

УДК 624.014

## КОЕФІЦІЄНТ СТІЙКОСТІ ЦЕНТРАЛЬНО-СТИСНУТИХ СТАЛЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ З УРАХУВАННЯМ ПОЧАТКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ ТА ГЕОМЕТРИЧНИХ НЕДОСКОНАЛОСТЕЙ

БІЛИК С.І.<sup>1\*</sup>, *д.т.н, проф.*БІЛИК А.С.<sup>2</sup>, *к.т.н, доц.*

<sup>1\*</sup> кафедра металевих та дерев'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури, Повітрофлотський пр.,31, 49600, Київ, Україна, тел. +380442415556, +380675888295 e-mail: [vartist@ukr.net](mailto:vartist@ukr.net), ORCID ID: 0000-0001-8783-5892

<sup>2</sup> кафедра металевих та дерев'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури, +380507652354 [artem.bilyk@gmail.com](mailto:artem.bilyk@gmail.com) ORCID ID:0000-0002-9219-920X

**Анотація. Мета.** Метою роботи є дослідження впливу на стійкість центрально-стиснутих сталевих елементів початкових недосконалостей і пластичних властивостей сталі. **Методика.** Розрахункова схема втрати стійкості центрально-стиснутого сталевого елемента із початковими недосконалостями прийнята, як для стиснутого стрижня із початковими вигином поздовжньої осі, початковими ексцентриситетами прикладання поздовжньої сили, та із урахуванням зміни модуля деформації сталі. Отримане узагальнене рівняння для визначення коефіцієнта стійкості в залежності від параметрів розрахункової системи: початкових недосконалостей, гнучкості стержня та приведеної жорсткості перерізу елемента. Враховано, що при втраті стійкості елемента виникають максимальні деформації, які залежать від початкових залишкових деформацій, початкових деформацій вигину, деформацій стиску, деформацій поздовжнього вигину стержня та випадкових ексцентриситетів прикладання поздовжньої сили при втраті стійкості. Через приведений модуль враховано вплив розвитку пружно-пластичних деформацій в перерізі сталевого елемента. **Результати.** Підтверджено нелінійний характер втрати стійкості сталевих центрально-стиснутих елементів із урахуванням початкових недосконалостей. Отримано аналітичне рівняння втрати стійкості позцентрово-стиснутого стрижня, як центрально-стиснутого із початковими недосконалостями. Аналітичне рівняння стійкості дозволяє визначити понижуючий коефіцієнт при втраті стійкості центрально-стиснутого стержня: коефіцієнт поздовжнього згину, або коефіцієнт (фактор) стійкості. Формули для визначення понижуючого коефіцієнта стійкості при втраті стійкості центрально-стиснутого елемента за вітчизняними і європейськими нормами в основі мають одне й те саме аналітичне рівняння стійкості. Різниця між вітчизняними і європейськими нормами проектування пояснюється різними підходами щодо апроксимації експериментальних даних. **Наукова новизна.** На підставі теоретичних досліджень отримано узагальнене аналітичне рішення стійкості центрально-стиснутого елемента із урахуванням початкових залишкових деформацій, гнучкості елемента, початкових ексцентриситетів сили, та початкового вигину поздовжньої осі стрижня, приведеного модуля і початкових залишкових деформацій. Наведене узагальнене теоретичне обґрунтування коефіцієнта стійкості за різними нормативними документами. **Практична значимість.** Отримані аналітичні рівняння дозволяють визначити теоретичне значення критичного навантаження для сталевих стиснутих елементів. Це є важливим при аналізі експериментальних досліджень стійкості сталевих стержнів та підсиленні сталевих елементів.

**Ключові слова:** стійкість, сталеві конструкції, куполи, нелінійні переміщення, ферма Мізеса, рівняння критичного навантаження, пружні опори, похиле вузлове навантаження.

## КОЭФФИЦИЕНТ ПРОДОЛЬНОГО ИЗГИБА ЦЕНТРАЛЬНО-СЖАТЫХ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ НЕСОВЕРШЕНСТВ

БИЛЫК С.И.<sup>1\*</sup>, *д.т.н, проф.*БИЛЫК А.С.<sup>2</sup>, *к.т.н, доц.*

<sup>1\*</sup> кафедра металлических и деревянных конструкций Киевского национального университета строительства и архитектуры, Воздухофлотский пр.,31, 49600, Киев, Украина, тел. +38044241-55-56, e-mail: [vartist@ukr.net](mailto:vartist@ukr.net), ORCID ID: 0000-0001-8783-5892

