

УДК 624.04

ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В ТРУБЕ ПОСЛЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ИЗГИБА И ЛОКАЛЬНОГО НАГРЕВА

СВИТЛИНЕЦ Г. М.,¹ *асп.*,
ОНИЩЕНКО И. С.,¹ *к. ф.–м. н.*,
ЧЕРНЯКОВ Ю. А.,¹ *д. ф.–м. н., проф.*

^{1*} Кафедра теоретической и прикладной механики, Днепропетровского национального университета им. Олеса Гончара, пр. Гагарина, 72, 49600, Днепро, Украина, e-mail: anna.svitlinets@gmail.com, onyschenko.inna.s@gmail.com, yu.chernyakov@gmail.com. ORCID 0000-0002-0783-2577, ORCID 0000-0001-5730-8936, ORCID 0000-0003-0875-2496.

Аннотация. Элементы конструкций из гнутых стальных труб широко применяются в химической, аэрокосмической отраслях, в гражданском строительстве, при строительстве трубопроводов и в коммунальных сетях. Для изгиба труб обычно используются промышленные гибочные установки. Однако, при больших диаметрах труб и больших толщинах использовать такие установки не удается. Кроме того, эти установки являются дорогостоящими и их использование для изгиба труб в небольшом объеме не рационально. В силу этого актуальной является задача анализа эффективности более простых способов изгиба труб, таких как, например, при совместном действии изгибающего момента и локального нагрева. Таким образом, *цель статьи* заключается в построении модели, позволяющей проводить анализ изгиба локально нагретой трубы большого диаметра при нагружении ее изгибающим моментом. *Методика* исследования основана на построении модели изгиба труб под действием изгибающего момента и локального нагрева по заданной области с помощью метода конечных элементов. С помощью программного комплекса ABAQUS *в результате* построена конечно-элементная модель деформации локально нагретой трубы при нагружении ее изгибающим моментом. Механическое поведение материала трубы описывалось теорией идеально-пластического течения с пределом текучести зависящим от температуры. *Научная новизна* заключается в том, что построенная модель позволяет по заданной программе термосилового нагружения определить остаточное состояние труб заданных геометрических размеров. Построенная модель имеет *практическое значение* в области инженерных расчетов, которые могут быть в свою очередь использованы непосредственно при изготовлении строительных конструкций, включающих гнутые трубы большого диаметра. Она позволяет выбрать оптимальную конфигурацию нагреваемой области и режим нагружения для достижения необходимого изгиба трубы при выполнении ограничений на изменение толщины стенки и овализацию поперечного сечения.

Ключевые слова: труба большого диаметра; термосиловое нагружение; остаточные напряжения; упругопластический изгиб; инженерные расчеты; изгибающий момент; частичный нагрев.

ЗАЛИШКОВІ НАПРУЖЕННЯ І ДЕФОРМАЦІЇ В ТРУБИ ПІСЛЯ ЇЇ ПОПЕРЕДНЬОГО ЗГИНУ І ЛОКАЛЬНОГО НАГРІВАННЯ

СВИТЛИНЕЦЬ Г. М.,¹ *асп.*
ОНИЩЕНКО І. С.,¹ *к. ф.–м. н.*
ЧЕРНЯКОВ Ю. А.,¹ *д. ф.–м. н., проф.*

^{1*} Кафедра теоретичної та прикладної механіки, Дніпропетровського національного університету ім. Олеса Гончара, пр. Гагаріна, 72, 49600, Дніпро, Україна, e-mail: anna.svitlinets@gmail.com, onyschenko.inna.s@gmail.com, yu.chernyakov@gmail.com. ORCID 0000-0002-0783-2577, ORCID 0000-0001-5730-8936, ORCID 0000-0003-0875-2496.

