mu = \mu_{Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n} = \min(\mu_{Q_1}(x_1), \mu_{Q_2}(x_2), \dots, \mu_{Q_n}(x_n)); \forall x_i \in X_i; i=1, 2, \dots, n, \quad (5.89)$$

де $\mu_{Q_i}(x_i)$ - степінь належності елемента x_i нечіткій множині $Q_i; X_i$ - підмножина універсальної множини $X \subseteq R^+$ (дійсних додатних чисел).

Також використана властивість: можливість виконання об'єднання двох деяких нечітких подій A та B є найбільша з можливостей кожної множини, тобто

$$Pos(A \cup B) = Sup(Pos(A), Pos(B)). \quad (5.90)$$

Множина Q_i утворюється за допомогою розв'язання рівняння

$$\mu(x) = \alpha, \quad (5.91)$$

де α - заданий рівень можливості.

Наприклад, для функції належності (2.52) множина Q_i має вигляд

$$Q_i = [x_i^L(\alpha), x_i^R(\alpha)]; i=1, 2, \dots, n^*, \quad (5.92)$$

де $x_i^L(\alpha) = m - \Delta; x_i^R(\alpha) = m + \Delta; \Delta = \sigma \sqrt{-2 \ln \alpha}; \alpha = k \cdot \Delta \alpha; k=1, 2, \dots, n^*$; n^* - число α - рівнів (дискретів) (рис. 5.37); $\Delta \alpha$ - заданий крок дискретизації.

Для функції належності трикутного виду (2.50), де $a = m - \Delta_1, b = m + \Delta_2,$

$\Delta_1 = mk_1 / 100$, $\Delta_2 = mk_2 / 100$, m - мода нечіткої величини, k_1, k_2 - коефіцієнти розкиду. Множина Q_i для (2.50) має вигляд

$$X_i^L(\alpha) = m\alpha + a(1 - \alpha); X_i^R(\alpha) = m\alpha + b(1 - \alpha). \quad (5.93)$$

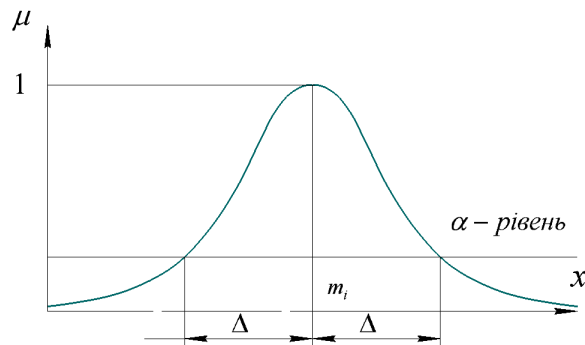


Рисунок 5.37 – Функція належності Гаусова виду

Процес обчислення можливості L заснований на нечіткому моделюванні. Будемо вважати, що початкове значення можливості чисельно дорівнює $\alpha_0 \in [0,1]$, яке зумовлене заздалегідь. Для α - рівня і заданої функції належності $\mu_L(x)$ компоненти нечіткої величини $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ будуються множини Q_i (5.91), в яких випадковим чином формується вектор $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$. Підставляючи вектор u в означення нечіткої події A , а саме: $g_j(x, u)$ визначимо на основі першої властивості (5.89) значення $\mu_Q(x)$. Виконання другої властивості (5.90) дає значення $L(N) = \max(L, \mu_Q)$ в одному випадковому експерименті. Під час випробування експерименти повторюють достатньо велику кількість разів, в результаті отримується шукана оцінка значення можливості, тобто $L^* = L(N); N \rightarrow \infty$.

Приклад 1. Обчислення міри можливості

Для події A із (5.83), в якій g_j описуються виразами (5.84), а величини $x = (x_1, x_2, \dots, x_6)$, $\xi = (\xi_1)$: $\xi_1 = P$ - нечіткою величиною, а $x_1 = h$, $x_2 = R$, $x_3 = \theta$, $x_4 = 1 - \theta$, $x_5 = E$, $x_6 = \sigma_0$ - задані величини. Необхідно визначити величину можливості $Pos(A)$ в залежності від характеристик опису величини сили P .

Нехай величина P задається нечітким чином: «дорівнює приблизно P_0 ».

За теорією нечітких множин фазифікацію цього словесного вислову здійснимо через введення до розгляду функції належності трикутного виду. Трійка a, b, m - характеризує ширину інформаційної гранули нечіткої величини $P(a, m, b)_\Delta$. При $E = 35 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$; $l = 50 \text{ см}$; $h = 0,15 \text{ см}$; $R = 8 \text{ см}$; $\theta = 0.4$ за пропонованим тут алгоритмом отримано результати, які надані на рисунку 5.38 та в таблиці Б.64 додатку.

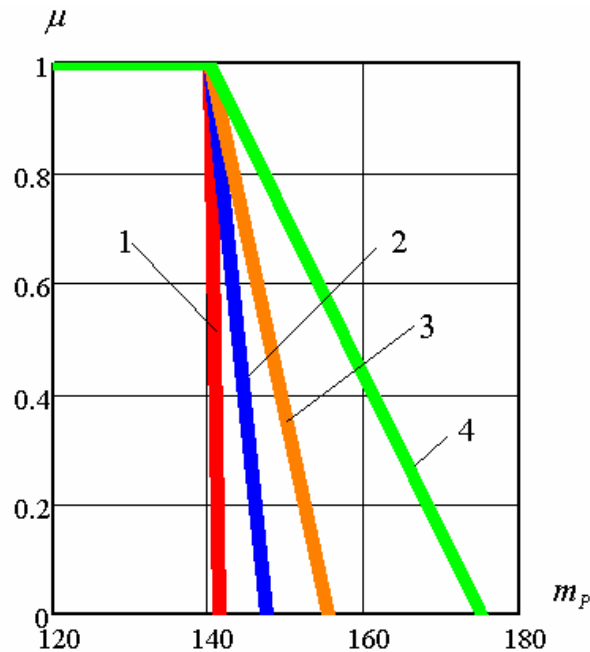


Рисунок 5.38 – Можливості $Pos(A)$ для різних коефіцієнтів нечіткості: 1, 2, 3, 4 – номери експерименту

Приклад 2. Визначення критичного значення сили

Розглянемо задачу пошуку максимального значення P^* осьової сили, яка стискає армовану циліндричну оболонку із склопластику в умовах завдання нечітких значень товщини h і радіусу R , тобто «приблизно h_0 » і «приблизно R_0 ». Оптимізаційна модель цієї задачі записується як

$$P^* = \arg(\max_P P | Pos(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha) \quad (5.94)$$

Вирази для g_j описані формулами (5.84). Фазифікація товщини і радіусу виконана на основі застосування функцій належності трикутного виду. Інформаційні гранули для кожної $\xi_1 = h$ і $\xi_2 = R$ в цьому випадку будуть $h(a_h, m_h, b_h)$, $R(a_R, m_R, b_R)$. При таких числових даних $E = 35 \text{ ГПа}$,

$\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$; $l = 50 \text{ см}$; $h = 0,15 \text{ см}$; $R = 8 \text{ см}$; $\theta = 0.4$ виконано оптимізацію на заданому інтервалі $P \in [P^-, P^+]$, де P^- , P^+ границі можливої області пошуку величини сили P^* . Оптимізаційна процедура обчислення базується на використанні методу Монте-Карло [160, 215]. Результати обчислення величини P^* наведені в таблиці Б.65 і Б.66. За даними цих таблиць побудовано графіки залежності рис. 5.39 та рис. 5.40.

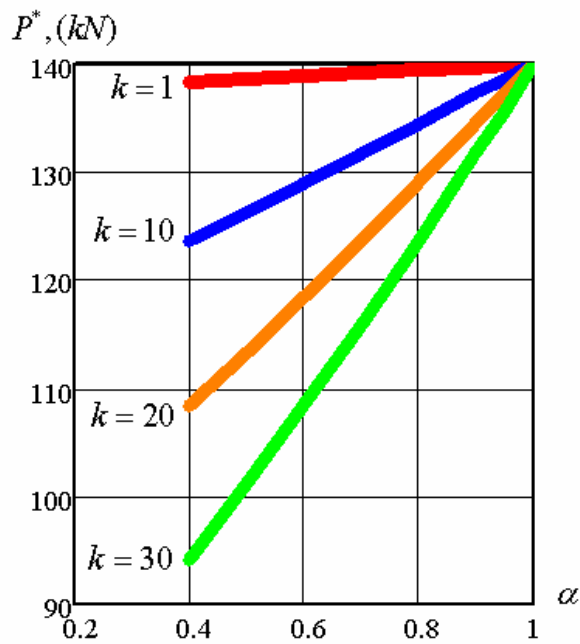


Рисунок 5.39 – Графічне уявлення результатів

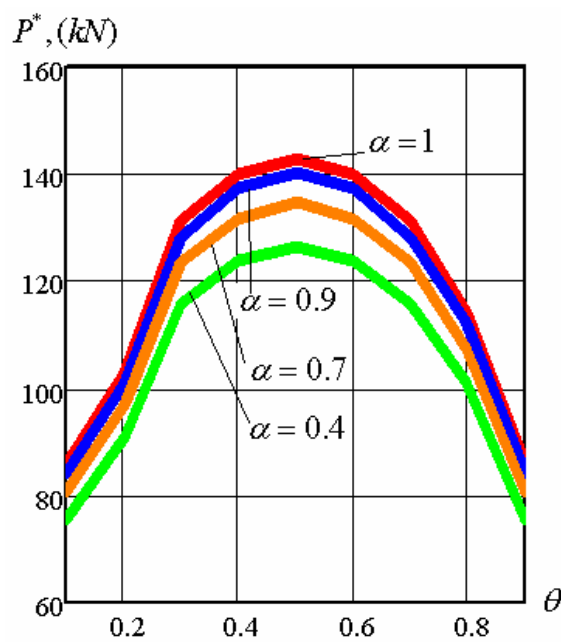


Рисунок 5.40 – Зміна P^* від θ

На рисунку 5.39 залежність P^* відповідно від апіорного значення можливості α і величини відносного вмісту армуючих волокон. Збільшення можливості виконання події A збільшує значення P^* до детермінованого $P^* = 139.95 \text{ кН}$ при різних коефіцієнтах розкиду $k_1 = k_2 = k$ (від 5% до 30%).

На рисунку 5.40 подано залежність P^* від зміни детермінованої величини θ при $k = 10\%$ для різних апіорних значень можливості α . Збільшення величини α призводить до збільшення значень P^* . Найбільше значення досягається при $\theta = 0.5$.

5.7.3 Міра неточності

В пункті 2.4.1. позначено, що міра довіри описує модальність "неточно". Величину ξ називають "неточна", якщо вона описується нерівністю (2.45), де границі множин $[a, b]$, $[c, d]$ можуть бути точними або розмитими. Такі множини в теорії неточних множин називають відповідно нижнім та верхнім наближенням (рис. 2.1), де $a = m - \Delta_1$; $b = m + \Delta_2$; $c = m - \Delta_3$; $d = m + \Delta_4$.

Інформаційну гранулу величини ξ утворюють величини m, a, b, c, d . Якщо $\Delta_i = k_i m / 100$; $i = 1, 2, 3, 4$ то $a = m(1 - k_1)$; $b = m(1 + k_2)$; $c = m(1 - k_3)$; $d = m(1 + k_4)$; k_i - задані коефіцієнти розкиду неточної величини (%).

Нехай неточна величина ξ є вимірною функцією із простору наближень $(\Lambda, \Delta, \mathfrak{S}, \psi)$ у дійсну пряму [236], де $\Lambda = \{x | c \leq x \leq d\}$, $\Delta = \{x | a \leq x \leq b\}$ і $\xi(x) = x; \forall x \in \Lambda$, ψ - невід'ємна дійснозначна адитивна функція, \mathfrak{S} - неточна подія характеризується як

$$\mathfrak{S} : g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m; g_j : R^n \rightarrow R^+, \quad (5.95)$$

де g_j - неперервні функції; λ - деякий елемент непустої множини Λ , $\lambda \in \Lambda$; Δ - деяка множина елементів.

Тоді [236]:

1) нижня оцінка довіри для нижнього наближення у випадку неточної події \mathfrak{S} визначається як:

$$\begin{aligned} \underline{M} &= \text{Tr}(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j=1,2,\dots,m) = \\ &= \psi(\lambda \in \Delta \mid g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; j=1,2,\dots,m) / \psi\{\Delta\} \end{aligned} \quad (5.96)$$

2) верхня оцінка довіри для верхнього наближення

$$\begin{aligned} \overline{M} &= \text{Tr}(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j=1,2,\dots,m) = \\ &= \psi(\lambda \in \Lambda \mid g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; j=1,2,\dots,m) / \psi\{\Lambda\} \end{aligned} \quad (5.97)$$

3) оцінка довіри для неточної події \mathfrak{Z} визначається наступним чином:

$$\text{Tr}(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j=1,2,\dots,m) = 0.5 \left[\underline{M} + \overline{M} \right] / N; \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (5.98)$$

де N - задане число реалізацій неточної величини ξ з множин Δ і Λ .

Процедура обчислення $\text{Tr}(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j=1,2,\dots,m)$ складається з таких етапів:

1. Введемо до розгляду функцію

$$h_i(\xi(\lambda_i)) = \begin{cases} 1, & \text{if } g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

2. Тоді

$$\begin{aligned} \underline{M} &= \sum_{i=1}^N h_i(\xi(\lambda_i)); \lambda_i \in \Delta; \quad \overline{M} = \sum_{i=1}^N h_i(\xi(\lambda_i)); \lambda_i \in \Lambda; \quad \underline{M} \leq N; \quad \overline{M} \leq N; \\ \text{Tr}(A) &= \left[\underline{M} + \overline{M} \right] / 2N, \end{aligned} \quad (5.99)$$

де \overline{M} та \underline{M} - цілі величини, які в точності визначають число випадків, для яких виконуються відповідні умови події \mathfrak{Z} для елементів нижнього та верхнього наближень. Наведені етапи далі встановлюються в схему методу Монте-Карло.

В результаті застосування такої процедури отримується картина розподілу довіри в залежності від m_p неточної величини осьової сили $P(m, a, b, c, d)$. Графічна інтерпретація цього розподілу узгоджується з визначенням додаткової функції помилок $Erfc$ (функція Лапласа) (рис. 5.41). Інформаційні ситуації, які виникають тут, описуються множинами:

$Q_1 = [0; t_1]$ - область значень m , для яких подія \mathfrak{Z} виконується, тому що $(\text{Tr}(\mathfrak{Z}) = 1)$. $Q_2 = [t_1; t_2]$ - область значень m , для яких виконується подія \mathfrak{Z} з

зумовленим рівнем довіри. $Q_3 = [t_2; \infty]$ - область значень m , для яких виконання події \mathfrak{S} неможливо ($Tr(\mathfrak{S}) = 0$).

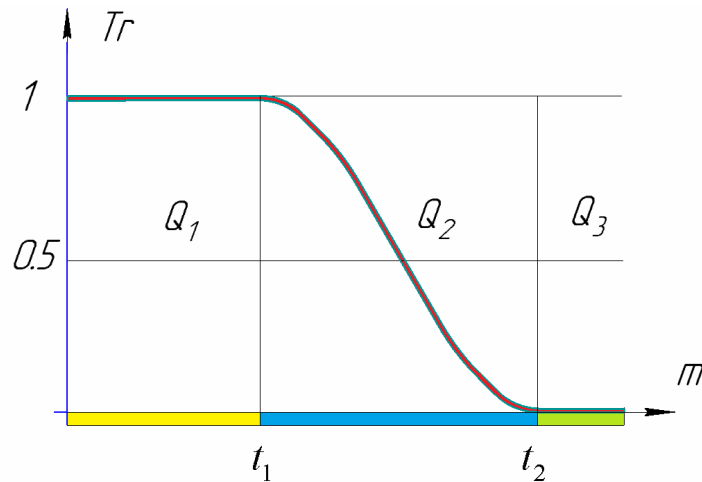


Рисунок 5.41 – Загальна картина областей довіри

Приклад 1. Обчислення границь області довіри. Для неточної події \mathfrak{S} із (5.95) визначити міру довіри $Tr(\mathfrak{S})$ за такими даними $E = 35$ ГПа, $\sigma_0 = 0.4$ ГПа, $l = 50$ см, $h = 0.15$ см, $R = 8$ см, $\theta = 0.4$ для $k_1 = k_2$ та $k_3 = k_4$. В таблиці Б.67 наводяться результати обчислення $Tr(\mathfrak{S})$ в залежності від заданих параметрів m_p . Графічна інтерпретація на рис. 5.42.

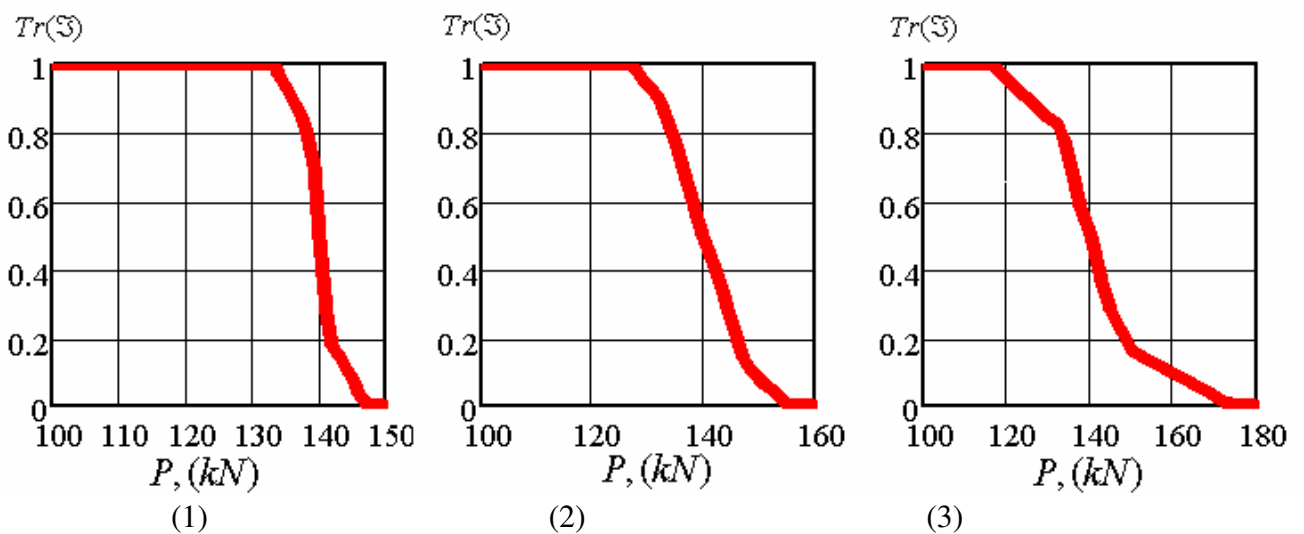


Рисунок 5.42 – Значення та області довіри:

1, 2, 3 – номер експерименту

Із даних дослідження (табл. Б.67, рис. 5.42) випливає:

1) при $Tr(\mathfrak{S}) = 0.5$ маємо, що $t_c = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$;

2) величина t_c відрізняється від $P_{\text{det}} = 139.95$ кН на невелике значення відсотків, які наведені в графі %, тобто введені наближення із заданим коефіцієнтом розкиду неточної величини $\xi(u, b)$ є хорошими;

3) збільшення (зменшення) ширини інформаційної гранули призводить до збільшення (зменшення) області Q_2 .

Приклад 2. Обчислення осьової сили, діючої на оболонку при неточних даних. Застосуємо означення міри $Tr(\mathfrak{S})$ до такої оптимізаційної задачі

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \mid Tr(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha \right\}, \quad (5.100)$$

де α - заданий рівень довіри, $\xi = (h, R)$ - неточні величини, $x = (E, \sigma_0, L, \theta)$ - вектор заданих характеристик, функції g_j описані виразами (5.87). Кроки методу реалізації задачі наведено в додатку А.10. При числових даних із прикладу 2 (імовірнісна міра) виконано за наведеним методом числові експерименти. Неточними величинами є h , R , які мають модальні значення $m_h = 1.5$ см, $m_R = 8$ см. Задані коефіцієнти розкиду та результати розрахунків наведено в таблицях Б.68 і Б.69. Залежність P^* від рівня довіри α подано на рисунку 5.43.

В таблиці Б.69 наведено результати розрахунків максимального значення сили P^* для різних рівнів довіри. Як бачимо величина стискаючої сили наближається до детермінованого значення $P_{\text{det}} = 139.95$ кН при рівні довіри приблизно 0.5.

Як бачимо з рис. 5.43 зі збільшенням рівня довіри ($0.5 < \beta < 1$) до виконання неточної події зменшується величина сили P^* . Зменшення ж рівня довіри ($0 < \beta < 0.5$) призводить до збільшення значень P^* . Збіжність значень P^* до детермінованого значення стискаючої сили відбувається за рахунок

зменшення "розмірів" нижнього і верхнього наближень. Збільшені значення P^* відповідають малим значенням коефіцієнту довіри.

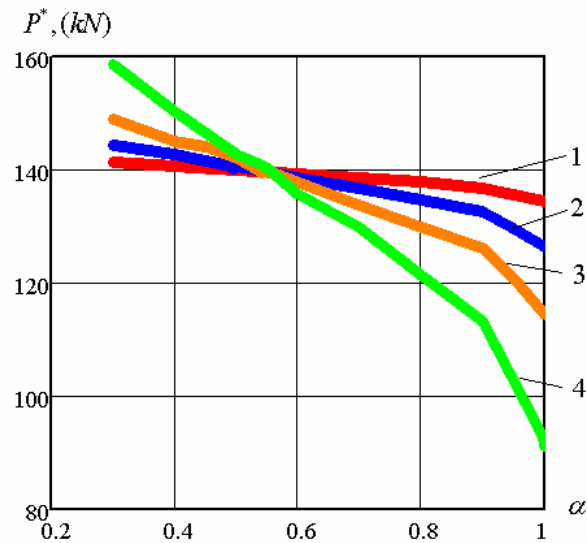


Рисунок 5.43 – Залежність значень $P^*(\alpha)$ від рівня α довіри:
1, 2, 3, 4 – номер експерименту

5.7.4 Порівняння впливу невизначеності на результат

Таблиця 5.8 - Порівняння результатів визначення критичної сили P^* ($\alpha = 0.9$) при невизначеному значенні товщини та радіусу оболонки

Міра невизначеності	k %	5%		10%		20%	
	P^* (кН)	%	P^* (кН)	%	P^* (кН)	%	
Імовірність	132,3	5,5%	124,9	10,8%	110,6	21%	
Можливість	138,6	1%	137,2	2%	131,7	5%	
Довіра	132,5	5,3%	126,6	9,6%	114,5	18%	

В таблиці 5.8 через k у % надано відхилення ширини розкиду інформаційної гранули; P^* - визначене максимальне значення осьової сили в (кН). В стовпчику % надано в відсотках відхилення сили P^* від детермінованого розв'язку $P_{det} = 139.95$ кН. За даними таблиці 5.8 побудовано графік залежності сили P^* від ширини інформаційної гранули для кожного виду невизначеності, яка тут розглядається. Графіки показують "реакцію" значень шуканої критичної сили на можливу наявність в постановці задачі невизначених факторів і ступеню їх невизначеності. Таким чином, несуча

здатність оболонки зменшується значно більше при наявності факторів випадкової і неточної природи, аніж нечіткої.

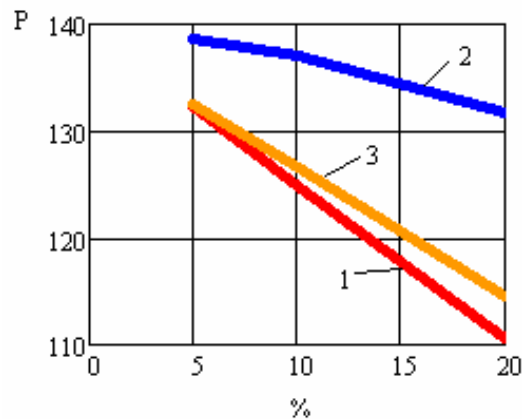


Рисунок 5.44 – Оцінка "реакції" критичної сили на можливі розмитості початкових даних: 1 – теорія ймовірностей; 2 – теорія нечітких множин; 3 – теорія неточних множин

Із рисунку 5.44 випливає, що підхід з боку мір невизначеності до задачі пошуку максимального значення критичної сили, яка діє на ортотропну циліндричну оболонку, при невизначених радіусі і товщині найменше реагує на зміну ширини інформаційної гранули у випадку нечітких множин.

Висновки за розділом

В пункті 5.1 роботи наведено опис двох об'єктів дослідження для постановок задач оптимізації, синтезу та аналізу в умовах різномірних типів невизначеності. В першому випадку розглядається ортотропна армована циліндрична оболонка, що стискається осьовою силою в умовах трьох граничних станів. В другому випадку така оболонка знаходиться під дією осьової стискаючої сили P^* , зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^* в умовах одного граничного стану.

З метою верифікації підходів в умовах невизначеностей, в роботі перевірено збіжність детермінованих процедур за допомогою як аналітичних методів оптимізація (метод множників Лагранжа), так і чисельних процедур в тому числі нульового порядку (що не потребують отримання частинних

похідних) таких як метод Монте-Карло. Звісно, що для пошуку безумовної екстремальної точки методи нульового порядку мають повільну збіжність, тому додатково використовувався метод динамічного програмування.

В пункті 5.2 роботи показано застосування класичного аналізу в детермінованій задачі нелінійної оптимізації стиснутої гладкої циліндричної оболонки з армованого склопластику мінімального обсягу при виконанні умов несучої здатності. Для заданої сили стиснення отримано аналітичні вирази для шуканих параметрів проектування - товщини, радіуса, відносного вмісту армуючих волокон і обсягу (маси) оболонки. Проведено аналіз зміни величини стискаючої сили на величину мінімального обсягу. Визначено точка величини сили стиснення, в якій досягається мінімум функції мінімального обсягу. На основі теорії нечітких множин та отриманих аналітичних розв'язків проведено ряд числових експериментів, в результаті яких оцінені параметри оболонки як функція нечіткої величини сили (її розкиду). Як і очікувалося, наявність невизначеності в вихідному описі даних веде до збільшення витрати матеріалу. Пропонується підхід до оцінки коефіцієнта надійності по навантаженню, що враховує несприятливе відхилення значення реального впливу з нечітким описом від нормативної величини. Використана модель «навантаження - несуча здатність» конструкції.

В пункті 5.3 роботи на прикладі задачі нелінійної оптимізації - визначення максимального значення осьової сили, що стискає ортотропну оболонку, яка знаходиться в умовах трьох граничних станів (по міцності і стійкості) і завдання деяких параметрів невизначеної природи (випадкової, нечіткою, неточної, інтервальної), показана принципова можливість застосування сучасних математичних методів м'яких обчислень - імітаційного, нечіткого, неточного моделювання. На основі методу Монте-Карло та впровадження невизначеності - ймовірності, можливості, довіри розроблені чисельні процедури обчислення максимального значення осьової сили, що стискає циліндричну оболонку. Проведення числових експериментів показало, що врахування грубості вихідних даних тієї чи іншої природи, веде так само до

грубих результатів. Були отримані оцінки грубості шуканої сили шляхом порівняння з розв'язанням задачі при точних даних. Описані тут підходи з введенням відповідних експертних оцінок щодо грубості значень параметрів дозволяють проаналізувати границі терпимості проекрованої системи до можливих помилок в завданні вихідних даних випадкового характеру, нечіткого і неточного опису. Отримано порівняльні оцінки числових результатів розв'язання оптимізаційних задач з недосконалими даними і розв'язанням тестового завдання із застосуванням точних даних.

В пункті 5.4 роботи показано, що використання теорії ймовірності і теорії нечітких множин в розглянутих оптимізаційних задачах проектування ортотропних циліндричних оболонок, які стискаються осьювою силою, інформація про яку подається випадковим чином або нечітким чином, дозволяє: сформулювати оптимізаційні моделі невизначеного програмування; розробити процедури імітаційного та нечіткого моделювання обчислення відповідних мір невизначеності – імовірності появи випадкових подій і можливості виконання нечітких подій; провести чисельний аналіз впливу невизначеності на оптимальні проекти і порівняння з розв'язками, отриманими при точних даних.

В пункті 5.5 роботи на прикладі задачі оптимального проектування кругової циліндричної ортотропної оболонки із склопластику, що знаходиться в умовах стохастичної та нечіткої невизначеності, показано застосування теорії ймовірності і нечітких множин - методів м'яких обчислень. Змінними проектування виступають товщина оболонки і відносний вміст армуючих волокон в осьовому напрямі. В якості фізичної умови взято один граничний стан - місцева втрата стійкості, а критерієм якості виступає обсяг матеріалу, що підлягає мінімізації. Проводиться порівняння з розв'язанням при детермінованих даних. Аналізується вплив розкиду "грубих" даних на результат оптимізації для другого об'єкту дослідження цього розділу.

В пункті 5.6 роботи виконано адаптацію одного з методів "м'яких обчислень" - теорії нечітких множин до задачі оптимального проектування циліндричної ортотропної конструкції. Наукових праць в цьому напрямку

практично одиниці [25].

Розроблено процедуру нечіткого моделювання визначення максимального поздовжнього навантаження оболонки за умови виконання вимог місцевої втрати стійкості. Виконано чисельні розрахунки дефазифікованого нечіткого значення поздовжньої сили. Наведено інформацію щодо реакції впливу нечіткості завдання величини радіусу (розкид в %) на величину осьової сили P_{\max} : чим більше стає розкид тим менша величина несучої здатності оболонки. Другий чисельний експеримент показав, що при збільшенні значення крутного моменту, розбіжність між детермінованим і дефазифікованим розв'язком щодо величини осьової сили зростає. Таким чином, можна стверджувати, що запровадження теорії нечітких множин дає принципову можливість оцінювати вплив нечіткостей в завданні вихідних даних на оптимальний проект в порівнянні з результатами розв'язання при детермінованих даних.

В пункті 5.7 роботи застосовано підхід з боку мір невизначеності до аналізу подій – виконання обмежень несучої здатності оболонки в задачі оптимального проектування при наявності невизначених параметрів, а також визначення максимального значення осьової сили, що діє на циліндричну ортотропну оболонку при виконанні умов несучої здатності і наявності невизначених радіусу та товщини випадкової, нечіткої та неточної природи. Підхід базується на моделюванні модальності "імовірно", "можливо" і "неточно" з введенням до розгляду відповідних функцій розподілу, належності, наближень. Для задачі визначення максимального значення осьової сили, яка стискає армовану циліндричну оболонку із склопластику, з урахуванням умов стійкості та міцності і невизначеному завданні товщини та радіуса, отримано оцінки реагування пружної системи на можливі розмитості, випадковості, неточності в завданні вихідних даних.

Результати розділу були опубліковані в таких роботах [27, 28, 33, 40, 75]. Тези доповідей за науковими та практичними результатами розділу опубліковано в [34, 196].

РОЗДІЛ 6

ОЦІНКА ВПЛИВУ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПАРАМЕТРІВ ПОПЕРЕДНЬО-НАПРУЖЕНОЇ ЗАЛІЗОБЕТОННОЇ БАЛКИ НА ЇЇ ПРОГИН ТА АМПЛІТУДУ КОЛИВАНЬ

6.1 Актуальність проблеми

При створенні проекту споруди параметри матеріалів, такі як модуль пружності бетону та сталі, не є чіткими. Не є чіткими і розміри елементів будівельних конструкцій таких як [52, 161, 162], так само як і інші параметри експлуатації [245, 246].

Покажемо, врахування невизначеності параметрів для визначення амплітуди коливань попередньо-напруженої залізобетонної балки т-образного перерізу за дією гармонійного збурювання. Врахування невизначеності параметрів таких балок виконано в роботах [12, 13]. Попередньо-напружені залізобетонні балки знаходять широке застосування в будівництві мостів завдяки використанню високоміцної арматури. Відомо, що бетон погано працює на розтяг. Тому в арматурний каркас включають високоміцну арматуру. Щоб повністю використати її несучу здатність, її розтягують до бетонування на упори. Без попереднього натягування арматури шар бетону, що її містить, не витримає розтягування і вкриється тріщинами і волога, яка проникає із повітря, спричинить корозію арматури. До того ж циклічне заморожування та розморожування зруйнує балку. Тому застосовують попереднє натягування арматури. Такі балки довжиною 33 м запроектовані (рис. 6.1) і експлуатуються в мостах вже понад 50 років. В роботі [183] розглянута процедура виготовлення такої балки в заводських умовах.

Розглянемо вимушені поперечні коливання $y(z,t)$ означеної балки з постійним моментом інерції перетину I , модулем пружності бетону E , площею перетину S , з довжиною l , погонною масою m . Розглянемо випадок, за яким обидві опори, на які спирається балка, за деяких причин стають нерухомими.

