

УДК 624.044.3

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ БЕТОНА

БАШИНСКАЯ О.Ю.¹, аспиранткаБАРАБАШ М.С.^{2*}, д.т.н., проф.

¹ Национальный авиационный университет, проспект Космонавта Комарова, 1, Киев, 03058;
тел: +38 (063) 108-22-01; e-mail: olchik01@ukr.net; orcid 0000-0002-4161-782X;

^{2*} Национальный авиационный университет, проспект Космонавта Комарова, 1, Киев, 03058;
тел: +38 (095) 286-39-90; e-mail: bmari@ukr.net; orcid 0000-0003-2157-521X

Целью работы является анализ основных достоинств и недостатков существующих методов определения деформаций ползучести, а именно моделей СЕВ 90 и упруго-ползучего тела. Сравнение аналитических решений с опытными данными. Выявление их основных достоинств и недостатков. Исследование напряженно-деформированного состояния расчётной схемы моста при учёте упругопластических свойств бетона, с использованием различных уравнений связи между условиями эксплуатации конструкции, реологическими свойствами бетона и коэффициентом ползучести. Для реализации поставленных задач авторы использовали следующую *методику*. Для исследования напряженно-деформированного состояния конструкции использовался метод конечных элементов. В ПК «Лира-САПР» расчётная модель моста разбивалась на объёмные изопараметрические конечные элементы с линейными (для арматуры) и нелинейными (для бетона) законами деформирования. Нелинейный расчёт компьютерной модели был осуществлён при помощи системы «Инженерная нелинейность». Деформации ползучести вычислялись на 7, 15, 20, 30, 50 и 100-й дни после приложения нагрузки. Минимальное количество итераций – 300. На основе полученных результатов был построен график изменения прогибов конструкции во времени при использовании различных теорий ползучести бетона. При решении поставленной задачи были получены следующие *результаты*: на основе модели вязкоупругого тела исследован процесс деформирования железобетонной конструкции. Показано, что при расчёте конструкции с учётом появления пластических деформаций бетона, явление ползучести оказывает значительное влияние на её напряженно-деформированное состояние. *Научная новизна* работы заключается в следующем: приведены разрешающие уравнения для определения функции ползучести бетона; выполнен сравнительный анализ рассматриваемых моделей определения деформаций упругого последствия; проведено теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния монолитного железобетонного моста на основе модели вязкоупругого тела с использованием разных теорий ползучести. *Практическая значимость работы*: получены графики сравнения рассматриваемых законов изменения меры ползучести во времени с экспериментальными данными, которые позволяют оценить степень сходимости приведённых теорий.

Ключевые слова: упруго-ползучее тело; пластические деформации; мгновенные деформации; ползучесть; усадка; вязкоупругость; численное моделирование

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ БЕТОНУ

БАШИНСКАЯ О.Ю.¹, аспіранткаБАРАБАШ М.С.^{2*}, д.т.н., проф.

¹ Національний авіаційний університет, проспект Космонавта Комарова, 1, Київ, 03058;
тел: +38 (063) 108-22-01; e-mail: olchik01@ukr.net; orcid 0000-0002-4161-782X;

^{2*} Національний авіаційний університет, проспект Космонавта Комарова, 1, Київ, 03058;
тел: +38 (095) 286-39-90; e-mail: bmari@ukr.net; orcid 0000-0003-2157-521X.

Метою роботи є аналіз основних переваг та недоліків існуючих методів визначення деформацій повзучості, а саме моделей СЕВ 90 та пружно-повзучого тіла. Порівняння аналітичних рішень з дослідними даними. Виявлення їх основних переваг та недоліків. Дослідження напружено-деформованого стану розрахункової схеми мосту з урахуванням пружних властивостей бетону, з використанням різних рівнянь зв'язку між умовами експлуатації конструкції, реологічними властивостями бетону та коефіцієнтом повзучості. Для реалізації поставлених задач автори використовували наступну *методику*. Для дослідження напружено-деформованого стану конструкції використовувався метод скінченних елементів. У ПК «Лира-САПР» розрахункова модель моста розбивалася на об'ємні ізопараметричні скінченні елементи з лінійними (для

