

УДК 519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.260222.21.629

## МОДЕЛЮВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

ВОЛЧУК В. М., *докт. техн. наук, доц.*

Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

**Анотація. Актуальність роботи.** Пошук співвідношення між структурою та властивостями матеріалів залишається одним із пріоритетних завдань матеріалознавства. Оскільки процеси структуроутворення відбуваються для більшості матеріалів у відкритих системах, на їх властивості впливають багато параметрів технології. Елементи структури при цьому можуть мати складну геометричну конфігурацію. Наприклад, під час термічної обробки конструкційних сталей отримують різні структури. Виходячи з продуктів розпаду аустеніту, це можуть бути: відманштетів та голчастий ферит, мартенсит, бейніт та ін. Моделювання фігурами Евкліда елементів подібних структур має певні труднощі, що криються в пошуку адекватної метрики для їх апроксимації. Це впливає на точність результатів оцінювання властивостей матеріалів на основі аналізу їх структури. Тому зі спиранням на публікації останніх років, запропоновано для моделювання властивостей конструкційних матеріалів застосувати фрактальний підхід. **Матеріали та методики.** Досліджувався вплив феритно-бейнітної структури на механічні властивості конструкційної сталі Ст3 (0,16 % С). Такий підхід реалізовувався шляхом співставлення результатів обчислення фрактальної розмірності бейніту та механічних властивостей. Розрахунок фрактальної розмірності структури проводився за запатентованою методикою. Зразки сталі піддавалися термічній обробці. **Результати та їх обговорення.** Побудовано моделі прогнозу механічних властивостей сталі Ст3 на основі аналізу фрактальної розмірності бейніту та фериту. Встановлено кореляцію між цими характеристиками в межах  $R^2 = 0,39 \dots 0,81$ . Результати роботи свідчать про можливість застосування фрактального формалізму для оцінювання бейніту та фериту на мікроструктурному рівні ( $\times 500$ ). **Наукова новизна.** Зафіксовано чутливість відносного видовження та ударної в'язкості до фрактальної розмірності відманштетового фериту; межі плинності, границі міцності і відносного видовження до фрактальної розмірності бейніту. Показники міцності і твердості сталі найбільш чутливі до меж зерен. **Висновки.** Реалізовано підхід до прогнозу механічних властивостей конструкційної сталі Ст3 з феритно-бейнітною структурою шляхом фрактального моделювання.

**Ключові слова:** *сталь Ст3; мікроструктура; фрактал; механічні властивості; модель*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

ВОЛЧУК В. Н., *докт. техн. наук, доц.*

Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

**Аннотация. Актуальность работы.** Поиск соотношения между структурой и свойствами материалов остается одной из приоритетных задач материаловедения. Поскольку процессы структурообразования проходят для большинства материалов в открытых системах, на их свойства влияют многие параметры технологии. Элементы структуры при этом могут иметь сложную геометрическую конфигурацию. Например, при термической обработке конструкционных сталей получают различные структуры. Исходя из продуктов распада аустенита, это могут быть: видманштеттов и игольчатый феррит, мартенсит, бейнит и др. Моделирование фигурами Евкліда элементов подобных структур имеет определенные трудности, заключающиеся в поиске адекватной метрики при их апроксимации. Это влияет на точность результатов оценки свойств материалов на основе анализа их структуры. Поэтому на основании публикаций последних лет предложено для моделирования свойств конструкционных материалов применить фрактальный подход. **Материалы и методики.** В работе исследовалось влияние ферритно-бейнитной структуры на механические свойства конструкционной стали Ст3 (0,16 % С). Такой подход реализовывался путем сопоставления результатов вычисления фрактальной размерности бейнита и механических свойств. Расчет фрактальной размерности структуры проводился по запатентованной методике. Образцы стали подвергались термической обработке. **Результаты и их обсуждение.** Построены модели прогноза механических свойств стали Ст3 на основе анализа

фрактальної розмірності бейніта і феррита. Установлена кореляція між цими характеристиками в межах  $R^2 = 0,39 \dots 0,81$ . Результати роботи свідчать про можливість застосування фрактального формалізму для оцінки бейніта і феррита на мікроструктурному рівні ( $\times 500$ ). **Научна новизна.** Зафіксована чутливість відносного подовження і ударної вязкості до фрактальної розмірності видманштетова феррита; межа текучості, межа міцності і відносного подовження до фрактальної розмірності бейніта. Показники міцності і твердості стали найбільш чутливими до меж зерен. **Висновки.** Реалізовано підхід до прогнозу механічних властивостей конструкційної сталі Ст3 з ферритно-бейнітною структурою шляхом фрактального моделювання.

**Ключові слова:** сталь Ст3; мікроструктура; фрактал; механічні властивості; модель

## MODELING PROPERTIES OF STRUCTURAL MATERIALS

VOLCHUK V.M., Dr. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.

Department of Materials Science, State Higher Education Institution "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

**Abstract. Relevance of the work.** The search for the relationship between the structure and properties of materials remains one of the priority tasks of materials science. Since the processes of structure formation take place for most materials in open systems, based on this, many parameters of the technology influence their properties. The elements of the structure may have a complex geometric configuration. For example, in the heat treatment of structural steels various structures are obtained. Proceeding from the decomposition products of austenite, they can be Widmanstett and needle ferrite, martensite, bainite, and others. Modeling Euclidean figures of elements of such structures encounters certain difficulties, which consists in finding an adequate metric for their approximation. This affects the accuracy of the results of evaluating the material properties based on their structure analysis. Therefore, based on recent publications, it is proposed to apply the fractal approach to modeling the properties of structural materials. **Materials and methods.** In the work the effect of ferrite-bainitic structure on the mechanical properties of Ст3 structural steel (0,16 % C) was studied. This approach was implemented by comparing the results of calculating the fractal dimension of bainite and mechanical properties. The calculation of the fractal dimension of the structure was carried out according to a patented method. Steel samples were heat treated. **Results and discussion.** Models for predicting the mechanical properties of Ст3 steel are constructed based on the analysis of the fractal dimension of bainite and ferrite. A correlation within  $R^2 = 0,39 \dots 0,81$  was established between these characteristics. The results of the work indicate the possibility of using the fractal formalism for evaluating bainite and ferrite at the microstructural level ( $\times 500$ ). **Scientific novelty.** The sensitivity of relative elongation and impact strength to fractal dimension of the abrasive ferrite, as well as yield strength, strength limit and elongation relative to the fractal dimension of bainite was recorded. The strength and hardness indices became the most sensitive to grain boundaries. **Conclusions.** An approach to forecasting the mechanical properties of Ст3 structural steel with a ferritic-bainitic structure by fractal modeling is implemented.

**Keywords:** steel Cm3; microstructure; fractal; mechanical properties; model

**Актуальність роботи.** Пошук взаємозв'язку між структурою конструкційних матеріалів та їх фізико-механічними властивостями постійно триває. Так, для оцінювання властивостей матеріалів застосовують, наприклад, різні підходи до планування експериментів [1–5], що дозволяє оптимізувати їх склад [6; 7] та визначати необхідні режими обробки [8; 9] для отримання заданих структур. Застосування системного підходу для прогнозу якісних характеристик матеріалів [10–12] дало можливість отримувати задовільні результати.

