Н. О. ВЕЛЬМАГІНА
Н. М. ЄРШОВА
О. М. ШИБКО

РОЗРОБКА ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ПРОЕКТУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВ І ФОРМУВАННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Н. О. Вельмагіна, Н. М. Єршова, О. М. Шибко

РОЗРОБКА ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ПРОЕКТУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВ І ФОРМУВАННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Монографія

Дніпро
ПДАБА
2020

УДК 65.012.32:517.977.1

Рекомендовано до печаті Вченою радою Приднепровської державної академії будівництва та архітектури від 7.07.2020 (протокол № 9)

Рецензенти: професор, докт. техн. наук С. О. Попов (КНУ), професор, докт. техн. наук В. В. Скалозуб (ДВНЗ «ДНУЗТ» ім. Академика Лазаряна)

А в т о р с ь к и й к о л е к т и в :
Н. М. Єршова, докт. техн. наук, проф. – вступ, глави 1, 2, 3.3, 8.5, 8.6;
Н. О. Вельмагіна, канд. фіз.-мат. наук, доц. – глави 6, 7; 8.1-8.4;
О. М. Шибко, канд. техн. наук, доц. – глави 3, 4

Вельмагіна Н. О.
Розробка теоретичних основ проектування підприємств і формування виробничих систем: монографія / Н. О. Вельмагина, Н. М. Єршова, О. М. Шибко – Д.: ПДАБА, 2020. – 271 с.

ISBN_ 978-966-323-210-2

В монографії розглядаються сучасні методи проектування підприємств для випуску нової продукції і формування виробничих систем. Створена математична модель життєвого циклу підприємства і виконана ідентификація її параметрів. При проектуванні процеса випуску валового продукту підприємства і формуванні виробничої системи використаний матричний метод динамічного програмування для неперервних детермінованих систем. Обгрунтован вибір вагових коефіцієнтів квадратичного функціонала якості. Виконано моделювання динамічних процесів підприємства.

Призначено студентам, магістрам, аспірантам і науковим робітникам.

УДК 65.012.32:517.977.1

ISBN_ 978-966-323-210-2

ВСТУП

Монографія підготовлена відповідно до програм дисциплін «Моделювання систем», «Теорія оптимального управління динамічними процесами» навчального плану бакалаврів і «Методи математичного і комп'ютерного моделювання» навчального плану магістрів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки».

Монографія є результатом роботи авторів у держбюджетній НДР «Моделі, методи та інформаційні технології дослідження процесів і систем в будівництві» номер держреєстрації 0116U004537, яка виконувалась кафедрою прикладної математики та інформаційних технологій впродовж 2016-2020 р.р. Наукова новизна роботи підтверджена 7 –ю авторськими свідотствами [42-48], захистом 1 - ї кандидатської дисертації і 2 – х магістерських робіт.

В даний час багато підприємств, не витримавши конкуренції ринку, припиняють функціонування. Вирішальне значення при використовуванні обмежених виробничих ресурсів має тісну і безперервну взаємодію підприємств в єдиній виробничій системі на користь отримання взаємної вигоди при рішенні сумісних задач по задоволенню потреб суспільства [20]. Взаємодія підприємств характеризується наявністю значної кількості різнорідних сил і засобів, спільно вирішуваних задач і способів їх виконання, зв'язків між ними, а також великим числом показників, що визначають кінцевий результат взаємодії – отримання взаємної вигоди. Тому взаємодію підприємств слід розглядати з позиції системного підходу. З погляду системного підходу об'єктом дослідження є види і форми взаємодії, тобто об'єктом дослідження є не суб'єкти, а процес взаємодії між ними.

Актуальною задачею є створення методик проектування процесу взаємодії підприємств, на основі яких можна визначити частку потоку проміжної і кінцевої продукції, що забезпечують їх стабільне функціонування і ефективну роботу виробничої системи.

Математична модель виробничої системи, яка об'єднує підприємства, що взаємодіють, має вигляд [28]:

$$\begin{aligned} &\frac{dm_i y_i}{dt} = v_i - v_{ai}, \quad y_i(t_0) = y_{i0}; \\ &x_i = k_i w_i; \\ &0 \le x_i \le y_i, \quad i = 1,2,\dots,n \end{aligned} \tag{В.1}$$

де x_i, y_i – відповідно потік випуску продукції і виробнича потужність i – го підприємства; v_i, w_i – потоки надходження відповідно основних (ОВФ) і оборотних (ОбВФ) виробничих фондів на i – е підприємство; v_{ai} – потік вибуття (амортизації) ОВФ i – го об'єкту; m_i, k_i – відповідно миттєва фондомісткість ОВФ і миттєвий коефіцієнт ефективності ОбВФ i – го підприємства.

Наявність в моделі (В.1) нерівності не дозволяє розробити загальну методику проектування процесу взаємодії для різної кількості підприємств єдиної виробничої системи, тому проблема розв'язується поетапно:

- створюється методика проектування одного підприємства;
- на основі аналітичного дослідження і моделювання

окремих випадків процесу взаємодії двох підприємств створюється загальна методика проектування процесу взаємодії двох підприємств;

– на основі аналітичного дослідження і моделювання окремих випадків процесу взаємодії трьох підприємств створюється загальна методика проектування процесу взаємодії трьох підприємств.

В даній монографії розглядаються сучасні методи проектування підприємств для випуску нової продукції і формування виробничих систем. Створена математична модель життєвого циклу підприємства і виконана ідентифікація її параметрів. При проектуванні процеса випуску валового продукта підприємства і формуванні виробничої системи застосован матричний метод динамічного програмування для неперервних детермінованих систем. Обгрунтован вибір вагових коефіцієнтів квадратичного функціонала якості.

Аналітичне дослідження динамічних процесів в складних системах пов'язано з великими теоретичними і обчислювальними труднощами, тому одним з основних методів дослідження є метод математичного моделювання. В основу цього методу покладено поняття математичної моделі об'єкту дослідження. В цьому випадку предметом дослідження є не сама фізична система, а її математична модель, яка описує динамічні процеси в системі.

Цифрове моделювання на сучасному етапі розвивається дуже динамічно, що пов’язано з розробкою програмних продуктів і систем моделювання.

Системи моделювання призначені для дослідження динамічних процесів. Математичною базою всіх систем моделювання є теорія автоматичного управління, тому існують єдині принципи їх створіння, засновані на описі структурних схем.

В системі моделювання МВТП 3.7 основна роль відводиться графічному редактору, з його допомогою на екрані дисплея створюється схема моделювання досліджуваної системи, блоки якої є в її бібліотеках. В схему моделювання, окрім основних блоків, додаються спеціальні блоки формування зовнішніх дій на систему і побудови графіків. Окрім графічного редактора є текстовий редактор і алгоритмічна мова програмування, за допомогою яких можна створювати спеціальні блоки користувача і отримувати висновки у вигляді таблиць.

Після побудови схеми моделювання задаються параметри блоків, вибірається метод інтегрування і задаються його параметри, виконується процес моделювання.

Можливо досліджувати процеси і системи різного призначення і фізичної природи: технічні, технологічні, виробничо-технічні, економічні та інш.