Анотація. Елементи конструкцій з гнутих сталевих труб широко застосовуються в хімічній, аерокосмічній галузях, в цивільному будівництві, при будівництві трубопроводів і в комунальних мережах. Для згину труб зазвичай використовуються промислові гнучкі установки. Однак, при великих діаметрах труб і великих товщинах використовувати такі установки не вдається. Крім того, ці установки є дорогими і їх використання для згину труб в невеликому обсязі не раціонально. В силу цього актуальною є задача аналізу ефективності простіших способів вигину труб, таких як, наприклад, при спільній дії згинального моменту і локального нагріву. Таким чином, *мета статті* полягає в побудові моделі, яка дозволяє проводити аналіз згину локально нагрітої труби великого діаметра при навантаженні її згинаючим моментом. *Методика дослідження* заснована на побудові моделі вигину труб під дією згинального моменту і локального нагріву по заданій області за допомогою методу скінченних елементів. За допомогою програмного комплексу ABAQUS *в результаті* побудована кінцево-елементна модель деформації локально нагрітої труби при навантаженні її згинаючим моментом. Механічне поведінка матеріалу труби описувалася теорією ідеально-пластичного течії з границею текучості залежить від температури. *Наукова новизна* полягає в тому, що побудована модель дозволяє за заданою програмою термосилового навантаження визначити залишковий стан труб заданих геометричних розмірів. Побудована модель має *практичне значення* в області інженерних розрахунків, які можуть бути в свою чергу використані безпосередньо при виготовленні будівельних конструкцій, що включають гнуті труби великого діаметру. Вона дозволяє вибрати оптимальну конфігурацію

нагрітої області та режим навантаження для досягнення необхідного вигину труби при виконанні обмежень на зміну товщини стінки і овалізації поперечного перерізу

RESIDUAL STRESSES AND STRAINS IN THE PIPE AFTER THE PRE-BENDING AND LOCAL HEATING

SVITLYNETS H. M., ¹ *PhD stud.*,
ONYSHCHENKO I. S., ¹ *Cand. Sc. (Phys.-Math.)*,
CHERNIAKOV Yu. A., ¹ *Dr. Sc. (Phys.-Math.), Prof.*

^{1*} Department of Theoretical and Applied Mechanics, Oles Honchar Dnipropetrovsk National University, Gagarin ave., 72, Dnipropetrovsk, Ukraine, 49010 e-mail: anna.svitlinets@gmail.com, onyschenko.inna.s@gmail.com, yu.chernyakov@gmail.com. ORCID 0000-0002-0783-2577, ORCID 0000-0001-5730-8936, ORCID 0000-0003-0875-2496

Annotation. Constructional elements made from bent steel pipes are widely used in chemical and aerospace sectors, civil engineering, the construction of pipelines and utility networks. Industrial bending machines are commonly used for bending pipes. However, for large pipe diameters and thicknesses such large machines cannot be used. Moreover, these are expensive machines and their use for bending pipe is not rational in a small volume. Because of this, the task of analyzing the effectiveness of the simpler ways to bend pipes is relevant, e.g. applying bending moment and local heating effect simultaneously. Thus, *the purpose of the article* is to build a model that allows to analyze bending of locally heated large-diameter pipe, when it is loaded by bending moment. *Method of research* consists of building of models of pipe bend by using the finite element method when the bending moment and local heating effect on the predetermined area are applied. Finite element model of the deformation of locally heated pipes that are bended by bending moment was built in software package ABAQUS. The mechanical behavior of the pipe material was described by the theory of ideal-plastic flow with a yield strength, which depends on the temperature. *Scientific novelty* lies in the fact that the model allows to determine the residual state of the pipe with specified geometric dimensions for a given program of thermopower loading. The constructed model has *practical importance* in the field of engineering calculations, which are used in the manufacture of building structures with curved large-diameter pipes. This allows to select the optimum configuration of the heated area and the loading mode to achieve the desired bending of the pipe when the restriction on the change of the wall thickness and cross-sectional ovalization are satisfied.