арматури) та нелінійними (для бетону) законами деформування. Нелінійний розрахунок комп'ютерної моделі був здійснений за допомогою системи «Інженерна нелінійність». Деформації повзучості обчислювалися на 7, 15, 20, 30, 50 та 100-й дні після прикладення навантаження. Мінімальна кількість ітерацій – 300. На основі отриманих результатів був побудований графік зміни прогинів конструкції в часі при використанні різних теорій повзучості бетону. При вирішенні поставленого завдання були отримані наступні **результати**: на основі моделі в'язко-пружного тіла досліджено процес деформування залізобетонної конструкції. Показано, що при розрахунку конструкції з урахуванням виникнення пластичних деформацій бетону, явище повзучості значно впливає на її напружено-деформований стан. **Наукова новизна** роботи полягає у наведенні рівнянь для визначення функції повзучості бетону; виконано порівняльний аналіз розглянутих моделей визначення деформацій пружної післядії; проведено теоретичне дослідження напружено-деформованого стану монолітного залізобетонного моста на основі моделі в'язко-пружного тіла з використанням різних теорій повзучості. **Практична значимість статті**: отримані графіки порівняння розглянутих законів зміни міри повзучості в часі з експериментальними даними, які дозволяють оцінити ступінь збіжності наведених теорій.

Ключові слова: пружно-повзуче тіло; пластичні деформації; миттєві деформації; повзучість; усадка; в'язкопружні; чисельне моделювання

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE NUMERICAL SIMULATIVE METHODS OF CONCRETE PLASTIC DEFORMATION

BASHYNSKA O.¹ – *Postgraduate student*
BARABASH M.^{2*} – *Dr. Sc., Prof.*

¹ National Aviation University, 1, Kosmonavta Komarova, 03058, Kiev, UKRAINE;
phone: +38 (063) 108-22-01; e-mail: olchik01@ukr.net; orcid 0000-0002-4161-782X;

^{2*} National Aviation University, 1, Kosmonavta Komarova, 03058, Kiev, UKRAINE;
phone: +38 (095) 286-39-90; e-mail: bmari@ukr.net; orcid 0000-0003-2157-521X

The purpose of the work is to analyse the advantages and weaknesses of existing methods to determine creep deformation, videlicet the CEB 90 Model and the method of a viscoelastic material (Harutyunyan's Model). Also it is to compare the analytical solutions with experimental data, to identify its main merits and demerits. To investigate a stress - strain state of a bridge design scheme, taking into account the elastic properties of concrete, using different constraint equations for external environment, rheological properties of concrete and specific creep. To achieve the goals, the authors used the following **methodology**. To analyze a stress - strain state of a design scheme a finite element method was used. In the PC "Lira-CAD" the bridge design scheme was divided into third-dimensional isoparametric finite elements with linear (for armature) and nonlinear (for concrete) deformation laws. Non-linear calculation of a design scheme was implemented using a system "Engineer nonlinearity". Creep deformation was calculated on the 7th, 15th, 20th, 30th, 50th and 100th days after loading. The least quantity of iterations was 300. In the light of the results the authors plotted a diagram of a deflection development as time goes on, using different concrete creep theories. Solving the problems the following **results** were obtained: based on the viscoelastic material model a process of reinforced concrete deformation was investigated. It is shown that during the calculation of structures (taking into account the appearance of plastic deformations of concrete) creep effect is of paramount importance in its stress - strain state. The **scientific novelty** of the work: the equations to determinate a creep function of concrete were adduced; the comparative analysis of the elastic recovery deformation models was carried out; it was made a theoretical investigation of stress - strain state of a reinforced concrete bridge based on the viscoelastic material model using different creep theories. The **practical significance** of the work: it was made comparative graphs of obtained time laws of creep compliance with experimental data, which permit to consider a precision degree of the given theories.

Keywords: viscoelastic materials; plastic deformation; instantaneous deformation; creep; shrinkage; viscoelasticity; numerical simulation

Вступление

Наиболее точно описать деформативные свойства бетона позволяет модель вязкоупругого тела. Полная относительная деформация такого тела описывается уравнением (в одномерном случае):

$$\varepsilon_x(t) = \varepsilon_{упр}(t) + \varepsilon_{полз}(t), \quad (1)$$

Где $\varepsilon_{упр}(t)$ – упруго-мгновенная деформация, что подчиняется закону Гука:

$$\varepsilon_{упр}(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)}; \quad (2)$$

$\varepsilon_{полз}(t)$ – деформации ползучести:

$$\varepsilon_{полз}(t) = - \int_{t_0}^t \sigma_x(t') \frac{\partial}{\partial t'} J(t, t') dt'; \quad (3)$$

t_0 – момент приложения нагрузки; t – момент времени, для которого определяется деформация; t'

– момент приложения элементарного приращения напряжения; $J(t, t')$ – функция пластических деформаций (функция ползучести), что отображает деформации в момент времени t , обусловленные действием осевой силы единичной интенсивности, приложенной в момент времени t' .