Складність математичних моделей обмежується системої 30 – ти звичайних диференційних рівнянь.

Досліджувати можливо неперервні і дискретні, лінійні і нелінійні процеси і системи. Зовнішні дії можуть бути детермінованими і випадковими.

Чтоб монографія була корисна інженерам и фахивцям інших галузей, викладання матеріалу ведеться на доступному для інженера рівні. Дослідження проводяться в системах моделювання МВТП 3.7 [29], PDS (проектування динамічних систем) [13] та Excel.

1. КОРОТКІ ВІДОМОСТІ З ТЕОРІЇ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

1.1. Загальні відомості

Різноманітні елементи систем, відмінні призначенням, конструкцією, принципом дії і фізичною природою, можуть описуватися однаковими за формою диференційними рівняннями. Наприклад, диференційне рівняння вертикальних коливань механічної системи «автомобіль-дорога», яка представлена найпростішою моделлю (рис. 1.1) записується у вигляді:

$$m\ddot{z} + b\dot{z} + cz = c\eta \tag{1.1}$$

де m – маса кузова разом з пасажирами; b, c – відповідно жорсткість підвіски і коефіцієнт опору гасителів коливань, встановлених в підвісці автомобіля; z – лінійне переміщення центру мас кузова уздовж вертикальної осі; η – амплітуда нерівності дороги. Дорога і шини вважаються абсолютно жорсткими.

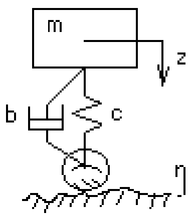


Рис. 1.1. Модель механічної системи

Диференційне рівняння коливань в електричному контурі (рис.1.2), що містить індуктивність L, місткість C і активний опір R, має вигляд

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = E, \tag{1.2}$$

де q – величина заряду; Е – зовнішня енергія.

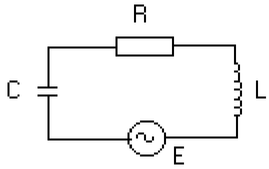


Рис. 1.2. Електричний контур

Диференційне рівняння процесу випуску валового продукту підприємства можна записати у вигляді

$$m\ddot{Y} + \beta\dot{Y} + cY = cV, \qquad (1.3)$$

де V – об'єм основних виробничих фондів (ОВФ); β – коефіцієнт вибуття ОВФ; c – коефіцієнт зростання ОВФ за рахунок чистих інвестицій; m – фондомісткість.

Диференційні рівняння (1.1)-(1.3) однакові за формою. Отже, в цих різних по фізичній природі системах можуть виникати аналогічні динамічні процеси.

Теоретичний аналіз будь-якої динамічної системи починається з складання математичної моделі – диференційних рівнянь. Графічне зображення диференційних рівнянь називається структурною схемою. Методи теорії автоматичного управління пропонують єдиний підхід до проведення аналізу і синтезу динамічних систем незалежно від їх призначення, принципу дії і конструкції, заснованій на вивченні структурних схем.

Складні системи представляють у вигляді моделей, що складаються з окремих ідеалізованих ланок, які можуть бути точно математично описані. Під елементарною динамічною ланкою розуміють штучно виділену частину системи, для якої можна скласти найпростішу математичну модель – диференційне рівняння не вище другого порядку. Елемент системи представляє на структурних схемах ланку, яка перетворює вхідний сигнал у вихідний (рис. 1.3).

Рис. 1.3. Динамічна ланка

При аналізі системи досліджують залежність між певними входами (джерелами) і виходами (реакціями). Це можуть бути електричні, гідравлічні, механічні, теплові, грошові і інші види величин, які звичайно є дійсними функціями часу. Розрізняють наступні типи елементарних динамічних ланок: коливальна ланка, консервативна, аперіодична другого і першого порядків, пропорційна (підсилювальна), інтегруюча і диференціююча. Кожна динамічна ланка має наступні динамічні характеристики: рівняння динаміки, передавальну функцію, перехідну і імпульсну перехідну функції, частотні характеристики. Такими ж динамічними характеристиками оцінюються і властивості всієї системи.

Розрахунок структурних схем ведеться за допомогою системи диференційних рівнянь першого порядку.

Рівняння динаміки описує процеси в ланці при довільних вхідних діях і визначає залежність вихідний перемінної від вхідної перемінної. Тип ланки визначається рівнянням динаміки. *Система називається детермінованою,* якщо даному вхідному сигналу відповідає єдиний вихідний сигнал. В недетермінованих або *стохастичних* системах даному вхідному сигналу можуть відповідати декілька можливих вихідних сигналів, кожний з яких має певну вірогідність появи. Вхідні дії можуть також бути відомими (детермінованими) і випадковими функціями. Якщо на вхід детермінованої системи поступає випадковий сигнал (дія), то на виході системи буде випадковий сигнал.

Розрізняють два режими систем і їх елементів: статичний і динамічний. Статичним режимом називають стан системи, при якому вихідна змінна не змінюється в часі. Статичний режим виявляється при постійних в часі вхідних діях. В динамічному режимі вихідна змінна залежить від часу. Динамічні режими описуються диференційними рівняннями і можуть бути сталими і несталими (перехідними). Перехідні режими з'являються відразу після зміни зовнішніх дій. Закон зміни вихідної змінної в перехідному режимі залежить від виду дії і власних динамічних властивостей системи.

Сталий режим роботи наступає після закінчення перехідного процесу, коли вихідна змінна елемента або системи змінюється по такому ж закону, що і вхідна дія. Статична характеристика встановлює залежність між вхідними і вихідними параметрами ланки в сталому режимі. Вона може задаватися графічно і аналітично. По виду статичних характеристик (рис. 1.4) елементи можуть бути лінійними і нелінійними.

Систему, що складається з лінійних елементів, називають лінійною. Якщо в системі є хоча б один елемент з нелінійною статичною характеристикою, то вона називається нелінійною. Якщо нелінійність статичної характеристики невелика, то її можна замінити лінійною і розглядати як лінійний елемент.

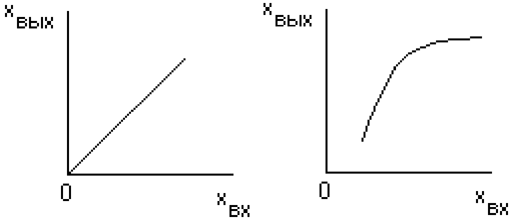


Рис. 1.4. Вид статичних характеристик

Основним параметром лінійних елементів є передавальний коефіцієнт – це відношення вихідного сигналу до вхідного сигналу в сталому режимі: $k = x_{вых} / x_{вх}$. Розмірність передавального коефіцієнта рівна відношенню розмірності вихідної змінної до розмірності вхідної змінної.

1.2. Форми запису рівняння динаміки

Форми запису рівняння динаміки розглянемо на прикладі коливальної ланки.