<sup>2</sup> кафедра металлических и деревянных конструкций Киевского национального университета строительства и архитектуры, +380507652354 [artem.bilyk@gmail.com](mailto:artem.bilyk@gmail.com) ORCID ID:0000-0002-9219-920X

**Аннотация. Цель.** Целью работы является исследование влияния на устойчивость центрально-сжатых стальных элементов начальных несовершенств и пластики стали. **Методика.** Расчетная схема потери устойчивости центрально-сжатого стального элемента с начальными несовершенствами принята, как сжатого стержня с начальной погибью, начальными эксцентриситетами приложения продольной силы, и с учетом изменения модуля деформации стали, начальными остаточными деформациями от проката и сварки. Получено обобщенное уравнение для определения коэффициента

продольного изгиба (коэффициента, фактора устойчивости) согласно отечественным и европейским нормам в зависимости от параметров расчетной системы: начальных несовершенств, гибкости стержня и приведенной жесткости сечения элемента при развитии пластических деформаций. Учтено, что при потере устойчивости элемента, возникают максимальные деформации, которые зависят от начальных остаточных деформаций, начальных деформаций изгиба, деформаций сжатия, деформаций продольного изгиба стержня и случайных эксцентриситетов приложения продольной силы. Через приведенный модуль сечения учтено влияние развития упруго-пластических деформаций при потере устойчивости.

**Результаты.** Подтвержден нелинейный характер потери устойчивости стальных центрально-сжатых элементов с учетом начальных несовершенств. Получено аналитическое уравнение потери устойчивости внецентренно-сжатого стержня, как центрально-сжатого с начальными несовершенствами. Аналитическое уравнение устойчивости позволяет определить понижающий коэффициент при потере устойчивости (коэффициент продольного изгиба, или коэффициент, фактор устойчивости). Формулы для определения коэффициента устойчивости при потере устойчивости центрально-сжатого элемента в отечественных и европейских нормах в основе имеют одно и то же аналитическое уравнение устойчивости. Разница между отечественными и европейскими нормами объясняется различными подходами к аппроксимации экспериментальных данных. **Научная новизна.** На основании теоретических исследований получено обобщенное аналитическое решение устойчивости стального центрально-сжатого элемента с учетом начальных несовершенств: остаточных деформаций, гибкости элемента, начальных эксцентриситетов приложенной силы, начального изгиба продольной оси стержня, приведенного модуля и начальных остаточных деформаций. Дано обобщенное теоретическое обоснование коэффициента продольного изгиба и коэффициентов фактора устойчивости по разным нормативным документам. **Практическая значимость.** Полученные аналитические уравнения позволяют определить теоретическое значения критической нагрузки для стального сжатого элемента. Это важно при анализе экспериментальных исследований устойчивости стальных стержней а также при усилении стальных элементов.

**Ключевые слова:** устойчивость, стальные элементы, гибкость, продольный изгиб, коэффициент устойчивости, начальные погибы, остаточные деформации, пластическая деформация, приведенный модуль, касательный модуль.

## REDUCTION FACTOR FOR BUCKLING OF CENTRAL-COMPRESSED STEEL ELEMENTS CONSIDERING INITIAL GEOMETRICAL IMPERFECTIONS AND RESIDUAL STRESSES

BILYK S.I.<sup>1</sup>, *PhD, Doct. Techn.Sc. Prof.*

BILYK A.S.<sup>1</sup>, *PhD, Cand. Techn.Sc. AssProf.*

<sup>1</sup> \* Kyiv National University of Construction and Architecture, Chairman of Department of metal and wooden structures +38044241-55-56, e-mail: [variant@ukr.net](mailto:variant@ukr.net), ORCID ID: 0000-0001-8783-5892

<sup>2</sup> Kyiv National University of Construction and Architecture, Department of metal and wooden structures +380507652354 [artem.bilyk@gmail.com](mailto:artem.bilyk@gmail.com) ORCID ID: 0000-0002-9219-920X

