

ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ МАРКОВСЬКИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ У НОРМУВАННІ ПРАЦІ

MARKOV RANDOM PROCESSES MODELS APPLICATION IN LABOUR STANDARDIZATION

Манталюк О.В.

кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри автоматизованих систем
і моделювання в економіці,
Хмельницький національний університет

У статті проаналізовано сучасний стан нормування праці в Україні та за кордоном. Запропоновані шляхи його поліпшення. Наводиться розроблений автором підхід до організації збору статистичної інформації про витрати часу на основі самоспостережень з використанням математичного апарату марковських випадкових процесів.

Ключові слова: марковські процеси, нормування праці, норми часу, статистичні спостереження, математичне моделювання, самонормування, матриця перехідних імовірностей.

В статье проанализировано современное состояние нормирования труда в Украине и за рубежом. Предложены пути его улучшения. Приводится разработанный автором подход к организации сбора статистической информации о затратах времени на основе самонаблюдений с использованием математического аппарата марковских случайных процессов.

Ключевые слова: марковские процессы, нормирование труда, нормы времени, статистические наблюдения, математическое моделирование, самонормирование, матрица переходных вероятностей.

This article analyzes the present state of labor standardization in Ukraine and abroad. The ways of its improvement are proposed. Developed by the authors approach to the organization of statistical data collecting about the charges of time on the basis of introspections with the use of mathematical tool of the Markov random processes has been presented. Particular attention is paid to reducing the period of labor standards development on the base of self-standardizing. The last one means recording the type of activity by the employee himself.

Key words: Markov processes, labor standardization, standards for time, statistical observations, mathematical modeling, self-standardizing, the transition matrix of a Markov process.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Будь-яке підприємство або організація, що функціонує в ринкових умовах, зацікавлено в підвищенні ефективності своєї роботи за рахунок зростання продуктивності праці та зменшенні собівартості продукції або послуг, покращенні фінансових показників, зміцненні конкурентної позиції. Водночас неможливо говорити про ефективність функціонування будь-якого об'єкта без зіставлення витрат та результатів праці. Основою такого порівняння, тобто мірою праці, має слугувати норма часу на виконання певного виду роботи в певних умовах [1, с. 4]. Саме норма часу є найважливішим показником, котрий має бути закладений в основу розрахунку заробітної плати, трудомісткості виробничих процесів, необхідної чисельності працівників, собівартості та ціни продуктів

праці. У зв'язку з цим надзвичайно важливим інструментом ефективного управління підприємством є нормування праці різних категорій працівників.

У 90-х роках минулого століття під час переходу від планово-адміністративної економіки до ринкової на підприємствах колишнього СРСР відбувалася ліквідація підрозділів, що традиційно займалися організацією і нормуванням праці, різко скорочувалися обсяги робіт із розроблення нормативів і норм, а також безпосередньо з нормування. Цьому сприяли децентралізація управління виробництвом, приватизація об'єктів господарювання, бажання власників підприємств зекономити за нерозуміння ролі норми часу як міри праці. У результаті такого ставлення нині нормування праці в Україні знаходиться в незадовільному стані.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання цієї проблеми і на які спирається автор. Розв'язанню проблеми розроблення норм праці у пострадянський період присвячені праці таких вітчизняних та зарубіжних учених, як Б.М. Ігумнов [2], Т.П. Завгородня [3], В.Б. Бичін [4], О.В. Жадан [5], В.О. Житченко [6], В.В. Скриль [7] та інші.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття. Не до кінця вирішеною залишається проблема зниження трудомісткості розроблення норм часу.

Формулювання цілей статті (**постановка завдання**). З огляду на актуальність визначеної проблеми, сформулюємо завдання дослідження:

1. Проаналізувати стан нормування праці на підприємствах України та за кордоном.
2. Дати пропозиції щодо його поліпшення.
3. Запропонувати засоби, які дали би змогу скоротити трудомісткість робіт із розроблення норм часу.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Аналіз стану досліджуваної проблеми показав таке:

1. Натепер ліквідована система державних установ, що займалися питаннями розроблення та оновлення нормативів і норм на міжгалузевому та галузевих рівнях.