Однак застосування тільки традиційних підходів до оцінювання елементів структури матеріалів зі складною геометричною конфігурацією [13; 14] не завжди задовольняє очікуваним результатам моделювання їх властивостей [15]. У праці [16] наведено один із прикладів розходження результатів прогнозу показників твердості чавунних валків виконання СПХН із результатами натурних іспитів.

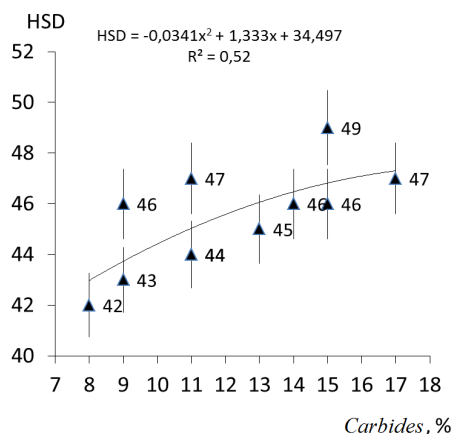


Рис. 1. Співвідношення між твердістю і вмістом карбідів, % [16] / Fig. 1. The ratio between the hardness and the content of carbides, % [16]

Одна з причин розходження результатів прогнозу якості матеріалів на основі аналізу їх структури традиційними методиками полягає в їх певній недосконалоості, що ідентифікує К. Гедель у праці [17] як неповноту використаного інструментарію для розв'язання певної задачі. При цьому важливу роль відіграє вибір метрики для ідентифікації об'єкта дослідження. Від вибору метрики залежить точність апроксимації фігур. Для часткової компенсації неповноти формальної аксіоматики, що виникає під час математичного опису досліджуваних структур матеріалів, у працях [18; 19] запропоновано використовувати фрактальний формалізм.

Ідея фрактального формалізму Б. Мандельброта базується на виборі довільної метрики для адекватного опису об'єкта дослідження [20]. Такий диференційований підхід дає можливість визначати проміжну (дробну) розмірність об'єктів для їх опису [21; 22]. Так, у [23–27] розглянуто можливості оцінювання прогнозу механічних властивостей металів на основі аналізу фрактальної розмірності елементів їх мікроструктури; у [28–30] встановлено зв'язок між властивостями матеріалів та спектром статистичних розмірностей елементів їх структури; в [31–33] наводиться методика ранжування критеріїв якості багатопараметричних технологій на основі аналізу області їх самоподібності та ін.

На основі аналізу літературного огляду для моделювання властивостей конструкційних матеріалів запропоновано застосовувати фрактальний підхід. Як матеріал для дослідження обрано конструкційну сталь Ст3пс, що широко використовується в будівництві. В роботі моделювання механічних властивостей цієї марки сталі з феритно-бейнітною структурою після термічної обробки проводилося з використанням мови фрактальної геометрії. Зв'язок між фрактальною розмірністю феритно-перлітної та мартенситної структури сталі Ст3пс з її механічними властивостями підтверджується результатами [34; 35].

**Матеріали та методики.** Конструкційна маловуглецева сталь Ст3пс (закордонні аналоги А284Gr.D, 1449-2723CR та ін.) широко використовується для виготовлення несних елементів зварних і незварних конструкцій і деталей, що експлуатуються, в основному, за температур вище 0<sup>0</sup>С.

Зразки металу для дослідження обиралися з круга діаметром 24 мм виробництва «Криворізьсталь». Хімічний склад сталі Ст3пс відповідає умовам Державного стандарту 380-2005 (табл. 1).

Таблиця 1

Хімічний склад сталі Ст3пс (в %) /  
Chemical composition of Ст3пс steel (in%)

C	Si	Mn	P	S	Cr
0,16	0,07	0,61	0,009	0,022	0,02

Для зміни структури та властивостей цієї марки сталі зразки для дослідження піддавалися термічній обробці за такими режимами:

**Режим. 1.** Нагрівання до 930<sup>0</sup>С, охолодження у воді до 600<sup>0</sup>С, а потім охолодження на повітрі до кімнатної температури.

**Режим. 2.** Нагрівання до 930<sup>0</sup>С, охолодження у воді до 550<sup>0</sup>С, охолодження на повітрі до кімнатної температури.

Обчислення фрактальної розмірності фотознімків мікроструктури сталі за збільшення 500 велося за запатентованою методикою [36] згідно з такою схемою експерименту (рис. 2).

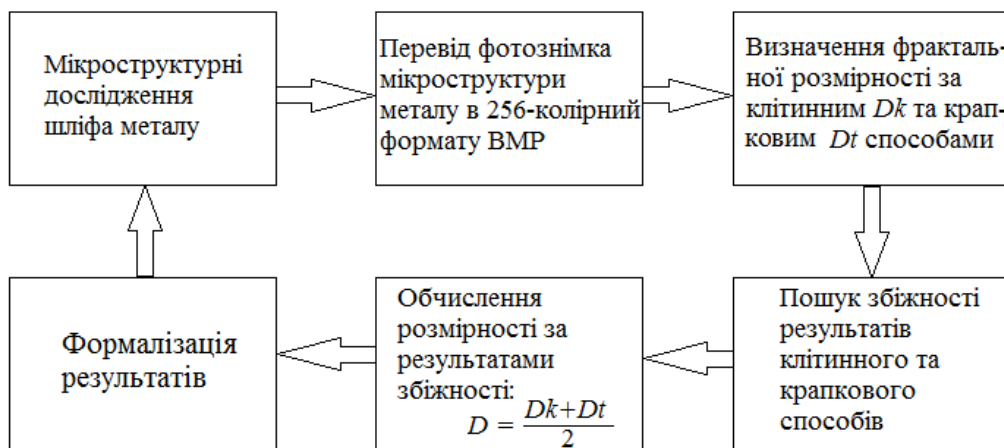


Рис. 2. Загальна схема методики визначення фрактальної розмірності / Fig. 2. General scheme of the method of determining fractal dimension

Приклад розрахунку фрактальної розмірності феритно-бейнітної структури конструкційної сталі Ст3пс наведено на рисунку 3. В основу запатентованої методики покладено пошук збіжності фрактальної розмірності  $D$  елементів структури, що визначена за методикою Ф. Хаусдорфа (1) [37], і розмірності, обчисленої за допомогою підрахунку точок (пікселів для ЕОМ) (2) [38]. Згідно з Ф. Хаусдорфом клітинний метод обчислення фрактальної розмірності об'єкта дослідження базується на такій формулі:

$$D = - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}, \quad (1)$$

де  $N(\delta)$  – кількість клітинок з розмірами сторони  $\delta$ , які наносяться для покриття

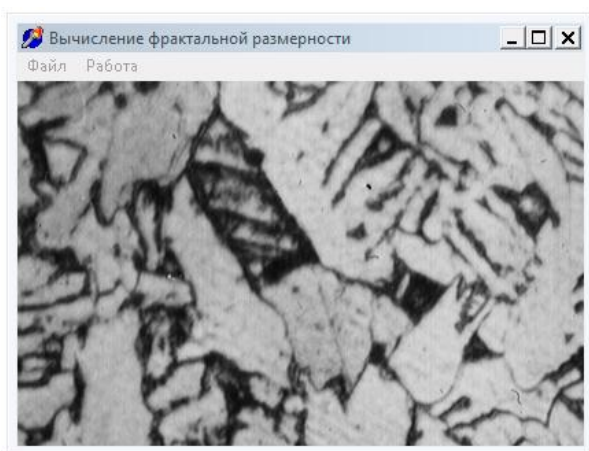
досліджуваної фази чи структурних елементів.