Keywords: large-diameter pipe; thermomechanical loading; residual stresses; elastic-plastic bending; engineering calculations; bending moment; partial heating

Введение

Элементы конструкций из гнутых стальных труб широко применяются в химической, аэрокосмической отраслях, в гражданском строительстве, при строительстве трубопроводов, в коммунальных сетях. Для их изготовления используются гибочные установки. Однако, при больших диаметрах труб и больших толщинах не удается использовать механические установки, в таком случае получить необходимый изгиб трубы можно за счет ее локального разогрева. Обзор современных подходов к изгибу труб можно найти в работах [2,3,4,6,9,12,14]. Наиболее изученным является метод локального индукционного нагрева, который применяется для изгиба трубы с малым радиусом изгиба и большим диаметром [5,10,11,13]. Во время изгиба трубы ее наружная стенка изгиба утоняется, а внутренняя стенка утолщается, поперечное сечение канала изгиба становится овальным, и угол изгиба несколько уменьшается за счет упругой деформации при разгрузке. В инженерном проектировании утонение стенки трубы и овальность не должны превышать 12.5% и 7%, соответственно, как следствие, радиус изгиба обычно больше чем 3.5 внешнего диаметра трубы при использовании этого стандартного способа.

В настоящей работе, с помощью программного комплекса ABAQUS, построена конечно-элементная модель чистого изгиба локально нагретой трубы большого диаметра. В результате расчета, с заданными геометрическими размерами трубы, модель позволяет оценить остаточные поля напряжений, деформаций и перемещений.

Цель работы

Цель работы заключается в построении модели, позволяющей проводить анализ чистого изгиба локально нагретой трубы большого диаметра.

Объектом исследования является остаточная деформация стальной трубы при термомеханическом нагружении.

Предметом исследования является конечно-элементная модель изгиба труб при термомеханическом нагружении.

Актуальность исследования состоит в том, что изгиб стальных труб большого диаметра становится невозможным с помощью гибочной установки и возникает необходимость изучения возможности чистого изгиба труб за счет одновременного механического и термического нагружения.

Изложение основного материала

Рассмотрим трубу длины L , радиусом R и толщины h , которая находится в условиях чистого изгиба изгибающими моментами $M(t)$, изменяющимися во времени. В исходном состоянии $t = t_0$ труба не нагружена и находится при комнатной температуре T_0 . На промежутке времени $t_0 < t < t_1$ часть поверхности трубы, показанная на рис. 1, разогревается до температуры T_1 , а затем при $t_1 < t < t_2$ охлаждается до T_0 . Область нагрева зададим в форме эллипса с полуосями $2l$ и $2R\varphi$ (см. рис. 1). Одновременно с нагревом на трубу действует изгибающий момент, изменяющийся от значения M_0 до M_1 . В результате такого воздействия в трубе возникают остаточные напряжения, деформации и перемещения.

Задача состоит в моделировании термопластической деформации трубы и определении остаточных напряжений, деформаций и перемещений.

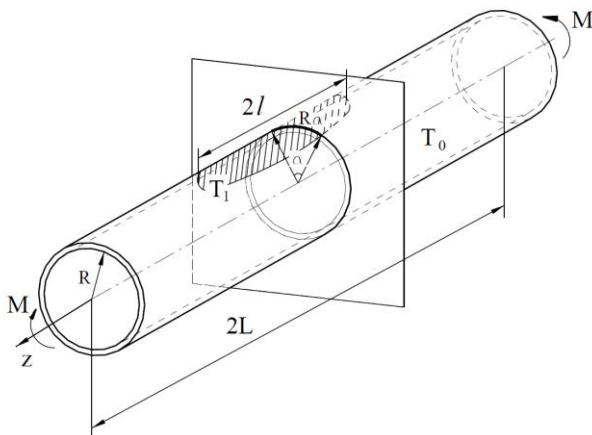


Рис. 1. Труба при термосиловом нагружении / Fig.1. A pipe at thermal power loading

Для описания механического поведения материала трубы используется простейшая теория упруго – идеально пластического течения с пределом текучести и модулем упругости зависящими от температуры. Разрешающие уравнения такой теории включают [1]:

1. Аддитивное представление для полной скорости деформации $\dot{\epsilon}$

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p + \dot{\epsilon}_T$$

где $\dot{\epsilon}_e, \dot{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_T = \alpha T$ – скорости упругой, пластической и температурной деформации, α – коэффициент линейного удлинения.