2. На підприємствах, як правило, відсутні підрозділи, що професійно займаються нормуванням праці, а їхні функції передані іншим відділам. Відповідно, скорочені посади нормувальників.

3. За свідченням [8, с. 1], [9, с. 160], наявна на підприємствах колишнього СРСР нормативна база є застарілою, належить до 80–90-х років минулого століття і не враховує сучасного технічного рівня виробництва.

4. Більшості підприємств бракує сучасних комп'ютерів і відповідного програмного забезпечення, що утруднює автоматизацію процесів нормування.

5. В країні є дефіцит спеціалістів з організації та нормування праці. За свідченням [10, с. 53], серед великої кількості українських вузів лише вісім установ випускають фахівців за спеціальністю «Управління персоналом і економіка праці».

6. Заробітна плата нараховується працівникам волонтаристськи, без оцінювання реальних витрат праці та їх зіставлення з результатами.

7. Якщо зіставити стан науки і практики нормування праці у вітчизняній економіці з аналогічним станом в економіці країн ближнього і далекого зарубіжжя, то таке порівняння буде не на нашу користь.

За свідченням джерела [8], в усіх капіталістичних країнах ніколи не припинялося використання норм праці. Навіть у періоди жорсто-

ких криз рівень охоплення нормуванням праці становив 80–90%. При цьому рівень відрядної оплати праці становив 20–30%, тобто норми праці використовувалися не тільки для організації оплати праці працівників, а й для проектування трудових процесів, організації праці, управління і виробництва.

8. Сьогодні підприємства часто змушені розробляти норми часу на виконання тих або інших робіт власними силами. Як відомо, одержання нормативних матеріалів, встановлення норм праці та складання балансів витрат робочого часу забирають від деяких змін для фотографії методом моментних спостережень до 1,5–2 годин на одну норму за застосування мікроелементів [2, с. 12]. Висока трудомісткість таких робіт, особливо для багатонаменклатурних виробництв, де обсяги робіт обчислюються десятками і сотнями тисяч норм на рік, породжує неподоланні труднощі, що знижує якість норм праці, а значить, і ефективність управління, планування й організації виробництва. Водночас в умовах ринкової економіки та інтенсивної автоматизації всіх видів робіт на підприємствах склалися сприятливі умови для реалізації найефективнішого способу спостережень – самоспостережень.

З метою скорочення трудомісткості розроблення норм далі у цій статті пропонується використовувати нові методи збору та обробки інформації про витрати часу, що ґрунтуються на самоспостереженнях та застосуванні математичного апарату марковських випадкових процесів.

Приведемо спочатку у відповідність найбільш складні задачі нормування з описом процесів праці за схемами марковських ланцюгів із новими методами спостережень, сутність яких диктується математичними моделями. В основу покладемо процеси праці основних робітників, що характеризуються одним рівнем невизначеності – невизначеністю витрат часу на виконання операції. В подальшому будемо позначати їх як процеси M1. Потім, нарощуючи складність процесів і застосовуючи моделі, що їм відповідають, будемо розробляти методи спостережень.

Для процесів M1 можна непрямим шляхом, за фактичним виробітком, визначати фактичні середні витрати часу $t_{\text{сеп}}$ і відхилення від середніх ($\pm \delta_{\text{сеп}}$). Проте є важлива обставина, що не дозволяє точно визначити ці характеристики, оскільки під час фіксування фактичного виробітку залишається невідомою величина простоїв на робочому місці з причини відмов.

Розглянемо задачу визначення середніх витрат часу з відхиленнями для процесів M1. Уведемо такі позначення: S_0 і P_0 – відповідно стан роботи та ймовірність цього стану; S_1, S_2, \dots, S_k – стани простоїв, що диференційовані за їх видами (неподання заготовок, простої через перевантаженість наступного робочого місця, непо-

дання електроенергії, поламка інструменту, малі ремонти, очікування обслуговування, таке інше); P_1, P_2, \dots, P_k – імовірності простоїв різного виду.