(рис. 6.2). В цьому випадку при поперечному переміщенні виникає горизонтальна реакція H , і вона визначається за формулою

$$H = \frac{ES}{l} \cdot \int_0^l y_z^2 dz. \quad (6.1)$$



Рисунок 6.1 – Попередньо-напружена балка на стенді

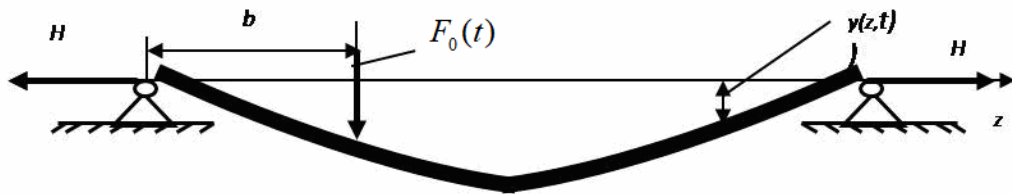


Рисунок 6.2 – Схема балки, закріпленої на двох опорах

На балку діє поперечна змінна сила $F_0(t)$. Враховуючи (6.1) за Н. Г. Бондарем [61] отримаємо рівняння коливань

$$L(z,t) = \frac{EI}{m} \cdot \left(y_{zzzz} - a \cdot y_{zz} \cdot \int_0^l y_z^2 dz \right) + y_{tt} - \frac{F_0(t) \cdot \delta(z-b)}{m} = 0. \quad (6.2)$$

Тут нижній індекс для функції y позначає частинну похідну за означеної змінної, $\delta(z)$ – δ - функція Дірака, b - точка прикладання сили. Будемо шукати розв'язок у вигляді

$$y(z,t) = x \cdot \sin \frac{\pi z}{l}, \quad (6.3)$$

де $x = x(t)$. Цей розв'язок задовольняє нульові геометричні і силові умови. За методом Бубнова-Гальоркіна підставимо функцію (6.3) в рівняння (6.2) та мінімізуємо функціонал

$$\int_0^l L(z,t) \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz,$$

приходимо до рівняння Дуфінга

$$\ddot{x} + k \cdot \dot{x} + a \cdot x + \beta \cdot x^3 = F_1(t), \quad (6.4)$$

де

$$a = \frac{\pi^4 EI}{ml^4}, \quad \beta = a \cdot \frac{S}{4I}, \quad F_1(t) = \frac{2F_0(t)}{l \cdot m} \sin \frac{\pi b}{l}. \quad (6.5)$$

Нехай $F_0(t) = f \cdot \sin \omega \cdot t$, де f - амплітуда збурюючої сили, t - час, ω - частота гармонійного збурювання. Збурююча сила прикладена в середині балки ($\sin \frac{\pi b}{l} = 1$). Після заміни $\frac{2 \cdot f}{l \cdot m} = F$, рівняння (6.4) набуває вигляду

$$\ddot{x} + k \cdot \dot{x} + a \cdot x + \beta \cdot x^3 = F \sin \omega t. \quad (6.6)$$

Таким чином задача про коливання балки з геометричною нелінійністю приводить до розв'язання рівняння Дуфінга з жорсткою характеристикою відновлюючої сили ($a > 0, \beta > 0$). Розглянемо стаціонарний режим коливань системи, за яким головна складова розв'язку має вигляд правої частини. Природно, що цей режим має місце за певних початкових умов.

6.2 Формулювання задачі

Побудуємо наближений розв'язок методом Дуфінга. Ознайомитись з відповідною аналітикою, потрібною для отримання подальших результатів, можна в роботі автора [183] та базових роботах [12, 13, 15]. За наданими процедурами обчислимо амплітуду коливань за нечіткими значеннями параметрів попередньо-напруженої балки Т-образного перерізу. Будемо вважати параметри балки нечіткими трикутними числами, бо вони мають цінні властивості – простоту описання і ясність інтерпретації, зберігання форми чисел при додаванні і відніманні, зручність декомпозиції на множині α -рівня, до того ж відсутня будь-яка статистика для такої задачі. На рис. 6.3 зображено переріз балки. Тут $h = 1730 \text{ мм}$, $a = 200 \text{ мм}$, $b = 580 \text{ мм}$, $e = 1400 \text{ мм}$, $c = 20 \text{ мм}$. Обчислимо момент інерції перерізу балки. Спочатку визначимо

положення нейтральної осі y_0 відносно нижньої грані перерізу. Нормативне зусилля P_{ar} в одному пучку складає 499300 Н і відповідає витяжці арматури на 198 мм . Після обрізки пучків бетон стискається, зусилля в пучку зменшується. Визначимо сумарне зусилля в десяти пучках після стиснення бетону. Зусилля натягування арматури після стиснення бетону зменшується і складає

$P_{sn} = 10 \cdot P_{ar} \cdot \frac{0.198 - x}{0.198}$. Прирівнюючи його до зусилля стиску бетону, що

дорівнює $S \cdot \frac{x}{l} \cdot E$, знаходимо величину x скорочення пучків: $x = 0.0086\text{ м}$. Тут

$S = 0.704\text{ м}^2$ - площа перерізу балки, $E = 26 \cdot 10^9\text{ Па}$ - модуль пружності бетону класу В 35, $l = 33\text{ м}$ - довжина балки. Знижена сила натягу пучків P_{sn} дорівнює $4.776 \cdot 10^6\text{ Н}$. Положення нейтральної осі залежить від зусилля натягнутої арматури. Балка, що вже виготовлена, лежить на катучому стенді і знаходиться під дією власної ваги і стискуючого зусилля від попередньо-напруженої арматури. Виготовлена балка, що лежить на стенді, відповідно до проекту має короткостроковий вигин Δ від сили попереднього натягнення і власної ваги. Він дорівнює $32,5\text{ мм}$.

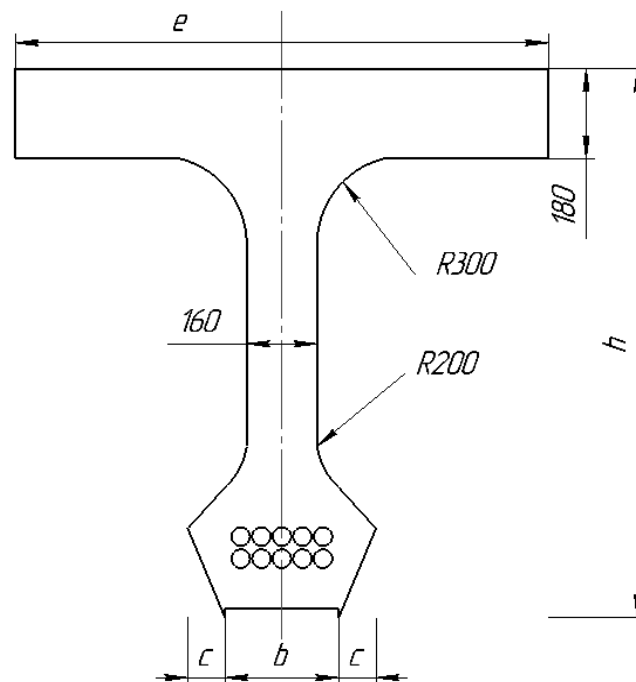


Рисунок 6.3 – Переріз балки

Приходимо до рівняння відносно величини [183] y_0 :

$$\frac{M(y_0) \cdot l^2}{8 \cdot E \cdot I(y_0, \delta)} + \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I(y_0, \delta)} - \Delta = 0. \quad (6.7)$$

Тут перший доданок є вигин від стиснення балки пучками, другий доданок – прогин від власної ваги балки, q - навантаження від власної ваги балки, $q = 17218 \text{ Н/м}$, $M(y_0)$ - момент від стиснення бетону попередньо-напруженою арматурою $M(y_0) = P_{sn} \cdot (y_a - y_0)$. Тут y_a - відстань від нижньої грані перерізу до центра пучків. Момент інерції є функція від положення нейтральної осі y_0 і відхилення δ розмірів перерізу від проектних значень. Він визначається за формулою

$$I = I(y_0, \delta) = 2 \cdot \left[\int_0^{0.08+\delta} \int_0^{1.73+\delta} (y - y_0)^2 dy dx + \int_{0.08+\delta}^{0.138+\delta} \int_0^{1.713-\sqrt{0.04-(x-0.28-\delta)^2}} (y - y_0)^2 dy dx + \right. \\ \left. + \int_{0.138+\delta}^{0.31+\delta} \int_0^{0.51-x} (y - y_0)^2 dy dx - \int_{0.29+\delta}^{0.31+\delta} \int_0^{10 \cdot (x-0.29-\delta)} (y - y_0)^2 dy dx + \right. \\ \left. + \int_{0.08+\delta}^{0.38+\delta} \int_{1.25+\sqrt{0.09-(x-0.38-\delta)^2}}^{1.73+\delta} (y - y_0)^2 dy dx + \int_{0.38+\delta}^{0.7+\delta} \int_{1.55}^{1.73+\delta} (y - y_0)^2 dy dx \right]. \quad (6.8)$$

Аналогічно обчислюємо площу перерізу як функцію відхилення розмірів перерізу. Нехай розміри перерізу мають відхилення в межах допуску $\pm 0.003 \text{ м}$. Розв'язавши рівняння (6.7) з урахуванням рівності (6.8), обчислимо момент інерції. В залежності від відхилень розмірів перерізу площа перерізу S і момент інерції I мають наступні значення та інтервали змінювання

$$S = 0.704 \text{ м}^2, \quad 0.691 \text{ м}^2 < S < 0.718 \text{ м}^2, \quad I = 0.285 \text{ м}^4, \quad 0.281 \text{ м}^4 < I < 0.29 \text{ м}^4.$$

Нехай нечіткі довжина балки l , погонна маса m , модуль пружності бетону E , амплітуда збурюючої сили f та частота збурення ω , а також їх інтервали змінювання мають наступні значення

$$l = 33 \text{ м}, \quad 32.99 \text{ м} < l < 33.01 \text{ м},$$

$$m = 1756 \frac{\text{кг}}{\text{м}}, \quad 1724 \frac{\text{кг}}{\text{м}} < m < 1791 \frac{\text{кг}}{\text{м}},$$

$$E = 26 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad 25 \cdot 10^9 \text{ Па} < E < 27 \cdot 10^9 \text{ Па},$$

$$f = 50 \text{ Н}, \quad 49.9 \text{ Н} < f < 50.1 \text{ Н},$$

$$\omega = 17.8 \text{ Гц}, \quad 17.7 \text{ Гц} < \omega < 17.9 \text{ Гц}.$$

6.3 Означення нечіткого трикутного числа

Відповідно до інформації наданої в розділі 2, нечітким трикутним числом є число з носієм $Supp(A) = [a_1, a_3]$ з єдиним модальним значенням, для якого $\mu_A(x) = 1$ і функція належності:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2; \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3; \\ 0, & x < a_1, x > a_3. \end{cases} \quad (6.9)$$

Функція належності це міра впевненості проектувальника в тому, що всі точки деякого відрізка мало відрізняються від точного. Значення, які приймає функція належності, називають її α - рівнем нечіткого числа. Якщо модуль пружності бетону за результатами всіх досліджень складає інтервал $[a_1, a_3]$, то його α - рівень дорівнює нулю, а α - рівень точного числа дорівнює одиниці. Нечітке число є унімодальним, якщо умова $\mu_A(x) = 1$ справджується тільки для одного значення x , це єдине число називають модою. Очевидно, що модою трикутного числа є a_2 . Нехай всі параметри задачі є унімодальні нечіткі числа. Будемо проводити дії над нечіткими параметрами на основі інтервального методу. Нечітке трикутне число A позначають $A = (a_1, a_2, a_3)$, а інтервал його α - рівня $A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}$ має запис $A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$. Очевидно $a_1 = a_1^{(0)}$, $a_3 = a_3^{(0)}$, $a_2 = a_1^{(1)} = a_3^{(1)}$. Враховуючи (6.28), кінці інтервалу A_α можна записати як функції α : $A_\alpha = [(a_2 - a_1) \cdot \alpha + a_1, -(a_3 - a_2) \cdot \alpha + a_3]$.

6.4 Операції над нечіткими числами на основі інтервального методу

Нехай A і B – два нечітких необов'язково трикутних, але унімодальних числа з інтервалами α -рівня $A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$ і $B_\alpha = [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}]$, $\forall \alpha \in (0, 1]$.

Операції над інтервалами α - рівней нечітких чисел A і B виконуються за такими правилами

$$A_\alpha + B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] + [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} + b_3^{(\alpha)}],$$

$$A_\alpha - B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] - [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} - b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}],$$

$$A_\alpha \cdot B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] \cdot [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = \\ = [\min\{a_1^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} \cdot b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} \cdot b_3^{(\alpha)}\}, \max\{a_1^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} \cdot b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} \cdot b_3^{(\alpha)}\}]$$

Множення інтервалу α - рівня нечіткого числа на чітке визначається за правилом

$$k \cdot A_\alpha = k \cdot [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [\min\{k \cdot a_1^{(\alpha)}, k \cdot b_3^{(\alpha)}\}, \max\{k \cdot a_1^{(\alpha)}, k \cdot b_3^{(\alpha)}\}].$$

Обернений інтервал α - рівня нечіткого числа є нечітке число

$$(A_\alpha)^{-1} = \frac{1}{A_\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]^{-1} = \left[\min\left\{\frac{1}{a_1^{(\alpha)}}, \frac{1}{a_3^{(\alpha)}}\right\}, \max\left\{\frac{1}{a_1^{(\alpha)}}, \frac{1}{a_3^{(\alpha)}}\right\} \right].$$

Операцію ділення наводити не будемо, бо її можна звести до множення на обернене число.

Визначимо функцію належності амплітуди коливань. Спочатку обчислимо α - рівень нечітких параметрів I, S, E, l, m, F, ω :

$$I_\alpha = [I_1^{(\alpha)}, I_3^{(\alpha)}], S_\alpha = [S_1^{(\alpha)}, S_3^{(\alpha)}], E_\alpha = [E_1^{(\alpha)}, E_3^{(\alpha)}], l_\alpha = [l_1^{(\alpha)}, l_3^{(\alpha)}], \\ m_\alpha = [m_1^{(\alpha)}, m_3^{(\alpha)}], f_\alpha = [f_1^{(\alpha)}, f_3^{(\alpha)}], \omega_\alpha = [\omega_1^{(\alpha)}, \omega_3^{(\alpha)}].$$

Тут кінці інтервалів визначаються за формулами:

$$I_1^{(\alpha)} = (I_2 - I_1) \cdot \alpha + I_1, I_3^{(\alpha)} = -(I_3 - I_2) \cdot \alpha + I_3; I_1 = 0.281, I_2 = 0.285, I_3 = 0.29, \\ S_1^{(\alpha)} = (S_2 - S_1) \cdot \alpha + S_1, S_3^{(\alpha)} = -(S_3 - S_2) \cdot \alpha + S_3; S_1 = 0.691, S_2 = 0.704, S_3 = 0.718, \\ E_1^{(\alpha)} = (E_2 - E_1) \cdot \alpha + E_1, E_3^{(\alpha)} = -(E_3 - E_2) \cdot \alpha + E_3; E_1 = 25 \cdot 10^9, E_2 = 26 \cdot 10^9, \\ E_3 = 27 \cdot 10^9, l_1^{(\alpha)} = (l_2 - l_1) \cdot \alpha + l_1, l_3^{(\alpha)} = -(l_3 - l_2) \cdot \alpha + l_3; l_1 = 32.99, l_2 = 33, \\ l_3 = 33.01, m_1^{(\alpha)} = (m_2 - m_1) \cdot \alpha + m_1, m_3^{(\alpha)} = -(m_3 - m_2) \cdot \alpha + m_3; m_1 = 1724, m_2 = 1756, \\ m_3 = 1791, f_1^{(\alpha)} = (f_2 - f_1) \cdot \alpha + f_1, f_3^{(\alpha)} = -(f_3 - f_2) \cdot \alpha + f_3; f_1 = 49.9, f_2 = 50,$$

$f_3 = 50.1$, $\omega_1^{(\alpha)} = (\omega_2 - \omega_1) \cdot \alpha + \omega_1$, $\omega_3^{(\alpha)} = -(\omega_3 - \omega_2) \cdot \alpha + \omega_3$; $\omega_1 = 17.7$, $\omega_2 = 17.8$, $\omega_3 = 17.9$. Тут і надалі момент інерції наведено в m^4 , площа перерізу в m^2 , модуль пружності в Pa , довжина в m , погонна маса балки в $\frac{\kappa \mathcal{Z}}{m}$, амплітуда збурюючої сили в H , частота збурювання в $\Gamma \zeta$.

Обчислимо функції належності параметрів (6.5) рівняння Дуфінга. Із першої і другої рівності виразу (6.9) за означеними вище правилами операції над нечіткими числами обчислимо кінці інтервалів $a_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$ і

$$\beta_\alpha = [\beta_1^{(\alpha)}, \beta_3^{(\alpha)}]: \quad a_1^{(\alpha)} = \frac{\pi^4 \cdot E_1^{(\alpha)} \cdot I_1^{(\alpha)}}{m_3^{(\alpha)} \cdot (I_3^{(\alpha)})^4}, \quad a_3^{(\alpha)} = \frac{\pi^4 \cdot E_3^{(\alpha)} \cdot I_3^{(\alpha)}}{m_1^{(\alpha)} \cdot (I_1^{(\alpha)})^4}, \quad \beta_1^{(\alpha)} = \frac{a_1^{(\alpha)} \cdot S_1^{(\alpha)}}{4 \cdot I_3^{(\alpha)}},$$

$$\beta_3^{(\alpha)} = \frac{a_3^{(\alpha)} \cdot S_3^{(\alpha)}}{4 \cdot I_1^{(\alpha)}}.$$

Обчислимо α -рівень нечіткого числа c_α , керуючись рівністю [183]:

$$c = \frac{4 \cdot (\omega^2 - \alpha)}{3 \cdot \sqrt[3]{12 \cdot \beta \cdot F^2}},$$

перетворивши останню до вигляду

$$c_\alpha = R_\alpha W_\alpha \cdot ,$$

де позначено

$$R_\alpha = k \cdot \left(\frac{\omega_\alpha^2}{a_\alpha} - 1 \right), \quad W_\alpha = \frac{a_\alpha}{\sqrt[3]{\beta_\alpha \cdot F_\alpha^2}} \cdot , \quad k = \sqrt[3]{\frac{16}{81}},$$

$$R_\alpha = [R_1^{(\alpha)}, R_3^{(\alpha)}], \quad W_\alpha = [W_1^{(\alpha)}, W_3^{(\alpha)}].$$

Кінці інтервалів визначаються за формулами:

$$R_1^{(\alpha)} = k \cdot \left(\frac{(\omega_1^{(\alpha)})^2}{a_3^{(\alpha)}} - 1 \right), \quad R_3^{(\alpha)} = k \cdot \left(\frac{(\omega_3^{(\alpha)})^2}{a_1^{(\alpha)}} - 1 \right),$$

$$W_1^{(\alpha)} = \frac{a_1^{(\alpha)}}{\sqrt[3]{\beta_3^{(\alpha)} \cdot (F_3^{(\alpha)})^2}}, \quad W_3^{(\alpha)} = \frac{a_3^{(\alpha)}}{\sqrt[3]{\beta_1^{(\alpha)} \cdot (F_1^{(\alpha)})^2}}.$$

За правилами множення трикутних чисел отримаємо інтервал α - рівня параметра c :

$$c_\alpha = R_\alpha \cdot W_\alpha = [c_1^{(\alpha)}, c_3^{(\alpha)}],$$

де кінці інтервалу визначаються за формулами:

$$c_1^{(\alpha)} = \min \{ R_1^{(\alpha)} \cdot W_1^{(\alpha)}, R_1^{(\alpha)} \cdot W_3^{(\alpha)}, R_3^{(\alpha)} \cdot W_1^{(\alpha)}, R_3^{(\alpha)} \cdot W_3^{(\alpha)} \},$$

$$c_3^{(\alpha)} = \max \{ R_1^{(\alpha)} \cdot W_1^{(\alpha)}, R_1^{(\alpha)} \cdot W_3^{(\alpha)}, R_3^{(\alpha)} \cdot W_1^{(\alpha)}, R_3^{(\alpha)} \cdot W_3^{(\alpha)} \}.$$

Після обчислення маємо нетрикутне унімодальне число

$$c_1^{(0)} = -434.23, \quad c_1^{(1)} = -201.437, \quad c_3^{(0)} = -8.758.$$

Нехай початкові умови такі, що балка здійснює великі коливання. Графіки функції d (рис. 6.4) монотонно спадають [183], що спрощує обчислення інтервалів α - рівня нечіткого числа $d_\alpha = [d_1^{(\alpha)}, d_3^{(\alpha)}]$. Кінці інтервалу визначаються рівностями: $d_1^{(\alpha)} = d(c_3^{(\alpha)})$, $d_3^{(\alpha)} = d(c_1^{(\alpha)})$.

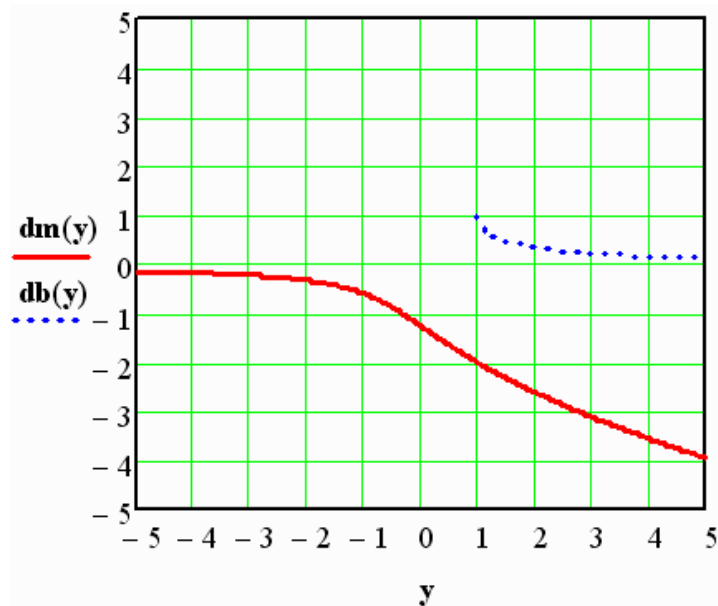


Рисунок 6.4 – Графіки функції d для великих і малих коливань

Враховуючи рівність [183]:

$$A_0 = -d \cdot \sqrt[3]{\frac{2 \cdot F}{3 \cdot \beta}},$$

обчислимо кінці інтервалів α - рівня нечіткої амплітуди $A_\alpha = [A_1^{(\alpha)}, A_3^{(\alpha)}]$:

$$A_1^{(\alpha)} = -\sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot d(c_1^{(\alpha)}) \cdot \frac{(F_1^{(\alpha)})^{\frac{1}{3}}}{(\beta_3^{(\alpha)})^{\frac{1}{3}}}, \quad A_3^{(\alpha)} = -\sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot d(c_3^{(\alpha)}) \cdot \frac{(F_3^{(\alpha)})^{\frac{1}{3}}}{(\beta_1^{(\alpha)})^{\frac{1}{3}}}.$$

Функція належності для амплітуди коливань є опуклою, але не трикутною. На рис. 6.5 наведено графік функції належності нечіткої амплітуди, розрахованої за заданими нечіткими параметрами задачі.

Носієм нечіткої амплітуди A_α нелінійних коливань балки є інтервал

$$[A_1^{(0)}, A_3^{(0)}] = [2.559 \cdot 10^{-5} \text{ м}; 1.401 \cdot 10^{-3} \text{ м}].$$

Мода нечіткої амплітуди A_2 дорівнює $5.797 \cdot 10^{-5} \text{ м}$. Середнє значення нечіткої амплітуди можна обчислити за формулою:

$$A_{sr} = \int_0^1 \frac{A_1(\alpha) + A_3(\alpha)}{2} d\alpha$$

Воно складає $5.797 \cdot 10^{-5} \text{ м}$. В деяких випадках за очікуване значення нечіткого числа беруть середину інтервалу для функції належності на рівні $\alpha = 0.5$. Тоді

$$\text{маємо } A_{sr} = \frac{A_1(0.5) + A_3(0.5)}{2} = 7.744 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

Визначимо найбільшу амплітуду коливань, за якою починається текучість високоміцного дроту. Найбільшу амплітуду коливань знайдемо з умови, що вигин балки від моменту сили стиску бетону високоміцною арматурою, що розтягнута до границі текучості, має дорівнювати сумі найбільшого значення амплітуди коливань і прогину балки від її власної ваги. Найбільший вигин балки y_{tek} в середині прольоту від стиснення визначається рівністю

$$y_{tek} = \frac{P_{tek} \cdot (y_0 - y_a) \cdot l^2}{8 \cdot E \cdot I}.$$

Тут P_{tek} - сумарне зусилля від розтягнутих пучків, за яким починається текучість високоміцної арматури.

За даними лабораторних випробувань зусилля границі текучості для одного дроту діаметром 5 мм становить 32340 Н, тому маємо $P_{tek} = 7.762 \cdot 10^6 \text{ Н}$. Враховуючи рівність $y_0 - y_a = 0.792 \text{ м}$, одержимо найбільший вигин балки $y_{tek} = 0.111 \text{ м}$.

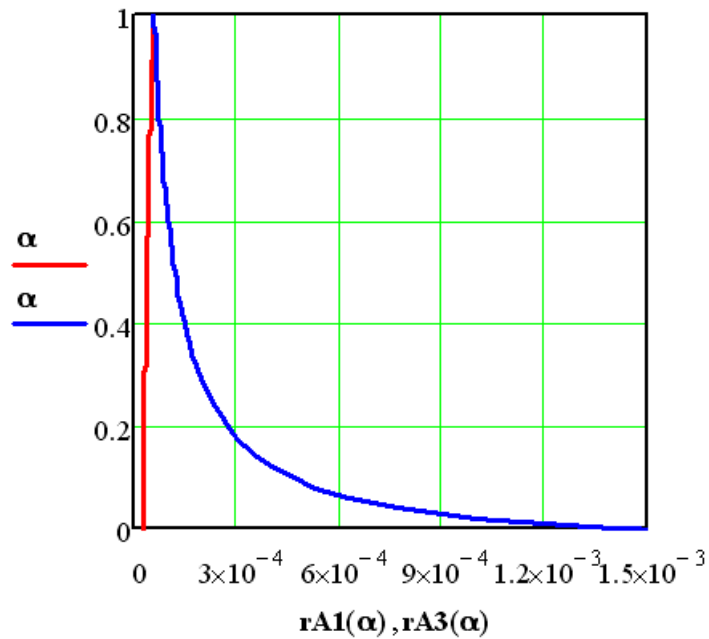


Рисунок 6.5 – Графік функції належності нечіткої амплітуди коливань

Прогин в середині прольоту від власної ваги балки становить 0.035 м, тож припустиме значення амплітуди коливань дорівнює 0.076 м. В таблиці 6.1 наведені значення кінців інтервалів амплітуди великих коливань $A_1^{(0)}$, $A_3^{(0)}$ та модального значення $A_1^{(1)}$, а також відповідні значення кінців інтервалів частоти коливань $\omega_1^{(0)}$, $\omega_3^{(0)}$ та модального значення $\omega_1^{(1)}$.

Таблиця 6.1 – Нечіткі значення амплітуди коливань

$\omega_1^{(0)}$	$\omega_1^{(1)}$	$\omega_3^{(0)}$	$A_1^{(0)}$	$A_1^{(1)}$	$A_3^{(0)}$
9.9	10	10.1	$5.594 \cdot 10^{-6}$	$6.998 \cdot 10^{-6}$	$8.778 \cdot 10^{-6}$
17.7	17.8	17.9	$2.559 \cdot 10^{-5}$	$5.797 \cdot 10^{-5}$	$1.401 \cdot 10^{-3}$
17.75	18	18.2	$2.637 \cdot 10^{-5}$	$7.633 \cdot 10^{-5}$	0.284
18.1	18.15	18.2	$3.358 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	0.284
19	19.1	19.2	$1.232 \cdot 10^{-4}$	0.337	0.631
19	19.5	20	$1.232 \cdot 10^{-4}$	0.458	0.816
26.84	26.85	26.86	1.259	1.527	1.844

Оцінюючи результати, наведені в табл. 6.1 треба відмітити, що для правої границі нечіткого значення частоти $\omega \approx 18$ Гц значення амплітуди коливань починає зростати, що призведе до руйнування балки.

6.5 Оцінка статичного прогину попередньо-напруженої балки

Прогин балки f визначається рівністю

$$f = \frac{5}{384} \frac{q \cdot l^4}{EI} - \frac{P_{sn} \cdot (y_0 - y_a) \cdot l^2}{8EI}.$$

Тут параметр P_{sn} є точне число, інші параметри є нечіткі числа, означені вище, $q = g \cdot m_\alpha$, g - прискорення земного тяжіння. За правилами дії над нечіткими числами отримаємо прогин f як нечітке число $f_\alpha = [f_1^{(\alpha)}, f_3^{(\alpha)}]$, що визначається формулами

$$f_1(\alpha) = \frac{1}{8} \min\{A(\alpha), B(\alpha)\}, f_3(\alpha) = \frac{1}{8} \max\{C(\alpha), D(\alpha)\}$$

$$A(\alpha) = \frac{(I_3^{(\alpha)})^2}{E_1^{(\alpha)} I_1^{(\alpha)}} \left\{ \frac{5}{48} q_1^{(\alpha)} l_3^{(\alpha)} - P_{sn} \cdot (y_{o1}^{(\alpha)} - y_a) \right\},$$

$$B(\alpha) = \frac{(I_1^{(\alpha)})^2}{E_3^{(\alpha)} I_3^{(\alpha)}} \left\{ \frac{5}{48} q_1^{(\alpha)} l_1^{(\alpha)} - P_{sn} \cdot (y_{o3}^{(\alpha)} - y_a) \right\},$$

$$C(\alpha) = \frac{(I_1^{(\alpha)})^2}{E_3^{(\alpha)} I_3^{(\alpha)}} \left\{ \frac{5}{48} q_3^{(\alpha)} l_1^{(\alpha)} - P_{sn} \cdot (y_{o1}^{(\alpha)} - y_a) \right\},$$

$$D(\alpha) = \frac{(I_3^{(\alpha)})^2}{E_1^{(\alpha)} I_1^{(\alpha)}} \left\{ \frac{5}{48} q_3^{(\alpha)} l_3^{(\alpha)} - P_{sn} \cdot (y_{o1}^{(\alpha)} - y_a) \right\}.$$

Результат обчислення показує, що $A(\alpha) \leq B(\alpha)$, $C(\alpha) \geq D(\alpha)$, тому маємо

$$f_1(\alpha) = \frac{1}{8} A(\alpha), f_3(\alpha) = \frac{1}{8} C(\alpha).$$

Після обчислення отримаємо, що нечіткий прогин балки з носієм $Supp(f) = [-0.037, -0.031]$ має моду $f(1) = -0.034$. За очікуваний результат нечіткого числа приймають середнє значення інтервалу. Середнє значення нечіткого прогину обчислюється за формулою $f_{sr} = \int_0^1 \frac{f_1(\alpha) + f_3(\alpha)}{2} d\alpha$. В деяких випадках за очікуване значення нечіткого числа беруть середину

інтервалу для функції належності на рівні $\alpha = 0.5$. Маємо

$$f_{sr} = \frac{f_1(0.5) + f_3(0.5)}{2} = -0.0325 \text{ м.}$$

На рис. 6.6 наведено графік функції належності статичного прогину.

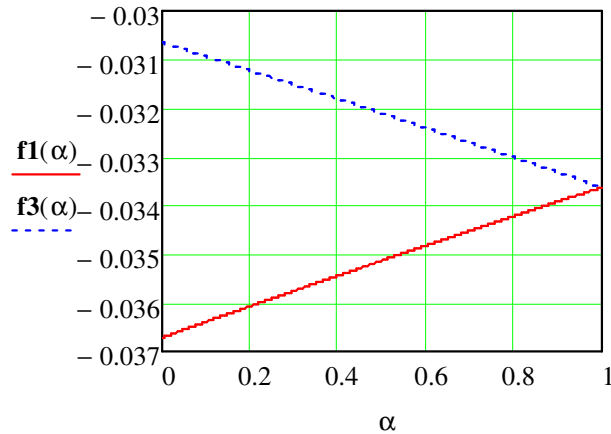


Рисунок 6.6 – Функція належності прогину

Висновки за розділом

Аналіз результатів, що наведені в таблиці, показує, що навіть мала нечіткість у завданні частоти може викликати руйнування балки, хоча за умови чіткого завдання частоти руйнування не буде. Так для значення $\omega_3^{(0)} = 18.2 \text{ Гц}$ відповідне значення $A_3^{(0)}$ правого кінця інтервалу амплітуди перевищує граничне припустиме значення 0.076 м , хоча модальне значення амплітуди не перевершує припустиме значення. Отже, при обчисленні амплітуди коливань конструкцій в розрахунок слід брати кінці інтервалу змінювання частоти, а не її модальне значення. Аналіз таблиці показує, що подальше збільшення частоти коливань веде до резонансу, бо виводить за припустиму межу і кінці інтервалу нечіткої амплітуди, і модальне значення.

Формули, що одержані для обчислення статичного прогину балки, можна використати для визначення різниці в рівні встановлених поруч двох балок та аналізу «толерантності» прогину щодо вхідних невизначених параметрів.

Результати даного розділу відображено в публікаціях [14, 183].

РОЗДІЛ 7

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ГУМОВОКОРДОВОЇ ОРТОТРОПНОЇ НАДВЕЛИКОГАБАРИТНОЇ ОБОЛОНКИ ЗА УМОВИ НЕЧІТКОГО ЗАВДАННЯ ПОЧАТКОВИХ ДАНИХ

В усіх розвинених сировинних країнах одним з найбільш ефективних способів видобутку корисних копалин є відкритий спосіб. Витрати на шини доходять до 40% витрат розробки кар'єрів, тому поліпшення їх конструкції є дуже актуальною задачею. Тобто, мета проектування шини - досягти мінімальної вартості, ваги враховуючи необхідність збільшення довговічності та надійності у складних експлуатаційних умовах кар'єру. Якщо прийняти умови експлуатації шин на прикладі Аннівського родовища детерміновано, або інтервально то можна скласти таку табл. 7.1 початкових даних.

Таблиця 7.1 – Початкові дані умов експлуатації

Параметр	Величина
Відстань між кар'єром і відвалом, <i>м</i>	6000
Тривалість завантаження, <i>с</i>	60
Тривалість розвантаження, <i>с</i>	60
Швидкість завантаженого самоскиду, <i>м/с</i>	12
Швидкість розвантаженого самоскиду, <i>м/с</i>	12
Навантаження на шину самоскиду з вантажем, <i>Н</i>	400000-600000
Навантаження на шину самоскиду без вантажу, <i>Н</i>	180000-250000
Тривалість зміни, <i>с</i>	28800
Температура повітря, $^{\circ}C$	24-37
Допустима температура, $^{\circ}C$	110
Температура охолодження, $^{\circ}C$	80
Швидкість охолоджуючого повітря, <i>м/с</i>	12

Можна помітити, що навіть на цьому етапі ми стикаємось з проблемою адекватного відображення дійсної інформації і початкові дані щодо умов експлуатації подано умовно детерміновано. Питаннями розрахунку тороїдальних гумовокордових оболонок, застосування яких в техніці та навіть в будівництві досить широке, займалися багато вчених. Однак одними з найбільш

складних задач є задачі розв'язання контактної взаємодії оболонок [127, 128]. Треба зазначити, що розв'язання задачі контактної взаємодії шаруватої оболонки шини з основою вперше в світі була розв'язана в Україні професором Квашею Е.М. Крім визначення напружено деформованого стану оболонки, реальна задача включає також знаходження ряду інших експлуатаційних характеристик, серед яких ресурс каркасу, розподіл температур та багато іншого, що успішно розраховує розроблений на базі математичної моделі програмний комплекс. Як результат досліджень була запропонована конструкція та втілена в життя шина для автосамоскидів 33.00-51 діагональної конструкції, що відображено в кандидатській дисертації автора [73]. Подальший розвиток такого напрямку моделювання виробів як цивільного, так і військового призначення (нові задачі та конструкції оболонок) відображено у роботах автора [104-109]. Це дозволило запропонувати проект нової шини 40.00-57 як діагональної, так і радіальної конструкції [104-106].

