

УДК 539.3+539.4+539.5

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.250918.81.200

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН У КОМПОЗИТІ В УМОВАХ НЕПРУЖНОГО ЧИСТОГО ЗСУВУ

ДАВИДОВ І. І.¹

ПОГРІБНЯК М. О.²

¹Кафедра металевих, дерев'яних і пластмасових конструкцій, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-61, e-mail: iid@ukr.net, ORCID ID:0000-0001-7687-2241

²Приватне підприємство «Науково-виробниче підприємство Дніпропетровський науково-дослідний інститут будівельного виробництва», Січеславська Набережна, 15А, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 744-32-49, e-mail: nic_p@i.ua

Анотація. Постановка проблеми. В механіці деформівного твердого тіла й в опорі матеріалів, а також у механіці композитних матеріалів використовуються основні найпростіші види напружено-деформованого стану, такі як чистий розтяг, чистий стиск і чистий зсув. За чистого розтягу (стиску) крім поздовжніх деформацій (деформацій у напрямку одновісного навантаження) виникають і поперечні деформації (деформації нормальні до осі навантаження). За чистого зсуву нормальні деформації до площин зсуву не враховуються. Однак, як показано в частинах 1 і 2 досліджень непружного чистого зсуву [10], в однорідних матеріалах із різним опором розтягу й стиску виникають деформації нормальні до площин зсуву. В композитних матеріалах подібні дослідження не проводилися. Розв'язання задач подібного типу в механіці деформівного твердого тіла й в опорі матеріалів, а також в механіці композитних матеріалів не передбачене. **Мета роботи:** на основі методів і умов механіки деформівного твердого тіла й опору матеріалів, а також раніше проведених досліджень з непружного чистого зсуву [10] установити вплив лінійного безперервного армування композита на його деформативні властивості за чистого зсуву. **Висновки.** Жорсткість композита за зсуву (з матрицею, що має різні пластичні властивості за розтягу й стиску) за межами пружності матриці збільшується зі збільшенням жорсткості армувальних елементів, навіть якщо армувальні елементи не здатні сприймати зусилля зсуву. В дослідженнях напружено-деформованого стану в рівняннях і системах рівнянь рівноваги зусиль необхідно враховувати деформативні властивості матеріалів як щодо розтягу, так і щодо стиску.

Ключові слова: чистий зсув; межі пружності; характеристика зміцнення; умова пластичності; нормальні приведені деформації до площин зсуву; нормальні приведені напруження до площин зсуву; нормальні приведені деформації до площин вільних від зсуву; симетрія деформацій; композит; матриця; армувальний елемент

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В КОМПОЗИТЕ В УСЛОВИЯХ НЕУПРУГОГО ЧИСТОГО СДВИГА

ДАВЫДОВ И. И.¹

ПОГРЕБНЯК Н. А.²

¹Кафедра металлических, деревянных и пластмассовых конструкций, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 46-98-61, e-mail: iid@ukr.net, ORCID ID: 0000-0001-7687-2241

²Частное предприятие «Научно-производственное предприятие Днепропетровский научно-исследовательский институт строительного производства», Сичеславская Набережная 15А, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 744-32-49, e-mail: nic_p@i.ua

Аннотация. Постановка проблемы. В механике деформируемого твердого тела и в сопротивлении материалов, а также в механике композиционных материалов используются основные простейшие виды напряженно-деформированного состояния, такие как чистое растяжение, чистое сжатие и чистый сдвиг. При чистом растяжении (сжатии) кроме продольных деформаций (деформаций по направлению одноосной нагрузки) возникают и поперечные деформации (деформации нормальные к оси нагрузки). При чистом сдвиге нормальные деформации к плоскостям сдвига не учитываются. Однако, как показано в частях 1 и 2 исследований неупругого чистого сдвига [10], в однородных материалах с разным сопротивлением растяжению и сжатию возникают деформации нормальные к плоскостям сдвига. В композиционных материалах подобные исследования не проводились. Решение задач подобного типа в механике деформируемого твердого тела и в сопротивлении материалов, а также в механике композиционных материалах не предусмотрено. **Цель работы:** на основе методов и условий механики деформируемого твердого тела и сопротивления материалов, а также ранее проведенных исследований по неупругому чистому сдвигу [10] установить влияние линейного бесперывного армирования композита на его деформативные свойства при чистом сдвиге. **Выводы.** Жесткость

композита при сдвиге (с матрицей, обладающей различными пластическими свойствами при растяжении и сжатии) за пределами упругости матрицы увеличивается с увеличением жесткости армирующих, элементов даже если армирующие элементы не способны воспринимать усилия сдвига. При исследованиях напряженно-деформированного состояния в уравнениях и системах уравнений равновесия усилий необходимо учитывать деформативные свойства материалов как по растяжению, так и по сжатию.