Так как в интервале $t_0 \leq t' \leq \infty$ имеет место условие

$$\frac{\partial J(t, t')}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t'} \left[\frac{1}{E(t')} + C(t, t') \right] \leq 0, \quad (4)$$

то деформация ползучести $\varepsilon_{полз}(t)$ всегда будет положительной, при $\sigma_x(t) > 0$.

При этом $\frac{1}{E(t')}$ – модуль мгновенной деформации, что отображает упругие деформации в момент времени t' ; $C(t, t')$ – мера ползучести.

Таким образом

$$\varepsilon_x(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_x(t') \frac{\partial}{\partial t'} \left[\frac{1}{E(t')} + C(t, t') \right] dt', \quad (5)$$

В литературе известны различные предложения для аналитического выражения закона изменения во времени функции ползучести. Самые популярные из них – это модели:

- ACI-209 (American Concrete Institute's Model) [7, 13];
- СЕВ 90 (Comite Euro-International Du Beton Model Code 1990) [10];
- ВЗ (Bazant's Model) [8];
- GL2000 (Gardner and Lockman's Model) [16];
- модель упруго-ползучего тела, предложенная Н. Х. Арутюняном [1].

Рассмотрим подробнее некоторые из них.

Теория упруго-ползучего тела

Объединив теории старения и упругой наследственности Н. Х. Арутюнян предложил выражать меру ползучести в виде произведения двух функций:

$$C(t, t') = \varphi(t') f(t - t'). \quad (6)$$

При этом функцию $f(t - t')$ следует аппроксимировать суммой экспоненциальных функций вида:

$$f(t - t') = \sum_{k=0}^m B_k e^{-\gamma_k(t-t')}, \quad (7)$$

где B_k и γ_k – постоянные, подобранные надлежащим образом для данного материала, причем $B_0 = 1$, $\gamma_0 = 0$ и $\gamma_k > 0$.

А функцию $\varphi(t')$ следует представлять в виде

$$\varphi(t') = C_0 + \sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(t')^k} \quad \text{при } t' > 0, \quad (8)$$

где C_0 – предельное значение меры ползучести; A_k – некоторые параметры, которые зависят от свойств и условий старения для данного материала.

При этом функция $\varphi(t')$ должна быть монотонно убывающей и удовлетворять условию

$$\lim_{t' \rightarrow \infty} \varphi(t') = C_0. \quad (9)$$

Тогда закон изменения меры ползучести бетона в общем случае можно выражать в виде:

$$C(t, t') = \varphi(t') \left[1 - e^{-\gamma_k(t-t')} \right], \quad (10)$$

где

$$\varphi(t') = C_0 + \frac{A_1}{t'}. \quad (11)$$

Численные значения A_k , B_k , C_0 , γ_k следует подбирать таким образом, чтобы получить близкое совпадение с экспериментальными кривыми ползучести рассматриваемых образцов бетона как в молодом, так и в старом возрасте.

Модель СЕВ 90

Именно эта модель лежит в основе алгоритма расчета деформаций ползучести по Eurocode 2 [11].

Она подходит для обычного бетона, предел прочности которого находится в пределах от 12 до 80 МПа и эксплуатируется в условиях относительной влажности от 40 до 100 % при средней температуре от 5 до 30 °С [12]. В этом случае рекомендуется следующее выражение для функции ползучести:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + C(t, t') = \frac{1 + \phi(t, t')}{E(t')}, \quad (12)$$

Известно, что основной причиной проявления явления ползучести есть испарение капиллярной влаги цемента. Наиболее значительное испарение влаги наблюдается в первые 28 дней. После этого процесс высушивания бетона значительно замедляется и может продолжаться десятки лет. В большинстве случаев скорость испарения влаги пропорциональна размеру площади сечения элемента конструкции [8].

Функцию пластических деформаций поперечного сечения в процессе испарения влаги можно выражать в виде:

$$\bar{J}(t, t') = J(t, t') + \bar{C}_d(t, t'), \quad (13)$$

где $\bar{C}_d(t, t')$ – средняя величина дополнительных пластических деформаций, что возникают при одновременном проявлении усадочных деформаций.

$$\bar{C}_d(t, t') = \frac{f_d(t')}{E_0} k_h' \bar{S}(\theta), \quad (14)$$

где k_h' – эмпирическая функция, что отображает изменения влажности окружающей среды; $f_d(t')$ – эмпирическая функция увеличения возраста бетона в процессе загрузки; $\bar{S}(\theta)$ – эмпирическая функция, что учитывает развитие усадки во время θ .