**Abstract.** The main goal of work is to synthesize a theoretical approach to obtain reduction factor for buckling for the central-compressed elements considering an initial imperfections and residual stresses. **Methodology.** The buckling of central-compressed steel element is investigated using a model of buckling of non-central-compressed element with small eccentricity. The maximum of deformations depends on the initial residual strains, on the initial strains due to bending and depends on the compressive deformations. This type of buckling usually occurs within the nonelastic work of the material. The impact of elastic-plastic deformations in the cross section of the column was taken into account by the elastic modulus reducing. The main buckling solution for of column was received. The equation for buckling of column takes in to account the initial imperfections and development of plastic deformation in cross section. **Findings.** Received solution give a possibility to determine the reduction factor for the relevant buckling mode according to the Eurocode 3 and to the national DBN B.2.6-198:2014 is usable for a different experimental data. Also it usable for a buckling checking for an elements with different imperfections: initial bow, initial eccentricity between the axis of the longitudinal force and the axis of the element, reducing of elastic modulus, the plastic properties of a cross-section, initial residual stresses etc. **Scientific innovation.** The generalized analytical solution of stability based on theoretical studies for buckling of the central compressed elements was received. This solution gives a possibility to determine a reduction factor for buckling according to the Eurocode 3 and the national DBN. **Practical value.** Obtained analytical equation allows determining the theoretical value of the critical load for a steel elements in compression and this equation is usable for the analysis of experimental data.

**Keywords:** stability, steel elements, slenderness, reduction factor for buckling, initial bow, residual stresses, plastic work, reduce modulus, tangent modulus.

### Вступ

**Актуальність.** За новою редакцією нормативних документів із проектування сталевих конструкцій ДБН В.2.6-198:2014 [1] прийнята формула для обчислення коефіцієнта стійкості –  $\varphi$ ,

яка враховує форму перерізу сталевго елемента та вплив початкових недосконалоостей: ексцентриситету прикладання поздовжньої сили та початкового вигнуту стержня – через відповідні криві стійкості. З іншого боку, перевірка стійкості центрально стиснутих сталевих елементів за європейськими нормами [2,3], та за відповідним імplementованим

ДСТУ-Н Б EN 1993-1-3:2012 виконується шляхом застосування знижувального коефіцієнта для відповідної кривої втрати стійкості (далі за текстом коефіцієнт стійкості) –  $\chi$ .

Різниця у формулах нормативних документів [1,2,3] перевірки стійкості центрально-стиснутих елементів виявляється насамперед у тому, що на вигляд однакові формули мають різницю у складових апроксимації, а перед знаком кореня у ДБН стоїть знак «мінус», тоді як у європейських – знак «плюс».

$$N = \varphi A R_y \gamma_c, \varphi = \frac{0,5}{\lambda_x^2} \left[ \delta - \sqrt{\delta^2 - 4\pi^2 \lambda_x^2} \right], \varphi \leq 1 \quad (1)$$

$$N_{b,Rd} = \chi A f_y / \gamma_{M1}, \chi = \frac{1}{\Phi + [\Phi^2 - \lambda_x^2]^{0,5}}, \chi \leq 1 \quad (2)$$

В основі теоретичного підходу із перевірки стійкості центрально-стиснутих елементів із урахуванням розвитку пружно-пластичних деформацій є роботи Е. Ламарля, Ф. Енгесера (Engesser F.), А. Консідера (Considera A.), Т. Кармана (Karman T.), Ф.С. Ясинського, Ф. Шенлі (Chanley F.) Баушингера, Тетмайера, Блейха та ін. [1-6, 14-16].

Основою проблеми теоретичної задачі із визначення коефіцієнта стійкості є задача втрати стійкості стержня при різних гнучкостях із урахуванням визначення рівня критичних напружень, впливу розвитку пластичних деформацій, впливу початкового вигину стрижня та початкових залишкових напружень, та урахування дійсної діаграми розтягу сталі.

Однією із перших формул для визначення стійкості стрижня із урахуванням розвитку пластичних деформацій за діаграмою Прандтля стала відома формула Ренкіна:

$$\sigma_{cr} = \sigma_0 / (1 + \alpha \lambda^2) \quad (3)$$

де  $\sigma_{cr}$  – критичні напруження,  $\lambda$  – гнучкість елемента,  $\alpha$  – емпіричний коефіцієнт.

У подальшому були запропоновані й інші степеневі апроксимуючі формули для опису розвитку залежності критичного навантаження від гнучкості і фізичних властивостей сталі [1-6, 14-16].

Лінійна залежність критичних напружень від гнучкості стрижня при розвитку пластичних деформацій була запропонована Ф.С. Ясинським при умові  $\lambda \leq \pi (E/f_y)^{0,5}$ , а також складені практичні таблиці для визначення коефіцієнта стійкості. Цей підхід із визначення коефіцієнта за даними таблиці в подальшому і став основою перевірки стійкості центрально-стиснутих елементів у вітчизняних нормах.

### Мета

Мета роботи є дослідження впливу на стійкість центрально-стиснутих сталевих елементів початкових недосконалостей: ексцентриситету прикладання поздовжньої сили, початкового вигину стрижня, початкових залишкових деформацій. Знайти аналітичний зв'язок між формулами коефіцієнта стійкості вітчизняних і імplementованих європейських норм. Міцність, стійкість, надійність конструкцій ферм і рам, енергоефективність

будівель є наразі найбільш актуальними проблемами в металопроектванні.