Стани простоїв мають бути диференційовані, оскільки вони є резервами економії часу. У найпростішому разі можна виділити всього два стани: S_0 і S_1 , що зменшує обсяг робіт із фіксування станів. Маючи в наявності фактичні витрати часу, що фіксуються за простоями, одержимо:

$$\Phi_{S_0} = \Phi_{зм} - \sum_{j=1}^k \Phi_j, \quad (1)$$

де Φ_{S_0} , $\Phi_{зм}$, Φ_j – відповідно фонд часу без відмовної роботи (час перебування в стані S_0); фонд часу робочої зміни і стану простоїв.

У міру накопичення інформації за декілька робочих змін нескладно отримати:

$\Phi_{S_0,сер} \pm \delta_{\Phi_{S_0}}$ – середню величину фонду часу роботи з допусками на відхилення;

$\frac{(\Phi_{S_0,сер} + \delta_{\Phi_{S_0}})}{n} = t_{S_0,max}$ – максимальну величину витрат часу на виконання операції;

$\frac{(\Phi_{S_0,сер} - \delta_{\Phi_{S_0}})}{n} = t_{S_0,min}$ – мінімальну величину норми часу;

$t_{S_0,сер} \pm \delta_{t_{S_0}} = \frac{(t_{S_0,min} + t_{S_0,max})}{2} \pm (t_{S_0,max} - t_{S_0,сер})$ – середнє значення норми часу з допусками на відхилення;

$P_0 = \frac{\Phi_{S_0}}{\Phi_{зм}}$ – імовірність стану S_0 .

Аналогічно можна одержати і решту характеристик за станами простоїв. Крім того, якщо стан S_0 розчленити на підстани $S_{01}, S_{02}, \dots, S_{0n}$ залежно від кількості складових норм часу, то можна вести обробку на основі балансу витрат часу, як це робиться в індивідуальній фотографії. Обробляючи дані по всіх робочих місцях, нескладно отримати картину балансів по дільницях, цехах. З'являється ще можливість перевірити баланси витрат робочого часу з будь-яким ступенем деталізації розрахунків і по обслуговуючому виробництву для коректування норм обслуговування і чисельності.

Запропонованій методиці збору й обробки результатів спостережень властиві два недоліки: по-перше, невідомо, як довго повинні виконуватися самоспостереження; по-друге – з якою періодичністю. Для розв'язання першого питання і потрібні знання про природу математичних моделей. Зокрема, якщо довести, що процеси праці описуються ергодичними марковськими процесами, то механізм розв'язання полягає у зведенні вихідної матриці до степеню. Помноживши матрицю саму на себе декілька разів, прийдемо до такого стану, коли кожен рядок стохастичної матриці обертається на нерухомий вектор. Матриця вихідних станів:

$$M_{вух.} = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \dots & P_{0j} & \dots & P_{0k} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1j} & \dots & P_{1k} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2j} & \dots & P_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{i0} & P_{i1} & P_{i2} & \dots & P_{ij} & \dots & P_{ik} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{k0} & P_{k1} & P_{k2} & \dots & P_{kj} & \dots & P_{kk} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Матриця, отримана після зведення до степеню з досить високим показником, кожен рядок якої є нерухомим вектором:

$$M = \begin{pmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 & \dots & P'_j & \dots & P'_k \\ P'_0 & P'_1 & P'_2 & \dots & P'_j & \dots & P'_k \\ P'_0 & P'_1 & P'_2 & \dots & P'_j & \dots & P'_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P'_0 & P'_1 & P'_2 & \dots & P'_j & \dots & P'_k \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Показник степеню дорівнює числу робочих змін, що необхідні для проведення самоспостережень. Періодичність спостережень можна призначати, виходячи з досвіду: якщо відсутні будь-які зміни на робочому місці, то відпадає необхідність у подальших спостереженнях.

Розглянемо тепер процеси праці з двома рівнями невизначеності (M2). Для цієї ситуації, окрім допусків на відхилення в тривалості робіт, імовірнісний характер також має частота появи потреби у виконанні останніх.

Задачі опису процесів M2 дуже різноманітні й охоплюють обслуговуюче виробництво, а також працю управлінців, що виконують декілька виробничих функцій. В останньому разі, наприклад, необхідно мати дані не лише про витрати часу на виконання тієї або іншої функції, але й про питому вагу кожної з них за деякий відрізок календарного часу. Цілком очевидно, що той самий тип задач є характерним для наладчиків, чергових електриків, електронників, ремонтників та деяких інших категорій працівників.