Для того, чтобы выполнить конечно-элементный анализ поведения железобетонной конструкции во времени – самой важной задачей есть подбор функции ползучести $J(t, t')$ (или $\bar{J}(t, t')$) и функции усадки $\bar{\varepsilon}_S(t)$. В рассматриваемой модели СЕВ 90 предложено следующее выражение этих функций

$$\bar{J}(t, t') = F_i(t') + \frac{\phi_d \beta_d(t-t')}{E_{C2H}} + \frac{\phi_f \beta_f(t-t')}{E_{C2H}}, \quad (15)$$

$$\bar{\varepsilon}_S(t, t_0) = \varepsilon_{S_0} [\beta_S(t) - \beta_S(t_0)], \quad (16)$$

где $F_i(t')$ – функция, что учитывает мгновенные деформации и первичные деформации ползучести в начальный период эксплуатации:

$$F_i(t') = \frac{1}{E_c(t')} + \frac{\beta_S(t')}{E_{C2H}}; \quad (17)$$

E_{C2H} – модуль упругости в возрасте 28 дней; ϕ_d – коэффициент, равный 0.4; ϕ_f – коэффициент, что зависит от влажности окружающей среды и размеров сечения; β_d – функции длительности воздействия нагрузки; t_0 – время проявления начала испарения капиллярной влаги; β_f и β_S функции времени:

$$\beta(t') = 0.8 \left(1 - \frac{f_c'(t')}{f_c'} \right). \quad (18)$$

Согласно рассматриваемой теории коэффициент ползучести будет выражаться в виде:

$$\phi(t, t_0) = (\phi_0) \cdot \beta_c(t - t_0), \quad (19)$$

где ϕ_0 – теоретический коэффициент ползучести, что определяется только в пределах обратимой (линейной) ползучести согласно формуле:

$$\phi_0 = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0). \quad (20)$$

Оставшиеся коэффициенты учитывают влияние относительной влажности окружающей среды, размеров сечения элемента конструкции и прочностных характеристик бетона:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{\left(1 - \frac{RH}{100}\right)}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} - \beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}}, \quad (21)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0.1 + t_0^{0.2})}, \quad (22)$$

$$\beta_c(t - t_0) = \frac{(t - t_0)^{0.3}}{[\beta_H + (t - t_0)]^{0.3}}, \quad (23)$$

$$\beta_H = 1.5 \cdot \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{1.8} \right] (h_0) + 250, \quad (24)$$

$$\beta_H \leq 1500 \text{ дней}. \quad (25)$$

Отличительной особенностью модели СЕВ 90 от других моделей, таких как АС1 или ВР Model есть то, что для нахождения функции ползучести используются не только формульные исчисления, но также в Eurocode 2 предложен график из шестнадцати кривых, по которому можно определить значение коэффициента ползучести.

Сравнение законов изменения меры ползучести по моделям упруго-ползучего тела и СЕВ 90 с опытными данными

Ниже представлены графики изменения коэффициентов ползучести во времени, полученных экспериментально и аналитическим путём, в соответствии с теорией упруго-ползучего тела по формулам (10, 11) и по модели СЕВ 90, формулы (12, 19). Значения экспериментальных данных были взяты из [1]. Они относятся к бетону, изготовленному на портландцементе при воздушном хранении. Для аналитического расчёта по теории Н. Х. Арутюняна были приняты следующие значения реологических параметров: $C_0 = 8,67 \cdot 10^{-5}$, МПа⁻¹ (при $t'=7$ дней) и $C_0 = 7,2 \cdot 10^{-5}$, МПа⁻¹ (при $t'=14$ дней); $A_1 = 5,68 \cdot 10^{-5}$, МПа⁻¹; $\gamma = 0,026$, сут⁻¹. Параметры для расчёта по модели СЕВ 90: $\phi_0 = 3,4$ (при $t'=7$ дней) и $\phi_0 = 2,5$ (при $t'=14$ дней); $E_b = 25 \cdot 10^3$, МПа; $\beta_H = 1000$.