Рівняння динаміки коливальної ланки можна записати в природній формі

$$m\ddot{x}_{вих} + b\dot{x}_{вих} + cx_{вих} = cx_{вх}. \qquad (1.4)$$

При аналітичному дослідженні систем широко використовують символічний запис лінійних диференційних рівнянь. Введемо оператор для операції диференціювання, тобто $p = \dfrac{d}{dt}$, тоді

$$\frac{dx_{вих}}{dt} = px_{вих}(t); \frac{d^2x_{вих}}{dt^2} = p^2x_{вих}(t); ...; \frac{d^nx_{вих}}{dt^n} = p^nx_{вих}(t);$$
$$x_{вих} = p^0x_{вих}(t).$$

В цьому випадку рівняння (1.4) буде мати вид:

$$(mp^2 + bp + c)x_{вих}(t) = cx_{вх}(t) \qquad (1.5)$$

Запис (1.5) відповідає символічній або операторній формі запису диференційного рівняння.

Рівняння (1.5) дає рішення в тимчасовій області, тобто у виді $x_{вих} = f(t)$. Для отримання рішення в частотній області, тобто у виді $x_{вих} = f(\omega)$, використовують операційне числення, тобто операційну форму запису лінійних диференційних рівнянь.

$$(ms^2 + bs + c)X_{вих}(s) = cX_{вх}(s) \qquad (1.6)$$

Порівняємо рівняння (1.5) і (1.6), їх форма однакова, відмінність полягає в тому, що в диференційних операторах системи замість оператора p записано комплексне число s і оригінали функцій замінені їх зображеннями.

Передавальною функцією у формі зображень Лапласа називають відношення зображення вихідної змінної до зображення вхідної змінної при нульових початкових умовах.

Запишемо передавальну функцію коливальної ланки

$$W(s) = \frac{X_{вих}(s)}{X_{вх}(s)} = \frac{c}{ms^2 + bs + c}. \qquad (1.7)$$

Для визначення динамічних характеристик типових ланок зручно використовувати стандартну форму запису лінійних диференційних рівнянь. При переході від рівняння (1.4) до запису його в стандартній формі необхідно дотримуватися правил:

- коефіцієнт при вихідної змінної повинен бути рівний одиниці;
- в правій частині рівняння складові, що містять вхідну змінну і її похідні, повинні бути з'єднані в одну групу і коефіцієнт при вхідної змінної винесено за дужку.

В цьому випадку рівняння (1.4) матиме вигляд

$$\frac{m}{c}\ddot{x}_{вих} + \frac{b}{c}\dot{x}_{вих} + x_{вих} = x_{вх}$$

або

$$T_0^2\ddot{x}_{вих} + T_1\dot{x}_{вих} + x_{вих} = kx_{вх} \ , \qquad (1.8)$$

де $T_0^2 = \dfrac{m}{c}; T_1 = \dfrac{b}{c}; k = 1$. Тут k передавальний коефіцієнт ланки; T_0, T_1 – постійні часу. Покажемо це на прикладі механічної системи [6]. З теоретичної механіки відомо, що $v^2 = \dfrac{c}{m}$ – квадрат власної кругової частоти, отже, постійна T_0 має розмірність часу.

Постійна T_1 має розмірність часу, оскільки розмірність жорсткості підвіски – кН/м і розмірність коефіцієнта опору гасителів коливань – кНс/м

$$T_1 = \frac{b}{c}\left[\frac{кН \cdot c \cdot м}{м \cdot кН}\right].$$

Встановимо залежність між постійними часу T_0, T_1 і параметрами механічної системи $T_1 = \frac{b}{c} \cdot \frac{m}{m} = 2nT_0^2$, де $2n = \frac{b}{m}$. В механіці існує поняття ступінь демпфірування – це відношення опору, діючого в системі, до критичного опору $b_{кр} = 2\sqrt{mc}$

$$\xi = \frac{b}{b_{кр}} = \frac{2mn}{2\sqrt{mc}} = \frac{n}{\sqrt{c/m}} = \frac{n}{v} = nT_0 . \qquad (1.9)$$

Рівняння динаміки коливальної ланки в стандартній формі записується наступним чином

$$T^2 \ddot{x}_{вих} + 2\xi T \dot{x}_{вих} + x_{вих} = kx_{вх} , \qquad (1.10)$$

де $T = T_0$.

Рівняння (1.10) в операторній формі має вигляд

$$(T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1) x_{вих}(t) = kx_{вх}(t) . \qquad (1.11)$$

На структурній схемі ланка зображається у виді прямокутника, усередині якого записується передавальна функція

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1} . \qquad (1.12)$$

Запис рівняння (1.10) в операційній формі має вигляд

$$(T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1) X_{вих}(s) = kX_{вх}(s) . \qquad (1.13)$$

Зображення коливальної ланки на структурній схемі представлено на рисунку 1.5.

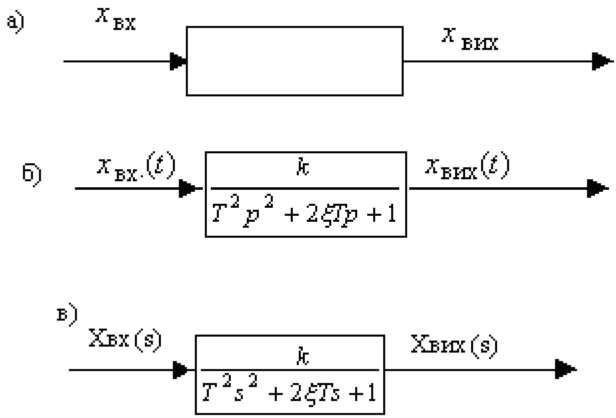


Рис. 1.5. Представлення коливальної ланки на структурних схемах

Якщо в системі немає опору, то ступінь демпфірування $\xi = 0$. Така система називається консервативною системою і відповідна ланка – консервативною ланкою. Передавальна функція консервативної ланки в операційній формі має вигляд

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1}. \qquad (1.14)$$

При $\xi = 1$ одержуємо аперіодичну ланку другого порядку, оскільки в цьому випадку передавальна функція

$$W(s) = \frac{X_{вих}(s)}{X_{вх}(s)} = \frac{k}{T^2 s^2 + 2Ts + 1} = \frac{k}{(Ts+1)^2}. \qquad (1.15)$$

Отже, передавальна функція аперіодичної ланки першого порядку $W(s) = \frac{k}{Ts+1}$ і відповідно його рівняння динаміки в операційній формі

$$(Ts+1)X_{вих}(s) = kX_{вх}(s) \tag{1.16}$$

і стандартній формі

$$T\dot{x}_{вих} + x_{вих} = kx_{вх}\,. \tag{1.17}$$

Рівняння динаміки є математичною моделлю систем.

1.3. Перехідна функція

Перехідний процес системи можна охарактеризувати перехідною характеристикою, яка будується по перехідній функції. Легко встановити тип динамічної ланки по перехідній характеристиці. *Перехідна функція ланки* – реакція ланки на одиничну східчасту дію при нульових початкових умовах. Східчаста дія – миттєва зміна дії на постійну величину, частіше за все рівну одиниці.