Єдиним можливим методом проведення спостережень для цих видів робіт є індивідуальна фотографія робочого дня. Проте її застосування обмежено багатьма обставинами: «рухливістю» працівників, незручностями у проведенні спостережень, високою трудомісткістю, низькою точністю результатів. Тому тут потрібні принципово нові підходи.

Метод, що пропонується нижче, дає змогу самому працюючому фіксувати лише послідовності зміни станів, а всю необхідну інформацію одержувати шляхом обчислень: частку часу на кожну виробничу функцію з урахуванням відхилень; середній із відхиленнями час перебування в кожному стані; повторюваність кожної функції.

Нехай S_0, S_1, S_2, \dots – стани, що відповідають усьому переліку виробничих функцій; S_{np} – стан

простою. Тоді під час самонормування спеціаліст сам фіксує послідовність виконання тієї чи іншої виробничої функції за досліджуваний інтервал часу:

$$\Delta t_1: S_2, S_0, S_2, \dots, S_n;$$

$$\Delta t_2: S_n, S_2, S_0, S_2.$$

Маючи в розпорядженні такі дані для інтервалів часу, як: $\Delta t_1 = \Delta t$, $\Delta t_2 = 2 \cdot \Delta t$, $\Delta t_3 = 3 \cdot \Delta t$, ..., можна довести, що по мірі накопичення інформації може змінюватися тип марковського процесу. Наприклад, на рис. 1 наведено граф станів для неперервного марковського ланцюга з одним поглинаючим (S_n) і одним станом без вороття (S_B).

Зробимо тепер припущення про те, що працюючий через кожні дві години записує послідовності функцій, що ним виконуються:

$$10^{00}: S_0, S_4, S_3 \dots$$

$$12^{00}: S_1, S_2, S_1 \dots$$

...

$$18^{00}: S_0, S_1, S_0 \dots$$

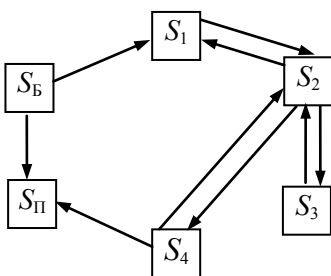


Рис. 1. Неперервний неергодичний марковський процес

Рис. 1 відповідає даним за двогодинні інтервали. Якщо як інтервал часу прийняти чотири години, то характер процесу може змінитися. Наприклад, він став ергодичним; причому в ньому були відсутні поглинаючий стан та стан без вороття (рис. 2).

Перелічені характеристики, які отримують після обробки даних, дають повну інформацію про норми праці для процесів М2. Напевно, відсутній інший, ще більш простий і менш трудомісткий шлях організації самопостережень для цих складних процесів праці.

Механізм обробки даних самопостережень полягає в такому: за даними спостережень (табл. 1) будується матриця щільностей ймовірностей переходу зі стану в стан; причому від-

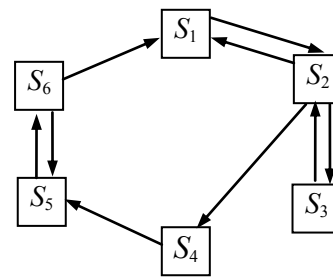


Рис. 2. Граф ергодичного марковського процесу

сутність переходу (тобто S_{00} , S_{11} , S_{22} і так далі) не фіксується спостерігачем. Потім формується система диференціальних рівнянь Колмогорова для всіх станів системи, і на основі її розв'язку знаходять перелічені вище характеристики.

Розглянемо ще один метод проведення спостережень для виробничих ситуацій, коли неперервне спостереження за якоюсь причиною провести неможливо. Тоді це мають бути епізодичні спостереження. В названому разі можна використати апарат марковських процесів із дискретним часом, як однорідних, так і неоднорідних. Якщо в процесі збору даних вдається довести, що ймовірності переходу змінюються від кроку до кроку, то з'являється можливість використати моделі і методи марковських однорідних ланцюгів. У протилежному разі доводиться визнати, що процес є неоднорідним, і застосовувати відповідний математичний апарат. Якщо об'єкти «старіють», тобто змінюють стани таким чином, що теперішній стан стає неможливим у майбутньому (наприклад, якість об'єкта не повністю відновлюється після ремонту), то такі процеси відносяться до марковських випадкових процесів із безповоротними станами.