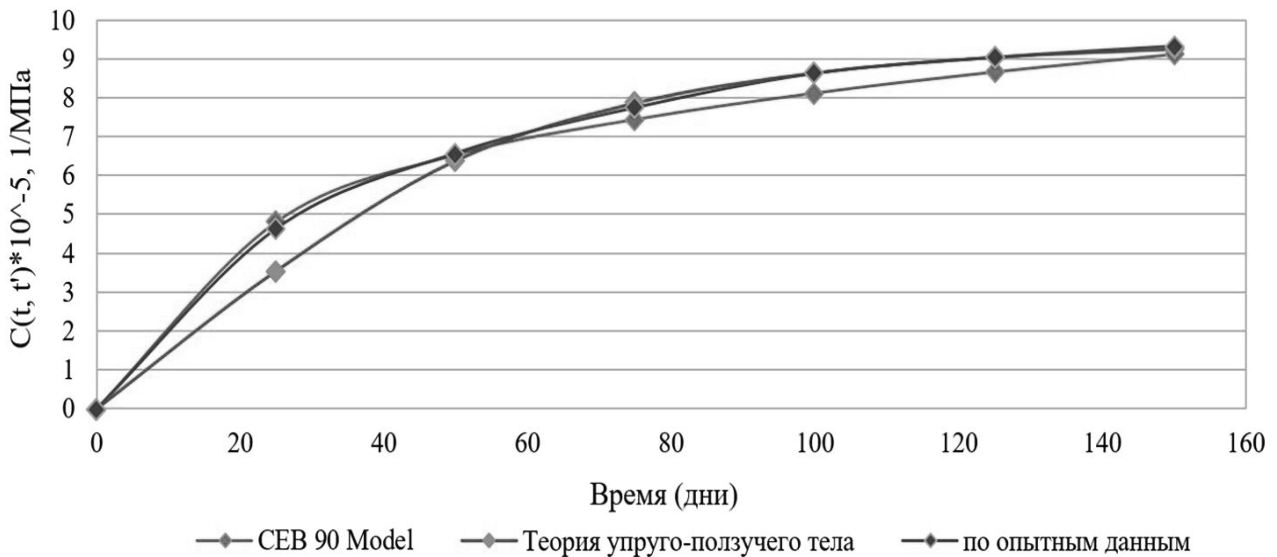


Рис.1. График изменения меры ползучести $C(t, t')$ во времени при $t' = 7$ дней /

Development of creep compliance $C(t, t')$ as time goes on ($t' = 7$ days)

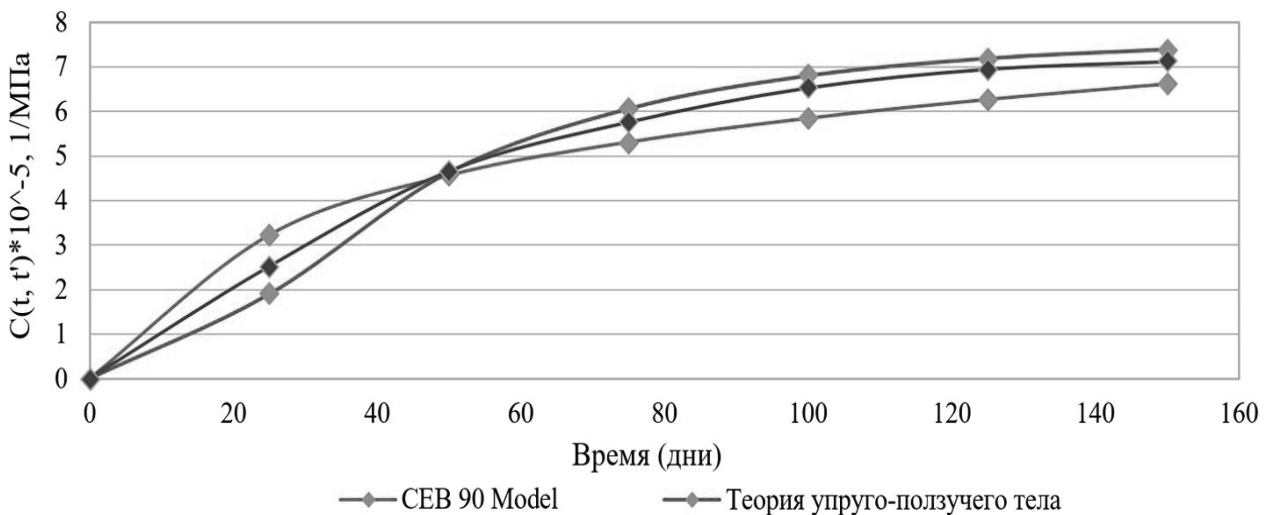


Рис.2. График изменения меры ползучести $C(t, t')$ во времени при $t' = 14$ дней /

Development of creep compliance $C(t, t')$ as time goes on ($t' = 14$ days)

Из графиков видно, что теория упруго-ползучего тела более приближена к экспериментальным данным. А на графике изменения коэффициента ползучести при загрузении образца на седьмой день эти кривые практически совпадают. Это можно объяснить тем, что аналитическое выражения теории упруго-ползучего тела было выведено с учётом влияния наследственности материала, а также, в нём учитывается большее количество параметров, которые влияют на характер деформации бетона.