2. Закон Гука

$$\dot{\sigma} = G_e : (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_p - \dot{\epsilon}_T),$$

$$C^e = 2G_0 g(\theta) \left[I + \frac{\nu}{1-2\nu} \mathbf{i} \otimes \mathbf{i} \right]$$

где C^e – матрица упругой жесткости, G_0 – модуль упругого сдвига при комнатной температуре, ν – коэффициент Пуассона, $\theta = T / T_{nn}$ – гомологическая температура (T_{nn} – абсолютная температура плавления), $g(\theta)$ – функция, характеризующая зависимость упругого модуля от гомологической температуры, I, \mathbf{i} – единичные тензоры четвертого и второго ранга, соответственно.

3. Закон течения

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \mathbf{s}$$

где $\dot{\lambda}$ – пластический сомножитель,

$\mathbf{s} = \sigma - tr(\sigma)\mathbf{i} / 3$ – девиатор тензора напряжений σ .

4. Функцию текучести

$$f \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} \mathbf{s} : \mathbf{s} - \sigma_{0,2} \cdot q(\theta) = 0,$$

где $\sigma_{0,2}$ – предел текучести при комнатной температуре.

Для задания универсальных функций и констант материала использовались экспериментальные данные, приведенные в работе [7]. Для мягкой стали имеем $\sigma_{0,2} = 401 \text{ MPa}$, $G_0 = 85 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$ и зависимость модуля сдвига и предела текучести от температуры приведены в таблице 1.

Таблица 1

Зависимость $g(T)$ и $q(T)$ от температуры / The dependence $g(T)$ and $q(T)$ on the temperature

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| T | 22 | 60 | 120 | 150 | 180 | 240 | 300 | 410 | 460 | 540 | 600 | 660 |
| $g(T)$ | 1.00 | 1.00 | 0.95 | 0.96 | 0.98 | 1.03 | 0.95 | 0.89 | 0.89 | 0.90 | 0.82 | 0.77 |
| $q(T)$ | 1.00 | 0.96 | 0.95 | 0.94 | 0.92 | 0.90 | 0.95 | 0.90 | 0.81 | 0.78 | 0.71 | 0.56 |

В дальнейшем будем рассматривать такие отношения h / R при которых трубу можно моделировать, как оболочку. Общая длина оболочки принималась равной $2L$ и выбиралась из тех соображений, чтобы на определенном расстоянии от нагретой области ее влиянием можно пренебречь. Очевидно, что задача имеет две плоскости симметрии $z = L$ и $\varphi = 0, \pi / 2$

Для решения задачи использовался программный комплекс конечно-элементных расчетов ABAQUS. Задавалась цилиндрическая система координат $\theta r z$ и, в силу симметрии, рассматривалась только четвертую часть трубы.

Эта область разбивалась на оболочечные 6–и узловые конечные элементы STRI65, как показано на рис. 2.

На краю оболочки $z = 0$ принималось условие плоского сечения. На линиях пересечения поверхности оболочки с плоскостями симметрии $z = L$ и $\varphi = 0$ задавались условия симметрии.

Для обеспечения устойчивого счета в окрестности предельного значения нагрузки использовалась кинематическая схема нагружения – задавался угол поворота концевого сечения $\vartheta(t)$, а изгибающие моменты подсчитывались через полученные реакции в сечении $z = 0$.

$$M = \sum_k \sigma_z^k y_k,$$

где σ_z^k, y_k – нормальные напряжения и координаты узлов в плоскости симметрии.