### Методика

Прийнята методика дослідження центрально-стиснутого елемента полягає в тому, що модель стійкості центрально-стиснутого стержня розглядається як стійкість позacentрово-стиснутого стрижня із малими ексцентриситетами прикладання поздовжньої сили та початковими недосконалостями.

Досліджена стійкість позacentрово-стиснутого сталевого стержня (умовної колони). Стержень стиснутий силою  $N$  по осі  $Z$ . Вісь дії поздовжньої сили не співпадає із поздовжньою віссю стержня. Ексцентриситет між віссю дії поздовжньої сили і віссю стрижня складає незначну величину  $e_b \leq i_x / 20$ . Також стиснутий сталевий елемент має максимальний вигин поздовжньої осі у середньому перерізі:  $\delta_0 = l_0 / 750 \dots l_0 / 500$ .

Прийнято допущення, що локальна стійкість і міцність полиць та стінки стержня при стиску не впливає на його загальну стійкість. Для класів 1, 2 і 3 поперечних перерізів відповідно національного ДБН це положення є необхідною умовою. У дослідженнях втрата загальної стійкості таких позacentрово-стиснутих сталевих елементів (стійок, колон тощо) враховує розвиток пружно-пластичних і пластичних деформацій поперечного перерізу.

Також прийнято вважати, що пружно-пластична деформація береться із три-лінійної або бі-лінійної апроксимації діаграми на розтяг сталі. Вважається, що співвідношення між напруженнями і деформацією для пружної ділянки діаграми має обмеження:  $\sigma_e = N/A_{cal} \geq 0,8 f_y$ .

При втраті стійкості у крайніх фібрових волокнах стержня виникають пружно-пластичні і пластичні деформації. Внаслідок поздовжнього згину та початкових недосконалостей, такі деформації можуть мати значення, що близькі до деформацій границі текучості сталі ( $\varepsilon_y$ ) або можуть перевищувати їх ( $\varepsilon_{pl} = n_{ply} \varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_y = f_y / E$ ,  $E$  – модуль пружності сталі).

Таким чином, нами прийнята робоча гіпотеза, що через втрату стійкості стержня, у його поперечному перерізі можуть розвинути пластичні деформації у крайніх волокнах (4).

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{ops} + \varepsilon_N + \varepsilon_M \quad (4)$$

Нормальні напруження при яких може початися втрата стійкості стержня є розрахунковими. Втрата стійкості позacentрово-стиснутого елемента розглядається, як збільшення прогинів стрижня до досягання у крайніх фібрових волокнах серединного перерізу елемента допустимих деформацій:  $\varepsilon_{pl} = n_{ply} \varepsilon_y$ , та допустимих прогинів. Допустимі деформації і прогини елемента є проектними граничними

умовами. Розрахункові напруження призводять через коефіцієнт стійкості  $\varphi$  до межі текучості сталі –  $f_y$  ( $\sigma_{cal}/\varphi = f_y$ ). Коефіцієнт стійкості  $\varphi$  у ДБН є величиною, подібною до коефіцієнту (фактору) стійкості  $\chi$  (*Reduction factor for buckling*) –  $\varphi \sim \chi$ .

$$\sigma_{cal} = N / A_{cal} = \varphi f_y. \quad (5)$$

Деформації від згину ( $\varepsilon_M$ ) залежать від максимальних вигинів стержня при втраті стійкості ( $\delta_m$ ).

$$\varepsilon_M = \gamma \pi^2 \delta_m / l^2. \quad (6)$$

Максимальний вигин стрижня залежить впливу поздовжнього згину ( $f_m$ ), а також має вплив від початкових недосконалостей ( $\delta_{f0}$ ,  $e_b$ ) та додаткового ексцентриситету ( $e_{pl}$ ). Рішення диференціального рівняння рівноваги пружного позацентровано-стиснутого стрижня [52] постійного перерізу призводить до відношення:

$$\delta_m = (\delta_{f0} + e_b + e_{pl}) / [(\pi^2 EI_x / l^2) / N - 1]. \quad (7)$$

Перехід до відношення напружень дає формулу

$$\sigma_{cr} / \sigma_{cal} = [\pi^2 E T_y] / [\varphi \lambda_x^2 E f_y] \quad (8)$$

$$\delta_m = (\delta_{f0} + e_b + e_{pl}) / (\sigma_{cr} / \sigma_{cal} - 1).$$

Крайні фіброві волокна мають координату поперечного перерізу ( $y = h_0/2$ ). Загальні деформації визначають тепер мають запис такого рівняння.