Ключевые слова: чистый сдвиг; границы упругости; характеристика упрочнения; условие пластичности; нормальные приведенные деформации к плоскостям сдвига; нормальные приведенные напряжения к плоскостям сдвига; нормальные приведенные деформации к плоскостям, свободным от сдвига; симметрия деформаций; композит; матрица; армирующий элемент

STRESSED-DEFORMED STATE IN COMPOSITE IN CONDITIONS OF INELASTIC PURE SHEAR

DAVYDOV I. I.¹

POGRIBNIAK M. O.²

¹ Department of Metal, Wood and Plastic Structures, State Higher Educational Establishment «Prydniprovskaya State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-A, Chernyshevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 0963714043, e-mail: iid@ukr.net, ORCID ID: 0000-0001-7687-2241

² Department of Structures, Scientific-Production Enterprise Dnipropetrovsk Research Institute of Construction Industry, 15A, Sicheslavskaya Naberezhnaya str., Dnipro, 49000, Ukraine, tel. +38 06728226350, e-mail: nic_p@i.ua,

Summary. Formulation of the problem. In the mechanics of deformable solids and in the support of materials, as well as in the mechanics of composite materials, the main simple types of stress-strain state are used such as: pure tensile, pure compression and pure shear. In the case of pure tension (compression), in addition to longitudinal deformations (deformations along the direction of uniaxial stress), transverse deformations arise (deformations are normal to the load axis). With a pure shear, normal deformations to the shear planes are not taken into account. However, as shown in Part 1 and Part 2 of inelastic clean shear studies [10], in homogeneous materials with different resistance of tension and compression there are deformations normal to the displacement planes. In composite materials, such studies have not been conducted. The solution of tasks of this type in the mechanics of a deformable solid and in the support of materials, as well as in the mechanics of composite materials is not provided. **Goal.** On the basis of the methods and conditions of the mechanics of deformable solids and the resistance of materials, as well as earlier studies on inelastic clean shear [10], to determine the effect of linear continuous reinforcement of a composite on its deformation properties under pure shear. **Conclusions.** The stiffness of a composite at displacement (with a matrix having different plastic properties under tension and compression) beyond the elasticity of the matrix increases with increasing stiffness of the reinforcing elements even if the reinforcing elements are not capable of accepting the shearing forces. In studies of a stress-strain state in equations and systems of equations of equilibrium of effort it is necessary to take into account the deformation properties of materials both in tension and compression.

Keywords: pure shift; limits of elasticity; reinforcement characteristic; condition of plasticity; normal deformations are brought down to the shear planes; normal stresses are given to the shear planes; normal deformations are given to planes free of displacement; symmetry of deformations; composite; matrix; reinforcing element

Постановка проблеми. У механіці деформівного твердого тіла й в опорі матеріалів, а також у механіці композитних матеріалів використовуються основні найпростіші види напружено-деформованого стану, такі як чистий розтяг, чистий стиск і чистий зсув. За чистого розтягу (стиску) крім поздовжніх деформацій (деформацій у напрямку одноосового навантаження) виникають і поперечні деформації (деформації нормальні до осі навантаження). За чистого

зсуву нормальні деформації до площин зсуву не враховуються.

Однак, як показано в частинах 1 і 2 досліджень непружного чистого зсуву [10], в однорідних матеріалах із різним опором розтягу й стиску виникають деформації нормальні до площин зсуву. В композитних матеріалах подібні дослідження не проводилися. Розв'язання задач подібного типу в механіці деформівного твердого тіла й в опорі матеріалів, а також у механіці композитних матеріалах не передбачена.

Аналіз публікацій. У навчальній і науково-технічній літературі з механіки деформівних твердих тіл і опору матеріалів [1; 2; 4; 6; 7], а також у механіці композитних матеріалів [3; 8; 9], нормальні деформації за чистого зсуву не використовуються. В частині 1 досліджень непружного чистого зсуву встановлено наявність нормальних деформацій за зсуву в матеріалах із різним опором розтягу й стиску. В частині 2 досліджень непружного чистого зсуву [10] установлено залежності нормальних деформацій від деформацій зсуву для однорідного матеріалу. Напружено-деформований стан за непружного чистого зсуву в композиті не досліджувався.

Мета й завдання дослідження - на основі методів і умов механіки деформівного твердого тіла й опору матеріалів, а також раніше проведених досліджень непружного чистого зсуву [10] установити вплив лінійного безперервного армування композита на його деформативні властивості за чистого зсуву.

Виклад матеріалу. Розглядається чистий зсув елементарного куба, поблизу матеріальної точки, підданого зсуву в одній площині (плоский напружено-деформований стан).

Умови чистого зсуву:

- по гранях елемента діють тільки дотичні напруження, нормальні напруження

відсутні (нормальні напруження по площинах зсуву дорівнюють нулю);

- дотичні напруження й, відповідно, деформації зсуву на взаємно перпендикулярних площинах рівні за значеннями і протилежно спрямовані (симетрія зсуву);

- об'єм елемента не змінюється (відносна зміна об'єму дорівнює нулю), змінюється тільки форма, виміром зсуву є кут зсуву, тобто відносний зсув;

- плоскі грані елемента після деформації залишаються плоскими й попарно паралельними (розподіл деформацій по гранях – лінійний).

Аналіз напружено-деформованого стану елементарного куба проводився на основі методів і умов механіки деформівного твердого тіла й опору матеріалів (механіки матеріалів) [1; 2; 4; 6; 7; 10] з використанням умови пластичності Треска – Сен-Венана.

Матеріал елементарного куба – композит із лінійним безперервним армуванням. Схеми композита й розрахункові моделі наведені на рисунку 1. Розміри розрахункової моделі (елементарного куба) приведені до одиниці. Площі армувальних елементів у перетинах, по гранях куба, приведені до площі граней і становлять n -частини від площі граней. Деформування армувальних елементів – спільне з деформуванням матриці.