Кривая, полученная по модели СЕВ 90, более приближена к опытным данным только в начальный период деформации.

В качестве примера рассмотрим напряженно-деформированное состояние конструкции моста, с

учётом вязкоупругих свойств бетона, согласно нормам Eurocode prEN 1992-1-1 [11] и по теории упруго-ползучего тела.

Анализ работы моста при моделировании эффекта ползучести различными методами в ПК «ЛИРА-САПР»

Работа конструкции носит нелинейный характер. Расчётная модель моста построена при помощи универсальных пространственных изопараметрических КЭ № 34 и 36 (для моделирования работы арматурных стержней) и физически нелинейных КЭ № 234 и 236 (для моделирования работы монолитного бетона). Для

задания параметров нелинейного расчёта деформирования бетона использовался 15-й экспоненциальный закон. Для учета нелинейности был выбран простой шаговый метод с количеством шагов равным 30. При выполнении нелинейного расчёта по модели СЕВ 90 (Eurocode prEN 1992-1-1) использовался степенной закон ползучести, при этом $\phi_0 = 2$ и $\beta_H = 1000$.

Для задания реологических параметров при расчёте деформаций по теории упруго-ползучего тела использовался кусочно-линейный закон ползучести.

Для сравнения двух методов вычисления деформаций ползучести рассмотрим вертикальные перемещения расчётной схемы

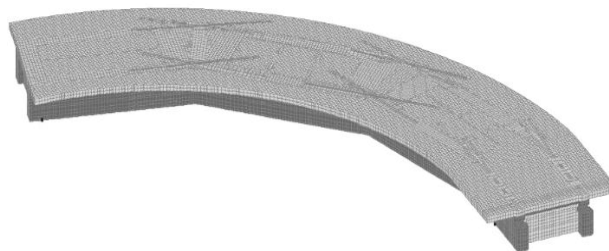


Рис. 3. Расчётная схема моста / Finite element model of the bridge

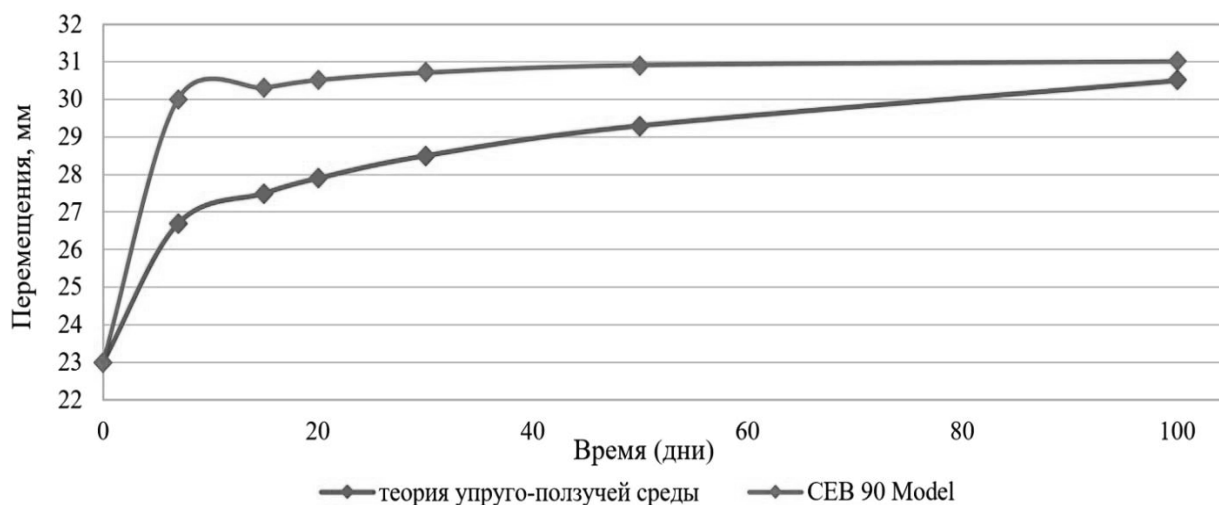


Рис. 4. График изменения прогибов конструкции во времени / Development of bridge deflection as time goes on

Из данного графика видно, что кривая перемещений расчёта по Eurocode 2 принимает асимптотический характер почти сразу после приложения нагрузки, в то время, как кривая перемещений по теории упругости изменяется поступательно. Более плавный переход красной кривой объясняется тем, что в её основе лежит функция экспоненциального вида, а также тем, что благодаря виду функции $\varphi(t')$ предельное значение меры ползучести принимается с учётом таких свойств бетона, как старение и наследственность.