$$\varepsilon_N + \varepsilon_M = \sigma_{cal} / E + (\gamma \pi^2 / l^2) (\delta_{f0} + e_b + e_{pl}) / (\sigma_{cr} / \sigma_{cal} - 1). \quad (9)$$

У рівнянні (9) виконується традиційний перехід до гнучкості ( $\lambda_x$ ) стиснутого елемента та до відносного ексцентриситету.

$$\lambda_x = l / i_x$$

$$m_{xfb} = A_{cal} (\delta_{f0} + e_b + e_{pl}) / W_x.$$

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_0 + \sigma_{cal} / E + [\pi^2 (\lambda_x)^2] m_{xfb} / (\sigma_{cr} / \sigma_{cal} - 1). \quad (10)$$

Заміна у рівнянні (10) розрахункових напружень через відношення (2) дає можливість перейти до квадратного рівняння відносно коефіцієнта поздовжнього згину. Для скорочення записів у (10) вводять позначення проміжних функцій  $\Phi_{B1}$  і  $\Phi_{B2}$ .

$$\Phi_{B1} = \frac{\lambda_x^2 E (\varepsilon_{pl} - \varepsilon_{0rs})}{f_y} + \pi^2 m_{xfb} + \frac{\pi^2 T_y}{E}.$$

$$\Phi_{B2} = \frac{E T_y}{f_y E} (\varepsilon_{pl} - \varepsilon_{0rs}). \quad (11)$$

Рівняння для визначення коефіцієнта стійкості для центрально-стиснутого стрижня має вигляд квадратного рівняння:

$$\bar{\lambda}_x^2 \varphi^2 - \varphi \Phi_{B1} + \pi^2 \Phi_{B2} = 0. \quad (12)$$

### Результати

В результаті досліджень отримане квадратне рівняння (12), яке має рішення. Остаточне приймаємо при вище прийнятих позначеннях:

$$\varphi = 0,5 \frac{\Phi_{B1} - \sqrt{(\Phi_{B1})^2 - 4\pi^2 \Phi_{B2} \bar{\lambda}_x^2}}{\bar{\lambda}_x^2}. \quad (13)$$

Якщо у формулі (13) прийняти, що зменшення приведенного модуля деформації перерізу

компенсується допустимим збільшенням деформацій у серединному поперечному перерізі елемента, отримаємо

$$\Phi_{B2} = \frac{T_y}{f_y} (\varepsilon_{pl} - \varepsilon_{0rs}) \approx 1 \quad (14)$$

$$\Phi_{B1} = \frac{\lambda_x^2 E}{T_y} + \pi^2 \left( m_{xfb} + \frac{T_y}{E} \right).$$

$$\varphi = 0,5 \frac{\Phi_{B1} - \sqrt{(\Phi_{B1})^2 - 4\pi^2 \bar{\lambda}_x^2}}{\bar{\lambda}_x^2}. \quad (15)$$

За ДБН коефіцієнт стійкості обчислюється як

$$\varphi = \frac{0,5}{\bar{\lambda}_x^2} \left( \delta \mp \sqrt{(\delta)^2 - 4\pi^2 \bar{\lambda}_x^2} \right).$$

$$\bar{\lambda}_x^2 = \lambda_x^2 \frac{f_y}{E}; \quad \bar{\lambda}_x = \lambda_x \sqrt{\frac{f_y}{E}}.$$

$$\delta_{B1} = 9,87(1 - \alpha + \beta \lambda_x) + \bar{\lambda}_x^2. \quad (16)$$

Структура отриманої нами формули (15) і формули (16) за ДБН подібні, що вказує на вірність теоретичного підходу.

За Європейськими нормативними документами коефіцієнт стійкості для центрально-стиснутого елемента обчислюється як

$$\chi = \frac{1}{\Phi + [\Phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{0,5}}, \quad \chi \leq 1.$$

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y \lambda_x^2}{\pi^2 E}} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{\bar{\lambda}_x}{\pi} \quad (17)$$

Або у позначення прийнятих у вітчизняних нормах

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \frac{\bar{\lambda}_x^2}{\pi^2}}}. \quad (18)$$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \frac{\bar{\lambda}_x^2}{\pi^2} \right] \quad (19)$$