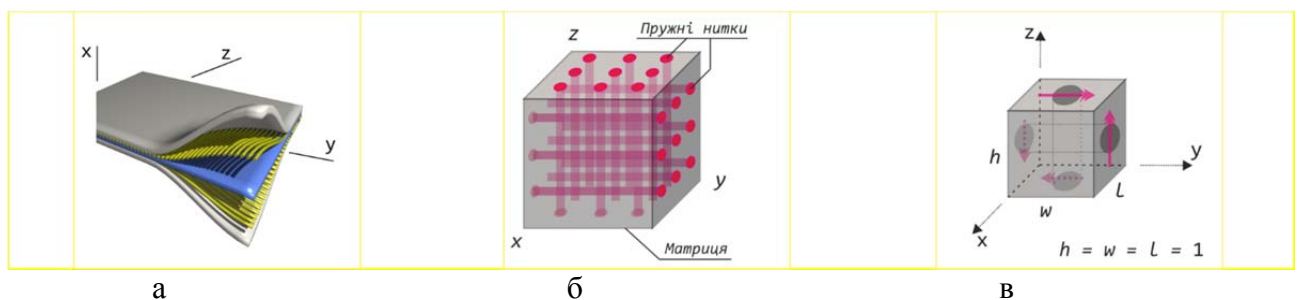


Рис. 1. Композит із двовісним лінійним армуванням (симетричним і несиметричним):
а – улаштування; б – схема; в – розрахункова модель

Матриця - суцільне середовище з різними непружними (пластичними) властивостями за розтягу й стиску. Межа пружності за розтягу менша або більша межі пружності за стиску. Модуль пружності за розтягу й стиску незмінний (однаковий).

Армувальний елемент – пружна нитка (безперервне волокно), жорсткість за зсуву дорівнює нулю.

У дослідженнях механічні властивості складових композита (матриці й армувальних елементів) зведені до

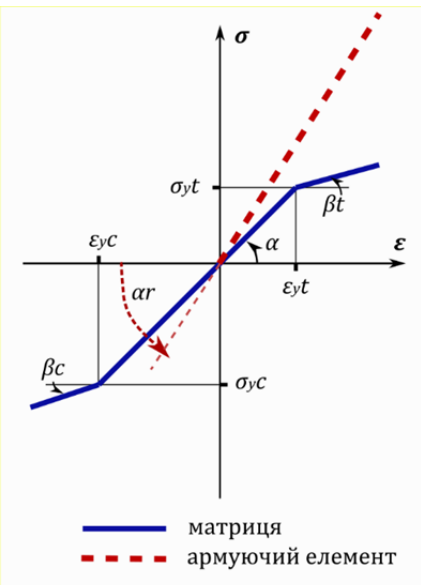
жорсткості матриці зі зведеним модулем пружності, рівним одиниці.

Методика зведення механічних властивостей матеріалів і їх застосування в розрахунках застосована відповідно до [5;

10]. Зведені механічні властивості складових композита (матриці й армувальних елементів), у загальному вигляді, наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Зведені властивості складових композита

Діаграми деформування	Залежність зведених напружень від зведених деформацій
	<p>Матеріал матриці за зведеного модуля пружності, рівного одиниці ($E_m = \tan(\alpha) = 1$)</p>
	$\sigma = \begin{cases} ((1 - E_{hc}) * \epsilon_{yc} + E_{hc} * \epsilon), & \epsilon < \epsilon_{yc} \\ \epsilon, & \epsilon_{yc} \leq \epsilon \leq \epsilon_{yt} \\ ((1 - E_{ht}) * \epsilon_{yt} + E_{ht} * \epsilon), & \epsilon_{yt} < \epsilon \end{cases} \quad (1.1)$ <p>де: ϵ – зведені деформації; ϵ_{yt} – зведені деформації на межі пружності за розтягу; ϵ_{yc} – зведені деформації на межі пружності за стиску; E_{ht} – зведені характеристика зміцнення за межею пружності за розтягу; E_{hc} – зведені характеристика зміцнення за межею пружності за стиску; $E_{ht} = \tan(\beta t)$; $0 \leq E_{ht} \leq 1$; $E_{hc} = \tan(\beta c)$; $0 \leq E_{hc} \leq 1$.</p>
	<p>Матеріал армувальних елементів</p>
	$\sigma_r = aEr * \epsilon, \quad (1.2)$ <p>де: ϵ – зведені деформації; aEr – зведений модуль пружності відносно зведеного модуля пружності матеріалу матриці; $aEr = \tan(\alpha r)$; $aEr = Er / E_m$; Er – модуль пружності армувального елемента; E_m – модуль пружності матриці. Зведений модуль пружності за зсуву: $aGr = 0$, (зусилля зсуву не сприймаються).</p>

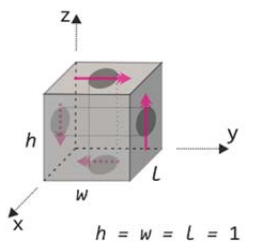
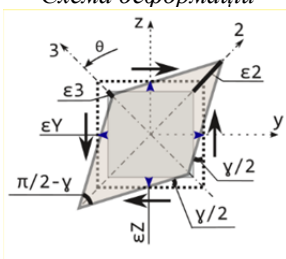
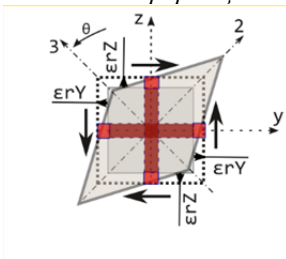
Дослідження напружено-деформованого стану в композиті проводилося методом розкладання деформацій і напружень зсуву на складові по розтягу й по стиску. Армувальні елементи (пружні нитки) деформуються спільно з матрицею. Враховуючи те, що армувальні елементи не

сприймають зусилля зсуву, деформації в армувальних елементах враховуються тільки лінійні (зсув не враховується).