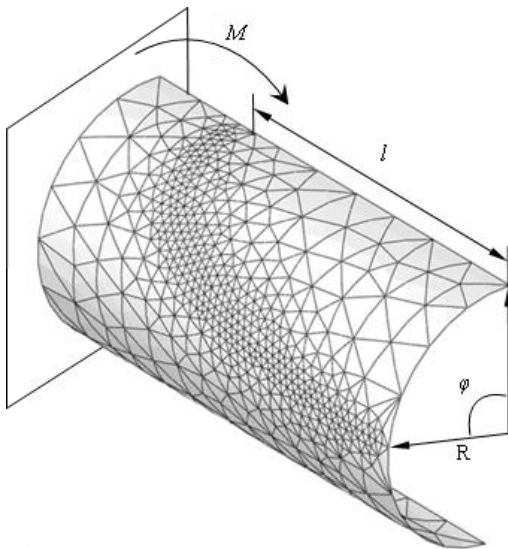


Рис. 2. Конечно–элементная разбивка при $\varphi = 60^\circ$ / Fig. 2. The finite element mesh with $\varphi = 60^\circ$

При расчетах был принят линейный закон поворота концевого сечения $\vartheta(t)$ и температуры $T(t)$. Для определения остаточных напряжений, деформаций и перемещений использовались расчетные значения в момент времени, когда $M(t) = 0$.

Таблица 2

Программа нагружения/The loading program

| | t_0 | t_1 | t_2 |
|----------------------|-------|-------|-------|
| $T_{\max}, ^\circ C$ | 20 | 400 | 20 |
| $\vartheta, рад$ | 0 | 0.001 | 0 |

Результаты

Расчеты проводились для трех длин оболочки $L = 0.8, 1.2, 1.8 м$ с одинаковым пятном нагрева. При расчетах было принято $h = 10 мм$, $R = 213 мм$. Предварительные расчеты показали, что для достижения приемлемой точности достаточно использовать сетки, состоящие из 721, 1067 и 1391 узлов, соответственно.

На рис. 3 приведены изолинии интенсивности остаточных напряжений. Как следует из представленных результатов характеры распределения остаточных напряжений для различных областей нагрева подобны и отличие заключается только в области больших напряжений.

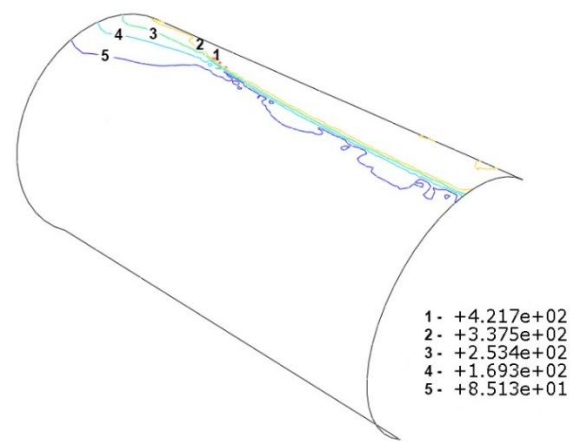


Рис. 3.а Изолинии интенсивности остаточных напряжений σ_u при $L=0.8 м$ / Fig. 3a Isolines of the intensity of the residual stresses σ_u in $L=0.8 м$

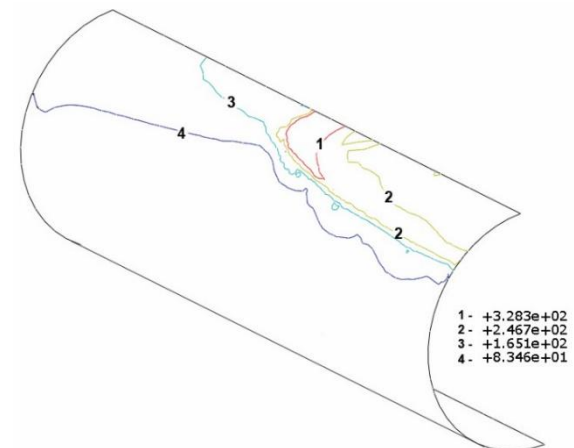


Рис. 3.б Изолинии интенсивности остаточных напряжений σ_u при $L=1.2 м$ / Fig.3b. Isolines of the intensity of the residual stresses σ_u in $L=1.2 м$

Относительные размеры максимальных остаточных поворотов трубы в зависимости от длины трубы табл. 3.