Аналітично одинична функція, що зображена на рисунку 1.6, записується у виді:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{ïðè} \quad t < 0; \\ 1 & \text{ïðè} \quad t \geq 0. \end{cases} \tag{1.18}$$

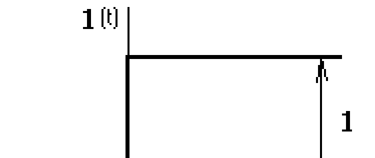


Рис. 1.6. Одинична функція

Перехідна функція $h(t) = x_{вих}(t)$ визначається з рішення рівняння динаміки в стандартній формі при $x_{вх} = 1(t)$.

Визначимо перехідну функцію з рішення рівняння динаміки коливальної ланки в стандартній формі при $x_{вх} = 1(t)$, тобто

$$T^2 \ddot{x}_{вих} + 2\xi T\dot{x}_{вих} + x_{вих} = k \qquad (1.19)$$

Загальне рішення рівняння (1.19)

$$x_{вих} = x^{*}_{вих} + x^{**}_{вих} \qquad (1.20)$$

Рішення $x^{*}_{вих}$ характеризує вільні коливання ланки і визначається по корінням характеристичного рівняння (1.19)

$$T^2 r^2 + 2\xi Tr + 1 = 0, \quad r_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})/T \qquad (1.21)$$

Залежно від значення ξ можливі різні ситуації. Легше проводити зіставлення, якщо розглядати замість рівняння (1.19) рівняння динаміки (1.4).

$$m\ddot{x}_{вих} + b\dot{x}_{вих} + cx_{вих} = cx_{вх},$$
$$\ddot{x}_{вих} + 2n\dot{x}_{вих} + \nu^2 x_{вих} = \nu^2 x_{вх},$$

де $n = b/(2m)$; $\nu = \sqrt{c/m}$; $\xi = n/\nu$.

Тоді характеристичне рівняння

$$r^2 + 2nr + \nu^2 = 0, \; r_{1,2} = -n \pm \sqrt{n^2 - \nu^2}.$$

1. $\xi = 0, n = 0, b = 0$ – немає опору в системі.

Тоді $r_{1,2} = \pm \nu i$ і рішення можна записати у виді

$$x^{*}_{вих} = C_1 \cos \nu t + C_2 \sin \nu t \qquad (1.22)$$

де C_1 і C_2 – довільні постійні, визначувані по початкових умовах після того, як буде отримано вираження для $x_{вих}$.

2. $\xi = 1, n = \nu$, $b = b_{кр}$ – випадок критичного опору в системі. Тоді $r_{1,2} = -n$ – маємо випадок кратного коріння

$$x^{*}_{вих} = e^{-nt}(C_1 + C_2 t)\,. \qquad (1.23)$$

3. $0 < \xi < 1, n < \nu$, $b < b_{êð}$ – випадок малого опору в системі

$$r_{1,2} = -n \pm \nu_1 i,\ де\ \nu_1 = \sqrt{\nu^2 - n^2}\,,$$

$$x^{*}_{выи} = e^{-nt}(C_1 \cos\nu_1 t + C_2 \sin\nu_1 t)\,. \qquad (1.24)$$

Знайдемо $x^{**}_{вих}$ по виду правої частини

$$x^{**}_{вих} = A;\ \dot{x}^{**}_{вих} = 0;\ \ddot{x}^{**}_{вих} = 0.$$

Тоді з рівняння (1.19)

$$x^{**}_{вих} = k \text{ або } A = k\,;$$

$$x_{вих} = e^{-nt}(C_1 \cos\nu_1 t + C_2 \sin\nu_1 t) + k\,.$$

Визначимо довільні постійні при нульових початкових умовах, тобто при $t = 0$ $x_{вих} = 0, \dot{x}_{вих} = 0$.

$$\dot{x}_{вих} = e^{-nt}[(\nu_1 C_2 - nC_1)\cos\nu_1 t - (nC_2 + \nu_1 C_1)\sin\nu_1 t];$$

$$0 = C_1 + k \to C_1 = -k;$$

$$0 = \nu_1 C_2 - nC_1 \to C_2 = nC_1/\nu_1 = -\frac{nk}{\nu_1}.$$

Отже, перехідна функція коливальної ланки визначається по формулі:

$$h(t) = x_{вих} = k[1 - e^{-nt}(\cos\nu_1 t + \frac{n}{\nu_1}\sin\nu_1 t)]\,. \qquad (1.25)$$

Графік перехідної функції (рис. 1.7) називається перехідною характеристикою.

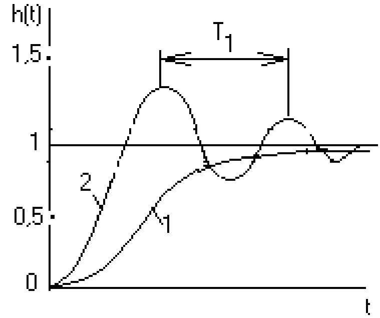


Рис. 1.7. Перехідна характеристика динамічних ланок:
1 – аперіодична ланка другого порядку;
2 – коливальна ланка.

На графіку T_1 – період затухаючих коливань $T_1 = 2\pi / \nu_1$, де ν_1 – частота затухаючих коливань.

Перехідна функція консервативної ланки визначається виразом (1.25) при $\xi = \dfrac{n}{\nu} = 0$

$$h(t) = x_{вых} = k(1 - \cos\nu t) = 2k\sin^2\frac{\nu}{2}t \qquad (1.26)$$

Отримаємо перехідну функцію у разі критичного опору в системі $\xi = \dfrac{n}{\nu} = 1 \quad b = b_{кр}$. Тоді $r_{1,2} = -n$, маємо випадок кратного кореня

$$x^*_{вых} = e^{-nt}(C_1 + C_2 t) \qquad (1.27)$$

$$h(t) = x_{вых}(t) = e^{-nt}(C_1 + C_2 t) + k;$$

$$\dot{x}_{вых}(t) = -ne^{-nt}(C_1 + C_2 t) + e^{-nt}C_2 = e^{-nt}(-nC_1 + (1 - nt)C_2);$$

$$0 = C_1 + k \to C_1 = -k; \quad 0 = -nC_1 + C_2 \to C_2 = nC_1 = -nk.$$

$$h(t) = k(1 - e^{-nt}(1 + nt)). \qquad (1.28)$$

1.4. Передавальна функція

Для дослідження систем, що працюють в режимі коливань, використовують гармонійне обурення одиничної амплітуди. Щоб отримати значення реального гармонійного обурення, необхідно ввести його максимальну амплітуду.

Як відомо, передавальна функція ланки – це відношення зображення вихідної змінної до зображення вхідної змінної при нульових початкових умовах. З рівняння динаміки в стандартній формі (1.10) запишемо передавальну функцію коливальної ланки

$$W(s) = \frac{X_{\text{âèõ}}(s)}{X_{\text{âõ}}(s)} = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}. \qquad (1.29)$$

Передавальна функція використовується для отримання частотних характеристик.

Частотні характеристики

Функцію $W(j\omega)$, яку отримають з передавальної функції при підстановці в неї $s = j\omega$, називають частотною передавальною функцією

$$W(j\omega) = \frac{k}{(1 - T^2\omega^2) + j2\xi T\omega}. \qquad (1.30)$$

Помножимо чисельник і знаменник на комплексно-зв'язане знаменнику вираження, отримаємо дійсну і уявну частотні функції.