Зведені деформації зсуву в композиті і їх складові, а також розрахункові моделі (розрахункові схеми) наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Зведені деформації в композиті та їх складові

Розрахункова модель та схеми деформацій	Назва	Функції та вирази
Зведені деформації в композиті і в матриці		
<p><i>Розрахункова модель</i></p>  <p>$h = w = L = 1$</p> <p><i>Схема деформацій</i></p> 	<i>Головні зведені деформації:</i>	
	по напрямку головної осі 2	$\epsilon_2 = \left(\frac{\epsilon_Y + \epsilon_Z}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\epsilon_Y - \epsilon_Z}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}, \quad (2.1)$
	по напрямку головної осі 3	$\epsilon_3 = \left(\frac{\epsilon_Y + \epsilon_Z}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\epsilon_Y - \epsilon_Z}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}, \quad (2.2)$
	<i>Положення головних осей відносно осі "y":</i>	
	тангенс подвійного кута	$\tan(2\theta)_y = \frac{\gamma}{\epsilon_Y - \epsilon_Z}, \quad (2.3)$
	косинус подвійного кута	$\cos(2\theta)_y = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{\sqrt{(\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + \gamma^2}}, \quad (2.4)$
	синус подвійного кута	$\sin(2\theta)_y = \frac{\gamma}{\sqrt{(\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + \gamma^2}}, \quad (2.5)$
	<i>Зведені деформації зсуву та їх положення відносно головних осей:</i>	
	найбільші (максимальні), відповідно до умови пластичності Треска – Сен-Венана	$\gamma_{max} = \epsilon_2 - \epsilon_3 = \sqrt{(\epsilon_Y - \epsilon_Z)^2 + \gamma^2}, \quad (2.6)$
	напрямний косинус відносно головної осі 2	$\cos(\varphi_2) = \frac{\epsilon_2}{\gamma_{max}}, \quad (2.7)$
напрямний косинус відносно головної осі 3	$\cos(\varphi_3) = \frac{\epsilon_3}{\gamma_{max}}, \quad (2.8)$	
Зведені деформації в армувальних елементах		
<p><i>Схема деформацій</i></p> 	<i>Нормальні зведені деформації:</i>	
	по напрямку осі "y"	$\epsilon_r Y = \epsilon_Y, \quad (2.9)$
	по напрямку осі "z"	$\epsilon_r Z = \epsilon_Z, \quad (2.10)$
	<i>Дотичні зведені деформації:</i>	
	в площині нормальні до осі "y"	$\gamma_r Y Z = \gamma, \quad (2.11)$
в площині нормальні до осі "z"	$\gamma_r Z Y = \gamma, \quad (2.12)$	

Зведені напруження в матриці за чистого зсуву і їх складові визначаються з використанням умови пластичності Треска – Сен-Венана, детально див. частину 2 [10]. Напруження в матриці і їх складові, а також розрахункові схеми показані в таблицю 3.

Зведені напруження в армувальних елементах визначаються за лінійним законом деформування зі зведеним модулем пружності. Напруження в армувальних

елементах і їх складові, а також розрахункові схеми наведені в таблиці 4. Зусилля в складових композита - в таблиці 5.

Деформацій за рівняннями (3) і (4). Напруження при зсуві і їх складові зведені в табл. 4.

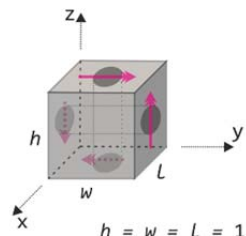
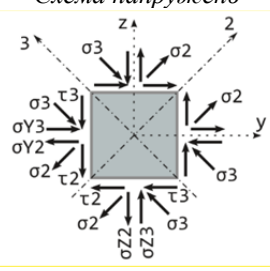
Зведені зусилля в композиті визначаються за напруженням у складових композита, пропорційно відповідним до

площ, що складають композит (матриці й армувальних елементів). Визначення зведених зусиль у композиті і їх складових

також розрахункова схема зусиль і розрахункова модель із площами складових композита показані в таблиці 5.