Якщо ставиться завдання прогнозування термінів служби об'єктів, то слід розглядати процес як марковський із поглиненням. Для ілюстрації сказаного вище розглянемо такий приклад постановки задачі. Нехай в умовах малосерійного виробництва ріжучий інструмент може знаходитися на робочому місці токаря (стан S_1), на робочому місці заточувальника (S_2) або в ремонті (S_3). Граф процесу наведено на рис. 3.

Для прогнозування обсягів робіт із заточування та ремонту інструменту (стан S_2 та S_3) необхідно мати інформацію про ймовірності зміни станів. Таку інформацію можна одержати, якщо під час сортування інструменту реєстру-

Таблиця 1

Форма документа для самонормування

$S_i - S_j$	Число фіксованих переходів з S_i до S_j		
	$8^{00} - 10^{00}$	$10^{00} - 12^{00}$	$8^{00} - 12^{00}$
$S_1 - S_0$	2	1	3
$S_0 - S_1$	2	3	5
$S_2 - S_4$	0	1	1

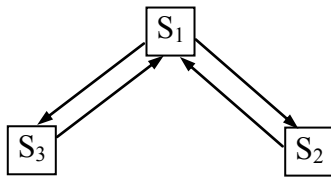


Рис. 3. Граф марковського дискретного процесу з трьома станами

вати кількість одиниць, що змінили свій стан. Реєстраційний лист повинен мати форму, подібну до наведеної в табл. 2, і містити дані про кількість інструментів, що були зареєстровані в інструментально-роздавальній коморі по днях тижня (за тиждень, місяць або інший інтервал часу) під час надходження до комори з робочих місць (переходи $S_1 - S_2$ та $S_1 - S_3$), із заточувальної та ремонтної дільниць (відповідно, $S_2 - S_1$ і $S_3 - S_1$).

Елементи матриці ймовірностей переходу для першого дня спостережень можна подати у вигляді:

$$P(1) = \begin{pmatrix} \frac{(n_1(0) - 13)}{n_1(0)} & \frac{8}{n_1(0)} & \frac{5}{n_1(0)} \\ \frac{11}{n_2(0)} & \frac{(n_2(0) - 11)}{n_2(0)} & 0 \\ \frac{7}{n_3(0)} & 0 & \frac{(n_3(0) - 5)}{n_3(0)} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де $n_1(0)$, $n_2(0)$, $n_3(0)$ – кількість інструментів, що знаходились у кожному зі станів напередодні першого дня спостережень.

Матриця $P(1)$ може бути подана в загальному вигляді:

$$P(1) = \begin{pmatrix} \frac{(n_1(0) - \Delta n_{12} - \Delta n_{13})}{n_1(0)} & \frac{\Delta n_{12}}{n_1(0)} & \frac{\Delta n_{13}}{n_1(0)} \\ \frac{\Delta n_{21}}{n_2(0)} & \frac{(n_2(0) - \Delta n_{21})}{n_2(0)} & 0 \\ \frac{\Delta n_{31}}{n_3(0)} & 0 & \frac{(n_3(0) - \Delta n_{31})}{n_3(0)} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для формування матриці $P(2)$ ймовірностей переходу в другий день необхідно визначити кількість об'єктів (інструментів), що перебували в станах S_1 , S_2 та S_3 у перший день спостережень:

$$n_1(1) = n_1(0) + \Delta n_{21} + \Delta n_{31} - \Delta n_{12} - \Delta n_{13};$$

$$n_2(1) = n_2(0) + \Delta n_{12} + \Delta n_{32} - \Delta n_{21} - \Delta n_{23};$$

$$n_3(1) = n_3(0) + \Delta n_{13} + \Delta n_{23} - \Delta n_{31} - \Delta n_{32}.$$