Выводы

В статье изложены методы определения деформаций ползучести: модель СЕВ 90 и модель упруго-пластического тела. Рассмотрены разрешающие уравнения для определения коэффициента ползучести. Представлено сравнение между коэффициентами ползучести, полученными по рассмотренным зависимостям с экспериментальными данными.

Проведено теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния

конструкции моста при проявлении деформаций упругого последействия с использованием аналитических выражений Н. Х. Арутюняна и модели СЕВ 90 для диаграмм $\varphi(T) - T$ при постоянном нагружении. Построен график прогибов конструкции при использовании различных теории деформирования вязкоупругого тела.

Недостатком теории упруго-ползучего тела есть то, что в некоторых случаях для большего совпадения с опытными кривыми меры ползучести исследуемого образца в выражениях (5, 6) необходимо сохранять несколько членов ряда, а для функции $\phi(t')$ выбирать другой вид зависимости. А также нехватка универсальных аналитических зависимостей для нахождения чисельных величин членов ряда в уравнениях (7, 8).

Достоинством этой теории есть то, что она универсальна как для обратимой (явления упругого последействия), так и для необратимой ползучести.

Также, на основании приведенных данных можно сказать, что основным недостатком модели СЕВ 90 есть то, что при расчёте деформации ползучести практически не зависят от возраста материала в момент нагружения, а определяются, в основном,

длительностью действия внешней нагрузки. Значит, эта теория больше подходит для описания картины напряженно-деформированного состояния тел, что находятся в старом возрасте. Также она не может

полностью описать процесс изменения напряжений и деформаций в сооружениях с учётом старения материала.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести / Арутюнян Н.Х. – М. : Гостехтеориздат, 1952 – С.34–46.
2. Барабаш М. С. Алгоритм моделирования и расчета конструкций с учётом ползучести бетона / М. С. Барабаш, М.А. Ромашкина // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2013. –Vol. 9, Issue 4. – С. 56–63.
3. Барабаш М. С. Методы моделирования изменения напряженно-деформированного состояния конструкций во времени / М. С. Барабаш // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2014. – Vol. 10, Issue 2. – С.92–100.
4. Бондаренко В.М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона / В.М. Бондаренко, С.В. Бондаренко. – М. : Стройиздат, 1982. – С. 123–136.
5. Тамразян А. Г. Механика ползучести бетона / А. Г. Тамразян, С.Г. Есаян. – М. : МГСУ, 2012. – 490 с.
6. Юхнов И.В. Напряженно-деформированное состояние внецентренно сжатых железобетонных колонн с учетом нелинейной ползучести бетона: дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук : 05.23.01 / Юхнов Иван Владимирович ; Ростовский гос. стр. ун-т. – Ростов-на-Дону, 2014 – 135 с.
7. ACI Manual of Concrete Practice : ACI Committee 209. 2008. – U.S.A. : American Concrete Institute, 1980. – Part 1, 456 p. – (ACI Manual).
8. Bazant Z.P. Creep and shrinkage in concrete structures / Z.P. Bazant, F.H. Wittmann. – Wiley, Chichester, 1982. – 363 pp.
9. Betten J. Creep mechanics / Josef Betten – Germany: Springer, 2005. – 361 p.
10. CEB-FIP Model Code 1990 / Comité Euro-International du Béton. – Great Britain: Redwood books, 1990. – 461 p. – (Design Code).
11. Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings : Eurocode EN 1992-1-1. – [approved on 16 April 2004]. – Brussels: CEN, 2004. – 227 p. – Режим доступа: <https://law.resource.org/pub/eu/eurocode/en.1992.1.1.2004.pdf>.
12. Gedam B.A. An apt material model to predict creep and shrinkage behavior of HPC concrete. / B.A. Gedam, A. Upadhyay, N.M. Bhandari // Third international Conference on Sustainable Construction Materials and Technologies set for Kyoto, August 18 – August 21, 2013 / Kyoto Research Park. – Kyoto, Japan, 2013. – Режим доступа: <http://www.claisse.info/2013%20papers/data/e451.pdf>.
13. Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardening Concrete : ACI 209.2R-08. – U.S.A. : American Concrete Institute, 2008. – 48 p. – (Modeling guide). – Режим доступа: <http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant/PDFs/Papers/R21.pdf>.
14. James W. Dally Statistical Analysis of Experimental Data/ James W. Dally // Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics. – 2008. – P. 259- 279.
15. Suvorova J. V. An approach to the description of time-dependent materials / J.V. Suvorova // Materials and Design. – 2003. – № 24. – P. 293—297.
16. Vincent E.C. Compressive creep of a lightweight, high strength concrete mixture / E.C. Vincent // Blacksburg, Virginia, 2003. – 137 p. – Режим доступа: <https://theses.lib.vt.edu/theses/available/etd-01162003-020147/unrestricted/LTHSCthesis.pdf>.
17. Wenjun He Creep and Shrinkage of High Performance Concrete, and Prediction of Long-Term Camber of Prestressed Bridge Girders : A thesis submitted to the graduate faculty in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science : Major: Civil Engineering / Wenjun He. – Ames, Iowa, 2013. – 221 p. – Режим доступа: <http://lib.dr.iastate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4425&context=etd>.