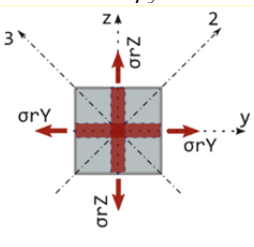
Таблиця 3

Зведені напруження в матриці та їх складові

Розрахункова модель та схема напружень	Назва	Функції та вирази
<p>Розрахункова модель</p>  <p>$h = w = l = 1$</p>	<p>Найбільші (максимальні) зведені напруження, відповідно до умови пластичності Треска – Сен-Венана:</p>	
	по розтягу	$\sigma_{max}t = \begin{cases} \gamma_{max}, & 0 \leq \gamma_{max} \leq \epsilon_y t \\ (1 - E_h t) * \epsilon_y t + E_h t * \gamma_{max}, & \epsilon_y t < \gamma_{max} \end{cases}, \quad (3.1)$
	по стиску	$\sigma_{max}c = \begin{cases} (1 - E_h c) * \epsilon_y c + E_h c * (-\gamma_{max}), & -\gamma_{max} < \epsilon_y c \\ -\gamma_{max}, & \epsilon_y c \leq -\gamma_{max} \leq 0 \end{cases}, \quad (3.2)$
<p>Схему напружень</p> 	<p>Головні зведені напруження:</p>	
	по напрямку головної осі 2	$\sigma_2 = \sigma_{max}t * \cos(\varphi_2), \quad (3.3)$
	по напрямку головної осі 3	$\sigma_3 = \sigma_{max}c * \cos(\varphi_3), \quad (3.4)$
	<p>Дотичні зведені напруження:</p>	
	від головних по розтягу	$\tau_2 = \frac{1}{2} * \sin(2\theta)_y * \sigma_2, \quad (3.5)$
	від головних по стиску	$\tau_3 = \frac{-1}{2} * \sin(2\theta)_y * \sigma_3, \quad (3.6)$
	загальні, від головних по розтягу і стиску	$\tau = \tau_2 + \tau_3, \quad (3.7)$
	<p>Нормальні зведені напруження по напрямку осі "y":</p>	
	від головних по розтягу	$\sigma_{Y2} = \frac{1}{2} * (1 + \cos(2\theta)_y) * \sigma_2, \quad (3.8)$
	від головних по стиску	$\sigma_{Y3} = \frac{1}{2} * (1 - \cos(2\theta)_y) * \sigma_3, \quad (3.9)$
загальні, від головних по розтягу і стиску	$\sigma_Y = \sigma_{Y2} + \sigma_{Y3}, \quad (3.10)$	
<p>Нормальні зведені напруження по напрямку осі "z":</p>		
від головних по розтягу	$\sigma_{Z2} = \frac{1}{2} * (1 - \cos(2\theta)_y) * \sigma_2, \quad (3.11)$	
від головних по стиску	$\sigma_{Z3} = \frac{1}{2} * (1 + \cos(2\theta)_y) * \sigma_3, \quad (3.12)$	
загальні, від головних по розтягу і стиску	$\sigma_Z = \sigma_{Z2} + \sigma_{Z3}, \quad (3.13)$	
Схему деформацій див. табл. 2.		

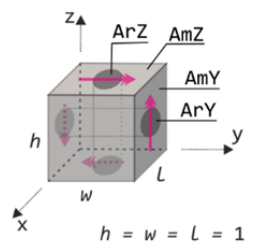
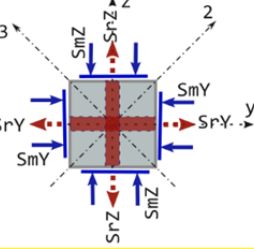
Таблиця 4

Зведені напруження в армувальних елементах та їх складові

Розрахункова модель та схема напружень	Назва	Функції та вирази
 <p>Схема напружень</p>	<i>Нормальні зведені напруження:</i>	
	по напрямку осі "y"	$\sigma_rY = aEr * \epsilon Y,$ (4.1)
	по напрямку осі "z"	$\sigma_rZ = aEr * \epsilon Z,$ (4.2)
	<i>Дотичні зведені напруження:</i>	
<p>Розрахункову модель див. табл. 2 і табл. 3.</p>	в площині нормальній до осі "y"	$\tau rYZ = aGr * \gamma = 0,$ (4.3)
	в площині нормальній до осі "z"	$\tau rZY = aGr * \gamma = 0,$ (4.4)

Таблиця 5

Зведені нормальні зусилля в композиті

Розрахункова модель та схема зусиль	Назва	Функції та вирази
 <p>Розрахункова модель</p>	<i>Зведені нормальні зусилля в матриці:</i>	
	по напрямку осі "y"	$SmY = \sigma Y * AmY,$ (5.1)
<p>Схема зусиль</p> 	по напрямку осі "z"	$SmZ = \sigma Z * AmZ,$ (5.2)
	<i>Зведені нормальні зусилля в армувальних елементах:</i>	
<p>Результуючі (загальні) нормальні зусилля в композиті:</p>	по напрямку осі "y"	$SrY = \sigma_rY * ArY,$ (5.3)
	по напрямку осі "z"	$SrZ = \sigma_rZ * ArZ,$ (5.4)
	по напрямку осі "y"	$SmrY = SmY + SrY,$ (5.5)
	по напрямку осі "z"	$SmrZ = SmZ + SrZ,$ (5.6)

Виходячи з основної умови чистого зсуву (нормальні зусилля по гранях елемента відсутні) сумарні зусилля по напрямках осей "y" і "z" повинні рівнятися нулю. Отже, умову чистого зсуву можна записати в такому вигляді:

$$\begin{cases} \sum SmrY = 0 \\ \sum SmrZ = 0 \end{cases} \quad (1)$$

де: $SmrY$ – зведені зусилля в композиті (в матриці й в армувальних елементах) по напрямку осі "y";

$SmrZ$ – зведені зусилля в композиті (в матриці й в армувальних елементах) по напрямку осі "z".

Підставивши у вираз (1) значення зусиль за таблицею 5 і виконавши зведення жорсткості армувальних елементів до

жорсткості матриці, одержимо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sigma Y_2 + \sigma Y_3 + aEArmY * \varepsilon Y = 0 \\ \sigma Z_2 + \sigma Z_3 + aEArmZ * \varepsilon Z = 0 \end{cases} \quad (2)$$

де: σY , σY_3 – зведені напруження в матриці по розтягу й по стиску вздовж осі “у” (див. табл. 3);

σZ , σZ_3 – зведені напруження в матриці по розтягу й по стиску вздовж осі “z” (див. табл. 3);

$aEArmY$, $aEArmZ$ – зведені жорсткості армуючих елементів вздовж осей “у” і “z”:

$$aEArmY = \frac{(1-ArY)}{AmY} * \frac{aEr}{Em}; \quad aEArmZ = \frac{(1-ArZ)}{AmZ} * \frac{aEr}{Em}, \text{ умовні позначення див. табл. 1 і 5.}$$

Розв’язуючи систему рівнянь (2), попередньо підставивши значення напружень за таблицею 3 і значення напрямних косинусів за таблицею 2, визначаємо нормальні деформації по напрямках осей “у” (εY) і “z” (εZ) залежно від деформацій зсуву. Нормальні деформації по напрямку осі “x” визначаються з умови нерозривності суцільного середовища за виразом:

$$\varepsilon X = 0 - \varepsilon Y - \varepsilon Z .$$

Визначивши нормальні деформації залежно від деформацій зсуву, можна досліджувати (аналізувати) як деформаційний, так і напружений стан за зсуву з урахуванням деформативних властивостей матеріалів.