Для обчислення точкової розмірності використовували формулу (2):

$$\tilde{N}(L) = \sum_{m=1}^K (1/m) P(m, L), \quad (2)$$

де  $\tilde{N}(L)$  – середнє значення клітинок з лінійним розміром  $L$ , які наносяться на досліджувану структуру для її покриття. При цьому сума імовірностей  $P(m, L)$  кількості клітинок  $N$ , що містять в собі  $m$  крапок об'єкта дорівнює одиниці (3):

$$\sum_{m=1}^M P(m, L) = 1. \quad (3)$$



а



б (b)

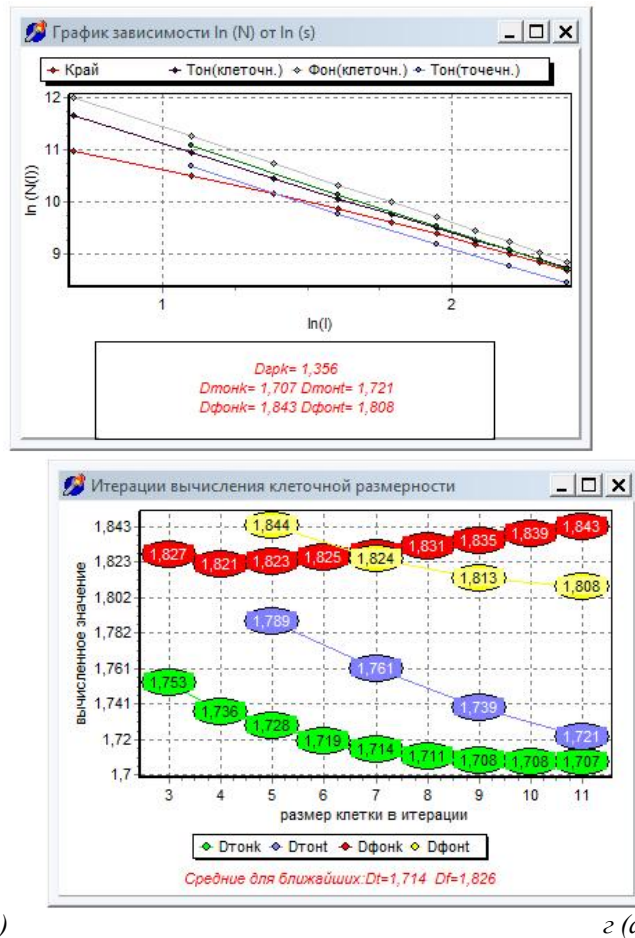


Рис. 3. Програмна реалізація методики розрахунку фрактальної розмірності структури / Fig. 3. Software implementation of the method of calculating the fractal dimension of the structure

На рисунку 3 а наведено фотознімок мікроструктури сталі Ст3пс в 256-колірному форматі *bmp* з відтінками сірого кольору після термічної обробки за першим режимом. В результаті програмного аналізу фотознімка встановлено межі кольорів структурних складових. У даному випадку діапазон зміни кольорів феритно-бейнітної структури зафіксовано в межах 0...212 (рис. 3 б).

Граничні розміри клітинок для покриття структури на фотознімку наведені в пікселях.  $D_{ep}$  – фрактальна розмірність меж зерен;  $D_{тонк}$  і  $D_{тонт}$  – розмірності бейніту, визначені за клітинним (1) і точковим (2) способами (рис. 3 в).  $D_{фонк}$  та  $D_{фонт}$  – фрактальні розмірності фериту, визначені за аналогічними формулами. На рисунку 3 з наведено графіки значень фрактальних розмірностей, обчислених клітинним і точковим способами. Найбільша збіжність

фрактальних розмірностей бейніту, обчислених за формулами (1) та (2), зафіксована на 11-му кроці обчислень, тобто за розміру клітинки покриття 11 *px*, що відповідає 7,76 *мкм*. Середнє значення фрактальної розмірності на цьому кроці обчислень дорівнює  $D_t = 1,714$ . Для фрактальної розмірності фериту найкраща збіжність результатів спостерігається на сьомому кроці ітерацій, тому:

$$D_f = \frac{D_{фонк} + D_{фонт}}{2} = \frac{1,826 + 1,824}{2} = 1,826.$$

Похибка визначення фрактальної розмірності елементів мікроструктури металу за наведеною методикою складає 0,1...0,3 % [39], що свідчить про адекватність отриманих результатів.

**Результати та їх обговорення.** Визначення механічних властивостей сталі та фрактальної розмірності її феритно-бейнітної структури: бейніту ( $D_b$ ), фериту

( $D_f$ ), меж зерен ( $D_{ep}$ ): проводилося в трьох контрольних точках: на відстані 0, 6 та 12 мм від центру зразка (табл. 2, 3). На периферії зразків у розрахунках фрактальної розмірності елементів структури не брався до уваги зневуглицьований шар. Для натурних іспитів у кожній контрольній точці виготовлялося по три зразки на розтяг та на удар згідно з Державним стандартом 9454. Ферит здебільшого мав нерівновісну та відманштетову форму, зміна геометричної конфігурації якої реєструвалась за допомогою значень фрактальної розмірності.

Для зменшення похибки обчислення фрактальної розмірності елементів мікроструктури сталі під час сканування розмір її електронних фотознімків складав  $8 \times 12$  см, що відповідає реальному розміру зображення через окуляр мікроскопа Неофот-2.

Для наступних досліджень обиралися середні значення фрактальних розмірностей та властивостей, що виділені в таблицях 2 та 3 напівжирним шрифтом.

Для встановлення зв'язку між фрактальною розмірністю мікроструктури та механічними властивостями завдяки розробленим основам організації фрактального моделювання в матеріалознавстві [40–42] експеримент розбито на чотири етапи:

1. Розрахунок фрактальної розмірності структури.

2. Установлення чутливості механічних властивостей до фрактальної розмірності структури.

3. Побудова моделей прогнозу механічних властивостей за результатами оцінювання коефіцієнтів чутливості.

4. Формалізація отриманих результатів досліджень.

Перший етап визначення фрактальної розмірності розглянуто в розділі «Матеріали та методики».

Для реалізації другого етапу досліджень використовували формулу (4) [26]:

$$K = |Y_i - Y_{i+1}| / |X_i - X_{i+1}|,$$

де  $Y_i$  і  $Y_{i+1}$  – нормовані значення властивостей матеріалу в двох точках структури;  $X_i$  і  $X_{i+1}$  – значення фрактальних розмірностей структурних елементів у цих точках.

У результаті аналізу значень коефіцієнтів чутливості механічних властивостей сталі СтЗпс до фрактальної розмірності структури отримані гістограми (рис. 4).