Таблица 3.

Остаточный поворот концевое сечения/

| | | | |
|--------------------------|--------|--------|--------|
| $L, \text{ мм}$ | 800 | 1200 | 1800 |
| $\vartheta, \text{ рад}$ | 0.0003 | 0.0005 | 0.0006 |

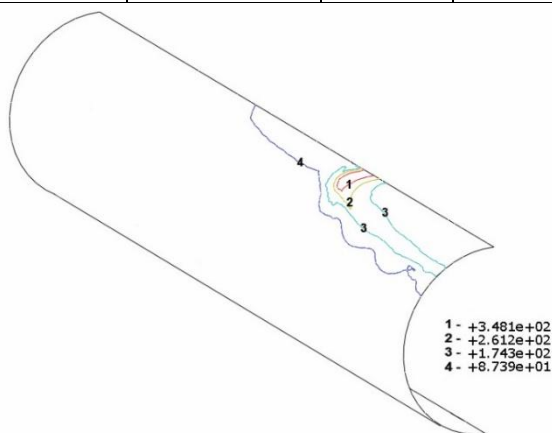


Рис. 3.в Изолинии интенсивности остаточных напряжений σ_u при $L=1.8\text{м}$ / Fig.3с. Isolines of the intensity of the residual stresses σ_u in $L=1.8\text{m}$

На рис. 4, 5 показано изменение формы трубы после снятия нагрузки. На рис. 4 представлен график максимальных остаточных прогибов трубы. Как видно из этого графика, на верхней части трубы возникают неровность поверхности и остаточный поворот крайнего сечения трубы. На рис. 6 показана овализация поперечного сечения трубы после снятия термомеханической нагрузки.

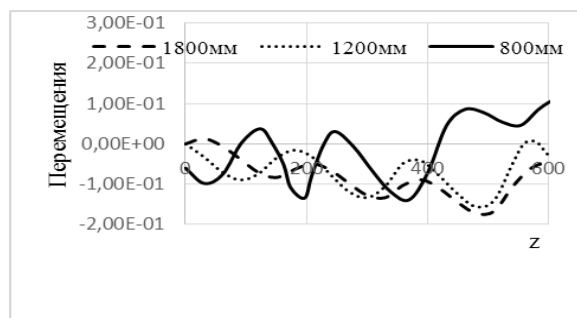


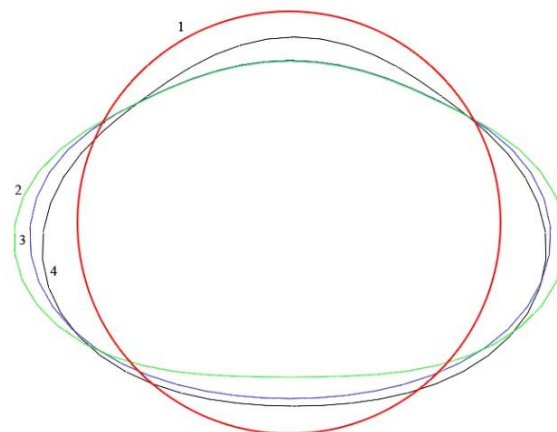
Рис. 4. Распределение остаточных перемещений в диаметральной сечении трубы / Fig.4. Residual displacement distribution in the diameter of the pipe section

Теоретическое и практическое значение

Теоретическое значение исследования заключается в разработке методики решения задачи изгиба труб при термосиловом нагружении для построения остаточных полей напряжений, деформаций и перемещений.

Построенная модель имеет практическое значение в области инженерных расчетов, которые могут быть в свою очередь использованы непосредственно при изготовлении строительных конструкций, включающих гнутые трубы большого диаметра.