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (1.31)$$

де

$U(\omega) = \dfrac{k(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2}$ – дійсна частотна функція;

$$V(\omega) = -\frac{2k\xi T\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2}$$ – уявна частотна функція;

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = \frac{k}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2}} \qquad (1.32)$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{V(\omega)}{U(\omega)} + k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

На комплексній площині (рис. 1.8) частотна передавальна функція $W(j\omega)$ представляє вектор $\overline{O}\vec{C}$, модуль (довжина) якого рівний $A(\omega)$, а аргумент (кут між цим вектором і дійсною позитивною напіввіссю) - $\varphi(\omega)$. Крива, яку описує кінець цього вектора, називається амплітудно-фазовой частотною характеристикою (АФЧХ).

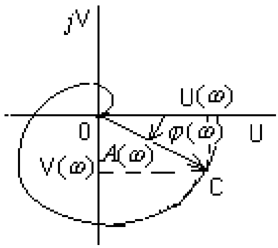


Рис. 1.8. Амплитудно-фазова частотна характеристика

Будується АФЧХ по відповідним вираженнях для характерних точок: $\omega = 0, \omega = 1/T, \omega \to \infty.$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2} & при \quad \omega \le 1/T, \\ -\pi + arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2} & при \quad \omega > 1/T. \end{cases} \qquad (1.33)$$

Фазова частотна функція коливальної ланки, як це видно з АФЧХ (рис. 1.9), змінюється від 0 до $-\pi$ і виражається формулою (1.33).

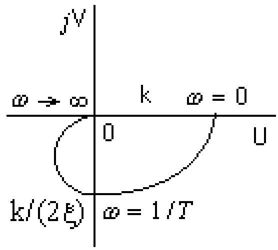


Рис. 1.9. АФЧХ коливальної ланки

Модуль $A(\omega)=|W(j\omega)|$ називають амплітудною частотною функцією, а її графік – амплітудною частотною характеристикою (АЧХ). АЧХ (рис. 1.10) будується по виразенню (1.32) для характерних точок ($\omega=0,\ \omega=1/T, \omega\to\infty.$).

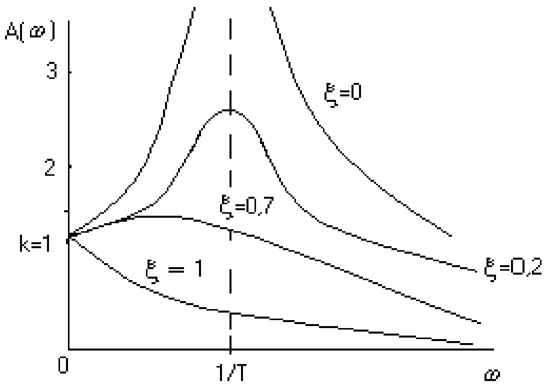


Рис. 1.10. Амплітудно-частотна характеристика

ω	$A(\omega)$
0	до
1/T	k/(2ξ)
$\to\infty$	0

ω=1/T k=1

ξ	$A(\omega)$
0	$\to\infty$
0.2	2.5
0.7	0.71
1	0.5

Аналіз АЧХ показує, що при $\xi = 0$ ланка стає консервативною і при $\xi = 1$ – аперіодичною другого порядку.

Аргумент $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ називають фазовою частотною функцією, її графік – фазовою частотною характеристикою (ФЧХ) (рис. 1.11).

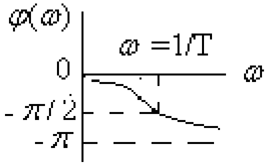


Рис.1.11. ФЧХ коливальної ланки

Для створення схеми моделювання потрібно знати типові динамічні ланки і їх характеристики.

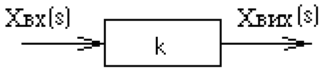
1.5. Типові динамічні ланки і їх характеристики

Пропорційна (підсилювальна) ланка характеризує статичний зв'язок, тобто постійне співвідношення між вихідною і вхідною змінними.

Рівняння пропорційної ланки $x_{вых}(t) = kx_{вх}(t)$ в операційній формі має вид: $X_{вих}(s) = kX_{вх}(s)$.

Передавальна функція $W(s) = X_{вих}(s) / X_{вх}(s) = k$.

Зображення на структурній схемі:



Частотна передавальна функція $W(j\omega) = k$. Дійсна частотна функція $U(\omega) = k$. Уявна частотна функція $V(\omega) = 0$. Амплітудно-частотна функція $A(\omega) = k$. Фазова частотна функція $\varphi(\omega) = 0$. Перехідна функція $h(t) = x_{вых}(t) = k \cdot 1(t)$.

На рисунку 1.12 наведено основні характеристики пропорційної ланки.

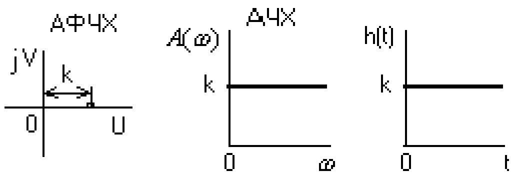
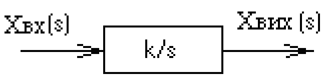


Рис. 1.12. Характеристики пропорційної ланки

Інтегруюча ланка – ланка, у якої швидкість зміни вихідної змінної пропорційна вхідній змінній $\frac{dx_{вых}}{dt} = kx_{вх}(t)$ або, що те ж саме, вихідна змінна є інтегралом за часом від вхідної змінної $x_{вых}(t) = k\int\limits_0^t x_{вх}(t)dt$, тобто рівняння динаміки в операційній формі $X_{вих}(s) = \frac{k}{s} X_{вх}(s)$. Зображення на структурній схемі:



Передавальна функція $W(s)=X_{вих}(s)/X_{вх}(s)=k/s.$ Частотна передавальна функція

$W(j\omega)=\dfrac{k}{j\omega}\cdot\dfrac{-j\omega}{-j\omega}=-jk/\omega.$ Дійсна частотна функція $U(\omega)=0.$ Уявна частотна функція $V(\omega)=-k/\omega.$ Амплітудно-частотна функція $A(\omega)=k/\omega.$ Фазова частотна функція $\varphi(\omega)=-\pi/2.$ Перехідна функція $h(t)=x_{\text{âûõ}}(t)=k\int_0^t 1(t)dt=kt.$

На рисунку 1.13 наведено основні характеристики інтегруючої ланки.

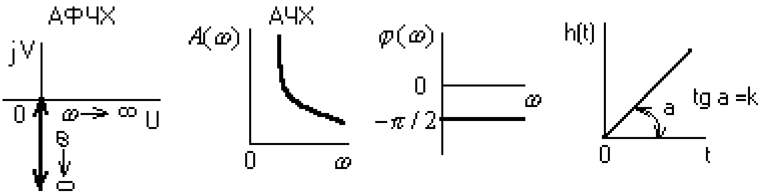
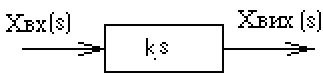


Рис.1.13. Характеристики інтегруючої ланки

Диференціююча ланка характеризує швидкісний зв'язок, в якому вихідна змінна пропорційна швидкості зміни вхідної змінної, тобто похідній від вхідної змінної.