Дослідження напружено-деформованого стану за вищенаведеною методикою проводилися на моделі елементарного куба, підданого чистому зсуву з різним лінійним армуванням у площині зсуву. В таблиці 6 наведено розрахункові моделі й основні зведені властивості складових композита за варіантами:

варіант 1 – армування відсутнє;

варіант 2 – армування двовісне, симетричне;

варіант 3 – армування одновісне, як окремий випадок несиметричного армування;

варіант 4 – абсолютно жорсткі симетричні зв’язки на контурі, як окремий випадок за жорсткості армувальних елементів, що набагато перевищує жорсткість матриці.

Основні (найбільш характерні) результати розрахунків згруповані по деформаціях, напруженнях і зусиллях і наведені в графічному вигляді (див. рис. 2, табл. 7 і рис. 3).

Аналіз напружено-деформованого стану, за результатами виконаних розрахунків, указує на те, що деформаційні властивості й жорсткість композита за чистого зсуву залежать не тільки від властивостей матриці, а й від армування.

Нормальні деформації (εX , εY , εZ , див. рис. 2б) за межами пружності матриці за розтягу зменшуються по напрямках армування й по напрямку площини вільної від зсуву.

Положення головних осей деформацій і їх відхилення ($\theta_{maindef}$ і $d\theta_{maindef}$, див. рис. 2в), за межами пружності, змінюються залежно від симетрії армування за рахунок неоднакових нормальних деформацій по напрямках осей ”у” і ”z” (див. рис. 2б). За симетричного армування й симетричних зв’язків на контурі положення головних осей деформацій не змінюється.

Таблиця 6

Зведені властивості складових композита

Розрахункова модель по варіантах	Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4
Найменування властивостей	$h = w = L = 1$	$h = w = L = 1$	$h = w = L = 1$	$h = w = L = 1$
Матриця				
Модуль пружності	$E_m = 1$	$E_m = 1$	$E_m = 1$	$E_m = 1$
Деформації на межі пружності за розтягу	$\varepsilon_{yt} = \frac{1}{2}$	$\varepsilon_{yt} = \frac{1}{2}$	$\varepsilon_{yt} = \frac{1}{2}$	$\varepsilon_{yt} = \frac{1}{2}$
Характеристика зміцнення за межею пружності за розтягу	$E_{ht} = \frac{1}{20}$	$E_{ht} = \frac{1}{20}$	$E_{ht} = \frac{1}{20}$	$E_{ht} = \frac{1}{20}$
Деформації на межі пружності за стиску	$\varepsilon_{yc} = -\frac{3}{2}$	$\varepsilon_{yc} = -\frac{3}{2}$	$\varepsilon_{yc} = -\frac{3}{2}$	$\varepsilon_{yc} = -\frac{3}{2}$
Характеристика зміцнення за межею пружності за стиску	$E_{hc} = \frac{1}{20}$	$E_{hc} = \frac{1}{20}$	$E_{hc} = \frac{1}{20}$	$E_{hc} = \frac{1}{20}$
Армувальні елементи (пружна нитка)				
Модуль пружності за розтягу	–	$aEr = 2$	$aEr = 2$	–
Модуль пружності за зсуву	–	$aGr = 0$	$aGr = 0$	–
Жорсткість напрямку осі "x"	–	–	–	–
Жорсткість напрямку осі "y"	–	$aEArmY = \frac{2}{3}$	$aEArmY = 0$	–
Жорсткість напрямку осі "z"	–	$aEArmZ = \frac{2}{3}$	$aEArmZ = \frac{2}{3}$	–

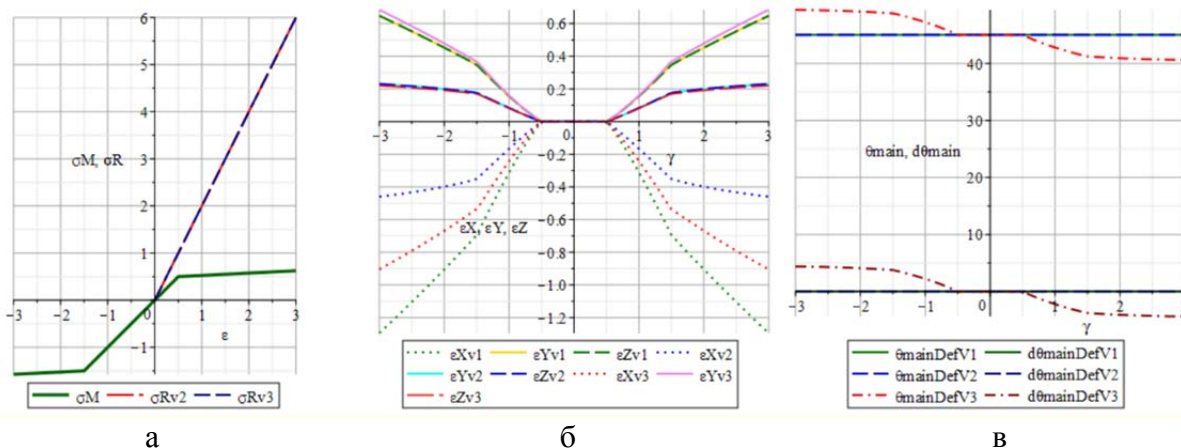


Рис. 3. Зведені діаграми механічного стану складових композита та зведені деформації в композиті за зсуву по варіантах v1 – v3:
 а – діаграми механічного стану матриці (M) і арм. елементів (R); б – нормальні деформації по напрямках осей "x", "y", "z" ($\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$); в – положення головних осей деформацій ($\theta_{mainDef}$) та їх відхилення ($d\theta_{mainDef}$) від головних осей зсуву