7.1 Варіантне проектування шини 40.00-57

Прагнення підвищити ефективність розробок кар'єрів при видобутку корисних копалин відкритим способом робить актуальними дослідження щодо покращення вихідних характеристик гумовотехнічних виробів, найдорожчими з яких є НВГШ. Проектування нової шини 40.00-57 діагональної конструкції, що може нести більше навантаження, ґрунтується на базі досвіду вже спроектованої шини 33.00.51 [73]. Шина 40.00-57 є однією з найбільших шин, що експлуатуються з кар'єрним автотранспортом.

Креслення геометричних параметрів поперечного перерізу запропонованої моделі шини 40.00-57 діагональної конструкції наведемо на рис. 7.1. Причини створення саме діагональної конструкції оболонки шини зумовлювались неможливістю промисловістю нашої країни виробляти НВГШ радіальної конструкції.

В результаті первинних детермінованих розрахунків в конструкції шини

за допомогою математичної моделі, в якій меридіональний переріз моделюється тришаровими скінченними елементами, а серединна поверхня в окружному напрямі апроксимується скінченно-різницевою сіткою (рис. 7.2), було виявлено такий недолік, що деякі елементи каркасу мають значно нижчий ресурс ніж інші.

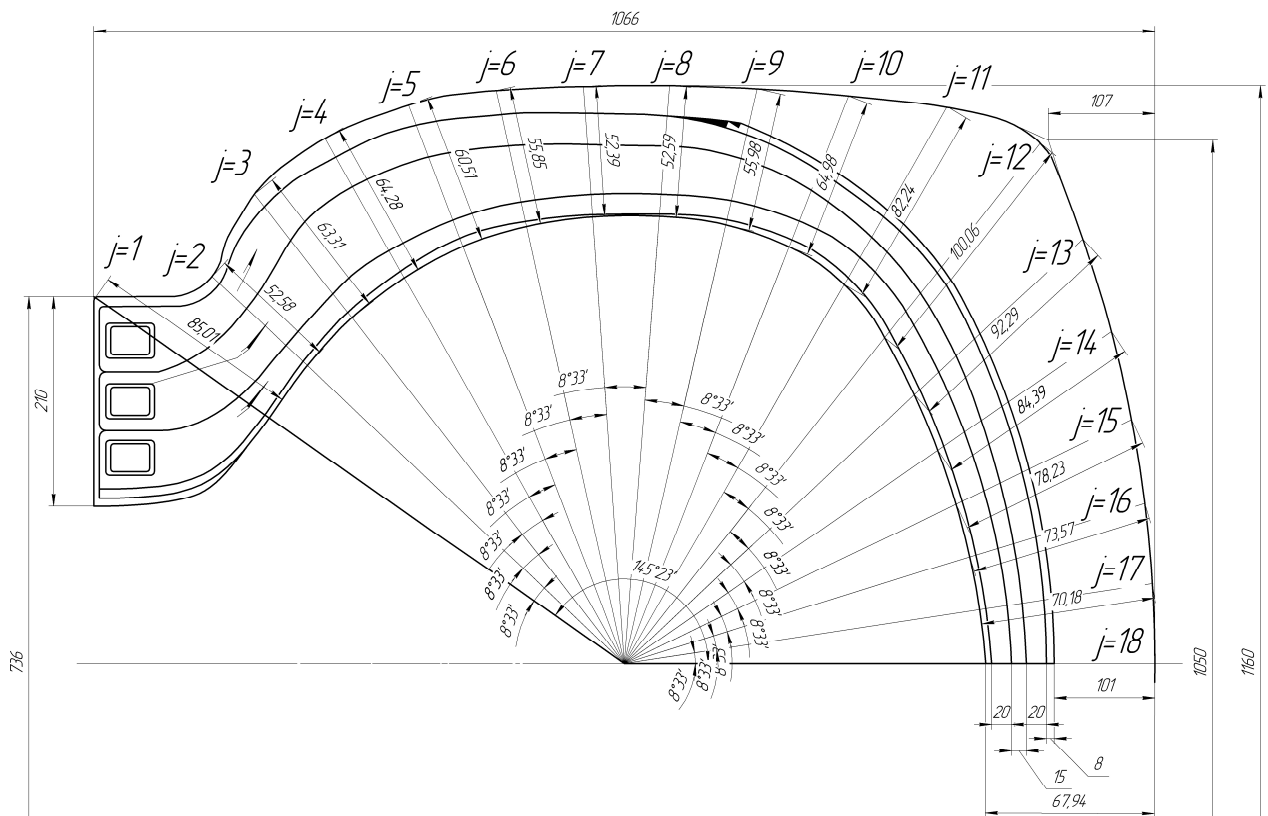


Рисунок 7.1 – Креслення шини 40.00-57 запропонованої конструкції, мм

Так на рис. 7.3 зображена залежність ресурсу шини по короні, по стінці та біля борту від внутрішнього тиску. Для реалізації принципу повної енергії та мінімізації функціоналу повної енергії, записаного у переміщеннях був застосований метод локальних варіацій, опис якого можна знайти у [170]. Фізичні рівняння математичної моделі лінійні, а геометричні рівняння мають нелінійну складову квадратів кутів повороту. Як показала практика і порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними, математична модель, що використовується далі, досить добре описує поведінку НВГШ.

Аналізуючи результати бачимо, що для будь якого внутрішнього тиску спостерігається значне зменшення ресурсу по короні. Для усунення цього недоліку та аналізу вихідних характеристик були проведені ряд розрахунків різних варіантів конструкції. Частково поліпшити ситуацію з рівномірним розподілом ресурсу шини 40.00-57 вдалося зміною кутів нахилу ниток корду в шарах каркаса.

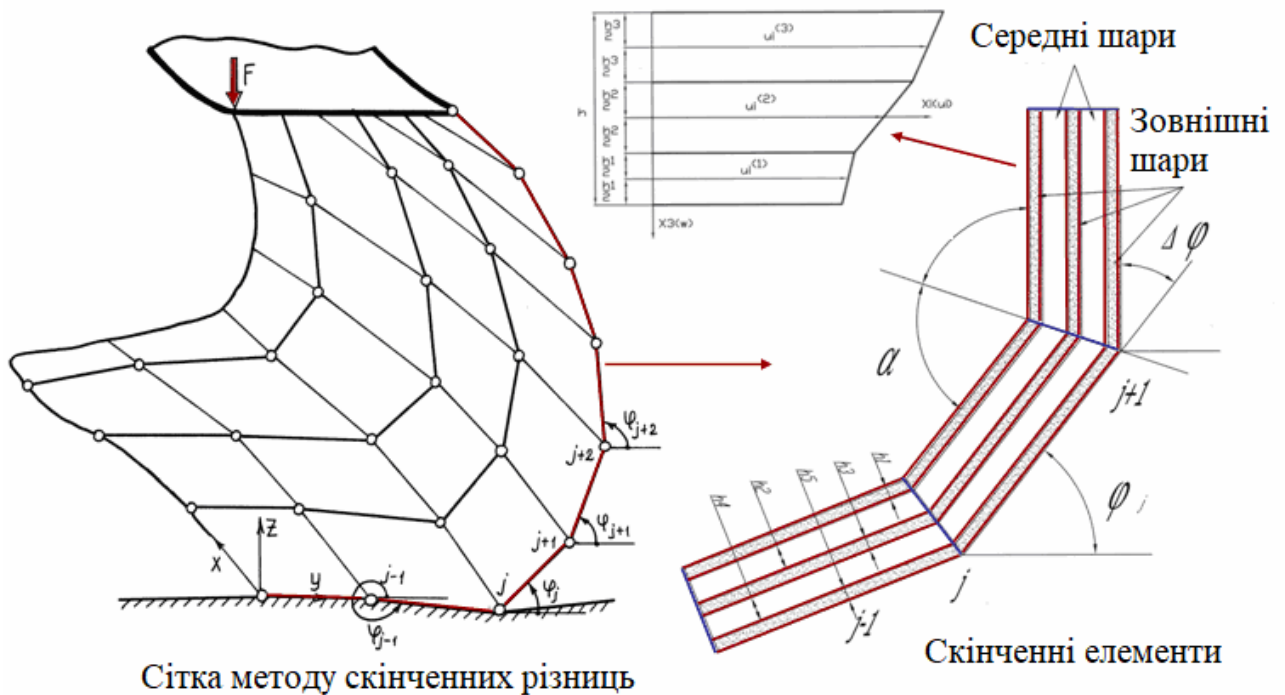


Рисунок 7.2 – Модель багатошарової оболонки з тангенційним переміщенням шарів

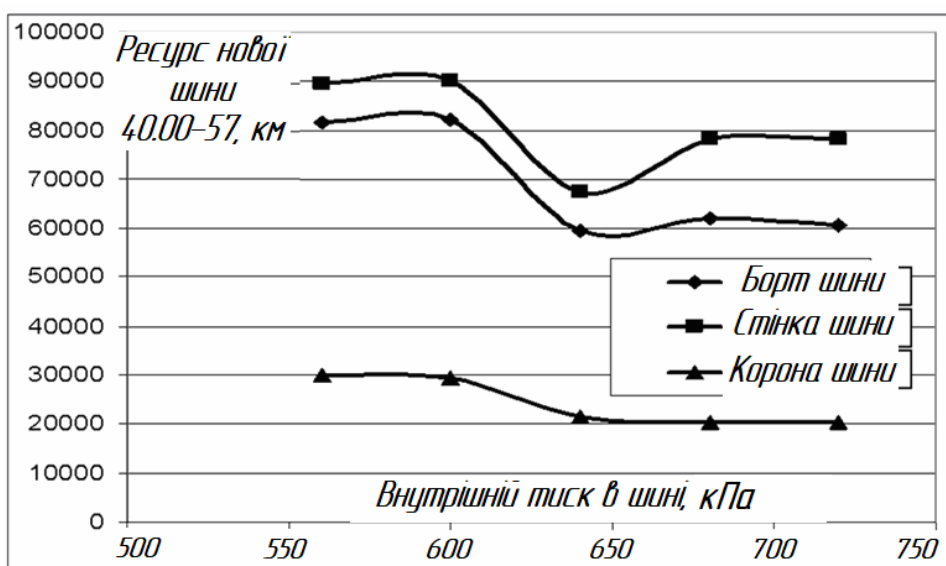


Рисунок 7.3 – Ресурс каркасу оболонки від внутрішнього тиску

Для різних точок «j» меридіонального перерізу шини (рис. 7.1) було запропоновано на рис. 7.4 кути нахилу ниток корду шарів для точок меридіонального перерізу. Як виявилось, при навантаженні шини зовнішнім навантаженням рівним 600000 Н і внутрішнім тиском 720 кПа , при нових кутах нахилу ресурс у відсотковому відношенні щодо ресурсу попередньої конструкції зріс на значення представлені на рис. 7.5.

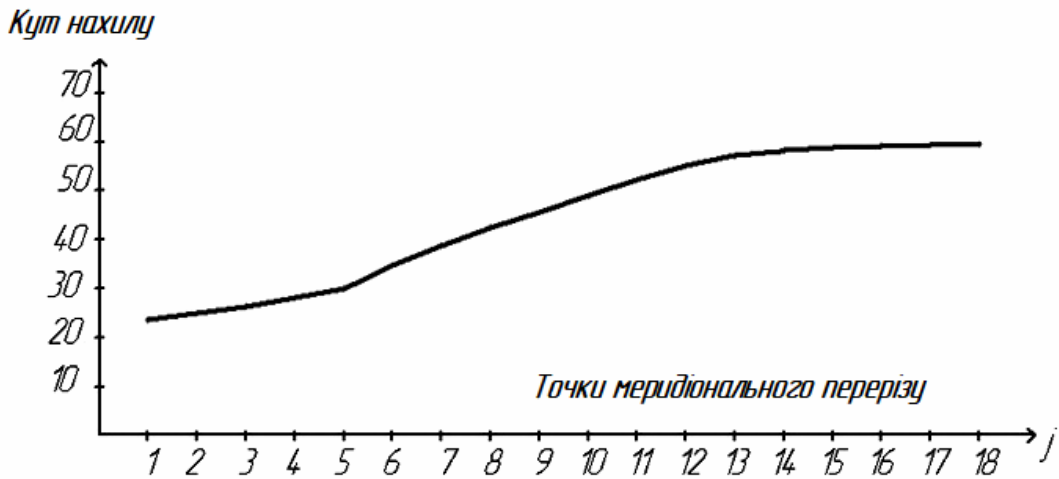


Рисунок 7.4 – Кути нахилу ниток корду

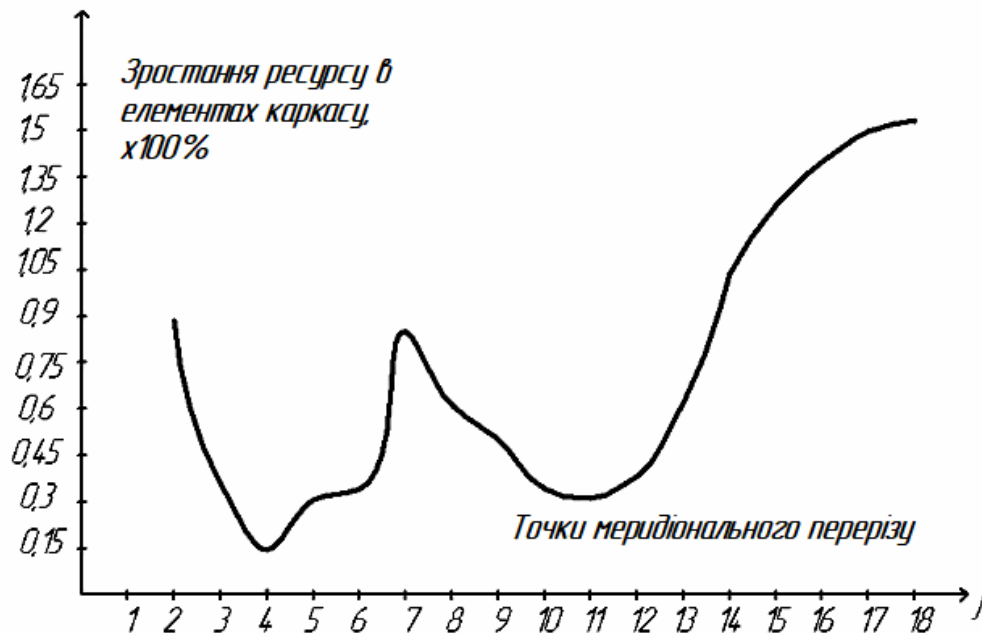


Рисунок 7.5 – Збільшення ресурсу каркасу перерізу шини

Проте, повністю розв'язати проблему приведення ресурсу всіх елементів каркасу до близьких між собою значень не вдалося. Це можна пояснити, аналізуючи розподіл контактних напружень в плямі контакту (рис. 7.6). Як

бачимо, в центральній частині контакту напруження значно менші, ніж по краях контактної зони, а в деяких місцях просто відсутні.

784	2990	3834	3834	2990	784
1555	3714	4564	4564	3714	1555
905	2915	3829	3829	2915	905
0	1973	2777	2777	1973	0
0	1443	2306	2306	1443	0
0	1973	2777	2777	1973	0
905	2915	3829	3829	2915	905
1555	3714	4564	4564	3714	1555
784	2990	3834	3834	2990	784

Рисунок 7.6 – Нормальні контактні напруження шини 40.00-57, *кПа*

В результаті вдалося значно збільшити (на 165%) ресурс каркасу в області корони, а також загалом підвищити працездатність всіх елементів каркасу. Деякі недоліки конструкції усунути не вдалося. Зокрема контактна зона все ще має нерівномірний розподіл напружень, що зумовлює нерівномірне зношування протектора і все ще залишився недостатньо високий ресурс каркасу по короні.

7.2 Вплив дорожнього покриття на експлуатаційні показники

Дослідимо вплив недоліків дорожнього покриття на вихідні характеристики розробленої шини. Відомо, що однією з найпоширеніших причин ушкодження шин є удар протектором. Ця ситуація може бути реалізована у разі попадання шини в яму або наїзді на несподівану перешкоду на дорозі. Ці явища невизначеної природи та ступінь можливих наслідків залежить від реакції водія. Негативні аспекти неякісного дорожнього покриття

значно погіршуються зниженим внутрішнім тиском наповнення шини [107]. Для великогабаритного транспорту ситуація ще складніша. Статистичні дані з експлуатації НВГШ, оприлюднені компанією Caterpillar, говорять про те, що близько 80% всіх великогабаритних шин стають непридатними ще до того, як стирається протектор. Причому, близько 45% шин стають непридатними через порізи, а майже 30% - внаслідок проколів. Тобто, всі результати досліджень можуть бути зведені нанівець низькою якістю дорожнього покриття. Крім зовнішнього пошкодження, значно знижується також і втомний ресурс гумовокордового каркаса. Покажемо зміну втомного ресурсу каркаса шини у різних дорожніх умовах. Для цього розмір можливого каменю або ями приймемо $10 \times 10 \times 10$ см. Всі інші умови експлуатації залишимо без змін. Як результат, було виявлено зростання максимальної температури в шині в 1,12 рази під час експлуатації шини на дорожньому покритті за наявності каміння. Рух по ямам з тими самими розмірами також призводить до значного зростання температури. Виявилося, що для певних точок каркаса під час руху по неякісному дорожньому покриттю падіння втомного ресурсу може досягати 50% (рис. 7.7). Це точки біля борту, корони та точка 7 стінки.

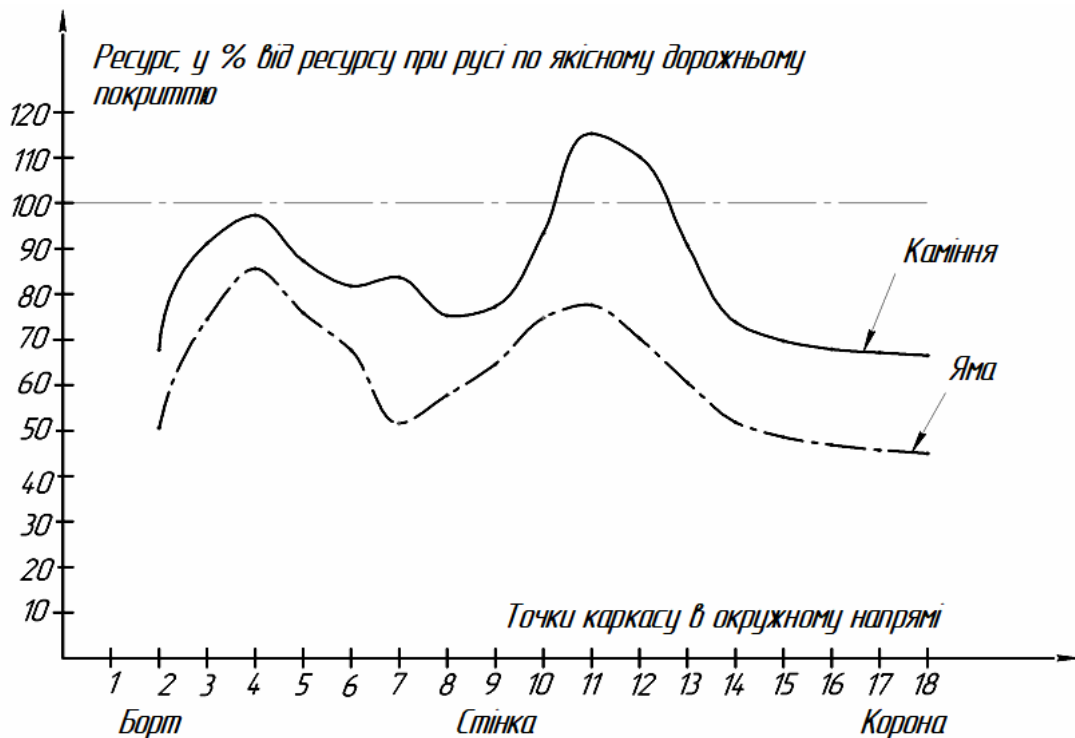


Рисунок 7.7 – Втомний ресурс елементів каркаса

Тобто, ми бачимо, що неякісне дорожнє покриття може знижувати втомний ресурс НВГШ у деяких точках каркаса до 50%.

7.3. Знаходження оптимальної геометрії гумовокордової оболонки 40.00-57 в умовах невизначеності

Результати проектування оболонок показали, що для об'єкту такої складності варіантне проектування має недоліки. При проектуванні великогабаритних шин основною метою є отримання оптимальних вихідних, характеристик: максимальний ресурс елементів каркаса та протектора; рівномірний тиск в контактній зоні; виконання обмежень: не перевищення значеннями максимальної температури допустимої границі в 110°C ; утримання напружень, деформацій та переміщень елементів конструкції шини в рамках допустимих та інших. Застосування методів оптимального проектування до конструкції нової шини в цьому пункті. Слід акцентувати увагу, що насправді всі вхідні показники (параметри) детермінованими можна назвати тільки умовно. Так внутрішній тиск в шині, температура шини, швидкість руху, температура навколишнього середовища, та інші фактори можуть змінюватися протягом робочої зміни. Деякі фактори, можна контролювати, так внутрішній тиск може бути або змінним фактором, або контрольованим. Таким чином, для таких складних систем в теорії оптимального проектування конструкцій стає важливим розгляд ситуацій, в яких була б врахована невизначеність про вихідні дані (рис. 7.8), розрахункові схеми, про функціонування технічної системи. Доцільно врахувати невизначеність, що виникає при неточних вимірах, випадковості реалізацій, нечіткому описі суджень, сприймань, висловлювань.

В загальному вигляді один із варіантів схеми етапів формування задачі синтезу гумовокордової оболонки, що включає як вхідні так і вихідні дані різної природи, виглядає наступним чином (рис. 7.8 – 7.12). Тут для спрощення складної моделі в умовах невизначеності, фізико-механічні характеристики

матеріалів (рис. 7.12) та внутрішній тиск (рис. 7.9), як параметр керування, віднесено до умовно детермінованих, хоча звичайно вони мають невизначену природу і подальший розвиток цього напрямку може включати врахування їх невизначеної природи.

На рис. 7.8 показані найбільш впливові фактори невизначеної природи. Найголовніший з цих факторів, на погляд автора, це навантаження.

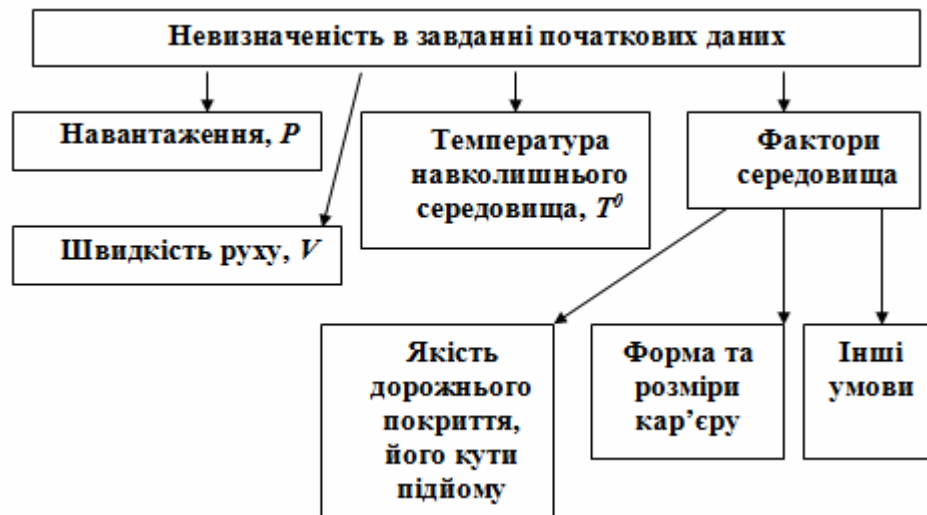


Рисунок 7.8 – Невизначеність початкових даних

Фактори, які можуть бути керованими, а як слідство впливати на результати проектування, наведені на рис. 7.9.

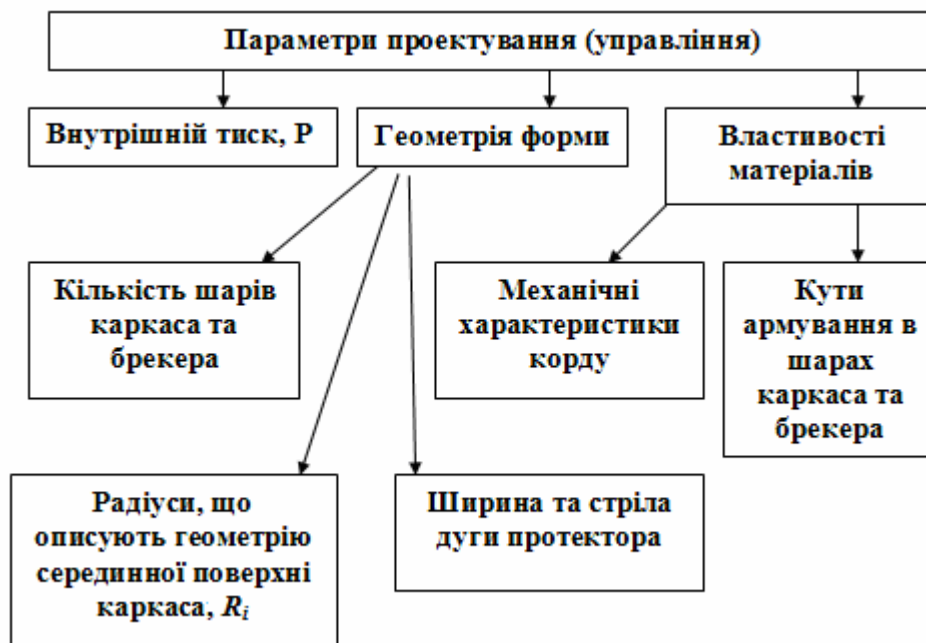


Рисунок 7.9 – Параметри проектування

Критерії ефективності проектування шаруватої оболонки конструкції шини можуть бути зведені до таких як на рис. 7.10.



Рисунок 7.10 – Критерії ефективності проектування

Обмеження, крім основних обмежень пов'язаних з міцністю елементів конструкції, стійкістю оболонки та жорсткістю, для проектованої шини наведені на рис. 7.11.



Рисунок 7.11 – Обмеження

Як детерміновані дані в цій роботі можна розглядати фактори наведені на рис. 7.12. Звичайно, що купа наведених факторів віднесена до відповідних категорій умовно і, у відповідності до поставленої задачі, вони можуть змінювати свою приналежність.

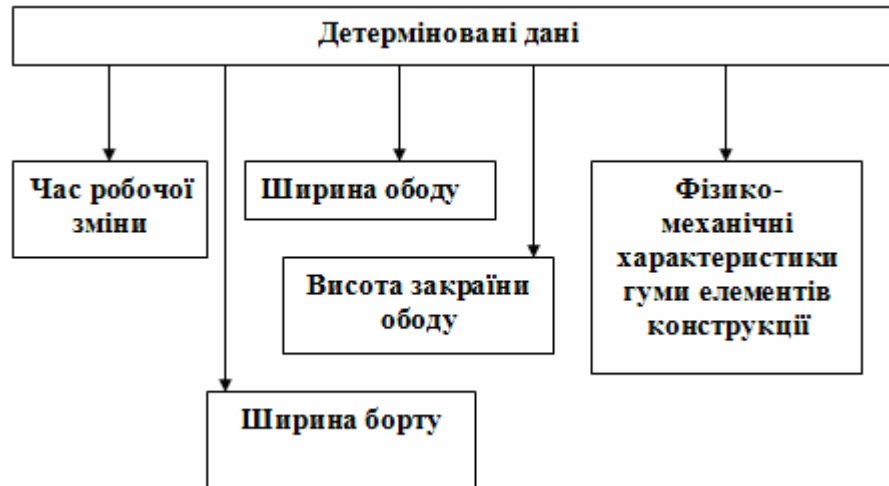


Рисунок 7.12 – Детерміновані дані

Перш ніж формувати задачу з невизначеними параметрами, наприклад такими, як навантаження на шину «біля 600 кН», швидкість руху «біля 40 км/год», температура охолоджуючого повітря «біля 37 С⁰», треба побудувати математичну модель оптимального проектування довільної гумовокордової конструкції оболонки шини в детермінованій постановці.

Розрахункова схема гумовокордової (пневматичної) шини великого діаметру розглядається як тороїдальна оболонка. Для аналізу її напружено-деформованого стану застосовується енергетичний підхід. Для цього вводиться в розгляд плоский поперечний переріз оболонки Ω , геометрія якого представлена на рис. 7.13, форма контуру перетину оболонки визначається кривою каркасу $y(R, \phi)$ і як показав досвід, вона є одним з найбільш впливових показників на вихідні характеристики шини. Ця крива є основою побудови шуканої конфігурації області Ω за допомогою наступних визначень:

$$l_1(R, \phi) = y + h_1(R, \phi); \quad l_2(R, \phi) = y - h_2(R, \phi); \quad (7.1)$$

Розбиття каркаса на стержневі багатопарові скінченні елементи показано на рис. 7.14.

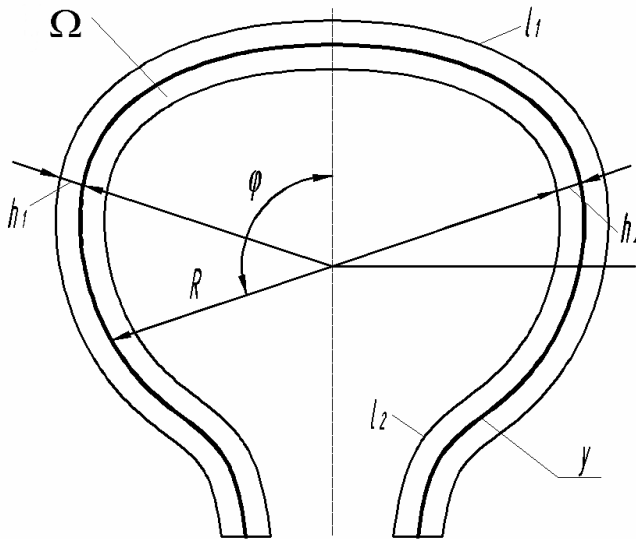
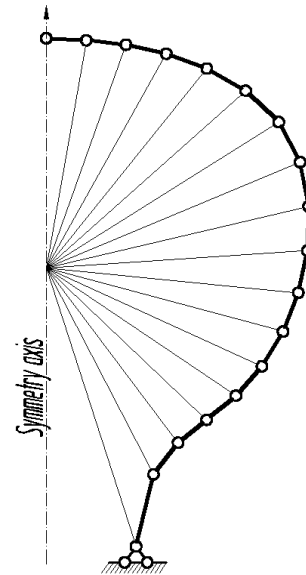
Рисунок 7.13 – Геометрія області Ω 

Рисунок 7.14. Скінченні елементи

Було сформовано таку задачу ОПК шини за умови максимізації довжини пробігу $S(w, y, x)$:

$$y^{opt} = \arg \left\{ \max_x S(w, y, x) \mid u_j(w, y, x) \leq u_{0j} \right\}, \quad (7.2)$$

де: $y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, $j = 1, 2, \dots, m$; $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - вектор параметрів; u_{0j} - вектори обмежень. Тут функцію w , що містить компоненти напружено-деформованого стану, знаходять в результаті розв'язання варіаційної задачі про мінімізацію повної потенційної енергії E в адаптованій для такого класу задач кінцево елементній моделі.

$$y^* = \arg \left\{ \min_w E(w, y, x) \right\}. \quad (7.3)$$

При заданих значеннях вихідних величин потрібно знайти такий вектор параметрів $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ та $y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, який задовольнить заданим обмеженням u_{0j} доставить максимальне значення критерію ефективності – довжині пробігу S та мінімальне значення діапазону зміни втомного ресурсу по елементам каркасу $\Delta Res_j(w, y, x)$.