Рівняння динаміки ланки $x_{вих}(t)=k\dfrac{dx_{вх}(t)}{dt}$ в операційній формі має вид: $X_{вых}(s)=ksX_{вх}(s).$

Зображення на структурній схемі:



Передавальна функція $W(s) = X_{вих}(s)/X_{вх}(s) = ks.$ Частотна передавальна функція $W(j\omega) = jk\omega.$ Дійсна частотна функція $U(\omega) = 0.$ Уявна частотна функція $V(\omega) = k\omega.$ Амплітудно-частотна функція $A(\omega) = k\omega.$ Фазова частотна функція $\varphi(\omega) = \pi/2.$ Перехідна функція $h(t) = x_{вих}(t) = k\dfrac{d \cdot 1(t)}{dt} = k\delta(t),$ де $\delta(t)$ – дельта-функція Дірака. Дельта-функція описує одиничний імпульс, який фізично можна уявити, як дуже вузький імпульс одиничної площі.

На рисунку 1.14 наведено основні характеристики диференціюючої ланки.

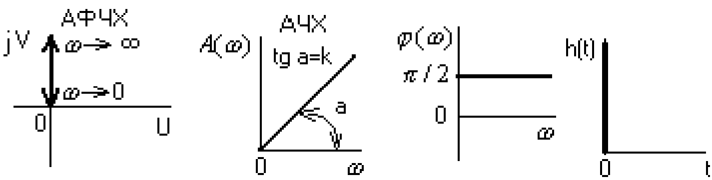
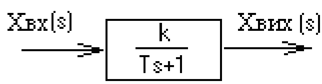


Рис.1.14. Характеристики диференціюючої ланки

Аперіодична ланка першого порядку. Рівняння динаміки ланки в операційній формі має вид: $(Ts+1)X_{вих}(s) = kX_{вх}(s).$ Аперіодична ланка виходить в результаті з’єднання елемента, що володіє ємністю, з елементом, що створює опір. Ємність запасає енергію або речовину.

Зображення на структурній схемі:



Передавальна функція

$$W(s) = X_{вих}(s) / X_{вх}(s) = k/(Ts+1).$$

Частотна передавальна функція

$$W(j\omega) = \frac{k}{1+jT\omega}\cdot\frac{1-jT\omega}{1-jT\omega} = \frac{k(1-jT\omega)}{T^2\omega^2+1}.$$

Дійсна частотна функція $U(\omega) = \frac{k}{T^2\omega^2+1}$.

Уявна частотна функція $V(\omega) = -\frac{kT\omega}{T^2\omega^2+1}$.

Амплітудно-частотна функція $A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2+1}}$.

Фазова частотна функція $\varphi(\omega) = -arc\,tg\,T\omega$.

Перехідна функція визначається з рішення рівняння динаміки ланки $T\dot{x}_{вих} + x_{вих} = k$.

$$Tr+1=0,\quad r=-1/T,\quad x^{*}_{вих} = Ce^{-\frac{1}{T}t},\quad x^{**}_{вих} = A,\quad A = k,$$

$$x_{вих} = Ce^{-\frac{1}{T}t}+k,\quad t=0,\quad x_{вих}(0)=0,\quad C=-k.$$

$$h(t) = x_{вих}(t) = k(1-e^{-\frac{1}{T}t}).$$

На рисунку 1.15 наведено основні характеристики аперіодичної ланки першого порядку.

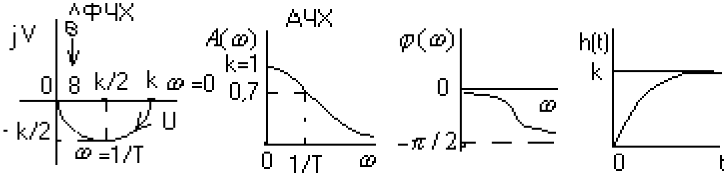


Рис.1.15. Характеристики аперіодичної ланки першого порядку

Аперіодична ланка другого порядку виходить у разі критичного опору в системі, тобто при $\xi = 1, n = \nu$. Рівняння динаміки ланки $.T^2\ddot{x}_{вих} + 2T\dot{x}_{вих} + x_{вих} = kx_{вх}$. Амплітудно-частотна $A(\omega)$ і фазова частотна $\varphi(\omega)$ функції визначаються з відповідних функцій коливальної ланки. Перехідна функція має вигляд

$$h(t) = k(1 - e^{-nt}(1 + nt)).$$

Основні характеристики наведено на рисунку 1.16.

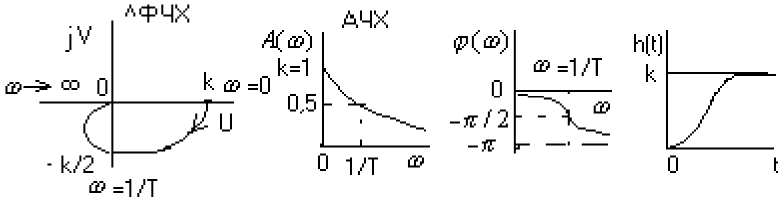
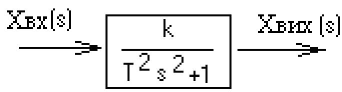


Рис.1.16. Характеристики аперіодичної ланки другого порядку

Консервативна ланка – окремий випадок коливальної ланки ($\xi = 0$), є ідеалізацією, коли можна нехтувати розсіянням енергії в ланці.

Рівняння динаміки ланки $T^2\ddot{x}_{вих} + x_{вих} = kx_{вх}$ в операційній формі має вид: $(T^2 s^2 + 1)X_{вих}(s) = kX_{вх}(s)$.

Зображення на структурній схемі:



Передавальна функція

$$W(s) = X_{вих}(s) / X_{вх}(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1}.$$

Частотна передавальна функція $W(j\omega) = \dfrac{k}{1 - T^2\omega^2}$. Дійсна частотна функція $U(\omega) = \dfrac{k}{1 - T^2\omega^2}$ Уявна частотна функція $V(\omega) = 0.$ Амплітудно-частотна функція $A(\omega) = \dfrac{k}{\left|1 - T^2\omega^2\right|}$ і фазова частотна функція $\varphi(\omega)$ консервативної ланки визначаються з відповідних функцій коливальної ланки при $\xi = 0.$

Перехідна функція визначається з рішення рівняння динаміки ланки при одиничній східчастій дії і нульових початкових умовах.

$$h(t) = x_{вых} = k(1 - \cos\nu t) = 2k\sin^2\frac{\nu}{2}t\ .$$

Характеристики консервативної ланки наведено на рис. 1.17.