Рис. 5. Овализация трубы после разгрузки (1–начальное состояние, 2– $L=800\text{ мм}$,



3 – $L=1200\text{ мм}$, 4 – $L=1800\text{ мм}$) / Fig.5. After unloading tube ovalization (1–initial state, 2 – $L=800\text{ мм}$, 3 – $L=1200\text{ мм}$, 4 – $L=1800\text{ мм}$)

Выводы

С помощью программного комплекса ABAQUS построена конечно–элементная модель деформации локально нагретой трубы при нагружении ее изгибающим моментом.

Построенная модель позволяет при заданной программе термосилового нагружения определить остаточное состояние трубы с заданными геометрическими размерами.

Она позволяет выбрать оптимальную конфигурацию нагреваемой области и режим нагружения для достижения необходимого изгиба трубы при выполнении ограничений на изменение толщины стенки и овализацию поперечного сечения.

На основании, проведенных расчетов можно сделать вывод, что при совместном изгибе и температурном воздействии может быть достигнута заданная кривизна трубы, которая ограничивается только возникающими искажениями поверхности трубы и изменением толщины трубы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Качанов Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов // Изд-во Тех-теор. лит. – М. – 1956. – С. 324.
2. Мерзляков В. А. Упругопластическое деформирование оболочек вращения при неосесимметричном нагружении (Обзор) / В.А. Мерзляков, Ю. Н. Шевченко // Прикл. мех. – 1999. – №5. – С. 3–39.
3. Ништа А. П., Скворцов А. Н. Конечно-элементное моделирование напряженного состояния горячегнутого отвода производства ооо «нефтегаздеталь» / А. П. Ништа, А. Н. Скворцов // Интеллектуальные системы в производстве. –2013. –№2 (22) – С. 93–96. <http://izdat.istu.ru/index.php/ISM/article/view/1624/437>
4. Asao H. Analysis in workability of pipe bending using high frequency induction heating / H. Asao, K. Okada, M. Watanabe, H. Matsumoto and N. Umeharea // Proceedings of The Twenty – Fourthth International Machine Tool design and Research Conference. – 1983. – P. 97–104.
5. Asao H. Numerical analysis of bending force in tube bending using frequency induction heating—investigation of metal forming local heating / H. Asao, K. Okada, S. Fujishima, T. Matsumoto // I, J. JSTP. – 1987. – Vol. 28 (313). – P. 150–157.
6. Behne T. A new bending technique for large diameter pipe / T. Behne // IAMI. – 1983. –Vol. 1. – P. 34.
7. Chen J. Behavior of High Strength Structural Steel at Elevated Temperatures / Chen J., Young B., Uy B. // Journal of Structural Engineering. – 2006. – Vol. 132(12). – P. 1948–1954. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2013.08.014>
8. Guo L. Behavior of thin-walled circular hollow section tube subjected to bending / L. Guo, S. Yang, H. Jiao // Thin-Walled Structures. – 2013. Vol. 73. – P. 281–289. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2013.08.014>
9. Hea Y. Advances and Trends on Tube Bending Forming Technologies / Y. Hea, L. Henga, Z. Zhiyonga, Z. Meia, L. Jinga, L. Guangjunb // Chinese Journal of Aeronautics. – 2012. – Vol. 25. – P. 1–12. doi:10.1016/S1000-9361(11)60356-7
10. Hu Z. Computer Simulation of Pipe-bending Processes with Small Bending Radius Using Local Induction Heating / Z. Hu, J.Q. Li // Journal of Materials Processing Technology. – 1999. – Vol. 91. – P. 75–79. [http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136\(98\)00425-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136(98)00425-7)
11. Orcan Y. Thermal stresses in elastic-plastic tubes with temperature-dependent mechanical and thermal properties / Y. Orcan, A.N. Eraslan // Journal of Thermal stresses. – 2001. – Vol. 24, №11. – P. 1097–1113. <http://dx.doi.org/10.1080/01495730152620087>
12. Panchal D. D Experimental Investigations in Pipe Bending Methods: A Literature Review / D.D. Panchal and A.M. Patel //International Journal of Advanced Research. – 2016. – Vol. 4, Is. 4. – P. 77–81. Journal DOI: 10.21474/IJAR01
13. Wang Z. T. Theory of pipe-bending to a small bend radius using induction heating / Z.T. Wang, Z. Hu // J. Mater. Process. Technol. – 1990. – Vol. 21. – P. 275–284. DOI: 10.1016/0924-0136(90)90047-X
14. Xu Y. Application of pulsating hydroforming in manufacture of engine cradle of austenitic stainless steel / Y. Xu, S. Zhang, M. Cheng, H. Song, X. Zhang // Procedia Engineering. – 2014. – Vol. 8. – P. 12205 – 2210. doi:10.1016/j.proeng.2014.10.309