Математична модель [105-109] для варіаційного аналізу напружено-деформованого стану при заданій конфігурації області Ω дає можливість

визначити довжину S пробігу шини до моменту руйнування каркаса, температуру в її елементах, контактну напругу, коефіцієнт опору коченню та ін. Вектор параметрів, що доповнює попередні дані, запишеться у такому вигляді

$$x = \left\{ \begin{array}{l} R_i - \text{радіуси серединної поверхні каркаса; } i = \overline{1, 18} \\ hpr_i - \text{стріла дуги протектора; } i = \overline{19, 19} \\ lpr_i - \text{ширина протектора в зоні контакту; } i = \overline{20, 20} \\ hk1_i - \text{товщина першої групи шарів; } i = \overline{21, 38} \\ hk2_i - \text{товщина другої групи шарів; } i = \overline{39, 56} \\ hk3_i - \text{товщина третьої групи шарів; } i = \overline{57, 74} \\ hp_i - \text{товщина шару протектора; } i = \overline{75, 93} \\ \alpha k1_i - \text{кути нахилу корду в першій групі шарів; } i = \overline{94, 111} \\ \alpha k2_i - \text{кути нахилу корду в другій групі шарів; } i = \overline{112, 129} \\ \alpha k3_i - \text{кути нахилу корду в третій групі шарів; } i = \overline{130, 147} \end{array} \right\}$$

Цільовою функцією в задачі (7.2) є ресурс $S(w, y, x)$. В задачі (7.3) – функціонал $E(w, y, x)$ записується в наступному вигляді [73]:

$$E = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \quad (7.4)$$

$$\text{де: } T_1 = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [B_{11}e_{11}^2 + B_{66}e_{12}^2 + B_{16}(e_{11}\chi_{12} + e_{12}\chi_{11}) + B_{26}e_{12}\chi_{22} + B_{13}e_{13}^2 + B_{23}e_{23}^2 + B_{33}e_{33}^2 +$$

$$+ D_{11}\chi_{11}^2 + D_{66}\chi_{12}^2 + D_{22}\chi_{22}^2 + 2D_{12}\chi_{11}\chi_{22}] dF_k$$

$$T_2 = -q \Delta V$$

$$T_3 = - \int_{F_q} (q_1 u_1 + q_2 u_2 + q_3 u_3) dF_c$$

$$T_4 = \frac{1}{2} \cdot \int_{F_c} h_n [E_n \cdot \varepsilon_n^2 + G_n \cdot (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)] \cdot dF_c$$

$$B_{ij} = \sum E_{ij} h_i; \quad D_{ij} = \sum E_{ij} h_i^3 / 12; \quad (i, j = 1, 2, 6);$$

$$B_{ij} = G_{ij} h_3; \quad (i, j = 1, 3); \quad B_{33} = E_{33} h_3$$

$$\varepsilon_n = (u_1 \cdot \sin(\alpha_1) + u_2 \cdot \sin(\alpha_{21}) + u_3 \cdot \sin(\alpha_3) - h_n - Wk) / h_n;$$

$$\gamma_{in} = (u_{in} - u_i \cdot \cos(\alpha_i) + u_3 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot \sin(\alpha_2)) / h_n$$

де: u_1, u_2, u_3 – переміщення поверхні каркаса; W_k – відстань від поверхні обтиснення до зовнішньої поверхні каркаса або брекера; u_{in} – горизонтальне зміщення всієї шини відносно дороги; α_i – кути нахилу дотичних у окружному та меридіональних напрямках; індекс “ n ” означає, що фактор належить до протектора.

Чисельна реалізація $\min E(w, y, x)$ здійснюється на основі застосування МКЕ та методу локальних варіацій [170], суть якого полягає у варіюванні взаємним положенням кінцевих елементів до знаходження мінімального значення енергії системи. Задача (7.3) є внутрішньою для задачі (7.2) про максимум функції $S(w, y, x)$. Реалізація задачі (7.2) виконується на основі методу статистичного пошуку [150], суть якого полягає в рандомізації змінних x, y та послідовному звуженні області пошуку ix . Так як метою розв’язання задачі є пошук ресурсу, треба визначитись з цим поняттям.

Особливості розрахунку ресурсу шаруватих гумовокордових оболонок. За визначенням, ресурс пневматичної шини - це пробіг шини (в кілометрах або годинах) до граничного стану, що вимагає припинення її експлуатації. Такий граничний стан може наставати в результаті причин, що поділяються на чотири групи:

- руйнування через непомічені дефекти, що з’явилися під час виробництва;
- механічні пошкодження під час експлуатації;
- механічний знос протектора;
- втомні руйнування деталей шини.

В цій роботі використано модель Плеханова-Прусакова, опис якої подано в дисертації [73].

Постановка задачі проектування з невизначеністю. Проектування конструкції оболонки шини повинне включати ті ситуації, які виникають у процесі її експлуатації. А саме: облік можливого значення навантаження, характер зміни швидкості руху, врахування зміни температури навколишнього

середовища, якісних характеристик дорожнього покриття та інших факторів довкілля.

Зокрема, такий фактор, як прикладене навантаження, може бути різної природи, а саме детермінованої чи невизначеної. За результатами попередніх розділів для задач проектування гумовокордових оболонок можна використовувати такі види вимірної невизначеності як: випадковість, нечіткість, неточність.

Для прикладу наведемо опис відповідно до випадкової, нечіткої та неточної величини навантаження $\xi = P$, яка може бути:

- а) « P є випадкова величина з відомим законом розподілу $f(\xi)$ »;
- б) « P близьке до значення P_0 »;
- в) «Величина P знаходиться в неточному інтервалі $[(a, b); (c, d)]$ », причому $c \leq a \leq b \leq d$.

Наявність невизначеності у постановці задачі (7.2) - (7.3) приводить її до таких моделей оптимального проектування:

Модель EVM (Expected value model). Вона формулюється як:

$$y^{opt} = \arg \left\{ \max_x EVM(S(w, y, x, \xi)) \mid EVM(u_j(w, y, x, \xi)) \leq u_{0j} \right\} \quad (7.5)$$

$$y^* = \arg \left\{ \min_w EVM(E(w, y, x, \xi)) \right\}. \quad (7.6)$$

Тут у (7.5) та (7.6) $EVM(\bullet)$ є оператор обчислення середнього очікуваного значення.

$$EVM(u) = \sum_{i=1}^m v_i u_i$$

Для невизначеності типу «випадковість» v_i дорівнює ймовірності $p_i = f(\xi_i)$

Для нечіткого опису змінної ξ визначеної на можливісному просторі [231-236]

величина $v_i = \psi(\mu_{B1}, \mu_{B2}, \dots, \mu_{Bk})$, де μ_{Bi} - дискретне значення функції належності $\mu_B(\xi)$ величини ξ деякій нечіткій множині B .

У разі неточних величин ξ , визначених на просторі наближень значення

$v_i = \varphi_i(\xi_i)$, де $\varphi_i(\xi_i)$ - функція щільності розподілу довіри для ξ .

Якщо скласти модель з обмеженнями на шанси (ССР) то врахування невизначених значень величини ξ у задачі (7.2) – (7.3) приводить до оптимізаційної моделі наступного виду

$$y^{opt} = \arg \left\{ \max_x \max_{S^*} S^* \mid Ch(\Delta S(w, y, x, \xi) \leq S^*) \geq \beta; \right. \\ \left. Ch(u_j(w, y, x, \xi) \leq u_{0j}) \geq \alpha; j = 1, 2, \dots, m \right\}; 0 \leq \beta, \alpha \leq 1. \quad (7.7)$$

Тут β і α - визначені наперед довірчі рівні. Оператор $Ch(\bullet)$ обчислює відповідно ймовірність, можливість, довіру до появи події $\Delta S(w, y, x, \xi) \leq S^*$.

Модель (7.7) дозволяє знайти β оптимістичні оцінки величини S^* і відповідно оптимальні значення компонент вектора x .

Чисельна ілюстрація. Складна задача розрахунку контактної взаємодії оболонки шини з основою для виконання однієї ітерації пошуку оптимального розв'язку потребує кожного разу розв'язання простої задачі проектування і потребує значних обчислювальних ресурсів. В свою чергу кожний оптимальний розв'язок є одним елементом нечіткої множини. Тому апробацію можливості розв'язання задач (7.5, 7.7) для нелінійної моделі оптимізації будемо проводити виконавши оптимальний пошук серединної поверхні каркаса методом статистичного моделювання для модальних значень параметрів проектування. На рис. 7.15 зображено результат 100 ітерацій пошукового алгоритму. Згладжена форма методом найменших квадратів наведена на рис. 7.16, взявши геометрію якої, було зроблено остаточну перевірку і отримано, що значення ресурсу для кожного з 18 елементів каркаса (рис. 7.1) наблизились до свого рівномірного розподілу. В таблиці Б.70 додатку наведено поліпшений ресурс елементів каркаса. Маса гумовокордових шарів шини склала 1705 кг, а загальна маса шини склала 3671 кг. Коефіцієнт опору коченню нової конструкції дорівнює 0.001. Відмінність між елементами з найбільшим ресурсом каркаса та найменшим ресурсом склала близько 18%. Такого результату не вдавалось досягнути варіативним проектуванням.

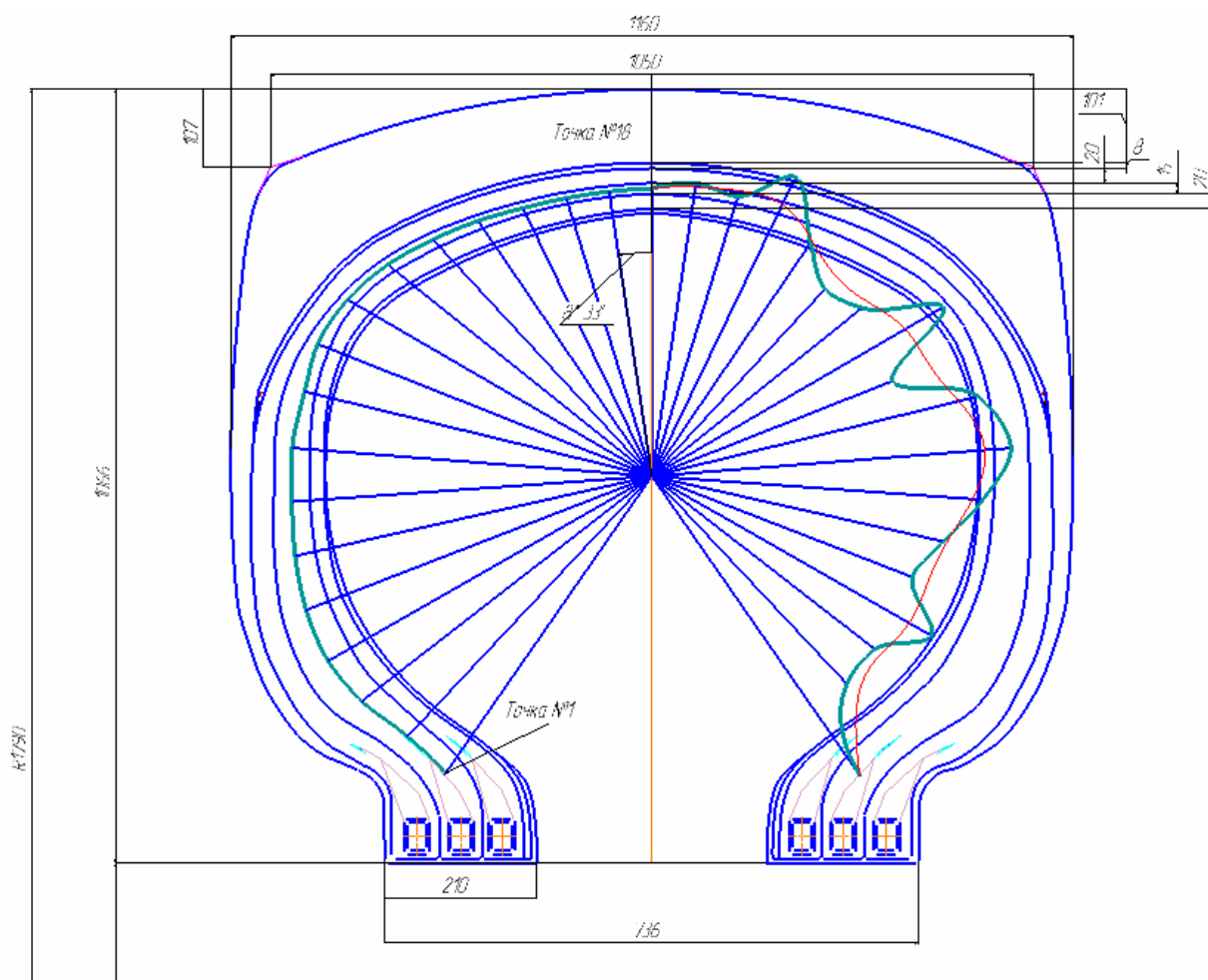


Рисунок 7.15 – Результат оптимізації середньої поверхні каркаса

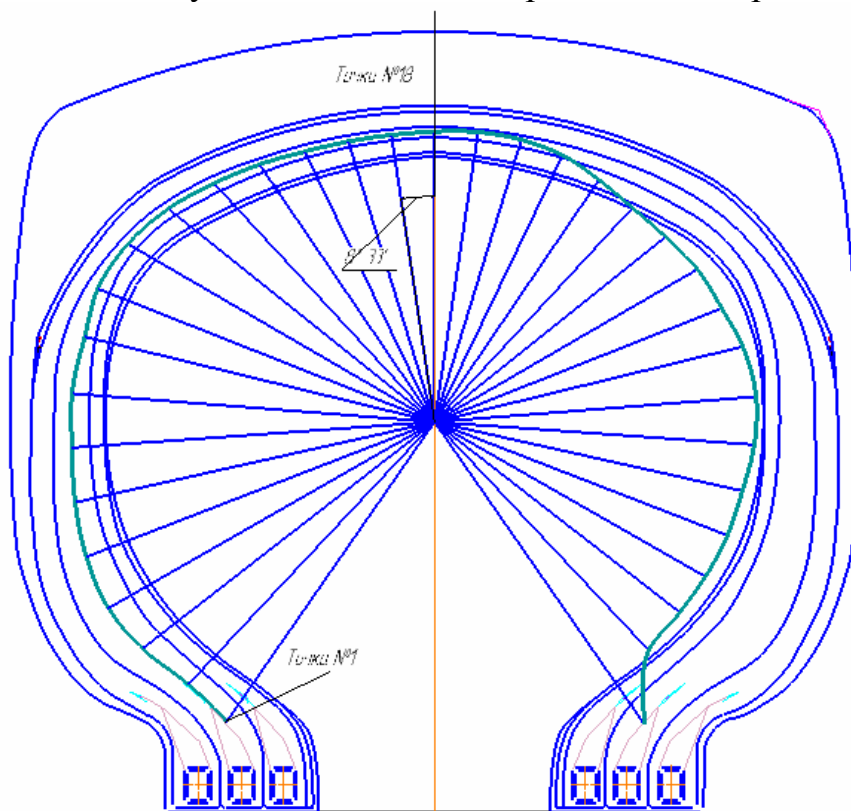


Рис. 7.16. Згладжена форма середньої поверхні каркаса

Розподіл температури в поперечному перерізі шини за умови роботи протягом 8 годин при температурі навколишнього середовища 37°C не перевищує значення 110°C , при якому починається термодеструкція гумовокордового матеріалу. Тобто режим експлуатації шини буде стаціонарним. В таблиці Б. 71 можна побачити, як спрацювало відповідне обмеження. Також слід відмітити, що в результаті оптимального проектування всі нитки корду каркаса та брекера оболонки працюють тільки на розтяг, чого раніше теж не завжди вдавалось досягти, а це є необхідною умовою нормальної роботи шини. В таблиці Б. 72 додатку Б наведено відповідні навантаження. Також в табл. Б. 73 додатку наводяться більш детальні характеристики меридіонального перерізу пропонованої конструкції шини.

Висновки за розділом

Підхід до прогнозування ресурсу гумовокордової оболонки дозволяє включати до розрахункової моделі можливі при проектуванні та експлуатації фактори з відтінком різної невизначеності. Запропоновано два типи оптимізаційних моделей: EVM та CCP. Вони адекватно відображають реальну картину зовнішніх впливів та конструктивних факторів. Проведено тестовий розрахунок, щодо можливості реалізації цих моделей для модальних значень відповідних параметрів. Розроблено модель оптимального проектування вихідних параметрів шин подвійного призначення. Отримано практичні результати щодо нової розробленої конструкції шини 40.00-57. Для реалізації нелінійної моделі оптимізації використано підходи статистичного моделювання. Ресурс конструкцій вдалось привести до рівномірного по всіх елементах каркаса за умови виконання всіх обмежень. Слід зауважити, що при стаціонарному режимі експлуатації температура в оболонці не перевищує граничної умови у 110°C , тобто не треба робити зупинку транспортного засобу для охолодження шин протягом робочої зміни. Результати розділу опубліковані в роботах [78, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 227, 228, 229]. Тези доповідей конференцій [79, 265, 266, 267].

ВИСНОВКИ

У дисертації зроблено теоретичне узагальнення і запропоновано нове розв'язання науково-прикладної проблеми щодо розробки інструментарію та узагальнених методів реалізації нових постановок задач моделювання, оптимального проектування, аналізу технічних систем та їх елементів в умовах різнорідної невизначеності випадкової, нечіткої, неточної природи та їх комбінацій. Основні результати, у відповідності до поставлених задач, сформулюємо наступним чином:

1. В результаті аналізу сучасних підходів використання невизначеностей в задачах будівельної механіки та будівництва виявлено, що домінантною є теорія ймовірностей і її всебічне застосування не завжди адекватно відображає дійсні інформаційні ситуації, тому доцільним є впровадження нових підходів і методів. Аналітичні формули інженерного аналізу, отримані за допомогою частинних похідних, можуть бути застосовані для аналізу границь невизначеності, але обмеженнями є те, що ми повинні мати аналітичний розв'язок, деколи отримання похідних пов'язане з громіздкістю, немає оцінки очікуваного значення та присутній ряд інших недоліків. Підходи з позиції теорії нечітких і неточних множин є більш розвиненими і їх реалізація за допомогою аналітичних, графоаналітичних, чисельних та аналітико-чисельних методів знімає такі обмеження, що показано в роботі.

2. Моделювання стержневих систем дозволило провести випробування моделей, налагодження методів, та отримати практичні результати в задачах будівельної механіки. Розроблений графоаналітичний метод для задачі завдання бажаного обсягу у термінах «приблизно» $5 \cdot 10^4 \text{ см}^3$ для простої шарнірної балки (розподілене навантаження «приблизно» 40 кН / м) дав розв'язок з можливістю $\mu \approx 0.71$, а для двох випадків нечіткого обсягу та сили $P \approx 8 \cdot 10^4 \text{ Н}$ подія реалізувалась для $\mu \approx 0.52$ та $\mu \approx 0.31$. Отримані дані, щодо очікуваного значення в задачах аналізу балок, показали толерантність до симетричних «сирих» початкових даних. Зростання впливу, як і очікувалось,

відбувається при використанні напівнечіткого числа.

Запропонована процедура обчислення очікуваного значення відносного навантаження для задачі з великими переміщеннями стержня дала $\bar{P} \approx 10,675$. Реалізація відбулась за допомогою методу динамічного програмування.

Для статично визначених ферм запропоновано процедуру розрахунку коефіцієнта надійності за умови нечіткої та стохастичної інформації щодо навантаження, проведено числові експерименти. Для простої 4-х елементної ферми розглянуто комплекс задач з невизначеностями: моделювання за умови нечіткого бажаного обсягу та нечіткого навантаження за допомогою графоаналітичного методу (для трьох випадків маємо можливості $\mu \approx 0.61, \mu \approx 0.22, \mu \approx 0.33$ та площі $A_B^* = 63 \text{ мм}^2, A_D^* = 65 \text{ мм}^2, A_C^* = 64 \text{ мм}^2$ відповідно); проектування ферми при нечіткому навантаженні, використовуючи Декартів добуток та метод динамічного програмування дало $\Delta = 2.07\%$ між очікуваним значенням та точним; реалізовано оптимальне проектування при навантаженні нечітко-випадкового характеру; оцінено коефіцієнт надійності по навантаженню; оцінено вплив нечіткого модуля Юнга на оптимальний проект з використанням функцій належності трикутного та трапецієвидного числа; оцінено ресурс ферми з тріщиною, показано вплив тріщини на оптимальний обсяг (при наявності тріщини довжиною до 10 мм система не чутлива, при подальшому збільшенні тріщини відбувається перерозподіл матеріалу збільшенням площі перерізу стержня з тріщиною і зменшенням площі інших стержнів), проведено нечітке оптимальне проектування. Проведено ще ряд досліджень з фермами. Так для оптимальних станів складної ферми отримано максимальне переміщення вузла у випадку завдання бажаного обсягу у нечіткій формі, так для $[a = 1.8, m = 2.2, b = 2.7] \text{ м}^3$ маємо реалізацію очікуваного значення за методом центру $\nu^{def} = 8.845 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, або за методом Б. Лю $\nu^{def} = 8.902 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ при детермінованому $\nu^{det} = 8.82 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Для простої ферми за умови додаткового обмеження щодо власної частоти коливань та при нечіткому завданні власної частоти та навантаження

проведені дослідження впливу нечіткості на результат. Зі збільшенням частоти власних коливань чутливість системи зменшується. Максимальна розмитість η (від 0.64% до 4.87%) в умовах нечіткого опису даних (розкид від 5% до 20%) виникає при $\omega = 9 \text{ Гц}$. Побудовано процедуру пошуку оптимальних розв'язків для випадку нечітко-випадкової невизначеності. Величина об'єму, для різних подій, знаходиться в межах $16029 < V^{dr} < 22588 \text{ см}^3$, тобто між розв'язаннями при найменшому та найбільшому навантаженнях.

Для статично невизначених стержневих систем, для розв'язання яких права частина канонічного рівняння подана нечітко, запропоновано метод оцінки невизначеності за нев'язкою, що є квадратом різниці між розв'язанням СЛАР при правих частинах визначених Декартовим добутком і чітким розв'язанням СЛАР при модальних значеннях нечіткої величини. Наведені результати чисельних експериментів показали чутливість деяких елементів таких систем до невизначеності при невеликих значеннях нев'язки. Так при $\Delta = 1,467$ для $M_{23} = M_{21}$ очікуване значення збільшилось на 38%.

В роботі розглянуті питання проектування циліндричної пружини в умовах повної і неповної інформації. Математичний аналіз застосовано для розв'язання прямої і двоїстої задачі при отриманні аналітичних залежностей за допомогою методу множників Лагранжа. При нечіткому завданні частоти власних коливань пружини $m_\omega = 5$; $a = 4.5$; $b = 5.5 \text{ Гц}$, отримуємо масу $W_{def}^* = 46.34 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, діаметр $d_{def}^* = 1.42 \text{ мм}$. Порівняння отриманих результатів з розв'язками $W_{det}^* = 45.33 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ і $d_{det}^* = 1.40 \text{ мм}$ при детермінованому значенні $\omega_0 = 5 \text{ Гц}$ дає такі відносні похибки $\varepsilon_w = 2.24\%$, $\varepsilon_d = 1.43\%$.

3. Для ізотропної оболонки стисненої поздовжньою силою розроблено метод реалізації моделей з обмеженнями на шанси, та наведено реалізацію пошуку оптимістичного значення маси оболонки при різноманітних рівнях довіри початкових даних. Зі збільшенням довіри результат наближається до детермінованого $\min G_* = 1,582 \text{ кг}$. Для нечіткого подієвого програмування проведені розрахунки оптимального обсягу матеріалу оболонки. Досягнута

максимальна можливість 0.941 та бажана маса 2,702 кг при наступних реалізаціях нечітких величин: $P = 10020,1 \text{ Н}$, $E = 8,14394 \text{ МПа}$, $\sigma_0 = 16,247 \text{ кПа}$.

Для різних функцій належності розглянуті задачі невизначеного програмування з використанням нечіткої моделі очікуваного значення, отримано значення стискаючої сили для різних інформаційних ситуацій. Отримано несиметричні функції належності з модальним значення $u^{\text{det}} = 71,251 \text{ кН}$. Найбільший вплив на песимістичний результат ($\approx 160\%$) в першій інформаційній ситуації для нульового рівня довіри показав експеримент де невизначеність: $\sigma_h = 0.02 \text{ см}$ та $\sigma_R = 2 \text{ см}$.

Розроблена геометрична процедура пошуку можливості реалізації ситуації, коли обмеження та цілі подані нечітко. Реалізація процедури дала результат, з рівнем довіри $\mu \approx 0,63$, який відповідає тільки оптимістичному значенню: $N_*^p \approx 24,2 \text{ кН}$.

Для випадку неточного завдання геометричних характеристик у вигляді верхнього та нижнього наближень розроблено відповідний метод реалізації та наведені чисельні експерименти. Бачимо збіжність до детермінованого значення $u^* = 71,251 \text{ кН}$ при зменшенні рівня невизначеності.

За методом Монте-Карло виконано пошук максимального навантаження в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних, для яких був розроблений відповідний метод формалізації такого виду невизначеності.

Також запропоновані обчислювальні підходи реалізації оптимізаційної задачі в умовах завдання випадково-нечіткої і нечітко-випадкової інформації про геометричні параметри оболонки, що знаходиться в умовах трьох граничних станів. В наведених задачах отримані очікувані значення шуканого навантаження на оболонку $P_{fuzzy-rand}^{\text{det}} = 1017.2 \text{ кН}$ та $P_{rand-fuzzy}^{\text{det}} = 1027 \text{ кН}$ відповідно.

Збіжність запропонованих підходів до детермінованих значень для різних видів або комбінацій невизначеностей було перевірено при звуженні відповідної невизначеності.

4. Для ортотропної армованої циліндричної оболонки під дією зосередженої сили та в умовах трьох граничних станів розглянуто ряд задач та отримано практичні результати в умовах невизначеностей. Обернена задача при нечіткому завданні навантаження «приблизно 50 кН» розв'язана аналітично за допомогою методу множників Лагранжа. Отримані очікувані значення відносного вмісту армуючих волокон, радіусу оболонки, обсягу матеріалу (для семи експериментів мінімальне і максимальне значення обсягу оболонки $W_{\text{def}}^{\text{det}} \approx 75.66 \text{ см}^3$ та $W_{\text{def}}^{\text{det}} \approx 82,87 \text{ см}^3$ відповідно).

Пряма задача визначення максимального навантаження стиснутої ортотропної оболонки за наявності невизначеностей стохастичної, нечіткої та неточної природи розв'язана за допомогою методу Монте-Карло та відповідних методів формалізації невизначеностей, наведено розв'язок задачі з інтервальними числами. Показано, що для стохастичної та неточної невизначеності при ймовірності та довірі 0.5 відповідно, отримуємо наближення до детермінованого значення $P_{\text{det}}^* = 54.98 \text{ кН}$. При збільшенні ймовірності, ступеня довіри, показники P_{rand}^* (β) та P_{rough}^* зменшуються (тим більше, чим більше розмитість даних). У другому експерименті максимальна неточність для h становила 6%, для R - 0,7%, для θ - 13%. Отриманий при цьому результат $P_{\text{rough}}^*(1) = 49 \text{ кН}$ відрізняється від детермінованого ($P_{\text{det}}^* = 55 \text{ кН}$) на 10,7%. З позиції інтервальних чисел, «стискаючи» зовнішнє наближення до внутрішнього, отримуємо $P_{\text{interval}}^*(1) = 48.40 \text{ кН}$, що на 1.2% менше від величини $P_{\text{rough}}^*(1) = 49 \text{ кН}$; «розтягуючи» внутрішнє наближення у визначенні неточного числа, до зовнішнього, отримуємо $P_{\text{interval}}^*(1) = 49.68 \text{ кН}$, що на 1.4% більше від величини $P_{\text{rough}}^*(1) = 49 \text{ кН}$. Для чотирьох експериментів нечіткого моделювання побудовано функції належності навантаження. Також показано, що найбільше значення величини $P_{\text{fuzzy}}^*(1) = 63,5 \text{ кН}$ досягається при $\theta = 0,5$.

Досліджено вплив нечітких та випадкових даних на вагову оптимізацію оболонки. Ілюстрація стохастичної моделі (при $\sigma_p = 0$ маємо $W_{\text{det}}^{\text{opt}} = 75.9 \text{ см}^3$,

$h_{det}^{opt} = 0.0975 \text{ см}$, $R_{det}^{opt} = 2.495 \text{ см}$, $\theta_{det}^{opt} = 0.775$) дає зростаючі тренди величин W^{opt} , h^{opt} , R^{opt} , θ^{opt} зі збільшенням середньоквадратичного відхилення. Числова ілюстрація нечіткої моделі показує збіг до детермінованого значення при збільшенні можливості та зменшенні розмитості даних.

Подальший розвиток в роботі знайшло поняття міри. Запропоновано процедуру обчислення мір шансу виконання відповідних подій: імовірності, можливості та довіри для оболонки при невизначених радіусі і товщині. В результаті отримано порівняння впливу різнорідної невизначеності на максимальне значення критичної сили. Так, при значенні шансу $\alpha = 0.9$ та відхиленні ширини розкиду інформаційної гранули 20% для імовірності маємо $P^* = 110,6 \text{ кН}$, для можливості $P^* = 131,7 \text{ кН}$ і для довіри $P^* = 114,5 \text{ кН}$ ($P_{det} = 139.95 \text{ кН}$ - детерміноване значення). Найменша реакція на вплив невизначеності виявлена для випадку нечітких множин.

5. Для циліндричної ортотропної оболонки із склопластику за умови одного граничного стану розглянуто ряд задач. Вагова оптимізація в стохастичному, нечіткому середовищі, що розв'язана на базі методу Монте-Карло та відповідних методів формалізації невизначеностей показала для імовірнісної задачі збіжність до детермінованого значення ($W^{opt} = 2447,6 \text{ см}^3$; $h^{opt} = 0,39 \text{ см}$; $\theta^{opt} = 0,253$) при $\alpha \approx 0.5$ та збільшення обсягу зі збільшенням вірогідності. Для нечіткої задачі показано наближення оптимістичного значення обсягу до детермінованого зі зменшенням розмитості даних.

Розв'язана задача оцінки максимального значення осьової сили, при заданих крутному моменті та зовнішньому тиску при нечітких геометричних характеристиках. Наведено імітаційні експерименти. Для випадку, коли розкид величини радіусу оболонки склав 30%, отримаємо зменшення дефазифікованого значення стискаючої сили на 10,82%. В другому експерименті взято розкид геометричних параметрів $\Delta_h = 0,05 \text{ см}$, $\Delta_\theta = 0,01$, $\Delta_R = 1 \text{ см}$ та розподілене навантаження як сталу величину $q = 30 \text{ кН / м}$. Показано залежності зменшення дефазифікованого значення стискаючої сили

при збільшенні M^* . Достовірність моделей і збіжність розроблених методів перевірено на детермінованих задачах, та збіжністю при зменшенні відповідного рівня невизначеності.

6. Науково-практичним результатом роботи є дослідження впливу невизначених параметрів на реальну попередньо-напружену залізобетонну балку довжиною 33 м, яка використовувалась при будівництві Центрального мосту в м. Дніпро. Використавши перевірену математичну модель в симбіозі з операціями над нечіткими числами, було отримано нелінійну функцію належності нечіткої амплітуди коливань, та функцію належності статичного прогину від нечітких параметрів. Оцінка толерантності такої складної системи показала, що вона є досить чутливою до невизначених параметрів. Навіть мала нечіткість у завданні частоти може викликати руйнування балки. Навіть при невеликих відхиленнях від модального значення частоти можливі дуже великі відхилення в значеннях амплітуди коливань з перевищенням допустимого значення 0.076 м. Так для значення $\omega_3^{(0)} = 18.2$ Гц відповідне значення $A_3^{(0)}$ правого кінця інтервалу амплітуди перевищує граничне приблизно на 274%.

7. Розроблено оптимізаційну математичну модель розрахунку шини за умови завдання початкових даних в нечіткій формі, в яку інтегровано модель розрахунку НДС та контактної взаємодії шаруватих ортотропних гумовокордових оболонок обертання. В результаті апробації запропонованих моделей невизначеного моделювання вдалось спроектувати нову оптимальну геометрію шини 40.00-57 з необхідними характеристиками.

8. Розроблені методи розрахунків в умовах невизначеності були впроваджені в навчальний процес та реальне проектування. В роботі показано, що не всі технічні конструкції витримують вплив невизначеності, тому для таких технічних систем доцільним було б крім розрахунків на міцність, жорсткість та стійкість проводити пошук найбільш не «толерантних» впливів. Особливо важливим і корисним цей напрям стає в умовах війни. Тут можна казати про те, що йдеться пошук таких параметрів системи, невизначеність в яких призводить до великих змін стану системи в кінцевому результаті.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аверкин А.Н. Нечёткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. Москва: Наука, 1986. 312 с.
2. Адамович И.С., Рикардс Р.Б. Оптимизация по весу ортотропной цилиндрической оболочки с переменными свойствами с ограничениями на частоту собственных колебаний. *Механика твёрдого тела*. 1977. №2. С. 120–125.
3. Адамович И.С., Рикардс Р.Б. Оптимизация сжатых цилиндрических оболочек с переменными по длине упругими свойствами. *Механика полимеров*. 1975. №5. С. 816–821.
4. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. Москва: Мир. 1987. 356 с.
5. Амортизатор: Декларацийний патент 11922 Україна, МПК G06K 9/36. опубл. 16.01.2006. Бюл. № 1. Бондаренко Л.М., Волчок Л.М., **Волчок Д.Л.**, Руднёв І.Ю.
6. Андерсен М.С., Арман Ж.Л., Арора Дж.С. и др. Новые направления оптимизации в строительном проектировании. Москва.: Стройиздат. 1989. 585 с.
7. Андреев Л.В., Моссаковский В.И., Ободан В.И. Об оптимальной толщине цилиндрической оболочки, нагруженной внешним давлением. *Прикладная математика и механика*. 1972. Т. 36, № 4. С. 717–725.
8. Андреев Л.В., Моссаковский В.И., Ободан В.И. Принцип максимума в задачах оптимального проектирования подкреплённых оболочек при неравномерном нагружении. *Прикладная математика и механика*. 1976. Т. 40. № 3. С. 569 –573.
9. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. Том 3. Москва: Машиностроение, 2001. 864 с.
10. Аристотель Сочинения в четырёх томах. Москва: Мысль, т.1 1976. 550 с, т.2 1978. 687 с.

11. Арман Ж.-Л. П. Приложение теории оптимального управления системами с распределёнными параметрами к задачам оптимизации конструкций. Москва.: Мир. 1977. 142 с.
12. Баєв С.В., Бараненко В.О. Визначення прогину попередньо напруженої балки за умови невизначеності параметрів. *Перспективні напрямки світової науки*: зб. статей учасників 37-ї всеукраїнської науково-практичної конференції “Інноваційний потенціал світової науки – ХХІ сторіччя”, том 2, природничі та точні науки. м. Запоріжжя, 19-22 квітня 2016 р. / Південноукраїнський гуманітарний альянс, громадське об’єднання “Соціальна дія”. Запоріжжя, 2017. С. 17–20.
13. Баєв С.В., Бараненко В.О. Розв’язання задачі про нелінійні коливання балки за гармонійним збурюванням в умовах невизначеності параметрів: *Перспективні напрямки світової науки*: зб. статей учасників 37-ї всеукраїнської науково-практичної конференції “Інноваційний потенціал світової науки – ХХІ сторіччя”, том 2, природничі та точні науки. м. Запоріжжя, 19-22 квітня 2016 р. / Південноукраїнський гуманітарний альянс, громадське об’єднання “Соціальна дія”. Запоріжжя, 2017. С. 37–43.
14. Баєв С.В., **Волчок Д.Л.** Вплив невизначеності параметрів попередньо напруженої залізобетонної балки на її прогин і амплітуду коливань. *Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій і їх застосування у проектуванні і навчальному процесі*: тези доп. міжнародної наук.-практ. конф., м. Київ, 25-26 жовтня 2017 р. / Київський нац. ун-т будівництва і архітектури. Київ, 2017. С. 6–9.
15. Баєв С.В., Пікуш Ю.С. Побудова аналітичного розв’язку рівняння Дуфінга. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2009. №6. С. 43–48.
16. Баженов В.А. и др. Оптимизация оболочек вращения при ограничениях прочности. *Строит. мех. и расчёт сооружений*. 1988. №6. С. 1–5.
17. Баженов В.А. Иванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О. Будівельна механіка: навч. Посіб. Київ: КНУБА, 2013. 440 с.

18. Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання: підручник. Київ : ВПОЛ, 2013. 896 с.
19. Банди Б.Д. Методы оптимизации. Москва: Радио и связь, 1988. 127с.
20. Баничук Н.В. Введение в оптимизацию конструкций. Москва: Наука, 1986. 302 с.
21. Баничук Н.В. Оптимизация формы упругих тел. Москва: Наука, 1980. 256 с.
22. Баничук Н.В. Современные проблемы оптимизации конструкций. *Механика твердого тела*. 1982. №2. С. 110–124.
23. Баничук Н.В., Кобелев В.В. Некоторые вопросы оптимального проектирования оболочек вращения. *Механика*. 1983. Т.36, №2. С.10–17.
24. Бараненко В.О. Динамическое программирование и последовательные приближения. *Придніпровський науковий журнал. фізико-математичні науки*. 1998. №112. 1998. С.38–44.
25. Бараненко В.О. Нечёткая оптимизация в проектировании конструкций. *Прикладная математика и механика. Труды Грузинского технического университета*. 2012. С. 113–120.
26. Бараненко В.О., Войнаков А.Ю. Оптимальне проектування конструкцій при випадковій та нечіткій інформації про навантаження. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2007. P. 25-32.
27. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Вагова оптимізація стиснутої ортотропної циліндричної оболонки за умов трьох граничних станів, стохастичної і нечіткої невизначеності навантаження. *Проблеми обчислювальної механіки та міцності конструкцій*. 2017. № 27. С. 5–23.
28. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Вагова оптимізація циліндричної оболонки із склопластику за умови одного граничного стану і невизначеної інформації щодо вихідних даних. *Вісник Запорізького національного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка. Фізико-математичні науки*. 2017. №1. С. 22–35.

29. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Визначення максимального значення навантаження стиснутої ортотропної оболонки в умовах випадкової, нечіткої і неточної інформації. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник.* 2017. № 99 С. 71–89. (Web of Science)
30. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Визначення максимального значення стискаючої сили, що діє на циліндричну оболонку в умовах параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи. *XVIII міжнародна конференція з математичного моделювання, присвячена 100 – річчю з дня народження академіка Ю.О. Митропольського: матеріали міжнародної конф., м. Херсон, 18-22 вересня 2017 р. / Херсонський національний технічний університет. Херсон, 2017. С. 104-105.*
31. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Геометрична інтерпретація розв'язання задачі синтезу циліндричної оболонки в умовах нечіткої інформації про цілі та дані. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка.* 2015. №3. С. 534–538.
32. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Задачі аналізу та оптимального проектування пружних систем в умовах застосування основних означень теорії нечітких множин. *XIX міжнародна конференції з математичного моделювання, присвячена 250 – річчю з дня народження Жана Батиста Жозефа Фур'є: матеріали міжнародної конф., м. Херсон, 17-21 вересня 2018 р. / Херсонський національний технічний університет. Херсон, 2018. С. 43.*
33. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Застосування мір невизначеності в задачі пошуку критичної сили для ортотропної оболонки за умов несучої здатності. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник.* 2021. №106. С. 201–220. (Web of Science)
34. Бараненко В. О., **Волчок Д. Л.** Імітаційне та нечітке моделювання в оптимальному проектуванні тонкостінних конструкцій в умовах випадкової і нечіткої інформації про вихідні дані. *Інформатика та системні науки: матеріали VIII Всеукраїнської наук.-практ. конф., м. Полтава, 16–18 березня 2017 р. / за ред. Ємця О.О.. ПУЕТ. Полтава, 2017. С. 37- 40.*

35. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Методика застосування основних означень теорії нечітких множин в задачах аналізу та оптимального проектування. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка*. 2018. Т. 2, № 3 (66). С. 170–176.
36. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нетипова задача оптимального проектування пружних балок в умовах нечіткої інформації. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2018. Т. 29, №1. С. 161–165.
37. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в задачах конструкцій із тріщиною. *Сучасні проблеми механіки та математики: збірник наукових праць у 3-х т. Міжн. наук.-тех. конф., м. Львів, 22-25 травня 2018 / за заг. ред. А.М. Самойленка та Р.М. Кушніра. Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. Львів, 2018. Т. 1. С. 16–17.*
38. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в задачах синтезу стисненої оболонки в умовах нечіткої невизначеності даних та обмежень несучої здатності. *Вісник Запорізького національного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка. Фізико-математичні науки*. 2015. №1. С. 7–12.
39. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в оптимальному проектуванні шарнірно-стержневих систем. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2018. № 100. С. 71–93. (**Web of Science**)
40. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Обернена задача будівельної механіки армованої циліндричної оболонки зі склопластику. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2017. № 98. С. 89–103. (**Web of Science**)
41. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Оцінка максимального значення осьової сили стиснення оболонки при нечітких даних як задача невизначеного програмування. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник*. 2016. № 97 С. 90–103. (**Web of Science**).

42. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Оцінка максимального значення стискаючої циліндричну оболонку сили в умовах трьох граничних станів і завданні геометричних параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Математичне моделювання і прикладна механіка.* 2017. Т.1, №3. С. 18–25.
43. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Оцінка ресурсу конструкції з тріщиною нормального розриву на основі нечіткого моделювання. *Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні: тези доп. Міжн. наук.-тех. конф., 10–14 вересня 2018 р., Харків / Національна Академія Наук України, Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного, Харків, 2018. С. 82–83.*
44. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.** Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних. *Опір матеріалів і теорія споруд. Науково-технічний збірник.* 2015. № 96. С. 88–98. (**Web of Science**).
45. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.**, Григорович М.С. Проектування циліндричних пружин мінімальної маси за обмеження на власну частоту поздовжніх коливань в умовах повної і нечіткої інформації. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури.* 2018. № 1. С. 52–59.
46. Бараненко В.О., **Волчок Д.Л.**, Оболонський Д.О. Вплив нечітких даних на результат оптимізації шарнірно-стержневих систем. *Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій і їх застосування у проектуванні і навчальному процесі: тези доп. міжнародної наук.-практ. конф., м. Київ, 26-27 вересня 2018 р. / Київський нац. ун-т будівництва і архітектури, Київ, 2018. С. 22–25.*
47. Бараненко В. О., Іванец М. В., Чаплигіна С. М. Оптимальне проектування циліндричних пружин в умовах нечіткої інформації. *Збірник наукових праць фізико-математичні науки.* 2015. №3. С. 23–27.
48. Бараненко В.А., Почтман Ю.М. Исследование деформаций гибких стержней переменной жесткости методом динамического

- программирования. *Строительная механика и расчёт сооружений*. 1969. № 6. С. 30–40.
49. Батищев Д.И. Поисковые методы оптимального проектирования. Москва.: Сов. рад., 1975. 370 с.
50. Батыршин И.З. Основные операции нечеткой логики и их обобщения. Казань: Отечество, 2001. 100 с.
51. Бейко И.В., Бублик Б.Н., Зинько Н.Н. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. Київ.: Вища школа, 1983. 511 с.
52. Березюк А., Дікарев К., **Волчок Д.**, Скокова А., Кузьменко О., Зайцев С. Удосконалення енергозберігаючого конструктивного вузла «балконна плита-зовнішня стіна-плита перекриття». *Теоретичні основи будівництва*. 2006. Т.2, №14. С. 57–62.
53. Бернштейн Л. С. Боженюк А. В. Нечеткие графы и гиперграфы. Москва.: Научный мир. 2005. 256 с.
54. Бернштейн С. Н. Теория вероятностей, 4 изд.. М.-Л.: Гос.изд. 2003. 363 с.
55. Беллман Р. Динамическое программирование. Москва: 1960. 400 с.
56. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Москва: Наука. глав. ред. Физ.-мат. лит. 1965. 460 с.
57. Бинкевич Е.В., Вергейчик Л.В., Моссаковский В.И. О рациональном распределении материала силовых шпангоутов цилиндрических оболочек. *Тр. VII Всесоюз. Конференции по теории оболочек и пластин*. 1970. С. 649-652.
58. Бинкевич Е.В., Дзюба А.П. Использование методов теории оптимального управления для решения задач оптимального проектирования. *Тр.Х Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин*. 1975. Т.2. С. 456–470.
59. Бинкевич Е.В., Дзюба А.П., Левитина Л.Д., Летучая С.А. Задачи оптимизации конструкций и погрешности расчётных схем. *Математическое обеспечение машиностроения*. 1986. С. 74-78.

60. Богомолов С.И., Назаренко С.А., Симсон Э.А. Расчёт и оптимизация оболочек общей формы на основе смешанного подхода метода конечных элементов. *Динамика и прочность тяжёлых машин*. 1986. С.91–97.
61. Бондар М. Г. Нелінійні стаціонарні коливання. Київ.: Наукова думка, 1974. 210 с.
62. Борисов А.Н., Крумберг О. А., Федоров И.П. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования. Рига: Зинатне, 1990. 184 с.
63. Борисов В.В. Федулов А.С., Зернов М.М. Основы нечёткой математики. Кн.1. Теория нечётких множеств. Москва: Горячая линия - Телеком, 2014. 88 с.
64. Борисов В.В. Федулов А.С., Зернов М.М. Основы нечёткой математики // Кн.2. Теория нечётких множеств. Москва: Горячая линия - Телеком 2014. 94 с.
65. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. Москва: Мир. 1972. 544 с.
66. Булакаев П.И., Дзюба А.П. Об одном варианте имитационного моделирования итерационного процесса оптимизации параметров конструкций. *Алгоритмизация решения задач прочности и оптимального проектирования конструкций*: Сб. науч. тр. Ин-т кибернет. НАН Украины. Киев, 1991. С. 9–13.
67. Булакаев П.И., Дзюба А.П. Об оптимальном проектировании слоистых ортотропных оболочек вращения с помощью принципа максимума Понтрягина. *Методы решения прикладных задач механики деформируемого твёрдого тела*: Сб. науч. трудов. Днепропетровск, 1997. С. 28–36.
68. Бусленко Н.П., Голенко Д.И., Соболев Н.М., Срагович В. Г., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Москва: Физмат, 1962. 332 с.
69. Варвак П.М., Медведева Н.М., Перельмутер А.В. Оптимизация геометрической формы осесимметричной гофрированной мембраны.

Нелинейные задачи строительной механики. Оптимизация конструкций: КИСИ. Киев, 1978. С.61–64.

70. Венцель Е.С. Теория вероятностей. Москва: Наука, 1969. 576 с.
71. Виноградов А.И. О сходимости прочностного перерасчёта в задачах оптимизации. *Строительная механика и расчёт сооружений*. 1971. № 3. С. 11–13.
72. Виноградов А.И. Проблема оптимального проектирования в строительной механике. Харьков: Высшая школа. 1973. 168 с.
73. **Волчок Д. Л.** Деформування гнучких гумовокордних оболонок обертання: дис. ... к.т-их. наук : 05.23.17. Дніпро, 2005. 134 с.
74. **Волчок Д.Л.** Нечітке моделювання в оптимальному моделюванні стрижневих систем. *Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій: тези доп. другої міжн. наук.-техн. конф. пам'яті академіка В.І. Моссаковського, м. Дніпро, 10-12 жовтня 2019 р. / Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара. Дніпро, 2019. С. 149–150.*
75. **Волчок Д.Л.** Оцінка максимального значення осьової сили, що тисне на циліндричну оболонку, при заданих зовнішньому тиску, крутному моменту і нечітких геометричних характеристиках. *Будівництво, матеріалознавство, машинобудування: Сб. наук. тр.* 2017. № 95. С. 47–52.
76. **Волчок Д.Л.** Оцінка ресурсу конструкції з тріщиною нормального розриву на основі нечіткого моделювання. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2019. № 1. С. 86–93.
77. **Волчок Д.Л., Данішевський В.В.** Графоаналітичний метод розв'язання задачі опору матеріалів за умови завдання мети та обмежень нечітко. *«Готуємо фахівців для відбудови України»:* матеріали III освітнього форуму академічної спільноти, м. Дніпро, 19–23 червня 2023 р. / Придніпровська державна академія будівництва та архітектури». Дніпро, 2023. С. 76–80.
78. **Волчок Д.Л., Данішевський В.В.** Проектування оптимальної конструкції ортотропної оболонки 40.00-57 подвійного призначення в умовах

- невизначеностей. *Український журнал будівництва та архітектури*. 2023. № 3. С. 34–39.
79. **Волчок Д. Л.**, Погасій О. А. Нові задачі моделювання шаруватих гумовокордових оболонки військового та цивільного призначення. *«Переможемо – Відбудуємо»*: тези Всеукр. наук.-практ. форуму, м. Дніпро, 29–30 червня 2022 р. / ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури». Дніпро, 2022. С. 28–30.
80. Галилео Галилей. Избранные труды в двух томах. Т2. Москва: Наука, 1964. 574 с.
81. Гараль Я.А. Оптимизация стержнем из физически нелинейного материала. *Динамика и прочность машин*: Респ. межвед. Научно-техн. Сб.: Вища школа. Харьков, 1979. Вып. 29. С. 39–47.
82. Гараль Я.А., Лившиц В.Л. Об оптимальной форме пружин подвески статора турбогенератора. *Динамика и прочность машин*: Респ. мехвед. научно-техн. сб. Вып.33: Вища школа. Харьков. 1981. С.115–122.
83. Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалособ В.В. Многокритериальная задача теории оптимального проектирования конструкций (обзор). *Динамика и прочность тяжелых машин*. Дн-ск.: ДГУ. 1982. Вып. 6. С.101–111.
84. Гинзбург И.Н., Кан С.Н. Об одном методе выбора оптимальных параметров тонкостенной конструкции. *«Труды VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Днепрпетровск, 1969»*. 1970. С. 271–273.
85. Гмурман В.Е. Теория вероятности и математическая статистика. Москва: Высшая школа, 1977. 479 с.
86. Гольдштейн Ю.Б., Соломещ М.А. Вариационные задачи статики оптимальных стержневых систем. Ленинград: Изд. ЛГУ. 1980. 208 с.
87. Григолюк Э.И., Подстригач Я.С., Бурак Я.И. Оптимизация нагрева оболочек и пластин. Киев: Наукова думка. 1979. 364 с.
88. Гринёв В.Б., Филиппов А.П. Оптимизация стержней по спектру собственных значений. Киев.: Наукова думка. 1979. 212 с.

89. Гринёв В.Б., Филиппов А.П. Оптимизация элементов конструкции по механическим характеристикам. Киев.: Наукова думка. 1975. 294 с.
90. Гуляев В.И., Баженов В.А., Кошкин В.Л. Методы оптимизации в строительной механике. Киев: УМКВО. 1989. 192 с.
91. Гусев Л. А., Смирнова И. М. Размытые множества. Теория и приложения. *Автоматика и телемеханика*. 1973. № 5. С. 66-85.
92. Данішевський В.В., Гайдар А.М. Метод рою частинок для розв'язання задач нелінійної оптимізації. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2019. №6. С. 18–25.
93. ДБН В.1.2-2:2006 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів «Навантаження і впливи». Київ: Мін. буд. України, 2016. 75 с.
94. Дзюба А.П. Оптимальное проектирование конструкций на основе принципа Л.С. Понтрягина. Днепропетровск: Изд. ДГУ. 1984. 136 с.
95. Дзюба А.П., Булакаєв П.І. Левитіна Л.Д. Визначення оптимальних параметрів композитних оболонок обертання. *Методи розв'язання прикладних задач механіки деформівного твердого тіла*: Зб. Наук. Праць. Дн-ськ: ДНУ. 2003. Вип.5. С.40–46.
96. Дзюба А.П. Булакаєв .П.И., Ткачёва Т.В., Ткачёв С.В. Оптимизация слоистых ортотропных оболочек вращения при несимметричном нагружении. *Прикладные задачи математики и механики*: Материалы XII научной конференции учёных Украины. Севастополь. 2003 / Севастополь, 2003. С. 148–150.
97. Дончев А. Системы оптимального управления: возмущения, приближения и анализ чувствительности. Москва.: Мир. 1987. 156 с.
98. Дзюба Д. Прад А., Теория возможностей: Приложение к представлению знаний в информатике. Москва: Радио и связь. 1990. 288 с.
99. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближённых решений. Москва: Мир. 1976. 163 с.
100. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Нечеткая оптимизация. Киев: Вища школа, 1991. 191с.

101. Зангвилл У.И. Нелинейное программирование. Единый подход Москва: Сов.радио, 1973. 312 с.
102. Заруцкий В.А., Почтман Ю.М., Скалзуб В.В. Оптимизация подкреплённых цилиндрических оболочек. Киев: Вища школа, 1990. 138 с.
103. Ибрагимов В.А. Элементы нечеткой математики. Монография. Баку: АГНА, 2010. 394 с.
104. Кваша Э.Н., **Волчок Д.Л.**, Погасий Е.А, Бондарь В., Шмидт Р., Копиленко Е. Проектирование конструкции шины 40.00-57. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2009. Vol. 17. P. 193–196.
105. Кваша Э.Н **Волчок Д.Л.**, Погасий Е, Шмидт Р., Вайхерт Д., Копыленко Е. Влияние конструктивных факторов на характеристики новой шины 40.00-57. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2010. Vol. 18. P. 199–202.
106. Кваша Э.Н., **Волчок Д.Л.**, Погасий Е, Шмидт Р., Копыленко Е. Влияние качества дорожного покрытия на характеристики СКГШ 40.00-57. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2011. Vol. 19. P. 143–146.
107. Кваша Э.Н., Погасий Е.А., **Волчок Д.Л.** Влияние особенностей эксплуатации шин на их основные показатели. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2008. Vol. 16. P. 223–228.
108. Кваша Э.Н., Погасий Е.А., **Волчок Д.Л.** Оценка эксплуатационных показателей оболочек шин сверхнизкого давления. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2007. Vol. 15. P. 365–370.
109. Кваша Э.Н., Погасий Е.А., **Волчок Д.Л.** Решение контактной задачи резинокордной оболочки шины при ее обжати на цилиндрический барабан. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2006. Vol. 14. P. 579–586.
110. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. Москва: Наука, 1974. 120 с.
111. Кофман А. Введение в теорию нечётких множеств. Москва: Радио и связь. 1982. 432 с.

112. Кузьмин В.Б. Построение групповых решений в пространствах четких нечетких бинарных отношений. Москва: Наука, 1982. 168 с.
113. Лагранж Ж. Аналитическая механика, том 1. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 594 с.
114. Лагранж Ж. Аналитическая механика, том 2. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 440 с.
115. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. Петербург: БХВ, 2005. 736 с.
116. Лепик Ю.Р. Применение принципа максимума Понтрягина в задачах прочности, устойчивости и колебаний тонкостенных конструкций. *Механика: Сб. пер. иностр. статей*. 1974. №6 (178). С. 126–141.
117. Лепик Ю.Р. Применение принципа максимума Понтрягина для оптимального проектирования цилиндрической оболочки из жесткопластического материала. *Успехи механики деформируемых сред*. 1975. С. 340–349.
118. Мажид К. И. Оптимальное проектирование конструкций. Москва: Высшая школа, 1979. 237 с.
119. Малков В.П., Торопов В.В., Филатов А.А. Имитационный подход к оптимизации деформируемых систем. *Прикладные проблемы прочности и пластичности*. 1982. С. 62–69.
120. Малков В. П., Угодчиков А.Г. Оптимизация упругих систем. Москва: Наука, 1981. 288 с.
121. Малов В.Ю. Почтман Ю.М. Многофакторные задачи оптимального проектирования и теория нечётких множеств. *Проблемы прочности*. 1985. №11. С. 91–96.
122. Маневич А.И., Ракша С. В. Двукритериальная оптимизация тонкостенных профилей при сжатии и изгибе. *Вісник Донецького університету: природничі науки*. 2002. № 1. С. 99–101.
123. Маневич А.И. Устойчивость и оптимальное проектирование подкреплённых оболочек. Киев-Донецк: Вища школа. 1979. 152 с.

124. Маркина М.В. Нахождение паретовского множества многоэкстремальных задач. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Оптимизация конструкций*. 1982. С. 137–143.
125. Мелихов А.Н., Бернштейн Л.С. Конечные четкие и расплывчатые множества. Таганрог: ТРТИ, 1981. 198 с.
126. Мелихов А.Н., Берштейн Л.С., Коровин С.Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. Москва: Наука, 1990. 272 с.
127. Моссаковский В.И., Гудрамович В.С. Контактные задачи теории оболочек. *Контактная прочность пространственных конструкций*. 1976. С. 3–40.
128. Моссаковский В.И., Гудрамович В.С., Макеев Е.М. Контактное взаимодействие элементов оболочечных конструкций. Киев: Наукова думка, 1988. 288 с.
129. Муштари Х.М. К теории изгиба оптимальных круглых пластин переменной толщины. *Некоторые вопросы теории пластин и оболочек*. 1976. С. 10–14.
130. Нарусберг В.Л., Тетерс Г.А. Устойчивость и оптимизация оболочек из композитов. Рига: Зинатне, 1989. 297 с.
131. Немировский В.С., Юдин Д.В. Сложность задач и эффективность методов оптимизации. Москва.: Наука. 1979. 383 с.
132. Ниордсон Ф.И., Педерсен П. Обзор исследований по оптимальному проектированию конструкций. *Механика*: сб. перев. иностр. стат. 1973. №2 (138). С. 136–157.
133. Ольхофф Н. Оптимальное проектирование конструкций. Москва: Мир. 1981. 277 с.
134. Оптимизация механических систем: Указатель отечественной и зарубежной литературы за 1988 г. / Под редакцией Ю.Д. Зозуляка. – Львов: Львовская научная библиотека им. В. Стефаника. 1991. 170 с.

135. Оптимизация механических систем: Указатель отечественной и зарубежной литературы за 1970-1982 гг. в 2-х кн./ Под редакцией Я.С. Подстригача. Львов: ЛНБ. 1986- Кн.1. 331 с. Кн.2. 471 с.
136. Оптимизация механических систем: Указатель отечественной и зарубежной литературы за 1983-1987 гг./ Под редакцией Я.С. Подстригача. Львов: ЛНБ. 1989. 421 с.
137. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. Москва: Наука. 1981. 206 с.
138. Партон В.З. Механика разрушения. От теории к практике. Москва: Наука. 1990, 240 с.
139. Перельмутер А.В. Сливкер В.И. Расчётные модели сооружений и возможность их анализа Москва: ИАСВ, SCAD Soft, 2011. 732 с.
140. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С. Опір матеріалів. Київ: Вища школа, 2004. 655 с.
141. Попов Е.А. Теория и расчёт упругих стержней. Москва: Наука, 1986. 294 с.
142. Почтман Ю.М. Оптимальное проектирование методами математического программирования некоторых стержневых и континуальных систем с учётом потери устойчивости (обзор). *Гидроаэромеханика и теория упругости*. 1975. Вып. 19. С. 107–114.
143. Почтман Ю.М. Оптимальное проектирование подкреплённых и многослойных пластин и оболочек. Днепропетровск: ДГУ. 1987. 76 с.
144. Почтман Ю.М., Филатов Г.В. Применение случайного поиска при оптимальном проектировании. *Изд. Ан СССР, механика твёрдого тела*. 1971. №5. С. 149–201.
145. Почтман Ю.М., Бараненко В.А. Динамическое программирование в задачах строительной механики. Москва: Стройиздат, 1975. 112 с.
146. Почтман Ю.М., Малов В.Ю. О применении теории нечётких множеств к задачам оптимального проектирования конструкций. *Известия вузов. Строительство и архитектура*. 1983. №4. С. 30–34.

147. Почтман Ю.М., Филатов Г.В. Применение метода случайного поиска при оптимальном проектировании цилиндрических оболочек. *Механика твёрдого тела*. 1971. № 5. С. 149–201.
148. Прагер В. Основы теории оптимального проектирования конструкций. Москва: Мир, 1977. 109 с.
149. Раскин Л.Г., Серая О.В. Нечёткая математика. Основы теории. Приложения. Харьков.: Парус, 2008. 352 с.
150. Растрингин Л. А. Статистические методы поиска. Москва: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит. 1968. 376 с.
151. Рейтман М.И. Оптимальное проектирование конструкций под действием случайных нагрузок. *Проблемы надёжности в строительной механике*. Вильнюс, 1968. С. 50–55.
152. Рейтман М.И., Шапиро Г.С. Оптимальное проектирование деформируемых твёрдых тел. *Механика деформируемого твёрдого тела*. Том 12. 1978. С 5– 90.
153. Рикардс Р.Б. Двойственная задача оптимизации ортотропной цилиндрической оболочки. *Механика полимеров*. 1973. № 5. С. 865–871.
154. Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А., Устойчивость оболочек из композитных материалов. Рига: Зинатне, 1974. 312 с.
155. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечёткие системы. Москва.: Горячая линия – Телеком, 2008. 383 с.
156. Савула Я.Г., Флейшман Н.П. Расчёт и оптимизация оболочек с резными средними поверхностями. Львов: Вища школа. 1989. 169 с.
157. Семенец С.М., Насонова С.С., **Волчок Д.Л.**, Вельмагіна Н.О. Забезпечення надійності нафтових резервуарів в період експлуатації. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2020. № 1. С. 99–110.
158. Семенец С.М., Насонова С.С., Олевський В.І., **Волчок Д.Л.** Управління проектною надійністю нафтових резервуарів. *Опір матеріалів і теорія*

- споруд. Науково-технічний збірник. 2019. № 103. С. 165–176. (Web of Science)*
159. Симсон Э.А., Назаренко С.О., Зюзин А.Ю. Любецкая В.Б. Анализ чувствительности для конечно-элементных моделей конструкций // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 2003. – Вып. 8. – Т.3. – С. 77- 82.
 160. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. Москва: "Наука" Физматлит. 1973. 312 с.
 161. Спосіб улаштування енергозберігаючого конструктивного вузла «балконна плита - зовнішня огорожувальна конструкція - плита перекриття»: Деклараційний патент 112913 Україна, МПК Е 04 В 1/74. заявл. 08.02.2016; опубл. 10.01.2017. Бюл. № 3. А.М. Березюк, К.Б. Дікарев, А.О. Скокова, О.М. Кузьменко, **Д. Л Волчок**, Д. Ю. Лісняк.
 162. Спосіб улаштування енергозберігаючого конструктивного вузла «балконна плита- зовнішня стіна-плита перекриття» Деклараційний патент 97939 Україна, МПК Е 04 В 1/74. заявл. 03.11.2014; опубл. 10.04.2015. Бюл. № 7. К.Б. Дікарев, І.М. Матюшенко, **Д. Л Волчок**, О.М. Кузьменко, О. С. Камєнєв.
 163. Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б., Нарусберг В.Л. Оптимизация оболочек из слоистых композитов. Рига: Зинатне,. 1978. 240 с.
 164. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределённости. – Москва: Наука. 1981. 257 с.
 165. Словник української мови: в 11 томах. – Том 11, 1980. – С. 404., Том 4, 1973. – С. 778.
 166. Федулов А.С. Вид взаимодействий нечетких чисел, ограничивающих возрастание неопределенности при выполнении операции нечеткой арифметики. *Вестник МЭИ*. 2006. №1. С. 101–110.
 167. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложение. В 2-х томах Москва: Мир 1984 1т: 528 с; 2т: 738 с.
 168. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование: Механические системы и конструкции. Москва: Мир, 1983. 478 с.

169. Хог Э., Чой К., Комков В. Анализ чувствительности при проектировании конструкций. Москва: Мир, 1998. 428 с.
170. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. Москва: Наука, 1973. 238 с.
171. Чирас А.А. и др. Теория и методы оптимизации упругопластических систем. Л.: Стройиздат, 1974. 279 с.
172. Чирас А.А. Теория надёжности и оптимальное проектирование. *Литовский механический сборник*. 1968. № 2/3. С. 115–122.
173. Шахнова И.Ф. Вопросы анализа и процедуры принятия решений. Сборник переводов. Москва: Мир, 1976. 228 с.
174. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. Новосибирск: Наука, 1981. 111 с.
175. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. Москва: Горячая линия Телеком, 2007. 288 с.
176. Юдин Д.Б. Задачи и методы стохастического программирования. Москва: Сов. Радио, 2010. 394 с.
177. Юдин Д.Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. Москва: Сов. радио. 1971. 400 с.
178. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование: Теория, методы и приложения. Москва: Наука. 1969. 424 с.
179. Ягер. Р.Р. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения Москва: Радио и связь, 1986, 405 с.
180. Яхьева Г.Э. Нечёткие множества и нейронные сети. Москва: Бином. 2008. - 316 с.
181. Atrek E., Gallagher R.H., Ragsdell K.M. Zienkiewicz O.C. New directions in optimum structural design. Chichester: Wiley. 1984. 727 p.
182. Augusti G., Baratta A., Casiati F. Probabilistic methods in structural engineering. London- New York: Chapman and Hall, 1984. 584 p.
183. Baiev S.V., **Volchok D.L.** Nonlinear oscillations of a prestressed concrete bridge beam subjected to harmonic perturbation in the conditions of

- indeterminacy of parameters. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2020. no. 104. P. 147–163. **(Web of Science)**
184. Banichuk N. V. Introduction of Optimization of Structures. New York: Springer-Verlag, 1990. 299 p.
185. Banichuk N.V., Baranenko V.A. The "Weak" Infringement Restriction in Designing of Bar system by Fuzzy Modeling. *International Conference for Mathematical Modeling and Optimization in Mechanics (MMOM)*, Book abstract, Jyväskylä, Fin, 6-7 March 2014 / Jyväskylä, 2014. P. 28–33.
186. Banichuk N.V., Neittaanmaki P.J. On structural optimization with incomplete information. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2007. Vol. 35, no. 1. P. 76–95.
187. Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J. Structural Optimization with Uncertainties. London - New York: Springer Science + Business Media B.V. Dordrecht Heidelberg. 2010. 233 p.
188. Baranenko V. Optimal design stress in conditions of fuzzy load by expected value models and dynamic programming. *Theoretical Foundation of Civil Engineering*. 2012. Vol. 20. P. 197–202.
189. Baranenko V.A. Optimal design truss in conditions of fuzzy load by expected value models and dynamic programming *Theoretical Foundation of Civil Engineering*. 2006. Vol. 14. P. 495–498.
190. Baranenko V.A. Probability approach to the structural optimization problem and dynamic programming. *Proc. of the second world congress of structural and multidisciplinary optimization*, May 23-30, 1997, Zakopane, Poland / IPPT PAN. 1997. Vol. 1. P. 27–29.
191. Baranenko V., Vojnakov A. Optimal structural design at random and fuzzy information about loading. *Theoretical Foundation of Civil Engineering*. 2007. no. 15. P. 25–32.
192. Baranenko V.A., Vojnakov A.Yu. The use of the theory of fuzzy sets in design of minimum volume trusses. *Light weight structures in civil Engineering XII LCSE: Warsaw*, 1 Dec. 2006. / In J. Obrebski editor. Warsaw, 2006. P.22–24.

193. Baranenko V., **Volchok D.** Approach of fuzzy dependent-chance programming to the problem of synthesis of cylindrical shells. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2015. Vol. 23. P. 65-70.
194. Baranenko V., **Volchok D.** Evaluation de déplacement maximal d'un noeud constructif à condition de robustesse et ayant un volume imprécis. *Revista Romana de Inginerie Civila*. 2018. Vol. 9, no. 3. P. 307–314. **(Copernicus)**
195. Baranenko V., **Volchok D.** Evaluation of the maximum axial force on a cylindrical shell structure in terms of stability and strength using fuzzy quantities of chosen geometric parameters. *Roads and Bridges-Drogi i Mosty*. 2016. Vol. 15, no. 1. P. 71–81. **(Scopus and Web of Science)**
196. Baranenko V.O., **Volchok D.L.** The application of various types measures of uncertainty to the problem of finding the critical force for an orthotropic shell under load-bearing conditions. *Stability of structures XV symposium, Zakopane, 17–21 September 2018 / Lodz University of Technology, Theoretical and Applied Mechanics Polish Society. Zakopane, 2018. P. 43-44.*
197. Belegundu A. D., Arora J. S. A study of mathematical programming methods for structural optimization. *Part II: Numerical Results - International journal for numerical methods in engineering*. 1995. Vol. 21. P. 1601–1623.
198. Bellman R., Drefus S. *Applied Dynamic Programming*. Princeton, New Jersey: Princeton Univ. Press, 1962. 363 p.
199. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision – Making in Fuzzy Environment. *Management Science*. 1970. Vol.17. №4. P. 141–164.
200. Ben-Tal A., Jarre F, Kočvara M., Nemirovski A., Zowe J. Optimal design of trusses under a nonconvex buckling constraint. *Optimization and Engineering*. Springer. 2000. P. 189–213.
201. Ben-Tal A., Nemirovski A. Robust truss topology design via semidefinite programming. *SIAM Journal on optimization*. 1997. Vol. 7, no. 4. P. 991–1016.
202. Berke L., Verkayya V.B. Review of optimality criteria approaches to structural optimization. *ASME: Structural optimization symposium AMD*. 1974. V.7. P.23–34.