Таблиця 7

Зведені напруження в матриці за зсуву

Нормальні напруження по напрямку осі "у" (за розтягу " σ_{Y2} ", за стиску " σ_{Y3} ", загальні " σ_Y ")	Нормальні напруження по напрямку осі "z" (за розтягу " σ_{Z2} ", за стиску " σ_{Z3} ", загальні " σ_Z ")	Дотичні напруження в площинах "yz" і "zy" (за розтягу " τ_2 ", за стиску " τ_3 ", загальні " τ ")
<i>Варіант 1 (v1)</i>		
<i>Варіант 2 (v2)</i>		
<i>Варіант 3 (v3)</i>		
<i>Варіант 4 (v4)</i>		

Загальні нормальні напруження в матриці (σ_Y і σ_Z , див. табл. 7, 1-й і 2-й стовпці) за межами пружності збільшуються (за абсолютними значеннями) по напрямках армування зі збільшенням жорсткості армувальних елементів. Максимальні

значення – за симетричними зв'язками на контурі (варіант 4). По напрямку відсутності армування, у тому числі й за відсутності армування, нормальні напруження в матриці за розтягу й за стиску (σ_{2Y} , σ_{3Y} і σ_{2Z} , σ_{3Z} , див. табл. 7, 1-й і 2-й стовпці, вар. 1 і 3)

взаємно врівноважуються, загальні нормальні напруження (σ_Y і σ_Z) дорівнюють нулю.

Дотичні напруження в матриці за розтягу й за стиску (τ_2 і τ_3 , див. табл. 7, 3-й стовпець) у всіх варіантах збігаються по напрямку (за знаком). Що стосується значень, то значення за стиску, за межами пружності, перевищують (більші) значення за розтягу, за винятком відсутності армування. У разі відсутності армування дотичні напруження (τ_2 і τ_3 , див. табл. 7, 3-й стовпець, вар. 1) збігаються як по напрямку, так і за значеннями.

Загальні дотичні напруження в матриці (τ , див. табл. 7, 3-й стовпець) зі збільшенням

жорсткості армувальних елементів збільшуються.

Жорсткість композита за зсуву (S_{τ} , див. рис. 3в), за межами пружності матриці, збільшується зі збільшенням жорсткості армувальних елементів. Максимальна – у разі симетричних зв'язків на контурі.

Загальні нормальні зусилля в композиті ($S_{m\gamma}$ і $S_{m\gamma z}$, див. рис. 3а і 3б) дорівнюють нулю, основна умова чистого зсуву виконується. Зусилля стиску в матриці ($S_{m\gamma}$ і $S_{m\gamma z}$) урівноважуються зусиллями розтягу в армувальних елементах ($S_{r\gamma}$ і $S_{r\gamma z}$). Головні осі загальних зусиль у композиті збігаються з головними осями зсуву. У разі зв'язків на контурі зусилля стиску в матриці ($S_{m\gamma}$ і $S_{m\gamma z}$) урівноважуються реакціями зв'язей.

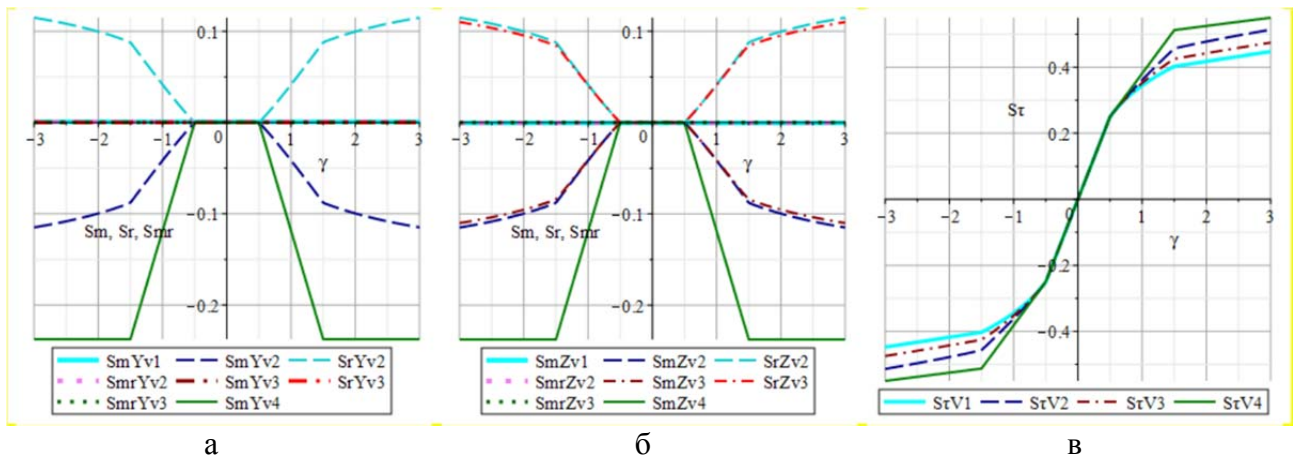


Рис. 4. Зведені зусилля в композиті за зсуву по варіантах $v1 - v4$:

а – нормальні зусилля по напрямку осі “у” (в матриці “ S_{mY} ”, в арм. елементах “ S_{rY} ”, загальні “ $S_{m\gamma}$ ”); б – нормальні зусилля по напрямку осі “z” (в матриці “ S_{mZ} ”, в арм. елементах “ S_{rZ} ”, загальні “ $S_{m\gamma z}$ ”); в – дотичні зусилля в площинах “yz” і “zy” (S_{τ})

Висновки. Жорсткість композита за зсуву (з матрицею, в якій різні пластичні властивості за розтягу й стиску) за межами пружності матриці збільшується зі збільшенням жорсткості армувальних елементів, навіть якщо ці елементи не здатні сприймати зусилля зсуву.