REFERENCES

1. Kachanov L. M. *Osnovy teorii plastychnosti* [Fundamentals of the Theory of Plasticity]. M.: izd-vo Tekh- teor lit., 1956. 324 p. (in Russia)
2. Merzlyakov V. A. *Upruhoplastycheskoe deformatsionnoe obolochek vrashcheniya pry neosesymmetrychnom nahruzhenii* [Elastoplastic deformation of shells of revolution under axisymmetrical loading]. (*Obzor*) / V.A. Merzlyakov, Yu.N. Shevchenko // Prikl. mekh. 1999, №5, P.3–39. (in Russia)
3. Nyshta A. P., Skvortsov A.N. *Konechno-elementnoe modelirovanie napriazhennoho sostoyaniia horyachehnutoho otvoda proizvodstva ooo «neftegazdetal»* [Finite element modeling of the stress state of a hot bending pipe produced by LLC "neftegazdetal"]. *Intellektualnye systemy v proizvodstve.*, 2013., № 2 (22).(in Russia)
4. Asao H., K. Okada, M. Watanabe, H. Matsumoto and N. Umeharea, *Analysis in workability of pipe bending using high frequency induction heating*. Proceedings of The Twenty – Fourthth International Machine Tool design and Research Conference, 1983, p. 97–104.
5. Asao H., Okada K., Fujishima S., Matsumoto T., *Numerical analysis of bending force in tube bending using frequency induction heating—investigation of metal forming local heating*. I, J. JSTP, 28 (313) 1987, p.150–157.
6. Behne T. *A new bending technique for large diameter pipe*. IAMI, 1, 1983, 34.
7. Chen J., Young B., Uy B. *Behavior of High Strength Structural Steel at Elevated Temperatures*. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(12), p. 1948–1954.
8. Guo L., Yang S., Jiao H. *Behavior of thin-walled circular hollow section tube subjected to bending*. Thin-Walled Structures, 73, 2013, p. 281–289.
9. Hea Y., Henga L., Zhiyonga Z., Meia Z., Jinga L., Guangjunb L. *Advances and Trends on Tube Bending Forming Technologies*. Chinese Journal of Aeronautics, 25, 2012, p. 1–12.
10. Hu Z., Li J.Q. *Computer Simulation of Pipe-bending Processes with Small Bending Radius Using Local Induction Heating*. Journal of Materials Processing Technology, 91, 1999, p. 75–79.
11. Orcan Y., Eraslan A. N. *Thermal stresses in elastic-plastic tubes with temperature-dependent mechanical and thermal properties*. Journal of Thermal stresses, 2001, V. 24, №11, P. 1097–1113.
12. Panchal D. D. and Patel A.M. *Experimental Investigations in Pipe Bending Methods: A Literature Review*. International Journal of Advanced Research (2016), V. 4, Is. 4, p.77–81.
13. Wang Z. T., Hu Z. *Theory of pipe-bending to a small bend radius using induction heating*. J. Mater. Process. Technol., 21, 1990, 275–284.
14. Xu Y., Zhang S., Cheng M., Song H., Zhang X. *Application of pulsating hydroforming in manufacture of engine cradle of austenitic stainless steel*. *Procedia Engineering*, 81, 2014, p. 2205 – 2210

Стаття надійшла до редколегії 06.09.2016