203. Bolotin V.V. *Statistical Methods in Structural Mechanics*. San Francisco: Holden-Day, 1969. 240 p.
204. Borel E. *Probabilité et certitude*. Paris : Presses Universitaires De France, 1956. 111 p.
205. Boyd S.P., Parikh N., Chu E., Peleato B., Eckstein J. Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers. *Foundations and Trends in Machine Learning*. 2010. Vol. 3. no. 1. P. 1-122.
206. Broek D. *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1978. 509 p.
207. Dempster A.P. Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping. *Annals of Mathematical Statistics*. 1967. Vol. 38, no. 2. P 325–339.
208. Diederik P. Kingma, Jimmy Ba. Adam: A Method for Stochastic Optimization. *Computer Science, Mathematics. ICLR*. 2015. P.1-15.
209. Ding Y. Shape optimization of structure: a literature survey. *Computers and Structures*. 1986. no 24 (6). P. 985-1004.
210. Dubois D. Prade H. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. San Diego: Academic Press, 1980. 393 p.
211. Dubois D., Prade H. *Possibility Theory. An Approach in Computerized Processing*. New York: Plenum Press, 1988. 263 p.
212. Elishakoff, I., Ferracuti, B.: Four alternative definitions of the fuzzy safety factor. *Journal of Aerospace Engineering*. 2006. Vol. 19(4). P. 281-287.
213. Elishakoff, I., Ferracuti, B.: Fuzzy sets based interpretation of the safety factor. *Fuzzy Sets and Systems*. 2006. Vol. 157 (18). P. 2495-2512.
214. Elishakoff I., Ohsaki M. *Optimization and Anti-Optimization of Structures under Uncertainty*. London: Imperial College Press, 2010. 424 p.
215. Fishman G.S. *Monte-Carlo: concepts, algorithms and applications*. New York: Springer, 1996. 722 p.
216. Gezentsvey E. I., Olevskiy V.I., **Volchok D.L.**, Olevskiy O.V. Calculation of the improved steel beams of buildings and structures of the mining and

- metallurgical complex. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. no. 106. P. 54–67. (**Web of Science**)
217. Gupta M.M., Sanchez E. *Fuzzy Information and Decision Process*. New York - Amsterdam: Elsevier Science Pub. Co., 1982. 451 p.
218. Gupta M.M. , Saridis G.N., Gaines B.R. *Fuzzy Automata and decision Processes*. New York: North-Holland, 1977 496 p.
219. Gupta M.M. , Yager R.R. *Advances in fuzzy set theory and application*. Amsterdam: Elsevier North-Holland, 1979. 753 p.
220. Gupta M.M., Yamakawa T. *Fuzzy Logic in Knowledge-Based Systems, Decision and Control*. New York: Elsevier North-Holland, 1988. 410 p.
221. Haug E.J. A review of distributed parameter structural optimization literature. *Optimization of distributed parameter structures. Computer Science*. 1981. P. 3–74.
222. Haug E. J., Arora J. S. *Applied Optimal Design: Mechanical and Structural Systems*. New York: John Wiley & Sons Inc, 1979. 506 p.
223. Heisenberg W., Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Zeitschrift für Physik*. no. 43, 1927. P. 172–198.
224. Kaufmann A. Introduction à la théorie des sous-ensembles flous : à l'usage des ingénieurs: Fuzzy sets theory. Paris : Masson et C-ie, 1977. 334 p
225. Korotka L.I., Zelentsov D.G. Method of solving optimal design problems based on flexible tolerance strategy. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*. 2020, no. 10(3), P. 255–269.
226. Kruzelecki J., Zeckowski M. Optimal structural design of shells: A survey. *J. Solid Mech*. 1985. no. 10(2). P. 101–170.
227. Kvasha E., **Volchok D.**, Pogasii E., Schmidt R., Malovichko A. 29,5-25 tire shell modelling. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2014. Vol. 22. P. 123–126.
228. Kvasha E., **Volchok D.**, Pogasii E., Schmidt R., Malovichko A. Tire properties investigation with the own mathematical model. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2013. Vol. 21. P. 101–106.

229. Kvasha E., **Volchok D.**, Pogasii E., Schmidt R., Agapova V. Numerical research of laminated extra big tyre shells. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2012. Vol. 20. P. 197–202.
230. Lee K.H. First Course on Fuzzy Theory and Application. Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 2004. 336 p.
231. Liu B. Dependent-chance programming in fuzzy environment. *Fuzzy Sets and systems*. Vol. 109, no. 1. 2000. P. 97–106.
232. Liu B. Fuzzy random chance constrained programming. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol. 9, №5. 2001, 713–720.
233. Liu B. Random fuzzy dependent - chance programming and its hybrid intelligent algorithm. *Information Science*. 2002. Vol. 141, no. 3-4, P. 259–271.
234. Liu B. Random fuzzy variables and random fuzzy programming. Beijing: Technical report, Tsingua University, 2001. 66 p.
235. Liu B., Theory and practice of Uncertain programming. Berlin: Springer-Verlag, 2009. 213 p.
236. Liu B. Uncertain Programming. New York: Wiley-Interscience, 1999. 201 p.
237. Lykhachova O. **Volchok D.** Schmidt R. About the influence of the cut length on deformation and stability of the elastic circular cylindrical shells. *The XIII-th Symposium of Stability of Structures, Zakopane, 17–21 September 2012 / Lodz University of Technology, Theoretical and Applied Mechanics Polish Society. Zakopane, 2012. P. 435–440.*
238. Lyublinskaya I., Wolfe G., Ingram D., Pujji L. College Physics for AP courses. Houston: OpenStax, Rice University, 2017. 1682 p.
239. Majid K. I. Optimum design of structures. London : Newnes-Butterworths, 1974. 264 p.
240. Mamdani E.H., Assilian S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*. 1975. Volume 7, no. 1. P. 1–13.

241. Manevich A.I., Raksha S.V. Two-criteria optimization of H-section bars–beams under bending and compression. *Thin-walled structures*. 2007 Vol. 45, no. 10-11. P. 898–901.
242. Pawlak Z., Roughs sets. *International journal of Information and computer science*. 1982. Vol. 11, no. 5. P. 341–356 p.
243. Pawlak Z. Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1991. 224 p.
244. Pejman R., Keshavarzzadeh V., Najafia A. Hybrid topology/shape optimization under uncertainty for actively-cooled nature-inspired microvascular composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2021. Vol. 375, P. 113–624.
245. Petrenko V., Dikarev K., **Volchok D.**, Kuzmenko O. Evaluation of indoor temperature for various building envelopes damaged. *E3S Web of Conferences*. 2018. Vol. 32, no. 01019. P. 1–7. (**Scopus**)
246. Petrenko V., **Volchok D.** An estimation of change of parameters of indoor microclimate during term of exploitation of building and engineering systems. *Revista Romana de Inginerie Civila*. 2016. Vol. 7, no 1. P. 50–56. (**Copernicus**)
247. Piegat A. Fuzzy Modeling and Control. Berlin: Physica-Verlag Heidelberg, Springer-Verlag Heidelberg , 2001. 728 p.
248. Polak E. An historical survey of computational methods in optimal control. *STAM Rev.* 1973. Vol.15, no. 2. P. 553-584
249. Prager W. Introduction to Structural Optimization. Udine: Course Held at the Department of Mechanics of Solids, Springer-Verlag, 1974. 87 p.
250. Prager W., Taylor J.E. Problem of optimal structural design. *J.Appl.Mech.* 1968. Vol.35, no. 3. P. 102–106.
251. Negoită C. V., Ralescu D. A. Applications of Fuzzy Sets to Systems Analysis. New York: Springer basel AG, 1975. Vol. 11. 186 p.
252. Rutkowska D., Pilinski M., Rutkowski L., Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. Warsaw-Logz: PWN, 1999. 452 p.

253. Shafer G. A. *Mathematical Theory of Evidence*. Princeton: Princeton University Press, 1976. 314 p.
254. Shigley J.E. *Mechanical engineering design*. New York: McGraw-Hill, 9rd Edition, 2008. 1084 p.
255. Timoshenko S. *Strength of materials. Part 1*. Toronto-New York- London: D.Van nostrand company, 1940. 510 p.
256. Toropov V.V. Simulation approach to structural optimization. *Structural Optimization*. 1989. no. 1(1). P.37–46.
257. Tsokos K.A. *Physics for the IB Diploma, 6th Edition*. Cambridge: Cambridge university press, 2014. 590 p.
258. Vanderplaats G. Optimization: The Competitive Edge. *Optimization in Industry*. 2002. P. 3–14.
259. **Volchok D.** Analysis of rod systems under undefined load. *Revista Romana de Inginerie Civila*. 2017. Vol. 8, no. 1. P. 45–57. (**Copernicus**)
260. **Volchok D.** Analisis of rod systems under undefined load. *Strategies of professional associations and public institutions for implementation of EU directives: Proceeding of the RCEPB, Bucarest, 2-3 June 2016 / Technical University if Civil Engineering. Bucarest, 2016. P. 36–37.*
261. **Volchok D.** Large deflection of elastic rods under compression with fuzzy information for load data. *Theoretical foundations of civil engineering*. 2017. Vol. 24. P. 9–14.
262. **Volchok D.,** Baranenko V. Estimation of maximal displacements of a truss node under conditions of strength and fuzzy goal of volume. *Innovative and clean solutions for the built environment: Proceeding of the RCEPB, Bucarest, 7-8 June 2018 / Technical University if Civil Engineering. Bucarest, 2018. P. 45–46.*
263. **Volchok D.,** Baranenko V., Syvash N., Stadnyk M. Méthode de programmation dynamique pour une conception optimale des fermes statiquement déterminées. *"Langues, sciences et pratiques": Actes du 2 colloque international francophone en Ukraine, Dnipro, 3-4 Octobre 2018 / Académie*

- d'état de Génie Civil et d'architecture de Prydniprovyia, Ambassade de France en Ukraine, Agence Universitaire de la Francophonie, 2018. P. 206–207.
264. **Volchok D.**, Danishevskyy V., Slobodianiuk S. & Kuchyn I. Fuzzy sets application in the problems of structural mechanics and optimal design. *Acta mechanica*. 2023. Vol. 234. P. 6191–6204. (**Scopus**)
265. **Volchok D.**, Kvasha E., Schmidt R. Special Mathematical Model for Laminated Shells. *8th European Solid Mechanics Conference (ESMS) : Abstracts of Conference, Graz, 9-13 July 2012 / Graz University of Technology, 2012. (2 pages).*
266. **Volchok D.**, Kvasha E., Schmidt R. Design properties numeral and experimental research of laminated extra big tyre shells. *The 82nd Annual Scientific Conference of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (GAMM) : Abstracts of Conference, Graz, 18-21 April 2011 / Graz University of Technology, 2011. P. 153.*
267. **Volchok D.**, Schmidt R., Weichert D. Modeling of extra big tire shells properties. *The 81st Annual Scientific Conference of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (GAMM): Abstracts of Conference, Karlsruhe, 22-26 March 2010 / Karlsruhe Institute of Technology, 2010. (1 page).*
268. Wasiutinski Z., Brand A. The present state of knowledge in the field optimum design of structures. *Appl. Mech. Rev.* 1963. Vol.16, no. 5. P. 341–350.
269. White R.C. A survey of random methods for parameter optimization. EUT report. E, Fac. of Electrical Engineering. Technische Hogeschool Eindhoven. 1970. Vol. 70-E-16. 28 p. URL: <https://pure.tue.nl/ws/portalfiles/portal/4396577/7101031.pdf> (дата звернення 16.07.2023)
270. Zadeh L. Fuzzy sets . *Information and Control*. 1965. Vol. 8. P. 338–353.
271. Zadeh L. Some reflections of soft computing, granular computing and their roles in the conception design and utilization / intelligent system. *Soft computing*. 1998. Vol. 2. P. 23–25.

272. Yang X.S. *Nature-Inspired Optimization Algorithms*. Amsterdam, Boston: Elsevier, 2014. 257 p.
273. Yeh-Liang Hsu A review of structural shape optimization. *Computers in Industry. Elsevier*. 1994. Vol. 25, no. 1. P. 3–13.
274. Yonekura K., Kanno Y. Global optimization of robust truss topology via mixed integer semidefinite programming. *Optimization and Engineering*. 2010. Vol. 11, no. 3. P. 355–379.
275. Zeckowski M., Recent advances in optimal structural design of shells. *European Journal of Mechanics and Solids*. 1992. Vol. 11. P. 5–24.
276. Zelentsov D.G., Korotka L.I., Denysiuk, O.R. The Method of Correction Functions in Problems of Optimization of Corroding Structures. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020. Vol. 1247. P. 132–142.

ДОДАТОК А

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

А.1 - Метод динамічного програмування

Введемо до розгляду таку функцію Беллмана:

$$f_i(d_i) = \min_{A_i, A_{i+1}, \dots, A_n} \sum_{j=i}^n l_j A_j, \quad (\text{A.1.1})$$

$f_i(d_i)$ - мінімальне значення об'єму ШСС в припущенні, що процес пошуку $\{A_j^{opt}\}$; $j = i, i+1, \dots, n$ починається з елементу $j=i$ і закінчується елементом $j=n$. Аргументом цієї функції є величина "ресурсу" d_i , яка пов'язана зі змінною проектування A_i таким співвідношенням

$$d_i = \sum_{j=i}^n D_j / A_j; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad d_i \geq 0; \quad d_p = [y]. \quad (\text{A.1.2})$$

Із означення (А.1.2) випливає

$$d_i = \frac{D_i}{A_i} + \sum_{j=i+1}^n D_j / A_j \rightarrow d_i = \frac{D_i}{A_i} + d_{i+1},$$

звідки маємо

$$d_{i+1} = d_i - \frac{D_i}{A_i}. \quad (\text{A.1.3})$$

Аналогічним чином із означення (А.1.3) побудуємо таке рівняння:

$$f_i(d_i) = \min_{A_i} \left[l_i A_i + \min_{A_{i+1}, A_{i+2}, \dots, A_n} \sum_{j=i+1}^n l_j A_j \right],$$

із якого випливає

$$f_i(d_i) = \min_{A_i} [l_i A_i + f_{i+1}(d_{i+1})]; \quad i = n-1, n-2, \dots, 1; \quad f_{n+1}(d_{n+1}) \equiv 0 \quad (\text{A.1.4})$$

Рівняння (А.1.2) побудовано з використанням принципу Беллмана. Воно є основним функціональним рівнянням методу динамічного програмування. За термінологією цього методу d_i - є змінна "стану", A_i - є змінною "керування" (проектування).

Для $i = n$ із означення (A.1.2) маємо

$$d_n = D_n / A_n; \quad A_n = D_n / d_n; \quad (\text{A.1.5})$$

$$f_n(d_n) = \min_{A_n} l_n A_n = l_n D_n / d_n. \quad (\text{A.1.6})$$

Розглянемо випадок, коли $i = n - 1$. Рівняння (A.1.4) для цього випадку має вигляд

$$f_{n-1}(d_{n-1}) = \min_{A_{n-1}} [l_{n-1} A_{n-1} + f_n(d_n)]; \quad d_n = d_{n-1} - D_{n-1} / A_{n-1}. \quad (\text{A.1.7})$$

Перепишемо рівняння (A.1.7) з урахуванням означення (A.1.6), тобто

$$f_{n-1}(d_{n-1}) = \min_{A_{n-1}} \left[l_{n-1} A_{n-1} + \frac{l_n D_n}{d_{n-1} - D_{n-1} / A_{n-1}} \right].$$

Виконуючі далі аналогічні дії для $i = n - 2, n - 3, \dots, 1$ за методом математичної індукції отримаємо таке рівняння

$$f_i(d_i) = \min_{A_i} H(A_i), \quad (\text{A.1.8})$$

де

$$H(A_i) = l_i A_i + T_i + \frac{D_n l_n}{d_i - S_i^* - D_n / A_i}; \quad (\text{A.1.9})$$

$$T_i = \sum_{j=i}^{n-1} l_j A_j, \quad \text{для } i = 1, 2, \dots, n - 2.$$

$$S_i^* = \begin{cases} \sum_{j=i}^{n-1} D_j / A_j^*, & \text{для } i = 1, 2, \dots, n - 2 \\ 0, & \text{для } i = n - 1 \end{cases} \quad (\text{A.1.10})$$

Використання необхідної умови існування екстремуму функції $H(A_i)$ із (A.1.8)-(A.1.9) дає таке рівняння відносно змінної A_i

$$l_i A_i^2 - \frac{D_n l_n D_i}{(a_i^* A_i - D_i)^2} = 0, \quad (\text{A.1.11})$$

де $a_i^* = d_i - S_i^*$.

Розв'язком рівняння (A.1.11) буде

$$\left. \begin{aligned} A_i^0 &= \frac{D_i + \sqrt{l_n D_n D_i / l_i}}{a_i^*} \\ i &= 1, 2, \dots, n-1; \\ A_n^0 &= \frac{D_n}{d_n}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.1.12})$$

Для кожного значення індексу i формується оптимальний розв'язок за виразом

$$\{A_i^{opt}\} = \begin{cases} A_i^0, & \text{якщо } A_i^- < A_i^0 < A_i^+ \\ A_i^-, & \text{якщо } A_i \leq A_i^0 \\ A_i^+, & \text{якщо } A_i \geq A_i^+ \end{cases}, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (\text{A.1.13})$$

Зауваження 4. В задачі (A.1.1) має місце мінімум, тому що

$$\frac{d^2 H}{dA_i^2} = A_i \left[l_i + D_n l_n D_i (a_i^*)^2 + D_n l_n D_i^2 a_i^* \right] \geq 0$$

(достатня умова існування екстремуму).

Ітераційна процедура пошуку оптимального обсягу ШСС

1. Задається початкове наближення $\{A_i^*\} \quad i=1, 2, \dots, n; \quad k=0$ за умови $A_i^{(k)} > A_i^-$ і обчислюється відповідне значення об'єму $V^{(k)} = \sum_{i=1}^n l_i A_i^{(k)}$.
2. Обчислюються величини S_i^* ($i=1, 2, \dots, n-1$) за формулою (A1.3)
3. Для $i=1, 2, \dots, n-1$ за виразом (A.1.5) обчислюється A_i^0 ; $i=1, 2, \dots, n$ з урахуванням, що $d_1 = [y]$.
4. Формується нове наближення змінної керування за правилом (A.1.6), тобто $\{A_i^{(k+1)}\}; \quad i=1, 2, \dots, n$ і відповідне значення об'єму $V^{(k+1)} = \sum_{i=1}^n l_i A_i^{(k+1)}$.
5. Умовою закінчення рекурентних обчислень є

$$\left| \frac{V^{(k+1)} - V^{(k)}}{V^{(k)}} \right| \leq \varepsilon,$$

де ε - задана точність розрахунків.

Якщо умова не виконується, треба перевизначити такі змінні

$$V^{(k)} = V^{(k+1)}; \{A_i^{(k)}\} = \{A_i^{(k+1)}\}; i = 1, 2, \dots, n \text{ і повторити обчислення з п.2.}$$

В результаті виконання запропонованої обчислювальної процедури отримується послідовність розв'язків $\{A_i\}; i = 1, 2, \dots, n$ яка збігається до своїх границь.

$$\{A_i^{(k)}\} \rightarrow \{A_i^{opt}\}; i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots; \{V^{(k)}\} \rightarrow \{V^{opt}\}; k = 1, 2, \dots$$

А.2 - Метод розв'язання оптимізаційної задачі нечіткої СЛАР

Розв'язання задачі виконано за допомогою процедури статистичного моделювання:

Крок 0. $S = +\infty$.

Крок 1. Для заданого ε - рівня відповідно до заданої функції належності $\mu_D(x)$ визначити інтервал $[X_{1i}, X_{2i}]$; $i = 1, 2, 3$ (рис А.1, А.2).

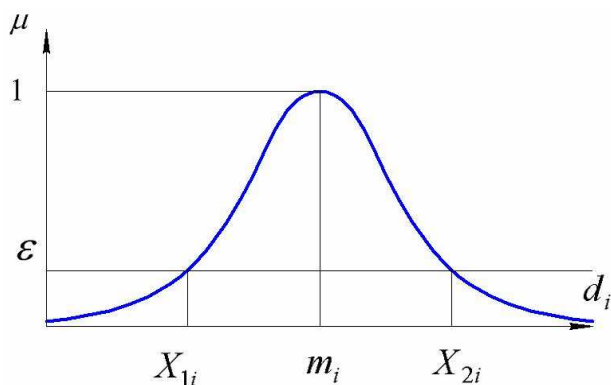


Рисунок А.2.1 - Функція належності нечіткого гаусова числа

$$d_i(m_i, \alpha_i, \beta_i)_{L-R}$$

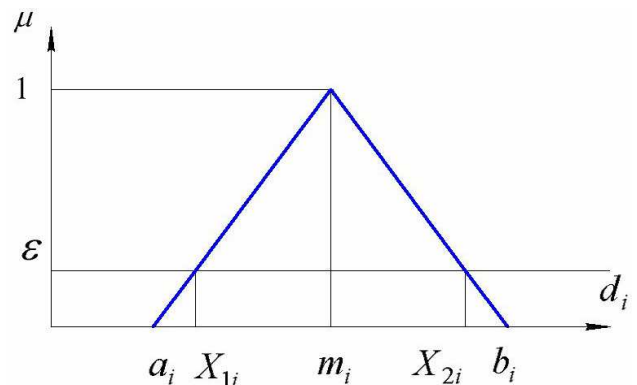


Рисунок А.2.2 Функція належності нечіткого трикутного числа

$$d_i(a_i, m_i, b_i)_{\Delta}$$

На рисунках А.2.1, А.2.2 надамо можливі приклади запису нечітких чисел виду "приблизно m ". Для рис. А.2.1. маємо таку функцію належності

$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (\text{А.2.1})$$

де m і σ числові константи; $\sigma > 0$.

Для рис. А.2.2. маємо таку функцію належності

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x - a_i}{m_i - a_i}, & x \leq m_i \\ \frac{b_i - x}{b_i - m_i}, & x \geq m_i \end{cases} \quad (\text{A.2.2})$$

Крок 2. Випадковим чином в інтервалі $[X_{1i}, X_{2i}]$ вибрати M точок $X_j = X_{ij} + (X_{2j} - X_{1j})\xi_j$, де $\xi_j = random$ визначається за рівномірним законом, для яких обчислюється за формулами (A.2.1) або (A.2.2) функція належності

$$\mu_j = \mu(x_j); j = 1, 2, \dots, M.$$

Крок 3. Побудувати декартовий добуток, а саме: сформувати нечітку множину D .

Крок 4. Для кожної комбінації величини d_j^* в декартовому добутку знайти розв'язок $X_j^f = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$.

Крок 5. За означенням (3.69) обчислити квадрат нев'язки $Z(d)$.

Крок 6. Виконати мінімізацію: якщо $Z(d) < S$, тоді слід вважати, що $S = Z(d)$ і $X^S = X^f$.

Крок 7. Повторити кроки з другого по шостий T разів. Тут T - задане велике число чисельних експериментів.

Крок 8. Видати значення мінімальної нев'язки S та відповідного розв'язку X^S .

Зауваження. Для трикутного нечіткого числа (рис. A.2.2) є можливість брати $\varepsilon = 0$. Точний розв'язок отримується при $\varepsilon = 1$. Якщо взяти гаусову функцію належності (A.2.1), то чим менше ε , тим більше коефіцієнти нечіткості α і β .

A.3 - Застосування математичного аналізу до розв'язання прямої та двоїстої задач.

Введемо для задачі (3.78) таку функцію

$$L = W + \lambda(\omega_0 - \omega) = \alpha d^2 + \lambda(\omega_0 - \gamma d) \quad (\text{A.3.1})$$

де $\lambda \neq 0$ - множник Лагранжа

Із необхідної умови екстремуму L маємо

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial d} = 2\alpha d - \lambda\gamma = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\gamma d + \omega_0 = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.3.2})$$

Розв'язання системи (A.3.2) дає

$$d^* = \frac{\omega_0}{\gamma}; \quad \lambda = +\frac{2\alpha\omega_0}{\gamma^2}; \quad W^* = \alpha(d^*)^2; \quad (\text{A.3.3})$$

Зауваження. Друга похідна $\frac{\partial^2 L}{\partial d^2} = 2\alpha > 0$, що відповідає операції мінімуму в оптимізаційній задачі (достатня умова існування екстремуму)

Розв'язання двоїстої задачі. Для (3.81) запишемо функцію Лагранжа

$$L = \gamma d - \lambda(\alpha d^2 - W_0); \quad \lambda \neq 0 \quad (\text{A.3.4})$$

За необхідними умовами екстремуму, маємо

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial d} = \gamma - 2\lambda\alpha d = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \alpha d^2 - W_0 = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.3.5})$$

В результаті розв'язання системи (A.3.5) отримаємо

$$d^* = \sqrt{\frac{W_0}{\alpha}}; \quad \lambda = \frac{\gamma}{2\alpha d^*}; \quad \lambda > 0; \quad \alpha > 0; \quad \omega^* = \gamma d^*. \quad (\text{A.3.6})$$

Зауваження. Достатня умова існування максимуму для цієї задачі виконується, тобто

$$\frac{\partial^2 L}{\partial d^2} = -2\lambda\alpha < 0.$$

А.4 - Метод нечіткого моделювання

Співвідношення (4.19) покладено в основу імітаційного нечіткого моделювання:

Крок 1. Прийнемо поріг α - рівня $M = \alpha$ в якості оцінки можливості μ .

Крок 2. Побудуємо випадковим чином з α - рівнів множини значень ξ_i ; $i = \overline{1,4}$. Позначимо їх через вектор $u = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$.

Крок 3. Обчислимо μ відповідно до визначення (4.19).

Крок 4. Випадковим чином призначимо величини x_1 і x_2 , враховуючи задані області їх визначення $[x_1^-; x_1^+]$, $[x_2^-; x_2^+]$. При цьому рекомендується використовувати рівномірний закон розподілу випадкової величини.

Крок 5. У разі виконання $h(x, \xi) = 0$ і $q_i(x, \xi) \geq 0$; $i = \overline{1,4}$, а також умови $M < \mu$ слід прийняти, що $M = \mu$ і зберегти відповідні йому величини x і u .

Крок 6. Повторити кроки з четвертого по п'ятий K разів. В результаті буде отримано x при обраному векторі u .

Крок 7. Повторити кроки N разів з другого по шостий. Результатом виконання - максимальне значення $\mu^* = M$ і відповідне йому значення параметрів x^* і u^* .

А.5 - Метод виконання етапів імітаційного моделювання

На основі інформації щодо формулювання задачі, етапу фазифікації та положень методу Монте-Карло пропонується такий алгоритм:

Початок.

1. Призначити $sw = -\infty$; $ss = +\infty$.

Основний цикл: $j = 1, 2, \dots, M$.

2. Отримати в інтервалі $[0,1]$ випадкові числа за рівномірним законом розподілу $\xi_k = random$; $k = 1, 2$.

3. З інтервалів X_k ($k = 1, 2$), визначених в (4.29), (2.52) або (4.29), (2.50) знайти, в залежності від функції належності, величини x_{kj} ; ($k = 1, 2$).

$$x_{kj} = x_k^-(\beta) + (x_k^+(\beta) - x_k^-(\beta))\xi_k.$$

4. Обчислити за означенням (4.4) – (4.6) функції $g_i = g_i(x_k)$; $i = 1, 2, 3$.

5. Знайти $w = \min_i \{g_{ij}\}$; $i = 1, 2, 3$.

6. Якщо $w < ss$, то призначити $ss = w$.

Якщо $w > sw$, то призначити $sw = w$.

7. $j = j + 1$. Повторити обчислення з кроку 2 M разів (випробувань).

8. Кінець циклу.

9. Призначити $\bar{u}_L = ss$; $\bar{u}_R = sw$, відповідне лівобічне та правобічне значення величини \bar{u}_β .

10. Кінець.

А.6 - Шаблон застосування методу Монте-Карло для ізотропної оболонки

Крок 1. Задати область пошуку змінної u .

Крок 2. Випадковим чином згенерувати детерміновані значення u в області пошуку $[u^-, u^+]$.

Крок 3. Обчислити вирази $g_i(x)$; $i = 1, 2, 3$ обмежень. Якщо три умови тут виконуються одночасно, то треба запам'ятати значення цільової функції u , при яких виконались умови.

Крок 4. Виконати дії кроків 2 - 3 M разів.

Крок 5. Вибрати із отриманих значень $\{u_j\}$ максимальне. В результаті маємо $u^* = \max\{u_j\}$ - величину критичного навантаження.

Величина M є обсягом виборки, який задається, він досить великий і підбирається до виявлення збіжності. В наочному прикладі величина M досягає декількох мільйонів.

А.7 - Метод статистичного моделювання

Крок 1. Задати досить велике число N і значення α .

Крок 2. Обчислити цілу частину числа αN , тобто $M = \lfloor \alpha N \rfloor$, де $\lfloor \cdot \rfloor$ - позначення функції Антьє - округлення до найближчого цілого числа в меншу сторону.

Крок 3. Випадковим чином отримати величини ξ_{tn} ; $t = 1, 2; n = 1, 2, \dots, N$ відповідно до заданих законів розподілу імовірності кожної випадкової величини ξ_1 і ξ_2 .

Крок 4. Для кожного j обчислити елементи послідовності $\{f_j\} = \min_i (g_i(\xi_{ij})); i = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2$.

Крок 5. Вибрати M -ий найбільший елемент з отриманої послідовності $\{f_j\}; j = \overline{1, N}$. Цей елемент буде шуканим значенням величини u^* .

А.8 - Метод реалізації задачі пошуку P^{\max}

1. Задати область пошуку змінної $P \in [P^-; P^+]; v = -\infty; i = 1;$

2. Випадковим чином згенерувати детерміновані значення P в області пошуку

$$P = P^- + (P^+ - P^-) \cdot \zeta; \zeta - random; \zeta \in [0, 1];$$

3. Обчислити вирази $g_j; j = 1, 2, 3$ обмежень в (4.63).

4. **If** $(g_1 \leq 0 \wedge g_2 \leq 0 \wedge g_3 \leq 0) \wedge (P > v)$ **then** $v = P;$

5. $i = i + 1;$

6. **If** $i \leq N$ повторити дії алгоритму з етапу 2, інакше - закінчити процес пошуку.

Величина v і буде шуканим значенням оцінки стискаючої сили. Чим більше величина N , тим точніше буде результат.

А.9 - Метод оптимізації ортотропної циліндричної оболонки за умови нечітких даних

1. Побудувати множину Q , яке включає в себе β – рівневі підмножини $Q_i(\beta); i = 1, 2, \dots, r,$

$$Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_r.$$

2. Випадковим чином отримати у множині Q вектор v , компоненти якого обчислюються згідно: $v_i = x_{L_i} + (x_{R_i} - x_{L_i})\zeta$; $\zeta \in [0,1]$; $v = \{v_1, v_2, \dots, v_r\}$; величина, розподілена за рівномірним законом.

3. Обчислити $U = \max(U, s)$; $G = \min(G, q)$, де $s = \min_j(g_j(u, v))$;
 $q = \max_j(g_j(u, v))$; $j = 1, 2, 3$.

Початкові значення U і G призначаються як $U = -\infty$; $G = +\infty$.

4. Повторити N раз етапи 2-3, де N – ціла кількість випробувань, досить велика.

A.10 - Метод розв'язання пошуку міри довіри

1. Призначити $N_1 = 0$; $N_2 = 0$.

2. Сформувати випадковим чином величини

\underline{h} , \underline{R} за мірою $([a_h, b_h], [a_R, b_R])$, та \bar{h} , \bar{R} за мірою $([c_h, d_h], [c_R, d_R])$

3. Обчислити функції $\underline{g}_j(\underline{\lambda})$ і $\bar{g}_j(\bar{\lambda})$ $j = 1, 2, 3$, де $\underline{\lambda} = (\underline{h}, \underline{R})$, $\bar{\lambda} = (\bar{h}, \bar{R})$.

4. Якщо виконується умова $\underline{g}_j(\underline{\lambda}) \geq P$, $j = 1, 2, 3$, то $N_1 = N_1 + 1$

5. Якщо виконується умова $\bar{g}_j(\bar{\lambda}) \geq P$, $j = 1, 2, 3$, то $N_2 = N_2 + 1$

6. Повторити кроки (2)-(5) алгоритму N разів

7. Обчислити $W = \frac{N_1 + N_2}{2N}$

8. Якщо $W \geq \alpha$, то значення W уявляє собою оцінку довіри для деякого P .