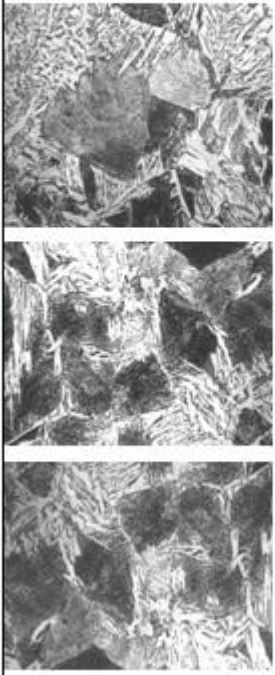
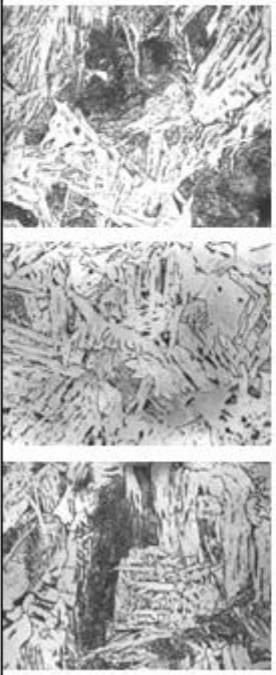

Під час дослідження впливу фрактальної розмірності феритної фази на механічні властивості встановлено, що найбільші коефіцієнти чутливості зафіксовані до в'язких  $KCU^{+20}$  (33,333; 12,613 та 13,333) та пластичних  $\delta$  (5,952; 4,464 і 7,143) властивостей (рис. 4 а). Відносно високі показники чутливості 10,577 для  $\sigma_B$  та 14,085 для  $\sigma_T$  спостерігаються лише в одному випадку при  $R = 12$  мм. Це пояснюється тим, що ферит, завдяки невисокому вмісту вуглецю (до 0,02 %), має більш високі пластичні властивості в порівняно з іншими структурними складовими сталі [43].

Показники мікротвердості фериту при навантаженні індентора 10 гр змінювалися від середини до периферії шліфа від 1 280 до 1 540 МПа за термічної обробки за першим режимом. У випадку термічної обробки за другим режимом показники мікротвердості фериту змінювалися від 1 750 до 1 930 МПа. Зміна числових значень мікротвердості фериту пояснюється зміною його форми з нерівновісної до відманштетової по перетину шліфа, що пов'язано з різними швидкостями охолодження центральної частини шліфа та його периферії. Значення коефіцієнтів чутливості міцності та твердості ( $HRB$ ,  $\sigma_B$ ,  $\sigma_T$ ) не перевищували 2,657, крім позначки 5,122 в центрі шліфа для режиму 1 (рис. 4 а).

Чутливість механічних властивостей до фрактальної розмірності бейніту проявляється на її показниках як до пластичних властивостей  $\delta$  (6,260; 3,968 і 7,407), так і до характеристик міцності  $\sigma_B$  (5,952 та 11,111) і  $\sigma_T$  (6,481) (рис. 4 б).

Таблиця 2

Режим 1. Механічні властивості та фрактальна розмірність мікроструктури сталі Ст3пс /  
Mode 1. Mechanical properties and fractal dimension of microstructure of steel Ст3пс

$R$ (mm)	$D_c$		$D_T$	$D_{sp}$	КСУ <sup>-20</sup> , Дж/см <sup>2</sup>	HRB	$\sigma_B, МПа$	$\sigma_T, МПа$	$\delta, \%$	$\psi, \%$
	Клітинний спосіб		Крапковий спосіб							
 $R = 0$	1,850	1,907	1,168	17	80	480	315	27	67	
	1,881	1,858	1,186	17	81	480	315	27	67	
	1,903	1,786	1,246	17	83	480	315	27	67	
	1,897	1,935	1,168	17	80	480	315	27	67	
	1,904	1,890	1,186	17	81	480	315	27	67	
	1,909	1,756	1,246	17	83	480	315	27	67	
	<b>1,891</b>	<b>1,855</b>	<b>1,200</b>	<b>17</b>	<b>81</b>	<b>480</b>	<b>315</b>	<b>27</b>	<b>67</b>	
 $R = 6$	1,886	1,721	1,189	14	84	485	325	28	66	
	1,898	1,694	1,210	14	85	485	325	28	66	
	1,858	1,789	1,213	14	86	485	325	28	66	
	1,916	1,780	1,189	14	84	485	325	28	66	
	1,936	1,751	1,210	14	85	485	325	28	66	
	1,885	1,816	1,213	14	86	485	325	28	66	
	<b>1,897</b>	<b>1,759</b>	<b>1,204</b>	<b>14</b>	<b>85</b>	<b>485</b>	<b>325</b>	<b>28</b>	<b>66</b>	
 $R = 12$	1,839	1,752	1,167	10	85	490	320	24	67	
	1,816	1,737	1,213	10	86	490	320	24	67	
	1,850	1,725	1,189	10	86	490	320	24	67	
	1,887	1,883	1,167	10	85	490	320	24	67	
	1,843	1,801	1,213	10	86	490	320	24	67	
	1,891	1,801	1,189	10	86	490	320	24	67	
	<b>1,854</b>	<b>1,783</b>	<b>1,190</b>	<b>10</b>	<b>86</b>	<b>490</b>	<b>320</b>	<b>24</b>	<b>67</b>	

Таблиця 3

Режим 2. Механічні властивості та фрактальна розмірність мікроструктури сталі Ст3пс /  
Mode 2. Mechanical properties and fractal dimension of microstructure of steel St3ps

Відстань від центра <i>R</i> (мм)	Фрактальні розмірності			Механічні властивості					
	<i>D<sub>c</sub></i>	<i>D<sub>T</sub></i>	<i>D<sub>ep</sub></i>	КСУ <sup>-20</sup> , Дж/см <sup>2</sup>	HRB	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_T$ , МПа	$\delta$ , %	$\psi$ , %
	Клітинний спосіб			17	89	465	305	26	67
Крапковий спосіб			17						
<i>R</i> = 0	1,882	1,689	1,165	17	89	465	305	26	67
	1,818	1,884	1,142						
	1,909	1,658	1,198						
	Клітинний спосіб								
	1,928	1,795	1,165						
	1,991	1,936	1,142						
1,934	1,750	1,198	17	89	465	305	26	67	
1,895	1,785	1,168	17	90	465	305	26	67	
<i>R</i> = 6	Клітинний спосіб			16	91	475	325	25	67
	1,845	1,777	1,166						
	1,872	1,764	1,179						
	1,883	1,692	1,266						
	Крапковий спосіб								
	1,891	1,851	1,166						
1,904	1,839	1,179	16	90	475	325	25	67	
1,888	1,732	1,266	16	90	475	325	25	67	
1,881	1,776	1,204	16	91	475	325	25	67	
<i>R</i> = 12	Клітинний спосіб			15	91	520	355	28	67
	1,859	1,629	1,213						
	1,905	1,538	1,244						
	1,950	1,395	1,219						
	Крапковий спосіб								
	1,880	1,713	1,213						
1,902	1,596	1,244	15	92	520	355	28	67	
1,934	1,380	1,219	15	92	520	355	28	66	
1,905	1,542	1,225	15	91	520	355	28	66	
			15	92	520	355	28	66	
			15	92	520	355	28	66	
			15	92	520	355	28	66	
			15	92	520	355	28	66	