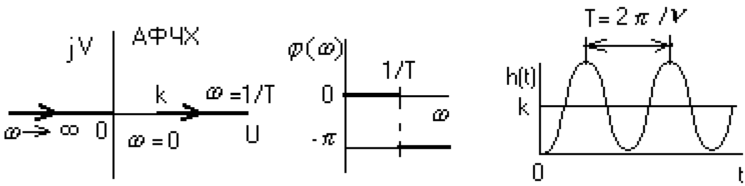
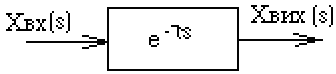


Рис. 1.17. Характеристики консервативної ланки

Ланка чистого запізнювання. Вихідний сигнал в ланці запізнювання точно повторює вхідний сигнал, але з деяким запізнюванням за часом: $x_{вых}(t) = x_{вх}(t - \tau),$ де τ - час запізнювання. Прикладом ланки запізнювання може служити пристрій подачі продукту в об'єкт регулювання, якщо між завантажувальним і приймальним бункерами є транспортер і кількість продукту, що поступає, регулюється шибером. При робочій довжині l транспортера і швидкості v його переміщення час запізнювання $\tau = l / v$.

В операційному численні існує теорема запізнювання: Зміщування аргументу оригіналу на якийсь час τ відповідає множенню зображення на $e^{-\tau s}$, тобто $L[x(t-\tau)] = e^{-\tau s} X(s)$.

Рівняння динаміки ланки в операційній формі має вид: $X_{вих}(s) = e^{-s\tau} X_{вх}(s)$. Зображення на структурній схемі:



Передавальна функція $W(s) = e^{-\tau s}$. Частотна передавальна функція $W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos\omega\tau - j\sin\omega\tau$. Дійсна частотна функція $U(\omega) = \cos\omega\tau$. Уявна частотна функція $V(\omega) = -\sin\omega\tau$. Амплітудно-частотна функція $A(\omega) = 1$. Фазова частотна функція $\varphi(\omega) = -arc\,tg\; tg\omega\tau = -\omega\tau$. На рисунку 1.18 наведено основні характеристики ланки запізнювання.

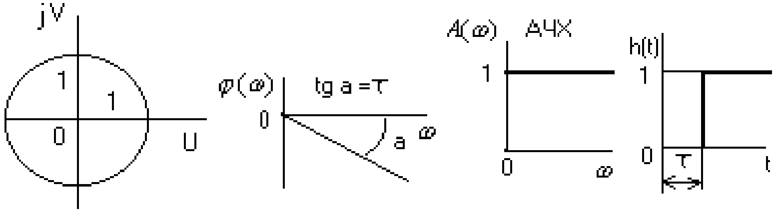


Рис. 1.18. Основні характеристики ланки запізнювання

В системі моделювання МВТП 3.7 за допомогою графічного редактору на робочому полі створюється схема моделювання досліджуваної системи, в блоках якої записані конкретні передавальні функції. Блоки схеми моделювання знаходяться в графічній базі даних і вибираються звідти за допомогою миші. Графічна база даних виведена на панель інструментів.

1.6. Структурні схеми і передавальні функції

Структурна схема є графічним зображенням математичної моделі системи управління у вигляді з'єднань ланок. Ланку на структурній схемі зображають у вигляді прямокутника, що має вхідну і вихідну змінні і всередині передавальну функцію. Іноді замість передавальної функції указують рівняння динаміки або характеристику ланки. Вхідні і вихідні змінні записують у вигляді зображень, якщо передавальні функції задають в операційній формі. Якщо передавальні функції задають в операторній формі або усередині прямокутника записано рівняння динаміки, то вхідні і вихідні змінні записують у вигляді оригіналу функції.

Суматор на структурній схемі зображають у вигляді круга, розділеного на сектори (рис. 1.19). Сектор суматора, на який подається негативний сигнал, затемняють або перед відповідним входом ставлять знак мінус.

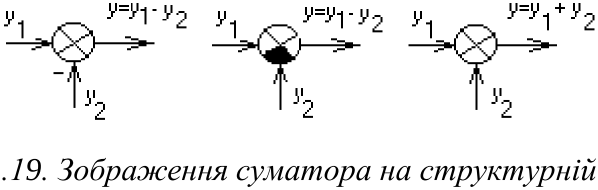


Рис. 1.19. Зображення суматора на структурній схемі

Основні правила перетворення структурних схем

Послідовне з'єднання ланок. При послідовному з'єднанні ланок вихідна змінна першої ланки є вхідною змінною другої ланки, вихідна змінна другої ланки є вхідною змінною третьої ланки і т.д. (рис. 1.20).

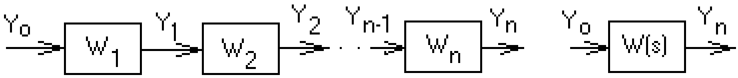


Рис. 1.20. Послідовне з'єднання ланок

При перетворенні структурних схем ланцюжок з послідовно сполучених ланок можна замінити однією ланкою з передавальною функцією, рівною добутку передавальних функцій окремих ланок.

$$W(s) = W_1(s)W_2(s)\dots W_{n-1}(s)W_n(s) = \prod_{i=1}^{n} W_i(s).$$

Це положення легко доводиться, якщо передавальні функції замінити відношенням зображення вихідної змінної до зображення вхідної змінної.

$$W_1(s)W_2(s)\dots W_{n-1}(s)W_n(s) = \frac{Y_1(s)}{Y_0(s)}\frac{Y_2(s)}{Y_1(s)}\cdots\frac{Y_{n-1}(s)}{Y_{n-2}(s)}\frac{Y_n(s)}{Y_{n-1}(s)} =$$

$$= \frac{Y_n(s)}{Y_0(s)}.$$

Частотна функція системи також рівна добутку частотних функцій окремих ланок

$$W(j\omega) = W_1(j\omega)W_2(j\omega)\dots W_{n-1}(j\omega)W_n(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} W_i(j\omega).$$

Паралельне з'єднання ланок. При паралельному з'єднанні ланок (рис. 1.21) на вхід всіх ланок поступає одна і та ж вхідна змінна, а вихідна змінна рівна сумі вихідних змінних окремих ланок.

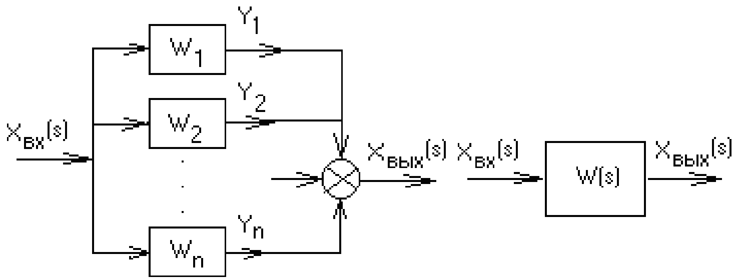


Рис. 1.21. Паралельне з'єднання ланок

Передавальна функція системи паралельно сполучених ланок рівна сумі передавальних функцій окремих елементів.

$$W(s) = W_1(s) + W_2(s) + \ldots + W_{n-1}(s) + W_n(s) = \sum_{i=1}^{n} W_i(s).$$

$$W(s) = \frac{1}{X_{вх}(s)}(Y_1(s) + Y_2(s) + \ldots + Y_n(s)) = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i(s)}{X_{вх}(s)} = \frac{X_{вых}(s)}{X_{вх}(s)}.$$

Ланка, охоплена зворотним зв'язком (ланка із зворотним зв'язком). Якщо вихідний сигнал ланки подається на його вхід через будь-яку іншу ланку, то маємо ланку із зворотним зв'язком (рис. 1.22).