9. Етапи (1)-(8) вставляються в деяку процедуру $g_j(x, u, \xi)$ пошуку екстремуму $P^* = \arg\{\max W(P)\}$ в заданому інтервалі $[P^-; P^+]$

ДОДАТОК Б

ТАБЛИЦІ ДАНИХ

Таблиця Б.1 - Вплив нечіткості на реактивний і згинальний моменту

Вихідні данні $m_c = 2 \text{ м}, m_p = 10^4 \text{ Н}$		%	Результат M_R ($\text{Н} \cdot \text{м}$)	%	Результат M_u ($\text{Н} \cdot \text{м}$)	%
1	2	3	4	5	6	
1	$a_c = 2; b_c = 2; \sigma = 0$	0	-8400	0	8640	0
2	$a_c = 1.9; b_c = 2.1; \sigma = 500$	5	-8528	1.5	8595	0.52
3	$a_c = 1.8; b_c = 2.2; \sigma = 1000$	10	-8650	2.98	8531	1.26
4	$a_c = 1.7; b_c = 2.3; \sigma = 1500$	15	-8766	4.36	8450	2.2
5	$a_c = 1.6; b_c = 2.4; \sigma = 2000$	20	-8876	5.67	8352	3.3
6	$a_c = 1.5; b_c = 2.5; \sigma = 2500$	25	-8979	6.89	8236	4.68

Таблиця Б.2 - Інформаційна ситуація «Р приблизно 20 кН» і «с дорівнює приблизно 3 м»

$k, \%$	$M^{df}, \text{Н} \cdot \text{м}$	$\eta, \%$
0	15	0
5	14.992	0.06
8	14.981	0.13
10	14.972	0.19
12	14.961	0.26
15	14.942	0.39
20	14.904	0.64
25	14.858	0.95
30	14.805	1.3

Таблиця Б.3 - Результати аналізу, коли «Р трохи більше, ніж 20 кН», а «с близько 3 м»

$k, \%$	$M^{df}, \text{Н} \cdot \text{м}$	$\eta, \%$
0.5	15.012	0.08
1	15.024	0.16
5	15.116	0.78
10	15.220	1.47
15	15.312	2.08
20	15.392	2.61
25	15.46	3.07
30	15.516	3.44

Таблиця Б.4 - Нечітка інтерпретація навантаження

К	P=8			P=10		
	φ_k	x_k	y_k	φ_k	x_k	y_k
0	$\varphi_0 = 0$	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$	$\varphi_0 = 0$	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$
1	0,27	0,0133	0,0482	0,31	0,0153	0,0476
2	0,54	0,039	0,0911	0,61	0,0439	0,0886
3	0,80	0,0749	0,1259	0,90	0,0831	0,1197
4	1,04	0,118	0,1512	1,17	0,1291	0,1392
5	1,26	0,1656	0,1665	1,41	0,1785	0,1472
6	1,47	0,2154	0,1715	1,63	0,2284	0,1442
7	1,66	0,2652	0,1671	1,83	0,2767	0,1314
8	1,83	0,3135	0,1543	2,0	0,3222	0,1106
9	1,98	0,3594	0,1344	2,15	0,3640	0,0832
10	2,11	0,4023	0,1087	2,28	0,4020	0,0507
11	2,21	0,4424	0,0789	2,39	0,4361	0,0142
12	2,31	0,4794	0,0452	2,48	0,4668	-0,0253
13	2,39	0,5135	0,0087	2,56	0,4943	-0,0671
14	2,46	0,545	-0,0302	2,62	0,5192	-0,1104
15	2,51	0,5745	-0,0705	2,67	0,5419	-0,155
16	2,55	0,6024	-0,112	2,71	0,5628	-0,2004
17	2,58	0,629	-0,1543	2,74	0,5824	-0,2464
18	2,60	0,6548	-0,1972	2,76	0,6010	-0,2928
19	2,61	0,6802	-0,2403	2,77	0,6191	-0,3394
20	2,61	0,7055	-0,2834	2,77	0,6373	-0,386
	<i>ENER = 3,5235</i>			<i>ENER = 3,037</i>		

Таблиця Б.5 - Нечітка інтерпретація навантаження

К	P=15			Обробка даних операції дефазифікації за даними рівнів належності		
	2	3	4	5	6	7
0	$\varphi_0 = 0$	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$	$\varphi_0 = 0$	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$
1	0,38	0,0185	0,0464	0,319	0,0157	0,0475
2	0,75	0,0526	0,0830	0,629	0,0451	0,0879
3	1,1	0,0972	0,1057	0,923	0,0850	0,1181
4	1,41	0,1465	0,1137	1,128	0,1301	0,1395
5	1,68	0,1962	0,1083	1,288	0,1781	0,1535
6	1,92	0,2432	0,0911	1,488	0,228	0,1577
7	2,12	0,2859	0,0650	1,864	0,2758	0,1432
8	2,29	0,3235	0,0321	2,033	0,3206	0,1209
9	2,43	0,3561	-0,0058	2,176	0,3617	0,0925

1	2	3	4	5	6	7
10	2,55	0,3840	-0,0473	2,307	0,3988	0,0590
11	2,65	0,4076	-0,0913	2,413	0,4321	0,0217
12	2,73	0,4276	-0,1372	2,501	0,4620	-0,0184
13	2,79	0,4449	-0,1841	2,577	0,4887	-0,0607
14	2,84	0,4597	-0,2319	2,639	0,5128	-0,1045
15	2,88	0,4726	-0,2801	2,687	0,5348	-0,1494
16	2,91	0,4841	-0,3288	2,724	0,5551	-0,1951
17	2,93	0,4946	-0,3777	2,622	0,5799	-0,2385
18	2,94	0,5046	-0,4267	2,771	0,5980	-0,2851
19	2,95	0,5141	-0,4758	2,781	0,6157	-0,3319
20	2,95	0,5237	-0,5249	2,781	0,6333	-0,3787
<i>ENER = 1, 2024</i>						

Таблиця Б.6 - Детермінований випадок, що відповідає результату дефазифікації

К	$\bar{P} = 10,675$		
	φ_k	x_k	y_k
0	$\varphi_0 = 0$	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$
1	0,32	0,0157	0,0475
2	0,63	0,0452	0,0879
3	0,93	0,0853	0,1178
4	1,21	0,1320	0,1354
5	1,46	0,1817	0,1409
6	1,68	0,2314	0,1355
7	1,88	0,2791	0,1203
8	2,05	0,3234	0,0972
9	2,19	0,3642	0,0682
10	2,39	0,4008	0,0341
11	2,42	0,4338	-0,0034
12	2,51	0,4633	-0,0437
13	2,59	0,4895	-0,0863
14	2,65	0,5131	-0,1304
15	2,70	0,5345	-0,1756
16	2,74	0,5540	-0,2216
17	2,77	0,5722	-0,2682
18	2,79	0,5894	-0,3152
19	2,80	0,6062	-0,3623
20	2,80	0,6229	-0,4094
<i>ENER = 2,833</i>			

Таблиця Б.7 - Результати розрахунків коефіцієнта запасу (надійності)

k_2	10%	20%	30%	40%	За ДБН
V^{def} (мм)	197748	202257	206766	211275	
P_{def} (кН)	2,046	2,0934	2,14	2,19	
γ	1.023	1.0467	1,07	1,095	1.1

Таблиця Б.8 - Нечіткі множини $E(\alpha)$ і $V^{opt}(\alpha)$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\mu_i = \alpha$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1	1	0.8	0.6	0.5	0.4	0.2	0
$E(\alpha), \frac{кН}{мм^2}$	200	201	202	202.5	203	204	205	207	207.6	208.2	208.5	208.8	209.4	210
$V^{opt}(\alpha), мм^3$	269000	267661.6	266336.5	265679	265024.6	263725	262439	259903.4	259152.3	258405.4	258033.6	257662.9	256924.66	256190.6

Таблиця Б.9 - Нечіткі множини $E(\alpha)$ і $V^{opt}(\alpha)$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\mu_i = \alpha$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1	1	0.8	0.6	0.5	0.4	0.2	0
$E(\alpha), \frac{кН}{мм^2}$	200	200.6	201.2	201.5	201.8	202.4	203	207	207.6	208.2	208.5	208.8	209.4	210
$V^{opt}(\alpha), мм^3$	269000	268195.3	267395.6	266997.5	266600.5	265810.4	265024.6	259903.4	259152.3	258405.4	258033.6	257662.9	256924.6	256190.6

Таблиця Б.10 - Нечіткі множини $E(\alpha)$ і $V^{opt}(\alpha)$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\mu_i = \alpha$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1	0.8	0.6	0.5	0.4	0.2	0
$E(\alpha), \frac{кН}{мм^2}$	200	201	202	202.5	203	204	205	206	207	207.5	208	209	210

Кінець таблиці Б.10

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$V^{opt}(\alpha), \text{мм}^3$	269000	267661.6	266336.5	265679	265024.6	263725	262439	261165	259903.4	259277.2	258654	257416.4	256190
w_i	0	0.033	0.067	0.083	0.1	0.133	0.167	0.133	0.1	0.083	0.067	0.033	0

Таблиця Б.11 - Нечіткі множини $E(\alpha)$ і $V^{opt}(\alpha)$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\mu_i = \alpha$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1	0.8	0.6	0.5	0.4	0.2	0
$E(\alpha), \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2}$	200	201.4	202.8	203.5	204.2	205.6	207	207.2	208.2	208.5	208.8	209.4	210
$V^{opt}(\alpha), \text{мм}^3$	269000	267130	265286	264373.4	263467.2	261673.2	259903.4	259652.6	258405.5	258033.7	257662.9	256924.6	256190

Таблиця Б.12 - Нечіткі множини E і V^{opt}

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\mu_i = \alpha$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1	0.8	0.6	0.5	0.4	0.2	0
$E(\alpha), \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2}$	200	200.6	201.2	201.5	201.8	202.4	203	204.4	205.8	206.5	207.2	208.6	210
$V^{opt}(\alpha), \text{мм}^3$	269000	268195.3	267395.6	266997.4	266600.5	265810.2	265024.6	263209.4	261418.9	260532.7	259652.6	257910	256191

Таблиця Б.13 - Вплив нечіткої тріщини на об'єм ферми

№	$\Delta\%$	$a, \text{мм}$	$b, \text{мм}$	$V_{\Delta}^{fuz}, \text{мм}^3$	$V_{def}^*, \text{мм}^3$
1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	(0;537248;0)	537248
2	0.5	24.875	25.125	(536959;537248;537538)	537248

1	2	3	4	5	6
3	1	24.75	25.25	(536671;537248;537829)	537249
4	5	23.75	26.25	(534399;537248;540181)	537269
5	10	22.5	27.5	(531658;537248;543179)	537333
6	15	21.25	28.75	(529055;537248;546225)	537444
7	20	20	30	(526631;537248;549309)	537609

Таблиця Б.14 - Зусилля в i - ому стержні розраховане аналітично і чисельно, κH

Зусилля	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}
Аналітика, κH	-5,463	-5,917	4,261	4,261	-7,1	6,428	0,758	-7,576	7,443	-2,557	6,818
Lira, κH	-5,46	-5,92	4,26	4,26	-7,1	6,43	0,757	-7,57	7,44	-2,56	6,82
$D_i \cdot 10^{-8}$	5.124	6.51	4.324	4.324	9.375	8.348	0.06832	8.199	7.914	0.9339	2.214
$A_i^* \cdot 10^{-5}, m^2$	6.07	6.574	4.562	4.547	7.889	6.859	0.808	8.418	7.963	2.841	7.295

Таблиця Б.15 - "Толерантність" η системи до розмитих даних при $\omega_0 = \tilde{12} \text{ Гц}$

$k, \%$	$V^{df}, \text{см}^3$	$\eta, \%$
20	22865	1.23
15	22744	0.7
10	22657	0.31
5	22605	0.08
1	22588	0

Таблиця Б.16 - Залежність розмитості результату від нечіткого завдання даних при $\omega = 9 \text{ Гц}$

$k, \%$	$\eta, \%$
20	4.87
15	3.25
10	1.81
5	0.64

Таблиця Б.17 - Значення невідомих за методом сил та відповідні значення остаточної епюри моментів

Вид розв'язання	Невідомі методу сил			Значення остаточної епюри моментів			
	X_1	X_2	X_3	$M_{10} = M_{12},$ кН·м	$M_{23} = M_{21},$ кН·м	$M_{01},$ кН·м	$M_{32},$ кН·м
Точне розв'язання (df)	3,467	0,686	15,492	5,27	1,841	-12,063	-15,492
ПК "Ліра (num)"	-	-	-	5,27	1,84	-12,1	-15,5
Δ - похибка				df=num 0	df≈num 0,05%	df≈num 0,3 %	df≈num 0,05%

Похибка розраховується за формулою $\Delta = \frac{|df - num|}{df} \cdot 100\%$. Тут det та num

результати відповідно метод сил та метод скінченного елемента

Таблиця Б.18 - Число d_i у вигляді кривої Гауса $\sigma = 0,1; m = 0,02$

Значення нев'язки Z	Невідомі методу сил			Значення остаточної епюри моментів			
	X_1	X_2	X_3	$M_{10} = M_{12},$ кН·м	$M_{23} = M_{21},$ кН·м	$M_{01},$ кН·м	$M_{32},$ кН·м
Точне розв'язання (df)	3,467	0,686	15,492	5,27	1,841	-12,063	-15,492
669,24 (fuz)	2,16	-0,052	7,276	3.264	3.524	-7.536	-7.276
Δ - похибка				df > fuz 38%	df < fuz 91%	df > fuz 37,5%	df > fuz 53%
952,28	4,241	-0,454	14,591	4.344	6.614	-16.861	-14.591
Δ - похибка				df > fuz 17.6%	df < fuz 259%	df < fuz 39,8%	df > fuz 5,8%
975,787	6,774	-2,446	17,974	3.666	15.896	-30.204	-17.974
Δ - похибка				df > fuz 30%	df < fuz 763%	df < fuz 150%	df < fuz 16%
1112,425	6,084	-1,578	17,545	4.985	12.875	-25.435	-17.545
Δ - похибка				df > fuz 5,4%	df < fuz 599%	df < fuz 111%	df < fuz 13,3%

Таблиця Б.19 - Число d_i у вигляді кривої Гауса $\sigma = 0,05$; $m = 0,02$

Значення нев'язки Z	Невідомі методу сил			Значення остаточної епюри моментів			
	X_1	X_2	X_3	$M_{10} = M_{12}$, кН·м	$M_{23} = M_{21}$, кН·м	M_{01} , кН·м	M_{32} , кН·м
Точне розв'язання (df)	3,467	0,686	15,492	5,27	1,841	-12,063	-15,492
86,105 (fuz)	3,039	1,278	16,055	5.53	-0.86	-9.665	-16.055
Δ - похибка				df < fuz 4,9%	df > fuz 147%	df > fuz 19,8%	df < fuz 3,6%
109,525	2,757	1,460	15,363	5.722	-1.578	-8.063	-15.363
Δ - похибка				df < fuz 8,6%	df > fuz 185%	df > fuz 33,2%	df > fuz 0,8%
156,794	3,266	0,439	13,664	4.861	2.666	-11.469	-13.664
Δ - похибка				df > fuz 7,8%	df < fuz 44%	df > fuz 4,9%	df > fuz 11,8%
189,917	3,44	0,689	18,274	2.371	-1.074	-14.829	-18.274
Δ - похибка				df > fuz 55%	df > fuz 158%	df < fuz 22,9%	df < fuz 18%
257,172	3,614	0,548	15,644	5.166	2.426	-12.904	-15.644
Δ - похибка				df > fuz 2,0%	df < fuz 31,8%	df < fuz 7%	df < fuz 0,98%
356,316	2,272	2,758	17,849	7.301	-6.489	-4.059	-17.849
Δ - похибка				df < fuz 38,5%	df > fuz 453%	df > fuz 66,4%	df < fuz 15,2%

Таблиця Б.20 - Число d_i у вигляді кривої Гауса $\sigma = 0,01$; $m = 0,01$

Значення нев'язки Z	Невідомі методу сил			Значення остаточної епюри моментів			
	X_1	X_2	X_3	$M_{10} = M_{12}$, кН·м	$M_{23} = M_{21}$, кН·м	M_{01} , кН·м	M_{32} , кН·м
1	2	3	4	5	6	7	8
Точне розв'язання (df)	3,467	0,686	15,492	5,27	1,841	-12,063	-15,492
5,789 (fuz)	3,489	0,598	15,220	5.215	2.225	-12.23	-15.22
Δ - похибка				df > fuz 0,1%	df < fuz 20,9%	df > fuz 1,4%	df > fuz 1,76%
6,248	3,432	0,698	15,426	5.224	1.734	-11.936	-15.426
Δ - похибка				df < fuz 0,87%	df > fuz 5,8%	df > fuz 1,1%	df > fuz 0,4%

1	2	3	4	5	6	7	8
7,002	3,280	0,796	15,098	5.282	1.302	-11.118	-15.098
Δ - похибка				df <fuz 0,23%	df >fuz 29%	df >fuz 7,8%	df >fuz 2,5%
7,228	3,296	0,696	14,824	5.136	1.656	-11.344	-14.824
Δ - похибка				df >fuz 2,5%	df >fuz 10%	df >fuz 6%	df >fuz 4,3%
8,349	3,390	0,743	15,392	5.273	1.558	-11.677	-15.392
Δ - похибка				df <fuz 0,06%	df >fuz 15%	df >fuz 3,2%	df >fuz 0,6%
8,466	3,638	0,583	15,790	5.315	2.4	-12.875	-15.79
Δ - похибка				df <fuz 0,9%	df <fuz 30%	df <fuz 6,7%	df <fuz 1,9%
8,601	3,587	0,773	15,392	6.408	2.543	-11.527	-15.392
Δ - похибка				df <fuz 21,6%	df <fuz 38%	df >fuz 4,4%	df >fuz 0,6%
8,936	3,299	0,973	15,771	5.589	0.724	-10.906	-15.771
Δ - похибка				df <fuz 6,1%	df >fuz 60,7%	df >fuz 9,6%	df >fuz 1,8%

Таблиця Б.21 - Невідомі методу сил та відповідні значення остаточної епюри моментів

Вид розв'язання	Невідомі методу сил	Значення остаточної епюри моментів				
		$X_1,$ $X_2,$ X_3	$M_{10} = M_{12}$ <i>кН·м</i>	$M_{23} = M_{21}$ <i>кН·м</i>	$M_{01},$ <i>кН·м</i>	$M_{32},$ <i>кН·м</i>
Точне розв'язання (df)	-1.25 5 -2.083	-4.167	-4.167	2.083	2.083	8.333
ПК "Ліра" (num)	- - -	-4,17	-4,17	2,08	2,08	8,33
Δ		df =num	df =num	df =num	df =num	df =num

Таблиця Б.22 – Значення моментів в перерізах балки

Вид розв'язання	Невідомі методу сил	Значення остаточної епюри моментів				
		$X_1,$ $X_2,$ X_3	$M_{10} = M_{12}$ кН·м	$M_{23} = M_{21}$ кН·м	$M_{01},$ кН·м	$M_{32},$ кН·м
Точне розв'язання (df)	-1.25 5 -2.083	-4.167	-4.167	2.083	2.083	8.333
Нечітка постановка (fuz)	-	-4.271	-4.271	2.135	2.135	8.541
Δ		df < fuz 2,5 %	df < fuz 2,5 %	df < fuz 2,4 %	df < fuz 2,4 %	df < fuz 2,5 %

Таблиця Б.23 - Вплив рівнів α, β на оптимальне G_*

$\alpha \backslash \beta$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
0	1322	1282	1243	1201	1166	1119	1081	1037	1006	976	957
0,1	1349	1310	1265	1231	1180	1149	1097	1059	1025	1002	976
0,2	1376	1340	1293	1247	1205	1161	1122	1079	1050	1026	998
0,3	1400	1363	1322	1280	1227	1190	1138	1100	1075	1049	1022
0,4	1428	1387	1339	1295	1253	1205	1164	1125	1101	1071	1046
0,5	1452	1416	1365	1319	1275	1222	1181	1151	1123	1095	1069
0,6	1479	1445	1391	1340	1301	1249	1206	1174	1149	1121	1094
0,7	1502	1466	1412	1364	1318	1267	1230	1201	1173	1144	1117
0,8	1530	1483	1436	1386	1340	1288	1256	1226	1198	1168	1140
0,9	1555	1509	1456	1408	1358	1313	1282	1251	1222	1193	1163
1,0	1582	1530	1478	1430	1380	1335	1306	1276	1246	1216	1187

Таблиця Б.24 - Експеримент 1

β	u_{β}^L	u_{β}^R	\bar{u}_{β}	$Pr_{\beta}, \%$
1	2	3	4	5
0,1	39479	111476	72877	2,3
0,2	44172	105052	-	-
0,3	47771	100171	72663	2,0

1	2	3	4	5
0,5	52774	92664	72253	1,4
0,6	55291	89603	-	-
0,7	57678	86184	71807	0,8
0,8	60524	82993	71687	0,6
0,9	63742	79279	71488	0,3
1	71251	71251	71251	0
0,95	66021	76773		
0,99	68914	73667		

Таблиця Б.25 - Експеримент 2

β	u_{β}^L	u_{β}^R	\bar{u}_{β}	$Pr_{\beta}, \%$
0,1	27107	132050	74422	4,4
0,2	34668	121335	-	-
0,3	38796	113522	73891	3,7
0,4	42536	107464	73548	3,2
0,5	45968	102136	73168	2,7
0,6	49203	97420	-	-
0,7	52415	93241	72508	1,8
0,8	56124	88248	72059	1,1
0,9	60784	82803	71745	0,7
0,95	63819	79260	-	-
0,99	67949	74675	-	-
0,999	70195	72337	-	-
0,9999	71146	71360	-	-
1	71251	71251	71251	0

Таблиця Б.26 - Експеримент 3

β	u_{β}^L	u_{β}^R	\bar{u}_{β}	$Pr_{\beta}, \%$
0,1	15421	162307	77500	8,8
0,2	23167	145512	-	-
0,3	28152	132473	76241	7,0
0,4	32679	124862	75778	6,4
0,5	37213	116574	75027	5,3
0,6	41043	108917	-	-
0,7	45391	103207	73662	3,4
0,8	50307	95882	72819	2,2
0,9	56557	87645	72024	1,1
1	71251	71251	71251	0
0,99	66532	76146	71338	0,12

Таблиця Б.27 - Эксперимент 4

β	u_{β}^L	u_{β}^R	\bar{u}_{β}	$Pr_{\beta}, \%$
0,1	48637	95016	74828	0,25
0,2	52244	90949		
0,3	54798	88060	71371	0,17
0,4	56894	85994		
0,5	58696	84062	71349	0,14
0,6	60488	82232		
0,7	62261	80500		
0,8	64150	72488		
0,9	66357	76209	71281	0,04
1	71251	71251	71251	0
0,95	67825	74732		
0,99	69736	72781		
0,9999	71101	71405		

Таблиця Б.28 - Оцінка розв'язку для деяких рівнів можливостей в залежності від нечітких даних

№ експерименту	Оцінка розв'язку \bar{u}_{β}		
	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,7$	$\beta = 0,9$
1	Прийнятно	Достатньо точно	Достатньо точно
2	Допустимо	Прийнятно	Достатньо точно
3	Допустимо	Допустимо	Прийнятно
4	Достатньо точно	Достатньо точно	Майже точно

Таблиця Б.29 - Результати «неточного» чисельного експерименту 3

α	u^*, N	σ - стандарт, N
0,1	86553	538,7
0,3	77256	514,2
0,4	73797	534
0,5	71243	490,8
0,6	68420	322
0,7	65902	200,4
0,8	62510,2	341,6
0,9	58658	456
0,95	54794	335,6
0,98	50605	316,8
1	44997	489

Таблица Б.30 - Результаты «неточного» чисельного эксперимента 4

α	u^* , H	σ - стандарт, H
0,4	77438	1477
0,5	69598	580,9
0,6	62822	814
0,8	47640	1154
0,9	36770	471,6
0,95	28953	641
1	13396	608

Таблица Б.31 - Результаты «неточного» чисельного эксперимента 5

α	u^* , H	σ - стандарт, H
0,1	88728	342
0,2	79238	319
0,3	74590	359
0,35	73023	359
0,4	71584	327
0,45	70023	319,5
0,5	69323	492
0,6	66993	311,6
0,7	64315	460
0,8	61600	370
0,9	57504	554
0,95	52082	397,5
1	40175	269

Таблица Б.32 - Результаты «неточного» чисельного эксперимента 6

α	u^* , H	σ - стандарт, H
0,1	76338	204
0,2	74268	201
0,3	73234	164
0,4	72130	-
0,45	71643	74
0,5	71204	182
0,6	70256	138
0,7	69199	-
0,8	68132	152
0,9	66518	419
1	61297	675

Таблиця Б.33 - Результати «неточного» чисельного експерименту 7

α	u^* , H	σ - стандарт, H
0,1	72564	134
0,2	72008	178
0,4	71435	129
0,45	71252	163
0,5	71204	106
0,6	70895	107
0,7	70612	248
0,8	70166	140
0,9	69814	53
1	68062	431

Таблиця Б.34 - Результати «неточного» чисельного експерименту 8

α	u^* , H	σ - стандарт, H
0,1	71675	129
0,3	71427	130
0,4	71262	149
0,5	71111	111
0,7	70789	188
0,9	70650	62
1	70064	105

Таблиця Б.35 - Збіжність цільової функції

$lg M$	u, H цільова функція	Імовірність отримання результату
1	67036	0,600
2	70904	0,380
3	71082	0,382
4	71216	0,356
5	71247	0,360
6	71251	0,353
7	71251	0,353

Таблиця Б.36 - Вплив товщини і радіуса на величину максимального значення осьової сили

$\delta, \text{см}$	u, H				
	($R=5$)	($R=10$)	($R=15$)	($R=20$)	($R=25$)
1	2	3	4	5	6

Кінець таблиці Б.36

1	2	3	4	5	6
0,01	3102,9	3103	3102	3103	3103
0,02	7027,96	12412	12412,17	12411,82	12412,19
0,03	10542,11	27927	27927,42	27927,28	27927,27
0,04	14056,12	40715	49648,74	49648,74	49648,73
0,05	17570,11	50893	76340,34	77576,16	77576,92
0,06	21084,15	61072	91608,83	111709,68	111709,67
0,07	24598,28	71251	106876,97	142502,5	152049,4
0,08	28111,26	81430	122145,0	162860,14	198594,9
0,09	31626,02	91688	137413,22	183217,55	
0,1	35140,38	101787	152681,38		
0,12	42167,26	122145	183214,48		
0,15	45681,93	152681			

Таблиця Б.37 - Результати статистичного моделювання (виявлення збіжності)

№ експерименту	Характеристики експерименту: розкид випадкової величини, <i>см</i>	Величина u^* , <i>H</i>	Відносна похибка, $\frac{ u^* - u_{det} }{u_{det}} 100\%$
1	$\Delta_\delta = 0,001$ $\Delta_R = 0,01$	72324	1.5
2	$\Delta_\delta = 0,0005$ $\Delta_R = 0,005$	71781	0.74
3	$\Delta_\delta = 0,0001$ $\Delta_R = 0,001$	71356	0.15
4	$\Delta_\delta = 0,00001$ $\Delta_R = 0,0001$	71261	0.01
5 Детермінований випадок	$\delta^{det} = 0,07$ $R^{det} = 10$	71251	

Таблиця Б.38 - Вихідні дані для шести числових експериментів

№ е-ту	<i>i</i>	4	3	2	1	5	6	7	$P_{fuzzy-rand}^{det}$
1	\tilde{R}_i	7	8	9	10	11	12	12,5	1017,2
	p_i	0,05	0,1	0,1	0,5	0,1	0,1	0,05	

2	\tilde{R}_i	7	8,5	9	10	12	13	13,8	1063,6
	p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	
3	\tilde{R}_i	7	8	9	10	10,5	11	12,5	1058,5
	p_i	0,02	0,03	0,05	0,2	0,4	0,2	0,3	
4	\tilde{R}_i	8	9	9,8	10	10,5	11	12	1028,9
	p_i	0,05	0,05	0,3	0,2	0,3	0,05	0,05	
5	\tilde{R}_i	8	8,5	9	10	10,5	11,5	12	843,6
	p_i	0,1	0,3	0,2	0,3	0,05	0,04	0,01	
6	\tilde{R}_i	8	8,5	9	10	10,5	10,8	11,2	787,9
	p_i	0,05	0,15	0,3	0,15	0,2	0,15	0,05	

Примітка. При детермінованих даних сила $P^{\max} = 1018$ кН.

Таблиця Б.39 - Результати обчислень експерименту 1

α	h_L	h_R	R_L	R_R	θ_L	θ_R	W_L	W_R	P_L^*	P_R^*
0	0,0815	0,1101	2,5797	2,4908	0,6585	0,8127	66,0575	86,1207	40	60
0,1	0,0829	0,1086	2,5726	2,4935	0,6695	0,8075	66,9642	85,0465	41	59
0,2	0,0842	0,1071	2,5659	2,4962	0,6801	0,8022	67,8845	83,9777	42	58
0,3	0,0856	0,1056	2,5595	2,4992	0,6903	0,7966	68,8178	82,9147	43	57
0,4	0,0870	0,1041	2,5536	2,5022	0,7000	0,7908	69,7633	81,8576	44	56
0,5	0,0884	0,1027	2,5479	2,5054	0,7094	0,7848	70,7203	80,8068	45	55
0,6	0,0897	0,1012	2,5426	2,5087	0,7183	0,7785	71,6882	79,7625	46	54
0,7	0,0912	0,0997	2,5375	2,5123	0,7276	0,7720	72,6664	78,7252	47	53
0,8	0,0926	0,0983	2,5328	2,5159	0,7352	0,7652	73,6545	77,6951	48	52
0,9	0,0940	0,0969	2,5282	2,5198	0,7432	0,7582	74,6518	76,6725	49	51
1	0,0954	0,0954	2,5239	2,5239	0,7508	0,7508	75,658	75,658	50	50

Таблиця Б.40 - Збіжність обчислень процесу до граничної точки.

$\lg N$	P^* , кН	
	1 експеримент	2 експеримент
3	54,68	54,95
4	54,86	54,972
5	54,970	54,976
6	54,977	54,978
7	54,978	54,978
8	54,978	54,978

Таблиця Б.41 - Початкові дані та результати експериментів

$$m_E = 35 \text{ ГПа}; m_{\sigma_0} = 0.4 \text{ ГПа}; \Delta_{\sigma_0} = 0.005 \text{ ГПа}; a_E = m_E - \Delta_E; b_E = m_E + \Delta_E;$$

$$a_\sigma = m_\sigma - \Delta_\sigma; b_\sigma = m_\sigma + \Delta_\sigma; h = 0,1 \text{ см}; R = 10 \text{ см}; L = 30 \text{ см}; \theta = 0,75.$$

№ ек-ту	1	2	3	4
Δ_E (GPa)	3	1	0.5	0.1
$P_L^*(\beta)$	$4.71\beta + 50.27$	$1.57\beta + 53.41$	$0.79\beta + 54.19$	$0.16\beta + 54.82$
$P_R^*(\beta)$	$-4.71\beta + 59.69$	$-1.57\beta + 56.55$	$-0.79\beta + 55.77$	$-0.16\beta + 55.14$
%	8,6	2,9	1,4	0,3

Таблиця Б.42 - Дані про нечіткі величини $\tilde{h}, \tilde{R}, \tilde{\theta}$ та результати обчислення $P_{fuzzy}^*(0)$

№	\tilde{h}	\tilde{R}	$\tilde{\theta}$	$P_L^*(0)$, кН	$P_R^*(0)$, кН	%
1	$h(0.09, 0.1, 0.11)$	$R(9.5, 10, 10.5)$	$\theta(0.705, 0.75, 0.8)$	41,1	70,4	28
2	$h(0.09, 0.1, 0.11)$	$R(9.5, 10, 10.5)$	$\theta(0.745, 0.75, 0.755)$	44,2	67	22
3	$h(0.095, 0.1, 0.105)$	$R(9.9, 10, 10.1)$	$\theta(0.74, 0.75, 0.76)$	48,4	61,4	12
4	$h(0.099, 0.1, 0.101)$	$R(9.9, 10, 10.1)$	$\theta(0.695, 0.75, 0.755)$	53,5	56,5	3

Таблиця Б.43 - Вихідна інформація про неточні вихідні дані

№ экс-ту.	Неточні параметри	a	%	b	%	c	%	d	%
1	h	0,08	20	0,12	20	0,05	50	0,15	50
	R	9,5	5	10,8	8	8	20	11	10
	θ	0,72	4	0,76	1,3	0,7	6,7	0,8	6,7
2	h	0,095	5	0,102	2	0,094	6	0,105	5
	R	9,95	0,5	10,06	0,6	9,99	0,1	10,08	0,8
	θ	0,745	0,7	0,752	0,3	0,74	13,3	0,755	0,7
3	h	0,09	10	0,104	4	0,088	12	0,11	10
	R	9,9	1	10,12	1,2	9,86	1,4	10,16	1,6
	θ	0,74	1,3	0,754	0,5	0,73	2,7	0,76	1,3
4	h	0,099	1	0,101	1	0,097	3	0,103	3
	R	9,975	0,25	10,03	0,3	9,965	0,35	10,04	0,4
	θ	0,7475	0,3	0,751	0,13	0,745	0,7	0,7525	0,3

У графі % наводиться відносно відхилення параметрів a, b, c, d (в %) від точних h, R, θ .