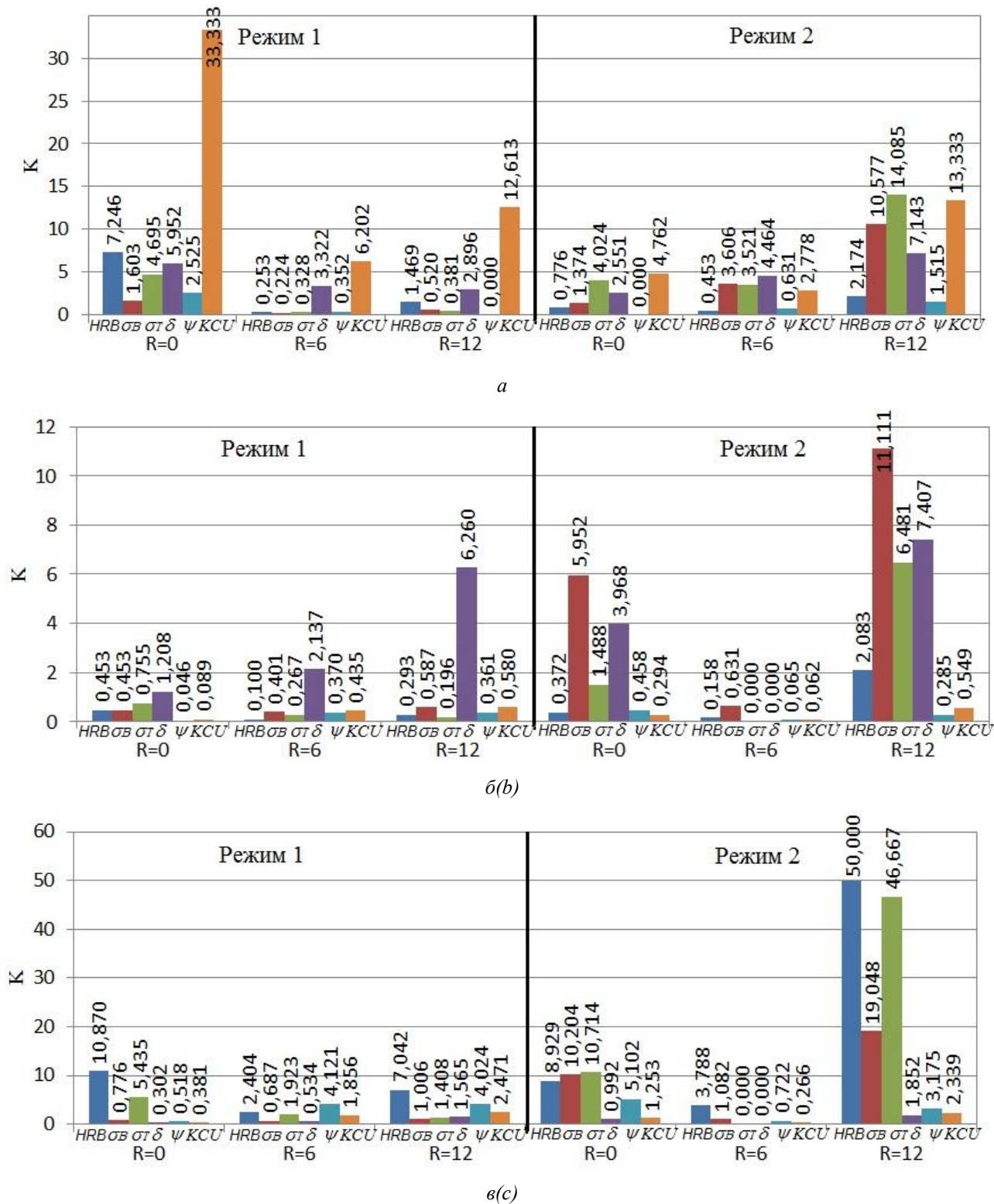


Рис. 4. Гістограми впливу фрактальної розмірності фериту (а), бейніту (б) та меж зерен (в) на механічні властивості сталі Cm3nc / Fig. 4. Histograms of the influence of fractal dimension of ferrite (а), bainite (б) and grain boundaries (в) on the mechanical properties of Cm3nc steel

Чутливість між фрактальною розмірністю бейніту та пластичними показниками і показниками міцності зумовлена тим, що бейніт формується за

проміжного механізму перетворення між дифузійним та механізмом зсуву, і тому має більш високі показники міцності, ніж ферит,

але поступається останньому меншою пластичністю [44].

Межі зерен являють собою основний дефект у металах (перехідна область між зернами шириною в декілька атомних розмірів), тому мають відповідний вплив на їх властивості, наприклад, на в'язкість та пластичність [45]. Зменшення розмірів зерен сталей зумовлює підвищення їх механічних властивостей, оскільки межі зерен служать основними перепонами до поширення тріщин та мікротріщин, що спричинюють руйнування металів. Високі коефіцієнти чутливості зафіксовані між твердістю  $HRB$  та фрактальною розмірністю меж зерен феритно-бейнітної структури, де їх значення мали високі показники: 10,870; 7,042; 8,929 та 50,000 (рис. 4 в).

Також високі показники чутливості спостерігаються між фрактальною розмірністю меж зерен та межею міцності  $\sigma_B$  (тимчасовим опором матеріалу), що становлять 10,204 та 19,048 для режиму обробки 2. Для межі плинності  $\sigma_T$  найбільші показники коефіцієнтів чутливості становлять 10,714 та 46,667 також для другого режиму термічної обробки.

Для реалізації третього етапу досліджень у побудові моделей прогнозу механічних властивостей використовували результати оцінювання коефіцієнтів чутливості. Будувалися моделі прогнозу властивостей, для параметрів яких значення коефіцієнтів чутливості були високими.

На рисунку 5 наведено отримані моделі прогнозу.