Загальний вираз для обчислення кількості об'єктів у тому чи іншому стані в кожний наступний k -й день можна подати таким рекурентним співвідношенням:

$$n_i(k) = n_i(k-1) + \sum_{j=1}^m \Delta_{n_{ij}}^{(k)} - \sum_{j=1}^m \Delta_{n_{ij}}^{(k)}, \quad (6)$$

де k – номер дня спостережень ($k = \overline{1, K}$);

i, j – номер стану ($i, j = \overline{1, m}$);

$n_i(k)$ – кількість об'єктів, що перебували в i -му стані на кінець k -го дня спостережень;

$\Delta_{n_{ij}}^{(k)}$ – кількість об'єктів, що поміняли i -й стан на j -й впродовж k -го дня спостережень.

Кількість об'єктів, що знаходяться в i -му стані в k -й день спостережень, може бути виражена через відповідну характеристику для дня, що передувє початку спостережень, тобто через $n_i(0)$:

$$n_i(k) = n_i(0) + \sum_{t=1}^k \sum_{j=1}^m \Delta_{n_{ij}}^{(t)} - \sum_{t=1}^k \sum_{j=1}^m \Delta_{n_{ij}}^{(t)}. \quad (7)$$

Із виразів (6) і (7) зрозуміло, що для отримання матриць ймовірностей переходів необхідна інформація про розподіл об'єктів за станами в день, який передував першому дню спостережень. Нехай для розглядуваного прикладу $n_1(0)=200$; $n_2(0)=80$; $n_3(0)=60$. Тоді обчислення, що виконуються під час визначення елементів матриці $P(1)$, можна подати у вигляді табл. 3.

Тепер можна визначити безпосередньо елементи матриці ймовірностей переходу $P(k)$, користуючись такими формулами:

$$P(k) = \begin{pmatrix} \frac{(n_1(k-1) - \sum_{j=1}^3 \Delta n_j^{(k)})}{n_1(k-1)} & \frac{\Delta n_{12}(k)}{n_1(k-1)} & \frac{\Delta n_{13}(k)}{n_1(k-1)} \\ \frac{\Delta n_{21}(k)}{n_2(k-1)} & \frac{(n_2(k-1) - \sum_{j=2}^3 \Delta n_{2j}(k))}{n_2(k-1)} & \frac{\Delta n_{23}(k)}{n_2(k-1)} \\ \frac{\Delta n_{31}(k)}{n_3(k-1)} & \frac{\Delta n_{32}(k)}{n_3(k-1)} & \frac{(n_3(k-1) - \sum_{j=1}^2 \Delta n_{3j}(k))}{n_3(k-1)} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Таблиця 2

Листок реєстрації руху інструменту за тиждень

$S_i - S_j$	Кількість зареєстрованих інструментів					Всього за тиждень
	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.	Пт.	
$S_1 - S_2$	8	13	18	17	14	68
$S_1 - S_3$	5	9	11	13	12	49
$S_2 - S_1$	11	10	16	14	10	62
$S_3 - S_1$	7	9	13	10	8	49
Разом:	31	41	58	54	44	228

Таблиця 3

Проміжні дані для обчислення елементів матриці ймовірностей переходу

S_i	$n_i(0)$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(1)}$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(1)}$	$n_i(1)$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(2)}$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(2)}$	$n_i(2)$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(3)}$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(3)}$
S_1	200	18	13	205	19	22	202	19	29
S_2	80	8	11	77	13	10	80	18	16
S_3	60	5	7	58	9	9	58	11	3
Σ	340	31	31	340	41	41	340	48	48

продовження таблиці 3

S_i	$n_i(3)$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(4)}$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(4)}$	$n_i(4)$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(5)}$	$\sum_{j=1}^3 \Delta n_{ij}^{(5)}$	$n_i(5)$
S_1	192	24	30	186	18	26	178
S_2	82	17	14	85	14	10	89
S_3	66	13	10	69	12	8	73
Σ	340	54	54	340	44	44	340