Таблиця Б.44 - Значення критичної сили $P_{rough}^*(\beta)$; $0 < \beta \leq 1$ в чотирьох

експериментах при неточних даних

β /№ экс-ту.	Значение P_{rough}^* , кН			
	1	2	3	4
0,05	-	60,18	65,27	57,96
0,1	-	59,20	63,29	57,51
0,2	79,44	57,10	59,59	56,25
0,3	72,19	56,22	57,43	55,84
0,4	66,52	55,31	55,90	55,49
0,5	59,32	54,37	54,90	55,17
0,6	54,31	53,51	52,72	54,81
0,7	47,32	52,58	50,37	54,55
0,8	41,55	51,53	48,49	54,21
0,9	35,78	50,68	46,37	53,55
1	15,6	49	43,54	51,92
% відхилення $P_{rough}^*(1)$ у % від P_{det}^* і експертна оцінка	71,6 Дуже грубе розв'язання	10,7 Прийнятне розв'язання	20,7 Грубе розв'язання	5,6 Добре розв'язання

Таблиця Б.45 - Залежність мінімальних об'єму W^{opt} , товщини h^{opt} і радіуса R^{opt} оболонки від величини дисперсії σ_p^2

σ_p^2 , кН ²	W^{opt} , см ³	h^{opt} , см	R^{opt} , см	θ^{opt} , см
10 ⁻²	76,28	0,111	2,65	0,764
1	78,88	0,136	2,26	0,766
4	79,30	0,110	2,71	0,657
25	85,98	0,118	2,46	0,859
49	89,70	0,120	2,83	0,766
100	94,25	0,139	2,52	0,750
169	101,69	0,135	2,91	0,848
225	106,28	0,156	2,48	0,869
289	109,46	0,160	2,68	0,863
400	110,25	0,143	2,95	0,847

Таблиця Б.46 - Залежність мінімального об'єму оболонки від величини дисперсії

$\sigma_p^2, \text{кН}^2$	$W^{opt}, \text{см}^3$	$h^{opt}, \text{см}$	$R^{opt}, \text{см}$	$\theta^{opt}, \text{см}$
10^{-2}	76,17	0,101	2,59	0,669
1	78,19	0,115	2,40	0,828
4	80,31	0,119	2,38	0,838
25	87,37	0,107	2,89	0,747
49	91,26	0,116	2,71	0,792
72,25	95,29	0,123	2,74	0,819
100	97,52	0,123	2,81	0,809
144	104,02	0,128	2,89	0,836
169	106,98	0,149	2,61	0,890
225	110,81	0,159	2,61	0,854
289	114,98	0,138	3,17	0,783
400	123,96	0,177	2,49	0,897

Таблиця Б.47 - Збіжність значень об'єму від величини середньоквадратичного відхилення

№ е-ту	σ_p, H	10000	5000	3162	2000	1000	316,62	100	10	1	0,1
	$\lg \sigma_p$	4	3,7	3,5	3,3	3	2,5	2	1	0	-1
1	W^{opt}	94,24	85,98		79,3	78,38		76,28	76		75,85
2	W^{opt}	97,52		82,97		78,19	76,78	76,17	75,85	75,8	75,79

Таблиця Б.48 - Вплив розміру гранули нечіткої величини P на об'єм оболонки

Інформаційна ситуація	$\Delta_L, \text{кН}$	$\Delta_R, \text{кН}$	%	Відхилення результату при $\beta = 0,4$
1	5	5	10	2,1
2	10	10	20	6,3
3	20	20	40	12,6
4	25	30	50-60	15

Величини Δ_L і Δ_R - відповідно лівий і правий розкид характеристики границі гранули інформації: $a = m_p - \Delta_L$; $b = m_p + \Delta_R$;

Таблиця Б.49 - Інформаційна ситуація 1 ($\Delta_L = 5$ кН, $\Delta_R = 5$ кН, $m_F = 50$ кН)

β	W	h	R	θ	L
0,4	74,61	0,1	2,37	0,829	1
0,5	74,28	0,094	2,511	0,742	0,999
0,6	74,49	0,096	2,460	0,785	0,999
0,7	75,23	0,096	2,493	0,775	0,999
0,8	75,57	0,095	2,527	0,749	0,997
0,9	75,78	0,095	2,523	0,756	0,999
0,95	76,16	0,096	2,535	0,747	0,999
1	76,09	0,0975	2,483	0,773	1

Таблиця Б.50 - Інформаційна ситуація 2 ($\Delta_L = 10$ кН, $\Delta_R = 10$ кН, $m_F = 50$ кН)

β	W	h	R	θ	L
0,4	70,74	0,090	2,512	0,730	0,9998
0,5	71,66	0,091	2,514	0,736	0,9998
0,6	73,0	0,092	2,517	0,746	0,9996
0,7	73,64	0,094	2,487	0,75	0,9993
0,8	74,18	0,096	2,466	0,775	0,999
0,9	75,56	0,099	2,430	0,806	0,999
0,95	76,41	0,094	2,584	0,731	0,999
1	76,35	0,097	2,5	0,763	1

Таблиця Б.51 - Інформаційна ситуація 3 ($\Delta_L = 20$ кН, $\Delta_R = 20$ кН, $m_F = 50$ кН)

β	W	h	R	θ	L
0,4	64,75	0,0896	2,3	0,829	0,997
0,5	66,71	0,0881	2,41	0,778	0,999
0,6	68,15	0,0872	2,41	0,778	0,999
0,7	70,30	0,0905	2,474	0,762	0,999
0,8	72,68	0,0917	2,523	0,731	0,929
0,9	75,14	0,095	2,518	0,751	0,998
0,95	75,44	0,098	2,444	0,796	0,999
1	76,4	0,096	2,536	0,77	1

Таблиця Б.52 - Інформаційна ситуація 4 ($\Delta_L = 25$ кН, $\Delta_R = 30$ кН, $m_F = 50$ кН)

β	W	h	R	θ	L
0,4	60,79	0,079	2,447	0,7268	0,998
0,5	64,51	0,0901	2,278	0,83	0,997
0,6	66,50	0,088	2,387	0,774	0,999
0,7	69,41	0,0910	2,430	0,759	0,999
0,8	72,16	0,0918	2,53	0,727	0,999
0,9	74,91	0,090	2,49	0,768	0,998

Таблиця Б.53 - Залежність об'єму W^{opt} від рівня β та σ_p

№ випробування	1	2	3	4
$\sigma_p, \text{кН} \setminus \beta$	0,7	0,8	0,9	0,95
1	76,44	76,17	75,68	75,67
5	72,51	73,04	74,68	75,34
10	69,05	70,40	73,06	73,97
15	63,55	67,04	70,18	72,95
20	50,50	63,59	66,82	70,79

Таблиця Б.54 - Інформаційні ситуації про навантаження і результати

обчислень

№	Інформаційна ситуація щодо нечіткого навантаження $P(a, m, b)$ $a = m - \Delta_L$; $b = m + \Delta_R$;	$m_p = 50$ кН		W , см^3	h_{def}^{opt} , см	R_{def}^{opt} , см	θ_{def}^{opt}
		Δ_L , кН	Δ_R , кН				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Перша інформаційна ситуація (рис. 5.21,а) "трохи більше, ніж 50 кН", $\Delta_L = 0$	0	20	81,20	0,1050	2,491	0,793
2		0	10	78,52	0,1010	2,496	0,781
3		0	5	77,18	0,0990	2,497	0,775
4	Перша інформаційна ситуація (рис. 5.21,б) "трохи менше, чим 50 кН", $\Delta_R = 0$	20	0	70,62	0,0918	2,460	0,763
5		10	0	73,3	0,0944	2,488	0,761
6		5	0	74,62	0,0960	2,492	0,766
7	Друга інформаційна ситуація (рис. 5.22,а) "приблизно дорівнює 50 кН", $\Delta_R = 20$ кН	5	20	79,91	0,1030	2,491	0,787
8		10	20	78,63	0,1020	2,482	0,785
9		15	20	77,28	0,0998	2,481	0,781
10		20	20	75,92	0,0986	2,463	0,782

1	2	3	4	5	6	7	8
11	Друга інформаційна ситуація (рис. 5.22,б) "приблизно дорівнює 50 кН", $\Delta_R = 10$ кН	5	10	77,22	0,0990	2,492	0,778
12		10	10	75,92	0,0977	2,489	0,773
13		15	10	74,61	0,0965	2,479	0,771
14		20	10	73,23	0,0950	2,461	0,774
15	Друга інформаційна ситуація (рис. 5.22,в) "приблизно дорівнює 50 кН", $\Delta_R = 5$ кН	5	5	75,90	0,0975	2,495	0,771
16		10	5	74,61	0,0963	2,482	0,770
17		15	5	73,27	0,0947	2,478	0,766
18		20	5	71,90	0,0936	2,460	0,769
19	Третя інформаційна ситуація (рис. 5.23,а) "навантаження близько до 50 кН" $\Delta_L = 20$ кН	20	5	71,90	0,0936	2,460	0,769
20		20	10	73,23	0,0952	2,461	0,774
21		20	15	74,56	0,0968	2,465	0,777
22		20	20	75,92	0,0986	2,463	0,782
23	Третя інформаційна ситуація (рис. 5.23,б) "навантаження близько до 50 кН" $\Delta_L = 10$ кН	10	5	74,61	0,0960	2,492	0,765
24		10	10	75,94	0,0978	2,487	0,773
25		10	15	77,27	0,0994	2,492	0,776
26		10	20	78,61	0,1015	2,483	0,785
27	Третя інформаційна ситуація (рис. 5.23,в) "навантаження близько до 50 кН" $\Delta_L = 5$ кН	5	5	75,918	0,0975	2,496	0,769
28		5	10	78,23	0,0994	2,491	0,778
29		5	15	78,56	0,1008	2,499	0,779
30		5	20	79,91	0,1030	2,490	0,780

Таблиця Б.55 - Результати оптимізації при детермінованих даних

F , кН	W , см ³	h , см	R , см	θ
10	34,71	0,051	2,067	0,702
20	42,22	0,062	2,169	0,738
30	53,46	0,073	2,316	0,746
50	75,90	0,098	2,479	0,776
60	86,68	0,111	2,492	0,811
80	109,20	0,141	2,489	0,875
90	121,40	0,154	2,513	0,889
100	134,00	0,168	2,556	0,895
120	161,10	0,186	2,760	0,897
140	188,20	0,194	3,092	0,895
160	217,80	0,198	3,530	0,876
180	251,86	0,198	4,075	0,840
200	290,33	0,200	4,693	0,795

Таблиця Б.56 - Результати числових розрахунків

№ екс-ту	α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	$W, \text{см}^3$	2009	2178	2247	2370	2425	2519	2579	2654	2776	3025
	$h, \text{см}$	0,3197	0,3467	0,3577	0,3773	0,386	0,4	0,4105	0,4224	0,4419	0,4815
	θ	0,3261	0,2697	0,3552	0,2552	0,265	0,3	0,2722	0,2641	0,2430	0,2211
	pr	0,112	0,202	0,308	0,42	0,504	0,614	0,714	0,8	0,91	1
2	$W, \text{см}^3$	2171	2265	2332	2402	2422	2488	2538	2600	2671	2880
	$h, \text{см}$	0,3455	0,3604	0,3712	0,3822	0,3855	0,3960	0,4039	0,4137	0,4251	0,4584
	θ	0,2915	0,2519	0,2908	0,3201	0,2756	0,2643	0,2563	0,2663	0,2882	0,3206
	pr	0,1	0,202	0,3	0,414	0,518	0,614	0,7	0,818	0,91	1
3	$W, \text{см}^3$	2312	2356	2398	2419	2452	2475	2497	2531	2564	2697
	$h, \text{см}$	0,3679	0,3750	0,3817	0,3851	0,3902	0,3939	0,3974	0,4029	0,4080	0,4292
	θ	0,2332	0,2420	0,2240	0,2398	0,3131	0,2890	0,2710	0,2828	0,2314	0,3733
	pr	0,1020	0,2060	0,3180	0,4	0,5140	0,6020	0,72	0,8140	0,9220	1
4	$W, \text{см}^3$	2172	2259	2335	2387	2437,6	2475	2548	2598	2673	2857
	$h, \text{см}$	0,3457	0,3595	0,3727	0,38	0,388	0,394	0,405	0,4135	0,4254	0,4547
	θ	0,3245	0,212	0,229	0,25	0,289	0,278	0,245	0,221	0,238	0,231
	pr	0,1	0,212	0,31	0,408	0,502	0,606	0,708	0,806	0,902	1

Таблиця Б.57 - Характеристики нечітких даних P^* , q^* , M^*

№ екс-ту	$\xi(a, m, b)_\Delta$	a	m	b	Δ
1	2	3	4	5	6
1	$F^*, \text{кН}$	11,76	12,00	12,24	0,24
	$q^*, \text{кН / м}$	4,9	5	5,1	0,1
	$M^*, \text{кН} \cdot \text{м}$	0,1960	0,2000	0,2040	0,0040
2	$F^*, \text{кН}$	11,40	12,00	12,60	0,60
	$q^*, \text{кН / м}$	4,75	5	5,25	0,25
	$M^*, \text{кН} \cdot \text{м}$	0,1900	0,2000	0,2100	0,0100
3	$F^*, \text{кН}$	11,04	12,00	12,96	0,96
	$q^*, \text{кН / м}$	4,6	5	5,4	0,4
	$M^*, \text{кН} \cdot \text{м}$	0,1840	0,2000	0,2160	0,0160

Кінець таблиці Б.56

1	2	3	4	5	6
4	F^* , кН	10,20	12,00	13,80	1,80
	q^* , кН / м	4,25	5	5.75	0.75
	M^* , кН · м	0,1700	0,2000	0,2300	0,0300
5	F^* , кН	9,60	12,00	14,40	2,40
	q^* , кН / м	4	5	6	1
	M^* , кН · м	0,1600	0,2000	0,2400	0,0400
6	F^* , кН	8,70	12,00	15,30	3,30
	q^* , кН / м	3,75	5	6,15	1,25
	M^* , кН · м	0,1500	0,2000	0,2500	0,0500

Таблиця Б.58 - Результати чисельних експериментів 1-6

№ экс-ту	β	W^* , см ³	h^* , см	θ^*	pos
1	2	3	4	5	6
1	0	2429.9	0.3867	0.278	0.001
	0.1	2432.5	0.3872	0.260	0.211
	0.2	2434.6	0.3875	0.243	0.261
	0.3	2437.8	0.3875	0.258	0.321
	0.4	2437.1	0.3879	0.263	0.423
	0.5	2439.2	0.3882	0.242	0.533
	0.6	2440	0.3884	0.252	0.607
	0.7	2443	0.3889	0.275	0.715
	0.8	2444	0.3890	0.249	0.817
	0.9	2446	0.3893	0.253	0.93
	1	2447.7	0.3896	0.253	1.0
2	0	2399,042	0,3818	0,253	0,007
	0.1	2405,410	0,3828	0,244	0,116
	0.2	2410,2	0,3836	0,270	0,226
	0.3	2413,665	0,3841	0,254	0,308
	0.4	2419,827	0,3851	0,271	0,405
	0.5	2423,64	0,3857	0,260	0,503
	0.6	2429,344	0,3866	0,249	0,625
	0.7	2434,221	0,3874	0,247	0,710
	0.8	2438,771	0,3881	0,270	0,802
	0.9	2443,392	0,3889	0,260	0,910
	1	2447,672	0,3896	0,253	1,0
3	0	2370,21	0,3772	0,251	0,001
	0.1	2380,196	0,3788	0,239	0,111
	0.2	2385,565	0,3797	0,247	0,209

Кінець таблиці Б.58

1	2	3	4	5	6
3	0.3	2393,877	0,3810	0,242	0,311
	0.4	2401,637	0,3822	0,241	0,406
	0.5	2409,768	0,3835	0,241	0,504
	0.6	2417,61	0,3848	0,274	0,601
	0.7	2426,168	0,3861	0,253	0,723
	0.8	2433,803	0,3874	0,241	0,809
	0.9	2440,963	0,3885	0,269	0,904
	1	2447,652	0,3896	0,257	1,0
4	0	2296.801	0.3655	0.25	0.008
	0.1	2313.713	0.3682	0.251	0.104
	0.2	2333.019	0.3713	0.268	0.226
	0.3	2344.959	0.3732	0.258	0.310
	0.4	2361.154	0.3758	0.245	0.405
	0.5	2374.731	0.3780	0.253	0.503
	0.6	2390.076	0.3804	0.256	0.602
	0.7	2405.232	0.3828	0.267	0.700
	0.8	2421.414	0.3854	0.234	0.807
	0.9	2434.564	0.3875	0.278	0.900
	1	2447.642	0.3896	0.253	1.0
5	0	2244.046	0.3572	0.243	0.002
	0.1	2262.922	0.3602	0.264	0.102
	0.2	2286.345	0.3639	0.250	0.203
	0.3	2309.671	0.3676	0.225	0.311
	0.4	2329.23	0.3707	0.249	0.402
	0.5	2349.376	0.3739	0.256	0.507
	0.6	2368.597	0.3770	0.263	0.6
	0.7	2389.872	0.3804	0.24	0.703
	0.8	2409.458	0.3835	0.24	0.803
	0.9	2429.915	0.3867	0.273	0.902
	1	2447.679	0.3896	0.254	1.0
6	0	2188,6	0,3483	0,291	0,008
	0.1	2216,6	0,3528	0,301	0,1
	0.2	2244,4	0,357	0,221	0,208
	0.3	2272,5	0,3617	0,281	0,306
	0.4	2296,9	0,3656	0,247	0,407
	0.5	2324,4	0,3699	0,252	0,501
	0.6	2351,3	0,3742	0,226	0,601
	0.7	2377,9	0,3785	0,264	0,711
	0.8	2398,8	0,3818	0,254	0,802
	0.9	2425,7	0,3861	0,232	0,901
	1	2447,6	0,3896	0,257	1,0

Таблиця Б.59 - Результати числових експериментів

№ экс-ту	$\Delta^{data}, \%$	$W^{df}, \text{см}^3$	$\eta = \Delta W, \%$	h^{df}	θ^{df}
1	2	2442,2	0,25	0,3887	0,255
2	5	2433,5	0,60	0,3873	0,258
3	8	2425,1	0,94	0,3860	0,254
4	15	2404,2	1,80	0,3826	0,257
5	20	2388,6	2,40	0,3802	0,253
6	25	2373,6	3,0	0,3778	0,250

Таблиця Б.60 - Нечітка множина – величина осьової сили P_{\max}

β	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$P_L(\beta),$ кН	27,1	28,7	30,2	31,7	33,2	34,8	36,3	37,8	39,4	40,9	42,5
$P_R(\beta),$ кН	58,1	56,5	54,9	53,4	51,8	50,2	48,7	47,1	45,6	44	42,5

Таблиця Б.61 - Вплив критичного значення крутного моменту на детерміновану та дефазифіковану величину критичної стискаючої сили

M^*	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$P_{det},$ кН	42,43	42,38	42,15	41,77	41,24	40,55	39,71	38,72	37,58	36,28	34,84
$P_{df},$ кН	42,12	42,01	41,59	40,88	39,93	38,67	37,12	35,30	33,2	30,81	28,18

Таблиця Б.62 - Границі областей виконання події А

№ експерименту	$k_1, (\%)$	$k_2, (\%)$	$t_1, \text{кН}$	$t_2, \text{кН}$
1	5	5	140	147,2
2	10	10	140	155,4
3	20	20	140	174,8
4	5	20	121,7	147,0
5	10	20	127,2	155,3

Таблиця Б.63 - Максимальна величина стискаючої сили P^*

$k_1 \backslash k_2$	1	5	10	15	20	25
Для параметра $\alpha = 0.5$						
1	139.94	143.11	147.29	151.46	155.80	160.17
5	136.82	139.97	143.73	147.7	141.95	156.25
10	132.82	136.19	139.97	143.61	147.45	151.63
15	128.86	132.4	136.28	140	143.64	147.43
20	124.89	128.52	132.6	136.27	139.91	143.57
25	125.15	124.49	128.64	132.64	136.38	139.89
Для параметра $\alpha = 0.7$						
1	139.32	141.13	143.39	145.72	148.06	150.42
5	134.43	136.84	139.22	141.36	143.53	145.82
10	128.3	130.86	133.68	136.22	138.45	140.76
15	122.34	124.95	127.87	130.7	133.23	135.56
20	116.4	119.05	122.13	124.9	127.64	130.17
25	110.8	113.38	116.39	119.34	121.94	124.7
Для параметра $\alpha = 0.9$						
1	138.4	139.32	140.11	140.78	141.49	142.27
5	130.96	132.31	133.7	134.85	135.87	136.83
10	121.86	123.37	124.87	126.31	127.56	128.8
15	113.04	114.54	116.19	117.75	119.04	120.5
20	104.64	106.14	107.73	109.34	110.57	111.94
25	96.48	97.89	99.58	101.27	102.65	103.91

Таблиця Б.64 - Величина границь областей, де визначена міра можливості

№ ек- ту	$k(\%)$	$t_1, кН$	$t_2, кН$
1	2	140	141.4
2	5	140	147.3
3	10	140	155.4
4	20	140	175

Таблиця Б.65 - Значення критичної сили для різних коефіцієнтів нечіткості k і рівня можливості α

$\alpha \backslash k\%$	0.4	%	0.5	%	0.7	%	0.8	%	0.9	%	0.95	%	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	138.28	1.2	138.55	1	139.11	0.6	139.39	0.4	139.67	0.2	139.81	0.1	139.95
5	131.68	6.1	133.04	5.1	135.78	3.0	137.16	2	138.55	1	139.25	0.5	139.95

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	123.66	12.4	126.31	10.3	131.68	6.1	134.41	4	137.17	2	138.55	1	139.95
15	115.89	18.8	119.75	15.6	127.64	9.2	131.68	6.1	135.78	3	137.86	1.5	139.95
20	108.38	25.4	113.36	21	123.66	12.4	128.98	8.2	134.41	4	137.17	2	139.95
25	101.11	32.3	107.15	26.6	119.75	15.6	126.3	10.3	133.04	5	136.47	2.5	139.95
30	94.1	39	101.11	32.3	115.89	18.8	123.66	12.4	131.68	6	135.78	3	139.95

В графі $k\%$ вводиться коефіцієнт нечіткості величин h і R . В графі $\%$ віхилення результату P у відсотках від значення сили при детермінованих даних h і R ($P_{\text{det}}^* = 139.95$ кН)

Таблиця Б.66 - Значення критичної сили P^* (кН) в залежності від зміни параметра θ при коефіцієнті $k = 10\%$ для різних рівнів можливості α

$\theta \backslash \alpha$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	85.7	103.14	130.91	139.95	142.84	139.95	130.95	114.27	85.7
0.95	84.85	102.1	129.61		141.41			113.13	84.85
0.9	84	101.1	128.3	137.17	140	137.17	128.31	112	84.0
0.8		99.06		134.41	137.4	134.41	125.73	109.74	
0.7	80.63	97.05	123.18	131.68	134.4	131.68	123.18	107.52	80.63
0.5	77.34	93.09	118.15		128.91			103.13	77.34
0.4	75.72	91.14	115.67	123.66	126.21	123.66	115.67	100.97	75.72

Таблиця Б.67 - Область довіри для неточної величини $P([a;b];[c;d])$ при різних розмірах інформаційної гранули

№ е-ту.	$k_1 = k_2$ (%)	$k_3 = k_4$ (%)	t_1	t_2	t_c	% t_c від P_{det}
1	1	5	133.2	147.31	140.2	0.01
2	5	10	127.29	156	141.1	0.08
3	5	20	116.7	174.9	145.6	4

Таблиця Б.68 - Вихідні дані для розрахунку величини максимальної осьової сили P^*

№ е-ту	$k_1 = k_2$ (%)	$k_3 = k_4$ (%)	a	b	c	d	
1	1	2	h	0.1485	0.1515	0.147	0.153
			R	7.92	8.08	7.84	8.16
2	2,5	5	h	0.14625	0.15375	0.1425	0.1575
			R	7.8	8.2	7.6	8.4

№ е-ту	$k_1 = k_2(\%)$	$k_3 = k_4(\%)$	a	b	c	d	
3	5	10	h	0.1425	0.1575	0.135	0.165
			R	7.6	8.4	7.2	8.8
4	10	20	h	0.135	0.165	0.12	0.18
			R	7.2	8.8	6.4	9.6

Таблиця Б.69 - Результати розрахунку величини максимального значення осьової сили P^* (кН)

α № е-ту	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
1	140.8	140	139	138.6	138	137	134
2	142.6	140.8	138.7	136.8	134.7	132.8	127
3	145	142	138	134	130	126	114
4	160	143	136	130	121	113	91

Таблиця Б.70 –Поліпшений ресурс елементів каркаса

Ј-ий елемент каркаса	Ресурс в мотогодинах	Ресурс в кілометрах
2	10121.9	151829.0
3	11216.2	168244.
4	11496.8	172452.
5	11385.7	170786.
6	10866.3	162995.
7	11235.5	168532.
8	10794.0	161911.
9	10848.2	162724.
10	11076.6	166150.
11	11330.2	169954.
12	11245.2	168679.
13	10964.9	164474.
14	10667.7	160016.
15	10658.3	159874.
16	10167.6	152514.
17	9685.9	145289.
18	9412.0	141181.

Таблиця Б.71 – Температура в біговій зоні спроектованої шини 40.00-57

Назва шару	Кут.....Корона							
Низ каркасу	49.0	85.3	104.1	109.3	102.8	84.0	71.4	64.2
Верх каркасу	48.7	85.3	104.1	109.3	102.8	84.0	71.4	64.1
Середина брекеру	39.5	53.4	61.3	63.7	62.0	56.8	53.2	51.4
Верх брекеру	37.5	40.3	42.2	43.0	43.2	43.2	43.7	45.2
Підканавка	37.1	37.7	38.1	38.5	38.9	39.7	41.2	43.7
Середина протектору	37.0	37.2	37.3	37.5	38.0	38.9	40.6	43.4
Верх протектору	37.0	37.0	37.0	37.1	38.0	38.9	40.6	43.5

Таблиця Б.72 - Навантаження на нитки корду шини 40.00-57, Н

Номер шару	Корона	Кут	Стінка	Обід
Шари каркаса	720.9	486.1	193.8	73.6
1-ий шар брекера	1100.2	725.8	293.7	113.5
2-ий шар брекера	860.5	554.1	403.2	253.0
3-ий шар брекера	1150.3	723.7	543.0	333.6
4-ий шар брекера	790.6	441.1	773.6	663.5
5-ий шар брекера	591.7	332.0	583.2	493.8

Таблиця Б.73 - Геометричні параметри шини 40.00-57 по точках меридіонального перерізу

точок «j» меридіонального перетину шини	Товщина шару №1, см	Товщина шару №2, см	Товщина шару №3, см	Кількість гумово- кордових шарів загального шару №1, см	Кількість гумово- кордових шарів загального шару №2, см	Кількість гумово- кордових шарів загального шару №3, см	Товщина протектору, см
1	3,16	6,35	9,58	24	20	24	1,59
2	2,35	5,43	3,71	24	20	24	1,04
3	2,43	6,83	4,27	24	20	24	1,60
4	2,35	7,37	3,38	20	20	20	2,17
5	1,92	6,77	3,42	18	16	18	2,12
6	2,01	5,73	3,20	16	12	16	2,49
7	2,02	5,01	3,12	16	12	16	2,70
8	1,99	4,83	3,00	16	12	16	3,09
9	1,96	4,32	2,45	16	12	16	4,74
10	1,99	3,31	2,11	16	12	16	8,06
11	2,33	2,35	2,35	16	12	16	12,66
12	2,60	2,35	2,68	16	12	16	16,57
13	2,59	2,37	2,51	16	12	16	14,83
14	2,51	2,04	2,51	16	12	16	13,29
15	2,42	1,80	2,45	16	12	16	12,19
16	2,31	1,63	2,34	16	12	16	11,45
17	2,17	1,52	2,19	16	12	16	11,03
18	2,00	1,50	2,00	16	12	16	10,09

ДОДАТОК В.

ВІДОМОСТІ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ



ЗАТВЕРДЖУЮ»

Ректор Придніпровської державної академії
будівництва та архітектури, доктор технічних наук,
професор Микола Савицький

14.07.2023 року

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

Ми, що підписалися нижче, декан будівельного факультету Нікіфорова Т.Д., декан факультету інформаційних технологій та механічної інженерії Тютєрев І.А., начальник навчального відділу Грабовський І.С., науковий консультант дисертаційної роботи Данішевський В.В. та виконавець роботи, доцент Волчок Д.Л., склали цей акт у тому, що результати дисертації Волчка Д.Л. на тему **«Розвиток методів теорії нечітких множин в задачах будівельної механіки та оптимізації проектування конструкцій в умовах невизначеностей»** впроваджено до навчального процесу у Придніпровській державній академії будівництва та архітектури.

Результати розділу 3 (Задачі аналізу та оптимального проектування стержневих систем в умовах невизначеності даних) використовуються при читанні лекції з дисциплін **«Будівельна механіка»**, **«Опір матеріалів»** на будівельному факультеті для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти. Результати розділів 4-5 (Постановка задач оптимізації, методи та результати синтезу ізотропних та ортотропних оболонок в умовах невизначеності) використовуються при читанні лекцій з дисципліни **«Чисельні методи в інженерних розрахунках»** на будівельному факультеті для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти. Результати розділу 6 (Нечіткі підходи до моделювання складних технічних систем) використані в дисципліні **«Теорія нечітких множин в будівельній механіці»** при підготовці докторів філософії з будівництва та цивільної інженерії. Результати розділу 7 (Підходи до моделювання шин в умовах нечіткої інформації) використані в дисципліні **«Надійність автомобілів»** на механічному факультеті при підготовці здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти.

Декан будівельного факультету,
д.т.н., проф.

Тетяна НІКІФОРОВА

Декан факультету інформаційних
технологій та механічної інженерії,
к.т.н., доц.

Ігор ТЮТЕРЄВ

Начальник навчального відділу,
к.е.н., доц.

Ігор ГРАБОВСЬКИЙ

Науковий консультант, д.т.н., проф.

Владислав ДАНИШЕВСЬКИЙ

Здобувач, к.т.н., доц.

Денис ВОЛЧОК

ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ
«БУД-ІНЖИНІРИНГ ДНІПРО»
(ТОВ «БУД-ІНЖИНІРИНГ ДНІПРО»)
код ЄДРПОУ 43287041

ДОВІДКА

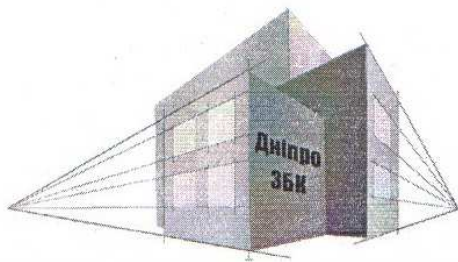
про впровадження результатів дисертаційної роботи Волчка Д.Л.
**«Розвиток методів теорії нечітких множин в задачах будівельної
механіки та оптимізації проектування конструкцій в умовах
невизначеностей»**

Наукові результати дисертаційної роботи Волчка Д.Л. на тему «Розвиток методів теорії нечітких множин в задачах будівельної механіки та оптимізації проектування конструкцій в умовах невизначеностей», а саме практичні питання використання методів оцінки розповсюдження невизначеностей параметрів залізобетонних балок знайшли успішне застосування при виконанні проектно-вишукувальних робіт по об'єкту «Капітальний ремонт шляхопроводу на ділянці км 3+529 автомобільної дороги загального користування місцевого значення О041706/Н-08/ - Микільське-на-Дніпрі Солонянського району Дніпропетровської області ТОВ «ГЕЛІОС ПРОЕКТ» ще в довоєнні часи. Після зміни назви на ТОВ «БУД-ІНЖИНІРИНГ ДНІПРО» ми розширили сферу своєї діяльності і при виконанні проектувальних та відновлюваних робіт такі нові підходи до постановки, розв'язання задач дають можливість врахувати невизначені фактори різної природи. Дозволяють значно підвищити надійність розрахунків і оцінок стану конструкцій та споруд. Особливо важливим стануть такі підходи в післявоєнний період, коли Україна стикнеться з проблемами відновлення зруйнованих міст, комунікацій. Тому робота має не тільки миттєвий ефект, а має буде продовжена, та її актуальність в подальшому буде тільки зростати.

08.08.2023

Директор ТОВ «БУД-ІНЖИНІРИНГ ДНІПРО»  О.С Колісник




ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ "ДНІПРО ЗБК"

49022, Україна, Дніпропетровська обл., м. Дніпро, вул. Повітряна, буд. 5,
код за ЄДРПОУ 41664779, ПІН 416647704681, Св-во ПДВ № 1704684500109
п/р UA653071230000026001010842953 у банку БАНК ВОСТОК ПАТ

ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи Волчка Д. Л. на тему: «Розвиток методів теорії нечітких множин в задачах будівельної механіки та оптимізації проектування конструкцій в умовах невизначеностей»

Результати дисертаційної роботи Волчка Дениса Леонідовича, пов'язані з аналізом поведінки залізобетонних конструкцій в умовах невизначеності механічних, фізичних характеристик та геометричних параметрів, показали необхідність оцінки чутливості таких систем. Раніше вважалось, що вже існуючих підходів достатньо, але наприклад для випадку розрахунку попередньо напруженої залізобетонної балки ми впевнились, що методи теорії нечітких множин значно розширюють наші можливості. Таким чином позитивні напрацювання в області методології проведення аналізу та методи аналізу в нечітких умовах були впроваджені нами для особливо відповідальних конструкцій, так як дозволяють отримати більш об'єктивну інформацію про можливу майбутню їх поведінку.

В подальшому планується продовжити співпрацю в області підвищення надійності залізобетонних конструкцій за умови зменшення ваги та вартості. В дисертаційній роботі наведено методи оптимізації континуальних систем в умовах різнорідної невизначеності і цей напрямок дуже цікавий для нашого подальшого розвитку.

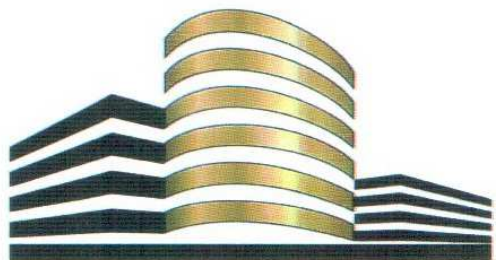
09.08.2023

Директор

ТОВ «Дніпро ЗБК»

В.А.Спирідоненков





“СТРОЇТЕЛЬ-П”

приватне будівельно-монтажне підприємство

Юридична адреса: Україна, 49089, м. Дніпро, вул. Будівельників, 45-А тел / факс: (056) 719-91-10, (056) 719-91-09
 Фактична адреса: Україна, 49005, м. Дніпро, вул. Сімферопольська, 2-К тел / факс: (056) 719-91-10, (056) 719-91-09

Вих. № 504/23 від 30 серпня 2023 р.

ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи

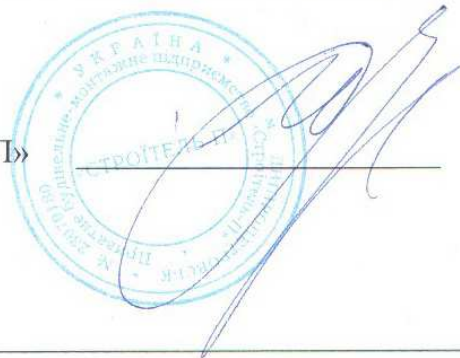
Волчка Дениса Леонідовича на тему: «Розвиток методів теорії нечітких множин в задачах будівельної механіки та оптимізації проектування конструкцій в умовах невизначеностей»

В умовах зростання вартості будівельних матеріалів приватне будівельно-монтажне підприємство «СТРОЇТЕЛЬ-П» приділяє особливу увагу ефективності та надійності своїх проектів. Особливо цікаві нові підходи для реалізації цих завдань, тому в рамках співробітництва між Придніпровською державною академією будівництва та архітектури результати дисертаційної роботи Волчка Д.Л. на тему «Розвиток методів теорії нечітких множин в задачах будівельної механіки та оптимізації проектування конструкцій в умовах невизначеностей» були впроваджені в нашу професійну діяльність, а саме:

- моделі та методи аналізу технічних будівельних систем на чутливість до інформації з певними ознаками невизначеності;
- постановки та розв'язки задач оптимального проектування конструкцій в умовах нечіткого, стохастичного та неточного завдання інформації;
- сучасні підходи до проектування, коли інформація про цілі задається нечітким чином, що є трендом в сфері проектування з використанням нейронних мереж.

Нові підходи зазначені в дисертації використовуються підприємством «СТРОЇТЕЛЬ-П» при концептуальному моделюванні та реалізації оптимальних проектів житлових будівель.

Директор ПБМП «Строїтель-П»



Савицький О.М.