Запишемо формулу (12) у такому вигляді

$$\frac{1}{\varphi_1^2} - \frac{1}{\varphi_1} \frac{\Phi_{B1}}{\pi^2 \Phi_{B2}} + \frac{\bar{\lambda}_x^2}{\pi^2 \Phi_{B2}} = 0.$$

$$\frac{1}{\varphi_1} = \frac{\Phi_{B1}}{2\pi^2 \Phi_{B2}} \mp \sqrt{\left( \frac{\Phi_{B1}}{2\pi^2 \Phi_{B2}} \right)^2 - \frac{\bar{\lambda}_x^2}{\pi^2 \Phi_{B2}}}. \quad (20)$$

Подальші перетворення приводять до запису

$$\chi_1 = (\varphi_1) = \frac{1}{\frac{\Phi_{B1}}{2\pi^2 \Phi_{B2}} \mp \sqrt{\left( \frac{\Phi_{B1}}{2\pi^2 \Phi_{B2}} \right)^2 - \frac{\bar{\lambda}_x^2}{\pi^2 \Phi_{B2}}}}. \quad (21)$$

При умові (14) запис (21) спрощується.

$$\chi_1 = (\varphi_1) = \frac{1}{\frac{\Phi_{B1}}{2\pi^2} \mp \sqrt{\left( \frac{\Phi_{B1}}{2\pi^2} \right)^2 - \frac{\bar{\lambda}_x^2}{\pi^2}}}. \quad (22)$$

$$\frac{\Phi_{B1}}{2\pi^2} = 0,5 \left[ m_{xfb} + \frac{T_y}{E} + \frac{\bar{\lambda}_x^2 E}{\pi^2 T_y} \right].$$

Відмінності отриманих формул полягає у різних підходах до апроксимації експериментальних даних при визначенні коефіцієнтів стійкості та різниці у перетворенні вихідного рівняння (12). Апроксимація експериментальних даних і вид формули визначають знак перед квадратним коренем у формулі (22).

### Наукова новизна та результат

На підставі теоретичних досліджень отримано узагальнене аналітичне рішення стійкості сталевго центально-стиснутого елемента із урахуванням початкових залишкових деформацій, гнучкості елемента, початкових ексцентриситетів сили, початкового вигину поздовжньої осі стрижня, модуля Кармана та початкових залишкових деформацій. Наведене узагальнене теоретичне обґрунтування коефіцієнта стійкості за різними нормативними документами. **Практична значимість.** Отримані аналітичні рівняння дозволяють визначити теоретичне значення критичного навантаження для сталевго стиснутого елемента при втраті стійкості. Результати досліджень можна використовувати при аналізі експериментальних даних і при виявленні резервів несучої спроможності стержнів, які експлуатуються. Показано, що між формулами вітчизняних норм і імplementованих європейських норм є зв'язок, який аналітично описує втрату стійкості стержня із початковими недоскональностями.

### Висновки

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ/ REFERENCES

1. Eurocode 3, EN 1993-1-1: 2005:E, Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for building/ European Communities Standardization, Brussel, (2005).
2. ДСТУ-Н Б EN 1993-1-3:2012 "Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-3. Загальні правила. (EN 1993-1-3:2006, IDT)";
3. ДБН В.2.6-198:2014 «Сталеві конструкції. Норми проектування», Мінрегіонбуд, 2014, К.: Видавництво «Сталь», 2014, с.199.
4. Расчет стальных холодноформованных профилей в соответствии с Еврокодом 3. Хэйвуд М., Уэй. Э., Беляев Н.А., Білик С.І Білик А.С., Украинский Центр Стального Строительства, 2015 К.: «НПП «Интерсервис»», 2015, с.99. Calculation of the cold-formed steel profiles in accordance with the Eurocode 3. Heywood M. E., Belyaev, N.A. Bilyk S.I., Bilyk A.S., Ukrainian Center for the Steel Construction, 2015 K.: Publishing "NPP" Interservis", 2015, p.99.
5. Timoshenko S.P. and Gere J.M: Theory of Elastic Stability, McGraw Hill Kogakusha Ltd., New York. 1961. Timoshenko, S.P., History of Strength of Materials, McGraw-Hill, New York. 1953.
6. Bleich, F. Buckling Strength Of Metal Structures / New York, McGraw-Hill Book Co., Inc. 1952. Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций – М.: Госиздат физ.-мат. литературы, 1959. – 544 с.
7. Barta Thomas A. Some simple thoughts on column buckling. Band (Jahr): 23, (1975).
8. Jones R. M. Deformation Theory of Plasticity/ Bull Ridge Publishing, Blacksburg, Virginia, USA, 2009. – 622 p.