REFERENCES

1. Harutyunyan N.H. *Necotorie voprosi teorii polzuchesti* [Some questions of the theory of creep]. Moscow: Vyd-vo Gostehteorizdat, 1952, pp. 34–46.
2. Barabash M. S. *Algoritm modelirovaniya i rascheta konstruksiy s uchedom polzuchesti betona* [Simulation algorithm and calculation of structures with taking into account the creep of concrete]. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013, Vol. 9, Issue 4, pp. 56–63. (in Russian).
3. Barabash M. S. *Metody modelirovaniya izmeneniya napriyazeno-deformirovannogo sostoyaniya konstruksii vo vremeni* [Methods of modeling of stress-strain state of structures in time]. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2014, Vol. 10, Issue 2, pp. 92–100. (in Russian).
4. Bondarenko V.M. *Inzhenernye metody nelineynoy teorii zhelezobetona* [Engineering methods of nonlinear theory of reinforced concrete]. Moscow: Vyd-vo Stroyizdat, 1982, pp. 123–136.
5. Tamrazyan A. G. *Mehanika polzuchesti betona* [Concrete Creep Mechanics]. Moscow: MGSU, 2012. – 490 p.
6. Yukhnov I.V. *Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie vnetsentrenno szhatyh zhelezobetonnyh kolon s uchedom nelineynoy polzuchesti betona* [Stress-strain state eccentrically compressed concrete columns considering nonlinear creep of concrete. Ph. D. dissertation]. Rostov-on-Don's gos. str. un-t. Rostov-on-Don, 2014, 135 p. (in Russian).
7. *ACI Manual of Concrete Practice*. U.S.A., 1980, Part 1, 456 p.
8. Bazant Z.P. *Creep and shrinkage in concrete structures*. Wiley, Chichester, 1982, 363 p.
9. Betten J. *Creep mechanics*. Germany: Springer, 2005, 361 p.
10. *CEB-FIP Model Code 1990*. Great Britain: Redwood books, 1990, 461 p.
11. *Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings: Eurocode EN 1992-1-1*. Brussels: CEN, 2004, 227 p. Available at: <https://law.resource.org/pub/eu/eurocode/en.1992.1.1.2004.pdf>.
12. Gedam B.A. *An apt material model to predict creep and shrinkage behavior of HPC concrete*. Third international Conference on Sustainable Construction Materials and Technologies set for Kyoto, August 18 – August 21. Japan: Kyoto, 2013. Available at: <http://www.claisse.info/2013%20papers/data/e451.pdf>.
13. *Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardening Concrete*. ACI 209.2R-08. U.S.A., 2008, 48 p. Available at: <http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant/PDFs/Papers/R21.pdf>.
14. James W. Dally *Statistical Analysis of Experimental Data*. Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics. U.S.A.: Baltimor, 2008, pp. 259- 279.
15. Suvorova J. V. *An approach to the description of time-dependent materials* . Materials and Design. 2003, № 24, pp. 293—297.
16. Vincent E.C. *Compressive creep of a lightweight, high strength concrete mixture* . Virginia: Blacksburg, 2003, 137 p. Available at: <https://theses.lib.vt.edu/theses/available/etd-01162003-020147/unrestricted/LTHSCthesis.pdf>.
17. Wenjun He *Creep and Shrinkage of High Performance Concrete, and Prediction of Long-Term Camber of Prestressed Bridge Girders* : A thesis submitted to the graduate faculty in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science : Major: Civil Engineering . Iowa: Ames, 2013, 221 p. Available at: <http://lib.dr.iastate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4425&context=etd>.

Статья поступила в редколлегию 15.08.2016