За допомогою (8) і даних табл. 3 визначені матриці ймовірностей переходу в кожний із п'яти днів спостережень для розглядуваного прикладу:

$$P(1) = \begin{pmatrix} 0,93 & 0,04 & 0,03 \\ 0,14 & 0,00 & 0,86 \\ 0,12 & 0,00 & 0,88 \end{pmatrix}; P(2) = \begin{pmatrix} 0,89 & 0,06 & 0,05 \\ 0,13 & 0,8 & 0,00 \\ 0,16 & 0,00 & 0,84 \end{pmatrix}$$

$$P(3) = \begin{pmatrix} 0,86 & 0,09 & 0,05 \\ 0,20 & 0,80 & 0,00 \\ 0,22 & 0,00 & 0,78 \end{pmatrix}; P(4) = \begin{pmatrix} 0,84 & 0,09 & 0,07 \\ 0,17 & 0,83 & 0,00 \\ 0,15 & 0,00 & 0,85 \end{pmatrix};$$

$$P(5) = \begin{pmatrix} 0,86 & 0,08 & 0,06 \\ 0,12 & 0,88 & 0,00 \\ 0,12 & 0,00 & 0,88 \end{pmatrix}.$$

З метою аналізу тенденцій марковського процесу обчислимо елементи так званих матриць накопичених ймовірностей $P^*(k)$, які залежать мультиплікативно від усіх матриць $P(t)$ ($t \leq k$), тобто:

$$P^*(k) = \prod_{t=1}^k P(t). \quad (9)$$

Очевидно, що для першого кроку (дня) накопичена матриця збігається з матрицею перехідних ймовірностей: $P^*(1) = P(1)$. Для розглядуваного прикладу обчислення за формулою (9) приводять до матриць накопичених ймовірностей, які подані нижче:

$$P^*(1) = P(1) = \begin{pmatrix} 0,93 & 0,04 & 0,03 \\ 0,14 & 0,00 & 0,86 \\ 0,12 & 0,00 & 0,88 \end{pmatrix};$$

$$P^*(2) = P^*(1) \cdot P(2) = \begin{pmatrix} 0,84 & 0,09 & 0,07 \\ 0,24 & 0,75 & 0,01 \\ 0,25 & 0,01 & 0,74 \end{pmatrix};$$

$$P^*(3) = P^*(2) \cdot P(3) = \begin{pmatrix} 0,76 & 0,15 & 0,09 \\ 0,36 & 0,62 & 0,02 \\ 0,38 & 0,03 & 0,59 \end{pmatrix};$$

$$P^*(4) = P^*(3) \cdot P(4) = \begin{pmatrix} 0,68 & 0,19 & 0,13 \\ 0,41 & 0,55 & 0,04 \\ 0,41 & 0,06 & 0,53 \end{pmatrix};$$

$$P^*(5) = P^*(4) \cdot P(5) = \begin{pmatrix} 0,62 & 0,22 & 0,16 \\ 0,42 & 0,52 & 0,06 \\ 0,42 & 0,09 & 0,49 \end{pmatrix}.$$

Проаналізуємо отримані результати. Елемент P_{11}^* неухильно зменшується від 0,93 для першого дня спостережень до 0,62 для всіх п'яти днів, хоча відповідний елемент у матрицях ймовірностей переходу зазнає менш значних коливань: $P_{11}(1)=0,93$ і $P_{11}(5)=0,86$. Подібний аналіз можна провести і для будь-яких інших елементів.

Елементи P_{23} та P_{32} залишаються нульовими для всіх матриць перехідних ймовірностей, оскільки переходи зі стану S_2 до стану S_3 і з S_3 до S_2 є неможливими подіями. Водночас відповідні елементи матриці накопичених ймовірностей поступово збільшуються: $P_{23}^*(5)=0,06$ і $P_{32}^*(5)=0,09$. Цей факт вказує лише на відмінність матриць $P^*(k)$ та $P(k)$ за фізичним змістом їх елементів.