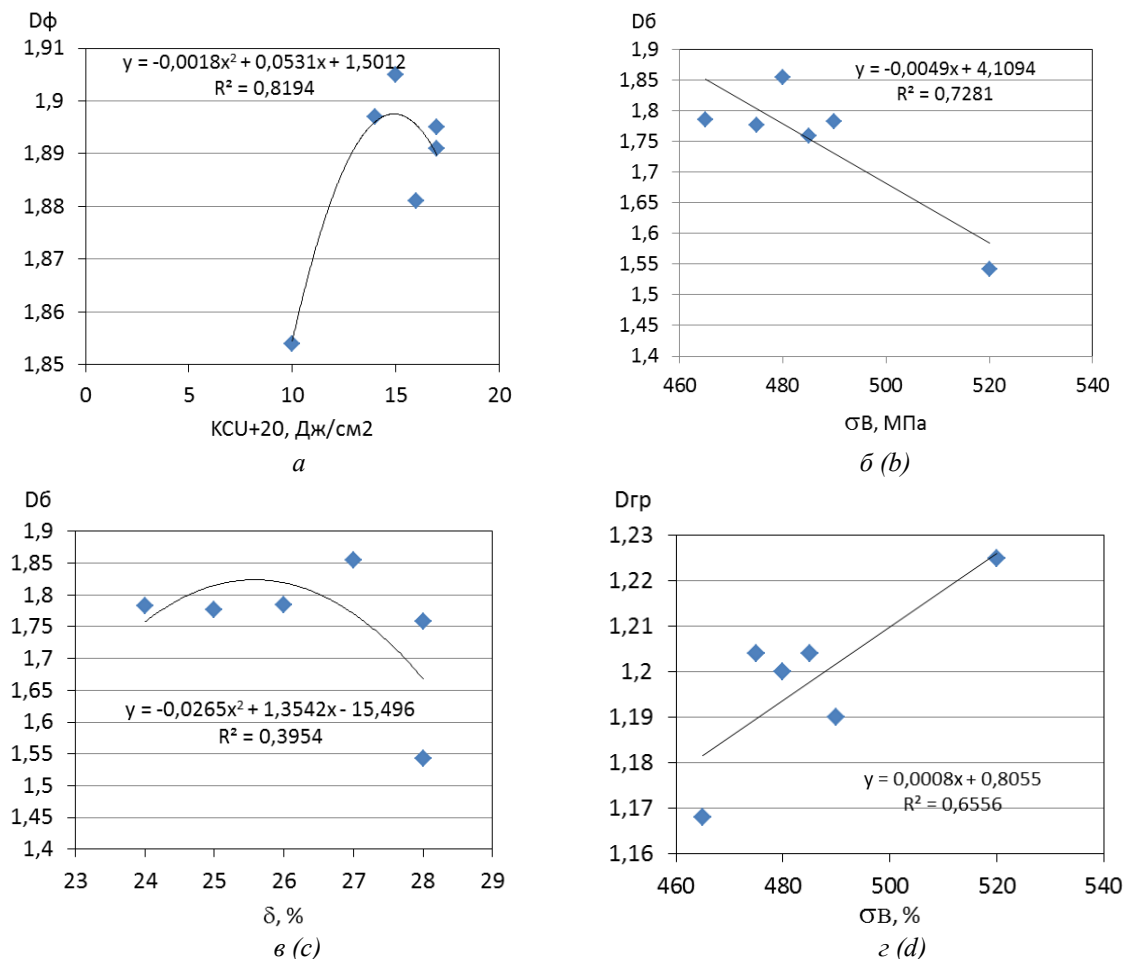


Рис. 5. Співвідношення між фрактальними розмірностями фериту (а), бейніту (б) і меж зерен (в) та механічними властивостями сталі Ст3пс / Fig.5. Relationship between fractal dimensions of ferrite (a), bainite (b) and grain boundaries (c) and mechanical properties of St3ps steel

Відносно формалізації результатів слід зазначити, що коефіцієнти кореляції рівнянь регресії, крім випадку моделі, наведеної на рис. 5 в, свідчать про можливість їх застосування для оцінювання показників міцності і пластичності сталі СтЗпс.

**Наукова новизна.** Феритно-бейнітна структура сталі СтЗпс, отримана в результаті термічної обробки, за  $\times 500$  володіє фрактальними властивостями. Встановлено чутливість відносного видовження (коефіцієнти 5,952; 4,464 і 7,143) та ударної в'язкості (33,333; 12,613 і 13,333) до фрактальної розмірності феритної фази; границі плинності (6,481), границі міцності (5,952 та 11,111) і відносного видовження (6,260; 3,968 і 7,407) до фрактальної розмірності бейніту, що підтверджується механізмом їх фізико-хімічного впливу на ці

механічні властивості. До фрактальної розмірності меж зерен чутливі показники твердості  $HRB$  (коефіцієнти 10,870; 7,042; 8,929 50,000); межі плинності  $\sigma_T$  (10,714 та 46,667) і межі міцності  $\sigma_B$  (10,204 та 19,048).

**Висновки.** Розглянуто можливість моделювання механічних властивостей конструкційної сталі СтЗпс на основі фрактального аналізу її феритно-бейнітної структури. Встановлені фрактальні властивості феритно-бейнітної структури конструкційної сталі СтЗпс за  $\times 500$ .

Розрахунок коефіцієнтів чутливості механічних властивостей до фрактальної розмірності фериту, бейніту та меж зерен дозволив провести відбір моделей прогнозу властивостей з найбільш високими серед розглянутих коефіцієнтами кореляції  $R^2$ .

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Mishutin A., Kroviakov S., Pishev O., Soldo B. Modified expanded clay light weight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures. *Tehnički glasnik-Technical Journal*. 2017. Vol. 11. № 3. Pp. 121–124.
2. Kroviakov S., Mishutin A., Pishev O. Management of the Properties of Shipbuilding Expanded Clay Lightweight Concrete. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. [S.l.]. Vol. 7. № 3.2. Pp. 245–249.
3. Kroviakov S., Mishutin A. Production technology of modified expanded clay lightweight concrete for floating structures. *The Scientific Journal of Cihan University – Sulaimanyia*. 2017. Vol. 1. № 4. Pp. 2–10.
4. Uzlov O., Bolshakov V. Investigation of acicular ferrite structure in HSLA steel. *Proceedings of the "Materials Week 2002"*. Frankfurt : Werkstoff-Informationsgesellschaft, 2002. Pp. 14–20. URL: [www.irbis-nbuv.gov.ua/.../cgiirbis\\_64.exe?](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/.../cgiirbis_64.exe?)
5. Дубров Ю. И., Волчук В. Н., Большаков В. И. Применение экспертной информации при формировании активного эксперимента в материаловедении. Моделирование и оптимизация в материаловедении : матер. к 40-й междунар. сем. по моделированию и оптимизации композитов. Одесса : АстроПринт, 2001. С. 25–26.
6. Kroviakov S., Zavoloka M., Dudnik L., Kryzhanovskiy V. Comparison of strength and durability of concretes made with sulfate-resistant portland cement and portland cement with pozzolana additive. *Electronic Journal of the Faculty of Civil Engineering Osijek-e-GFOS*. 2019. Vol. 10. № 19. Pp. 81–86. URL: <https://doi.org/10.13167/2019.19.8>
7. Lyashenko T., Voznesensky V., Krovyakov S. Analysis of water effect on fracture toughness in cement-based composites using computational materials science methods. *International symposium on brittle matrix composites*. 2000. Pp. 210–219. URL: <http://pascal-francis.inist.fr/vibad/index.php?action=getRecordDetail&idt=1141801>
8. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дейнеко Л. Н., Дубров Ю. И. Композиция метода планирования экстремальных экспериментов и экспертной информации для формирования системы прогноза качества материалов. *Перспективные задачи инженерной науки*. Вып. 2. Днепропетровск : GAUDEAMUS, 2001. С. 203–208.
9. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дейнеко Л. Н., Дубров Ю. И. Формирование модели прогноза качества материала, основанной на экспертной оценке и активном эксперименте. *Компьютерное материаловедение и обеспечение качества* : матер. к 45-му Междунар. сем. по моделированию и оптимизации композитов. Одесса : АстроПринт, 2006. С. 146–150.
10. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. О прогнозировании качества целевого продукта в периодических технологиях. *Доповіді НАН України*. 2014. № 11. С. 77–81. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2014.11.0771>
11. Большаков Вад. І., Большаков В. І., Волчук В. М., Дубров Ю. І. Системний аналіз технології виробництва масивного металевого лиття. *Вісник НАН України*. 2015. № 9. С. 69–73. URL: <http://dx.doi.org/10.15407/visn2015.09.069>