1. Розвинуто теоретичні засади узагальненого підходу розрахунку коефіцієнта стійкості для центрально-стиснутого стрижня при урахуванні початкових недосконалостей: ексцентриситету прикладання поздовжньої сили, початкових вигинів і початкових залишкових напружень.

2. Отримані аналітичні рівняння відкривають шлях до моделювання стійкості центрально-стиснутих стрижнів при різних вихідних умовах. Запропонований аналітичний підхід може враховувати особливості форми перерізу, діаграми розтягу сталі, недосконалості виготовлення і монтажу елементів.

3. Фактично отримано аналітичне рівняння втрати стійкості позцентрово-стиснутого стрижня, як центрально-стиснутого із початковими погинами. Аналітичне рівняння стійкості дозволяє визначити понижуючий коефіцієнт міцності сталі при втраті стійкості. Формули для визначення коефіцієнта стійкості для центрально-стиснутого елемента за вітчизняними і європейськими нормами у своїй основі мають одне й теж аналітичне рівняння. Основні відмінності між вітчизняними і імplementованими європейськими нормами пояснюються різними підходами щодо апроксимації експериментальних даних.

4. Результати проведених досліджень можна використовувати при аналізі експериментальних даних і при виявленні резервів несучої спроможності стержнів, що експлуатуються.

9. Singer J., Arbocz J., Weller T. Buckling Experiments, Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures, Volume 2, Shells, Built-up Structures, Composites and Additional Topics./ John Wiley and Sonc. Inc. New York. 1998. – 1136 p.

10. Considere A. Resistance Des Pieces Comprimees. Congr'ds Int. Des Procedes De Const, Exposition Univ. Int. de 1889, Paris, 371 p.

11. Engesser, F. Ueber Die Knickfestigkeit Gerader Stäbe. Zeits. d. Arch. U. Ing. -Ver. zu Hannover, XXXV, 1889, 455 p.

12. Engesser, F. Ueber Die Berechnung Auf Knickfestigkeit Beanspruchter Stäbe Aus Schweissund Flusseisen. Zeits. d. Oest. Ing. - U. Arch. -Ver. Wien., 1893,- 506 p.

13. Euler, L. Sur La Force De Colonnes, Memoires de Acadmie de Berlin Berlin Anng, T. XIII, 1759, 252 p.

14. Musschenbroek P. Van. "Introductio da Cohaerentiam Corporum Firmorum", Lugduni, 1729.

15. Southwell, R. V. (1932). On The Analysis Of Experimental Observations In Problems Of Elastic Stability, Proc. Roy. Soc. A., 135,601-616.

16. Youngs T. (1807). A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts, London, 320-324 p.

17. Jasinsky, F. S., "La flexion des pieces comprimdes", Ann. Ponts Chaussdes, 2nd part, 1894, p. 233.

18. Jezeq, K., Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl, Julius Springer, Vienni, 1937.

19. Johnson, J. B., The theory and practice of modern framed structures, New York, 1893.

20. Ramberg, W. and Levy, S., "Instability of extrusions under compressive loads", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 12, October, 1945, p. 485.