Якщо позначити літерою Б елементи матриці, які збільшуються під час переходу від одного до п'яти днів спостережень, а буквою М – ті, що зменшуються, то динаміку зміни будь-якої матриці накопичених ймовірностей можна символічно подати в такому вигляді:

$$\begin{pmatrix} М & Б & Б \\ Б & М & Б \\ Б & Б & М \end{pmatrix}.$$

Наявність таких визначених тенденцій у зміні елементів матриці $P^*(k)$ у відповідь на зростання k свідчить про те, що значення цих елементів прямують до сталих величин. Елементи двох останніх матриць $P^*(4)$ та $P^*(5)$ можна вважати такими, що не розрізняються, лише з точністю до 0,01, що є грубим наближенням. Таким чином, можна стверджувати, що за п'ять днів спостережень система не досягла стану рівноваги, і дослідження слід продовжити. При цьому крок одержання інформації може бути збільшений від одного дня до, наприклад, тижня. В умовах оснащення комп'ютерною технікою сортувальних дільниць, інструментально-роздавальних комор, складів проблеми одержання інформації немає: в автоматизовану систему вбудовується блок аналізу даних та розрахунків для будь-якого календарного періоду. Однак, крім безпосереднього продовження досліджень, є й інша можливість розв'язання поставленої задачі. Цей спосіб полягає в умовному переході від неоднорідного процесу до однорідного. Такий перехід стає можливим, якщо умови виробництва є стабільними в статистичному сенсі впродовж усього розглядуваного інтервалу часу. Перевірка даних на стабільність (однорідність) може бути проведена методами, викладеними в [7].

Висновки з цього дослідження і перспективи подальших розвідок у цьому напрямі. У статті виконано стислий аналіз сучасного стану нормування праці в Україні та за кордоном. Особлива увага приділена вирішенню проблеми скорочення трудомісткості розроблення норм праці на підприємствах, що передбачає застосування самонормування для збору інформації про витрати часу та апарату марковських випадкових процесів – для її опрацювання. Розглянута задача самонормування є однією з найважливіших, оскільки її розв'язання пов'язане з одержанням знань про обсяги робіт різного виду, а значить – із плануванням чисельності працівників різних професій та кваліфікацій, необхідних для виконання цих робіт. При цьому одні й ті самі процеси в різних виробничих умовах можуть бути досліджені з різним ступенем деталізації.

Зауважимо, що в ринкових умовах саме науково обґрунтоване нормування праці може і повинно стати основним засобом підвищення продуктивності праці, економії фонду заробітної плати, скорочення собівартості продукції і, в кінцевому рахунку, зростання ефективності виробництва та підвищення його конкурентоспроможності.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Новожилов В.В. Принципы измерения затрат и результатов труда при оптимальном планировании. Москва: Экономика, 1967. 376 с.
2. Игумнов Б.Н. Автоматизированные системы проектирования и нормирования труда. Львов : Свит, 1992. 272 с.
3. Завгородняя Т.П. Модели и методы в нормировании затрат и результатов труда: Дис. на соиск. уч. ст. доктора экон. наук: 08.03.02 – Хмельницкий, 1994. 328 с.
4. Бычин В.Б. Организация и нормирование труда: учебник/ под ред. Ю.Г. Одегова. Москва: РУСАЙНС, 2017. 272 с.
5. Жадан О.В. Соціально-економічне значення нормування праці в сучасному суспільстві. Держава та регіони. Серія «Економіка та підприємництво». 2013. № 6. С. 16–20.
6. Житченко В.О. Значення нормування праці в сучасних умовах. Управління розвитком. 2014. № 2. С. 26–27.
7. Скриль В.В., Галайда Т.О. Удосконалення системи нормування праці на промислових підприємствах. Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія «Економічні науки». 2014. Вип. 7(3). С. 181–184.
8. Голинев В.И. Проблемы нормирования труда в современных условиях. Журнал университета водных коммуникаций. 2011. № 3. С. 199 – 2005. URL: <http://www.cyberleninka.ru/article/n/problemy-normirovaniya-truda-v-sovremennyh-usloviyah> (дата звернення 1.07.2018).
9. Дзюба С.Г., Гайдай І.Ю. Напрямки використання міжнародного досвіду організації нормування і оплати праці в контексті глобалізації економіки. Наукові труди Донецького національного технічного університету. Економічна серія. 2004. № 87. с. 159–165.
10. Нормування праці в вітчизняній і міжнародній економіці. Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, Лтд». 2005. 172 с.