12. Дубров Ю., Большаков В., Волчук В. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий : монография. Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2015. 236 с. URL: <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
13. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. О применении фрактального формализма при математическом описании структур. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2016. № 2. С. 26–33. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/27-33>
14. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. К вопросу о постановке задачи идентификации фрактальной структуры металла. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2016. № 5. С. 35–39. URL: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995>
15. Большаков В., Волчук В., Дубров Ю. Пути применения теории фракталов : монография. Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. 146 с.
16. Volchuk V., Dubrov Yu. Ways of compensation of incomplete formal axiomatics in identification of complex objects. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 4. С. 31–35. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.261218.31.562>
17. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*. 1931. Vol. 38. № 1. Pp. 173–198.
18. Большаков Вад. І., Большаков В. І., Волчук В. М., Дубров Ю. І. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу. *Вісник НАН України*. 2014. № 12. С. 45–48. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434>
19. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Материаловедческие аспекты применения частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2015. № 5. С. 10–16. URL: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/47385/43497>
20. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature* : monograph. Nev-Yuork, San Francisco : Freeman, 1982. 480 p. URL: <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
21. Zhuravel' I. M., Svirs'ka L. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*. 2010. Vol. 46. № 3. Pp. 418–420.
22. Zhuravel' I. M. Computer Analysis of the Distribution of Grain Sizes in the Structure of 12Kh1MF Steel After Operation. *Materials Science*. 2019. Vol. 55. № 2. Pp. 187–192.
23. Bol'shakov V., Volchuk V., Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials* : monograph. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. 140 p. URL: <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>
24. Bolshakov V. I., Volchuk V. M., Dubrov Yu. I. Regularization of One Conditionally III-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Металлофізика і Новеішіє Технолоґії*. 2018, vol. 40, no 9, pp. 1165–1171. URL: [DOI: 10.15407/mfint.40.09.1165](https://doi.org/10.15407/mfint.40.09.1165)
25. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Топологические и фрактальные инварианты структуры для оценки качества металла. *Доповіди НАН України*. 2017. № 4. С. 42–48. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.00>
26. Волчук В. Н. Разработка и исследование метода определения качественных характеристик металла на основе анализа фрактальной размерности его микроструктуры : дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук : 05.02.01. Днепропетровск, 2003. 186 с.
27. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Применение фрактального моделирования при оценке структуры и свойств металлов. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 1. С. 50–55. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.240418.50.105>
28. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S., Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018. Vol. 12. № 2. Pp. 93–97. URL: <https://hrcak.srce.hr/202359>
29. Волчук В. Н. К вопросу о применении теории мультифракталов для оценки механических свойств металла / В. Н. Волчук // *Металознавство та термічна обробка металів*. – 2014. – № 3. – С. 12–19. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>
30. Волчук В. М. Модель оцінювання твердості чавунних валків СПХН-43 та СШХНФ-47. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2019. № 4. С. 22–35. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.241219.22.597>
31. Kroviakov S., Volchuk V., Zavoloka M., Kryzhanovskiy V. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria. In: *Materials Science Forum*. Trans Tech Publications Ltd. 2019. Vol. 968. Pp. 20–25. URL: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.968.20>
32. Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий. *Металлофізика і новеішіє технолоґії*. 2017. Т. 39. № 3. С. 949–957. URL: <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>

33. Волчук В. Н., Дубров Ю. И., Большаков В. И. Ранжирование показателей качества металла. *Металлознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 2. С. 10–16. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.240418.10.261>
34. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Разработка и исследование метода определения механических свойств металла на основе анализа фрактальной размерности его микроструктуры. *Металлознавство та термічна обробка металів*. 2004. № 1. С. 43–54.
35. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Фрактальное моделирование структуры малоуглеродистой стали. *Металлознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 2. С. 45–51. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.240418.45.266>
36. Большаков В. И., Дубров Ю. И., Криулін Ф. В., Волчук В. М. Патент на винахід № 51439А України. Спосіб визначення фрактальної розмірності зображення. Заявл. 15.11.2002; Бюл. № 11. URL: <http://uapatents.com/3-51439-sposib-viznachennya-fraktalno-rozmirnosti-zobrazhennya.html>
37. Hausdorff G. Dimension und aueres Mab. *Mathematische Annalen*. 1919. Vol. 79. Pp. 157–179. URL: <http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PID=GDZPPN002266989>.
38. Crownover R. M. Introduction to Fractals and Chaos : monograph. Boston, London : Jones and Bartlett Publishers, Inc., 1995. 306 p.
39. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Фракталы в материаловедении : учеб. пособ. Днепрпетровск : ПГАСА, 2006. 253 с.
40. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Основы организации фрактального моделирования : монография. Киев : Академпериодика НАН Украины, 2017. 170 с.
41. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Организация фрактального моделирования. *Доповіди НАН України*. 2018. № 6. С. 67–72. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>
42. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении. *Доповіди НАН України*. 2008. № 11. С. 99–107. URL: <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/2008-11/08-11-17.pdf>
43. Бунин К. П., Баранов А. А. Металлография : монография. Москва : Металлургия, 1970. 256 с.
44. Bhadeshia H. K. D. H. Bainite in Steels: Transformations, Microstructure and Properties. London, UK : 2nd ed.; IOM Communications, 2001. 735 p.
45. Berns H., Theisen W. Ferrous materials: Steel and Cast Iron : monograph. Berlin Heidelberg : Springer, 2008. 418 p.

## REFERENCES

1. Mishutin A., Kroviakov S., Pishev O. and Soldo B. Modified expanded clay light weight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2017, vol. 11, no. 3, pp. 121–124.
2. Kroviakov S., Mishutin A. and Pishev O. Management of the Properties of Shipbuilding Expanded Clay Lightweight Concrete. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018, [S.l.], vol. 7, no. 3.2, pp. 245–249.
3. Kroviakov S. and Mishutin A. Production technology of modified expanded clay lightweight concrete for floating structures. *The Scientific Journal of Cihan University – Sulaimania*. 2017, vol. 1, no. 4, pp. 2–10.
4. Uzlov O. and Bolchakov V. Investigation of Acicular Ferrite Structure in HSLA Steel. *Proceedings of the "Materials Week 2002"*. Frankfurt : Werkstoff-Informationsgesellschaft, 2002. Pp. 14–20.
5. Dubrov Yu.I., Volchuk V.N. and Bol'shakov V.I. *Primeneniye ekspertnoy informatsii pri formirovaniy aktivnogo eksperimenta v materialovedenii* [Application of expert information in the formation of an active experiment in materials science]. *Modelirovanie i optimizaciya v materialovedenii : mater. k 40-j mezhdunar. sem. po modelirovaniyu i optimizacii kompozitov* [The modeling and optimization in materials science : proc. of 40th Int. Conf.]. Odessa, 2001, pp. 25–26. (in Russian).
6. Kroviakov S., Zavaloka M., Dudnik L. and Kryzhanovskiy V. Comparison of strength and durability of concretes made with sulfate-resistant portland cement and portland cement with pozzolana additive. *Electronic Journal of the Faculty of Civil Engineering Osijek-e-GFOS*. 2019, vol. 10, no. 19, pp. 81–86.
7. Lyashenko T., Voznesensky V. and Krovyakov S. Analysis of water effect on fracture toughness in cement-based composites using computational materials science methods. In: *International symposium on brittle matrix composites*. 2000, pp. 210–219.
8. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N., Deyneko L.N. and Dubrov Yu.I. *Kompozitsiya metoda planirovaniya ekstremal'nykh eksperimentov i ekspertnoy informatsii dlya formirovaniya sistemy prognoza kachestva materialov* [Composition of a method for planning extreme experiments and expert information for the formation of a material quality prediction system]. *Perspektivnyye zadachi inzhenernoy nauki* [Perspective tasks of engineering science]. Dnipropetrovsk : GAUDEAMUS, 2001, vol. 2. pp. 203–208. (in Russian).
9. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N., Dubrov Yu.I. and Deyneko L.N. *Formirovanie modeli prognoza kachestva materiala, osnovannoy na `ekspertnoj ocenke i aktivnom `eksperimente* [Formation of a model for predicting the quality of a material based on expert judgment and an active experiment]. *Komp'yuternoe materialovedenie i obespechenie*

*kachestva : mater. k 45-mu mezhdunar. sem. po modelirovaniyu i optimizacii kompozitov* [Computer Science and Quality Assurance : mater. to the 45th Intern. Sem. on modeling and optimization of composites]. Odessa : AstroPrint, 2006, pp. 146–150. (in Russian).

10. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O prognozirovanii kachestva tselevogo produkta v periodicheskikh tekhnologiyakh* [Predicting the quality of a desired product in periodic technologies]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 11, pp. 77–81. (in Russian).

11. Bol'shakov Vad.I., Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Systemnyy analiz tekhnolohiyi vyrobnystva masyvnoho metalevoho lyttya* [System analysis techniques of producing solid metal castings]. *Visnyk Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrayiny* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2015, no. 9, pp. 69–73. (in Ukrainian).

12. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).

13. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O primenenii fraktal'nogo formalizma pri matematicheskom opisaniy struktur* [The fractal application formalism in mathematical description of the structure]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 2. pp. 26–33. (in Russian).

14. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K voprosu o postanovke zadachi identifikatsii fraktal'noy struktury metalla* [Statement on the issue of the problem identification of fractal metal structures]. *Visnyk Prydniprov's'koyi derzhavnoyi akademiyi budivnystva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2016, no. 5, pp. 35–39. (in Russian).

15. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).

16. Volchuk V. and Dubrov Y. Ways of compensation of incomplete formal axiomatics in identification of complex objects. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 4, pp. 31–35.

17. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 1931, vol. 38, no. 1, pp. 173–198. (in Germany).

18. Bol'shakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the metal structure]. *Visnyk akademiyi nauk Ukrayiny* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian).

19. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya chastichnoy kompensatsii nepolnoty formal'noy aksiomatiki* [Material aspects of use of partial compensation of incompleteness of formal axiomatics]. *Visnyk Prydniprov's'koyi derzhavnoyi akademiyi budivnystva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 5, pp. 10–16. (in Russian).

20. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. Nev-Yuork, San Francisco Freeman, 1982, 480 p.

21. Zhuravel' I.M. and Svirs'ka L.M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*. 2015, vol. 46, no. 3, pp. 418–420.

22. Zhuravel' I.M. Computer Analysis of the Distribution of Grain Sizes in the Structure of 12Kh1MF Steel After Operation. *Materials Science*. 2019, vol. 55, no. 2, pp. 187–192.

23. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Saarbrucken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.

24. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. Regularization of One Conditionally ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*. 2018, vol. 40, no 9, pp. 1165–1171.

25. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Topologicheskkiye i fraktal'nyye invarianty struktury dlya otsenki kachestva metalla* [Topological and fractal invariants of a structure to assess the quality of a metal]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 4, pp. 42–48. (in Russian).

26. Volchuk V.M. *Rozroblennia i doslidzhennia metodu vyznachennia yakisnykh kharakterystyk metalu na osnovi analizu fraktalnoi rozmirnosti yoho mikrostruktury : diss. na soisk. uchen. step. kand. tehn. nauk : 05.02.01* [Development and research of the method for determining the qualitative characteristics of a metal on the basis of an analysis of the fractal dimension of its microstructure : Candidate Dissertation for Technical Sciences (05.02.01 – Materials Science)]. Dnipropetrovsk, 2003, 186 p. (in Ukrainian).

27. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Primeneniye fraktal'nogo modelirovaniya pri otsenke struktury i svoystv metallov* [Application of fractal modelling at the estimation of the structure and properties of metals]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 1, pp. 50–55. (in Russian).

28. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.

29. Volchuk V.N. *K voprosu o primenenii teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. (in Russian).
30. Volchuk V.M. *Model' otsinyuvannya tverdosti chavunnykh valkiv СПХН-43 та СШХНФ-47* [Model of assessment of the hardness of the iron rollers СПХН-43 and СШХНФ-47]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. (in Russian).
31. Kroviakov S., Volchuk V., Zavoloka M., and Kryzhanovskiy V. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria. In: *Materials Science Forum*. Trans Tech Publications Ltd, 2019, vol. 968, pp. 20–25.
32. Volchuk V.M. *K primeneniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriyev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no 3, pp. 949–957. (in Russian).
33. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Ranzhirovaniye pokazateley kachestva metalla* [The ranking of the quality criteria of the metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 2, pp. 10–16. (in Russian).
34. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Razrabotka i issledovaniye metoda opredeleniya mekhanicheskikh svoystv metalla na osnove analiza fraktal'noy razmernosti yego mikrostruktury* [Development and study of the method for determining the mechanical properties of a metal based on an analysis of the fractal dimension of its microstructure]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2004, no. 1, pp. 43–54. (in Russian).
35. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Fraktal'noye modelirovaniye struktury malouglerodistoy stali* [Fractal modeling of the structure of low-carbon steel]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 2, pp. 45–51. (in Russian).
36. Bol'shakov V.I., Dubrov Yu.I., Kryulin F.V. and Volchuk V.N. *Sposib vyznachennya fraktal'noy rozmirnosti zobrazhennya* [Method for Determining the Dimensionality of Images]. Patent product no. 51439A, UA. MPK 7 G06K9/00, bulletin no. 11, 2002. (in Ukrainian).
37. Hausdorff G. Dimension und aueres Mab. *Mathematische Annalen*. 1919, vol. 79, pp. 157–179. (in Germany).
38. Crownover R.M. *Introduction to Fractals and Chaos*. Boston, London : Jones and Bartlett Publishers, Inc., 1995, 480 p.
39. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Fraktaly v materialovedenii* [Fractals in materials]. Dnepropetrovsk : PSACEA, 2005, 253 p. (in Russian).
40. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Fundamentals of fractal modeling*. Kyiv, Ukraine : PH "Akadempriodyka" National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).
41. Bolshakov V.I., Volchuk V. M. and Dubrov Yu.I. *Organizatsiya fraktal'nogo modelirovaniya* [Organization of fractal modeling]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2018, no. 6, pp. 67–72. (in Russian).
42. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osobennosti primeneniya mul'tifraktal'nogo formalizma v materialovedenii* [Features of the multifractal formalism in materials]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2008, no. 11, pp. 99–107. (in Russian).
43. Bunin K.P. and Baranov A.A. *Metallografiya* [Metallography]. Moscow : Metallurgiya Publ., 1970, 256 p. (in Russian).
44. Bhadeshia H.K.D.H. *Bainite in Steels : Transformations, Microstructure and Properties*. London, UK : 2nd ed.; IOM Communications, 2001, 735 p.
45. Berns H., Theisen W. *Ferrous materials: Steel and Cast Iron*. Berlin Heidelberg: Springer, 2008, 418 p.

Надійшла до редакції: 18.01.2020 р.