21. Rankine, W. J., Useful rules and tables, London, 1866.
- Robertson, A., "The strength of struts", Selected Engineering Paper No. 28, ICE, 1925.
22. Shanley, F. R., "Inelastic column theory", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 14, May, 1947.
23. Shanley, F. R., Strength of materials, McGraw Hill Book Company, Inc., New York, 1957.
24. Paris, P. C., "Limit design of columns", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 21, No. 1, January, 1954, pp. 43-49
25. Massonnet, C., "Stability considerations in design of steel columns", Journal of the Structural Division, Proceedings, ASCE, Vol. 85, No. S717, September, 1959, pp. 75-111.
26. Lee, A. Y., "A study on column analysis", Thesis presented in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, Cornell University at Ithaca, New York, June, 1949.
27. Lin, -T. H., "Inelastic column buckling", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 17, No. 3, 1950, pp. 159-172.
28. Johnston, B. G., "Column buckling theory: historic highlights", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 9, September, 1983, pp. 2086-2096.
29. Johnston, B. G. (ed), Guide to stability criteria for metal structures, 3rd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1976, pp. 554-584.
30. Duberg J. E., Wilder III Thomas W.. inelastic column behavior. national advisory committee j for aeronautics. Langley Aeronautical Laboratory Langley Field, Va. technical note 2267, 1951, 44 p. link: [http://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc55728/m2/1/high\\_res\\_d/19930083067.pdf](http://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc55728/m2/1/high_res_d/19930083067.pdf)
31. Duberg J., Wilder III E., Thomas W. Inelastic column behavior //National advisory committee for aeronautics. Langley Aeronautical Laboratory Langley Field, Va. Technical note 1072, 1951, p.302 Link: <http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1952/naca-report-1072.pdf>
32. Duberg John E., Wilder III Thomas W.. Inelastic column behavior. national advisory committee j for aeronautics. Langley Aeronautical Laboratory Langley Field, Va. Technical note 2267, 1951, p.44 Link:[http://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc55728/m2/1/high\\_res\\_d/19930083067.pdf](http://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc55728/m2/1/high_res_d/19930083067.pdf)
33. Dwight, J.B. "Use of Perry Formula to Represent the New European Strut Curves" Cambridge University, Department of Engineering Report. CUED/C-Struct/TR.30, 1975, p.399-412.
34. Dubas P., Maquoi, R., Massonnet C. Behaviour and design of steel plated structures/ iabse periodica 3/1985 /iabse surveys s-31/85, p.17-44
35. Ramberg, W., and Osgood, W. (1943). Description Of Stress-Strain Curves By Three Parameters, NACA, TN 902.
36. Young, B.W. (1975) Residual stresses in hot rolled members, Cambridge University) CLJED/C-Struct/TR. 8.
37. Young, B.W. ""Steel Column Design" Ph.D Thesis, Cambridge, 1971
38. Beer, H. and Schulz, G. "Bases Theoriques des Courbes Europeennes de Flambement" Construction Metallique, No. 3, 1970.
39. Sfantesco, D. "Fondement Experimental des Courbes Europeennes de Flambement" Construction Metallique, No. 3, 1970
40. Young, B.W. and Dwight, J.B. "Residual Stresses and Their Effect on the Moment-Curvature Properties of Structural Steel Sections" C.I.R.I.A., tech. note No. 32, 1971
41. Young, B.W. "Axially Loaded Steel Columns" C.I.R.I.A., tech. note No. 33, 1971 11. Young, B.W. ""Steel Column Design" Ph.D Thesis, Cambridge, 1971
42. Baker, M.J. "Variability in the Strength of Structural Steels" C.I.R.I.A., tech. note No. 44, 1972
43. Stevens, L.K. "Plastic Design and Trussed Frames" Conf. on Engineering Plasticity, Cambridge, 1968 (CU. Press)
14. Johnston, D.C. "Compression Members in Trusses" Ph.D. Thesis, Cambridge, 1970
44. Yeong C.Y. Post-buckling Behavior of Tapered Columns under a Combined Load using Differential Transformation, Architectural Research 2006; 8, p.47-56.
45. Hwon-mo Parka , Jae-hyoub Choib Evaluation on the Post-buckling Residual Strength of H-shaped Steel Column Procedia Engineering 10 (2011) 3387–3392
46. Huang N. C. "Inelastic buckling of eccentrically loaded columns." AIAA Journal, Vol. 11, No. 7 (1973), pp. 974-979.
47. Пановко. Я.Г., Губанов И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М: Наука, 1987. –352 с.
- Пановко. Y.G., Gubanov I.I Stability and oscillations of the elastic systems. - M: Nauka, 1987. – 352 p.
48. Феодосьев. В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М: Наука, 1967. – 376 с.
- Feodosiev V.I. Selected problems and questions on the strength of materials. - M: Nauka, 1967. - 376 p.
49. Білик С.І. Білик А.С., Усенко М.В., Золотопольський О.Є. Стійкість холодно гнутих швелерів з урахуванням пластичних властивостей мало вуглецевих сталей // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського. Вип. 7. – К.: Вид-во «Сталь», 2011. – С. 26-35
- Bilyk S.I., Bilyk A.S., Usenko M.V., Zolotopolsky E.E., the buckling of cold-formed members considering plastic properties of low carbon steels // Proceedings of the Ukrainian Research and Design Institute of steel constructions named VN Szymanowski. Vol. 7. - K.: Type-in "Steel", 2011. - P. 26-35.
50. Bilyk S. The peculiarities of buckling and strength analysis of frame elements of I-shaped cross-section with variable web height. Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures. Proc. of the XI internat. conf. on metal structures (ICMS-2006), Rzeszow, Poland, 2006-p.:144-145.
51. Білик А.С. Гармонізація нормативних документів з проектування сталевих конструкцій в Україні та Євросоюзи// Матеріали міжн. наук. конф. „Політ-2006”, – Київ, НАУ, 2006. – С.432
- Bilyk A.S. Harmonization of norms for design of steel structures in Ukraine and in EU // Proc. Of international conf “Polit-2006” – Kyiv, 2006 – P.432

Статья поступила в редколлегию 10.08.2015