У дослідженнях напружено-деформованого стану в рівняннях і системах

рівнянь рівноваги зусиль необхідно враховувати деформативні властивості матеріалів як за розтягу, так і за стиску.

Під час проведення випробувань елементів композита (зразків), виготовлених із матрицею, що володіє різними пластичними властивостями за розтягу й стиску, рекомендується враховувати наявність нормальних деформацій за зсуву.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Беляев Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – Москва : Наука, 1978. – 608 с.
2. Ковальчук Б. И. Механика неупругого деформирования материалов и элементов конструкций / Б. И. Ковальчук, А. А. Лебедев, С. Э. Уманский. – Киев : Наукова думка, 1987. – 280 с.

3. Композиционные материалы : справочник / под общ. ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. – Москва : Машиностроение, 1990. – 512 с.
4. Писаренко Г. С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г. С. Писаренко, А. А. Лебедев. – Киев : Наукова думка, 1976. – 416 с.
5. О математической модели описания диаграмм растяжения (сжатия) конструкционных материалов / В. П. Примаков, Н. А. Погребняк, Е. И. Овсиенко, Е. И. Науменко // Будівельне виробництво : міжвід. наук.-техн. зб. / Н.-д. ін-т буд. вир-ва. – Київ, 2007. – Вип. 48. – С. 40–44.
6. Работнов Ю. Н. Сопrotivление материалов / Ю. Н. Работнов. – Москва: Физматгиз, 1962. – 456 с.
7. Тимошенко С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Дж. Gere ; пер. с англ. Л. Г. Корнейчука ; под ред. Э. И. Григолюка. – Москва : Мир, 1976. – 672 с.
8. Мэттьюз Ф. Композитные материалы. Механика и технология / Ф. Мэттьюз, Р. Ролингс ; пер. с англ. С. Л. Баженова. – Москва : Техносфера, 2004. – 408 с.
9. Яценко В. Ф. Прочность композиционных материалов / В. Ф. Яценко. – Київ : Выща школа, 1988.– 197 с.
10. Davydov I. Dependence of normal deformations on shear strains under the condition of plasticity of tresca-saint-venant / I. Davydov, N. Pogrebnyak, K. Kovtun // Sustainable housing and human settlement : monograph. – Dnipro ; Bratislava, 2018. – Pp. 120–129.

REFERENCES

1. Belyaev N.M. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moskva: Nauka, 1978, 608 p. (in Russian).
2. Kovalchuk B.I., Lebedev A.A. and Umanskiy S.E. *Mekhanika neuprugogo deformirovaniya materialov i elementov konstruksiy* [Mechanic of inelastic deformation of materials and eliminates]. Kiev: Naukova dumka, 1987, 280 p. (in Russian).
3. Vasilev V.V. and Protasov V.D. eds. *Kompozitsionnyie materialyi* [Composite materials]. Moskva: Mashinostroenie, 1990, 512 p. (in Russian).
4. Pisarenko G.S. and Lebedev A.A. *Deformirovanie i prochnost materialov pri slozhnom napryazhenom sostoyanii* [Deformaton and strength of materials in the complex tense state]. Kiev: Naukova dumka, 1976, 416 p. (in Russian).
5. Primakov V.P., Pogrebnyak N.A., Ovsienko E.I. and Naumenko E.I. *O matematicheskoy modeli opisaniya diagramm rastyazheniya (szhatiya) konstruksionnyih materialov* [Concerning mathematical model of description of diagram of stretching of construction materials]. *Stroitelnoe proizvodstvo*. [Construction industry]. *N-d. inst. bud. vyrob* [N-d institute constr. prod.]. Kiev, 2007, no. 48, pp. 40–44. (in Russian).
6. Rabotnov Yu.N. *Soprotivlenie materialov*. [Streth of mateerials]. Moskva: Fizmatgiz, 1962, 456 p. (in Russian).
7. Timoshenko S.P., Gere Dg. and Grigoliuk E.I ed. *Mehanika materialov* [Mechanics of materials]. Moskva: Mir, 1976, 672 p. (in Russian).
8. Mettyuz F and Rolings R. *Kompozitsionnyie materialyi* [Compose material]. *Mehanika i tehnologiya* [Mechanics and technology]. Moskva: Tehnosfera, 2004, 408 p. (in Russian).
9. Yatsenko V.F. *Prochnost kompozitsionnyih materialov* [Strength of composite materials]. Kiev: Vyischa shkola, 1988, 197 p.
10. Davydov I., Pogrebnyak N. and Kovtun K. *Dependence of normal deformations on shear strins under the condition of plasticity of tresca-saintvenant*. Sustainable housing and human settlement, Dnipro: Bratislava, 2018, pp. 120–129. (in Russian).

Рецензент: Єгорів Є. А., д-р техн. наук, проф.

Надійшла до редколегії: 24.04.2018 р.