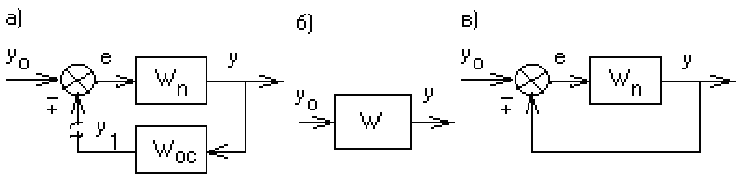


Рис. 1.22. Ланка із зворотним зв'язком

При цьому якщо сигнал зворотного зв'язку віднімається з вхідного сигналу, то зворотний зв'язок вважається негативним. Якщо сигнал зворотного зв'язку підсумовується з вхідним сигналом, то зворотний зв'язок позитивний, тобто позитивним зворотним зв'язком називають такий зв'язок, при якому збудження, що поступає на вхід системи по ланцюгу зворотного зв'язку, діє на систему в тому ж напрямі, що і основне збудження. Позитивний зворотний зв'язок може ефективно застосовуватися у виробничих процесах, наприклад, для стимулювання кількісного зростання продукції. Якщо частина засобів, яку одержує підприємство від реалізації продукції, подати на вхід системи «підприємство», то це приведе до збільшення об'єму випуску продукції або її якості, що дасть, у свою чергу, можливість збільшити вкладення у виробництво, і т. і. Таким чином, позитивний зворотний зв'язок є основою розширеного відтворювання.

Стабілізуючу дію в системах може надавати негативний зворотний зв'язок, при якому додаткове обурення, що поступає на вхід системи по ланцюгу зворотного зв'язку, діє на систему в напрямі, протилежному основному збудженню.

Розімкнемо зворотний зв'язок перед ланкою порівняння (рис. 1.22, *а*). Тоді отримаємо ланцюг з двох послідовно сполучених ланок. Тому передавальна функція розімкненого ланцюга (рис. 1.22, *б*) рівна добутку передавальної функції прямого ланцюга W_n і передавальної функції зворотного зв'язку W_{oc} : $W_p = W_n W_{oc}$.

Отримаємо передавальну функцію замкнутого ланцюга з негативним зворотним зв'язком. Для цього випишемо рівняння для кожної ланки і виконаємо необхідні перетворення

$$y = W_n e; \quad y_1 = W_{oc} y; \quad e = y_0 - y_1;$$

$$y = W_n (y_0 - y_1) = W_n (y_0 - W_{oc} y); \quad (1 + W_p) y = W_n y_0;$$

$$W = \frac{y}{y_0} = \frac{W_n}{1 + W_p}.$$

Таким чином, передавальна функція замкнутого ланцюга з негативним зворотним зв'язком рівна передавальній функції прямого ланцюга, діленого на одиницю плюс передавальна функція розімкненого ланцюга.

Аналогічно можна довести, що передавальна функція замкнутого ланцюга з позитивним зворотним зв'язком дорівнює передавальній функції прямого ланцюга, діленого на одиницю мінус передавальна функція розімкненого ланцюга.

Якщо передавальна функція зворотного зв'язку рівна одиниці, то зворотний зв'язок називається одиничним. На рисунку 1.22, *в* наведено структурна схема ланки з одиничним зв'язком. Якщо як ланка зворотного зв'язку застосовують підсилювальну ланку, то такий зв'язок називають жорстким зворотним зв'язком.

Передавальна функція одноконтурної системи. Замкнуту систему (структурну схему) називають одноконтурною, якщо при її розмиканні в якій-небудь крапці виходить ланцюжок з послідовно сполучених ланок або ланцюг, що не містить паралельних і зворотних зв'язків. Розглянемо одноконтурну систему, приведену на рисунку 1.23, *а*.

Знайдемо передавальну функцію по входу x і виходу y. Ділянка по ходу сигналу від точки додатку вхідного сигналу до точки знімання вихідного сигналу називається прямим ланцюгом, а ланцюг з послідовно сполучених ланок, що входять в замкнутий контур - розімкненим ланцюгом (рис. 1.23, б).

Справедливо правило - передавальна функція одноконтурної системи з негативним (позитивним) зворотним зв'язком рівна передавальній функції прямого ланцюга, діленого на одиницю плюс (мінус) передавальна функція розімкненого ланцюга.

$$W_{yx} = \frac{y}{x} = \frac{W_0 W_1 W_2}{1 \pm W_1 W_2 W_3} = \frac{W_n}{1 \pm W_p},$$

де W_n - передавальна функція прямого ланцюга, W_p - передавальна функція розімкненого ланцюга.

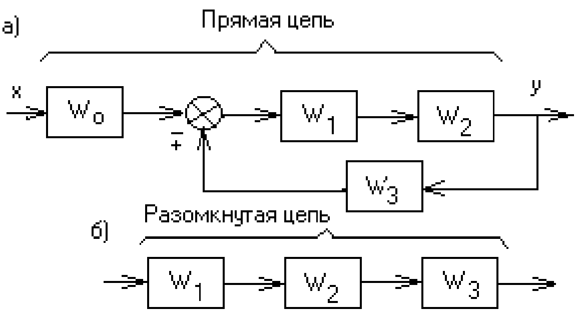


Рис. 1.23. Одноконтурна система

Складне з'єднання ланок. Структурна схема складної системи наведена на рис. 1.24. Вимагається визначити передавальну функцію системи.

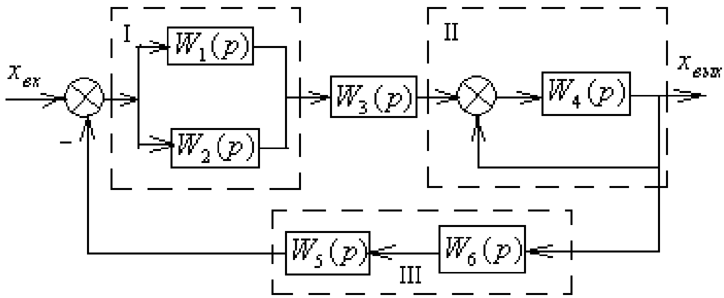


Рис. 1.24. Структурна схема

Виділимо в структурній схемі типові з'єднання: I – паралельне з'єднання ланок; II – ланка з позитивним одиничним зв'язком; III – послідовне з'єднання ланок.

Запишемо передавальні функції типових з'єднань:

$$W_I(p) = W_1(p) + W_2(p); \; W_{II} = \frac{W_4(p)}{1 - W_4(p)};$$

$$W_{III}(p) = W_5(p)W_6(p).$$

У свою чергу, блок I, третя ланка і блок II сполучена послідовно. Отже

$$W_{iv}(p) = W_I(p)W_3(p)W_{II}(p) = (W_1(p) + W_2(p))W_3(p)\frac{W_4(p)}{1 - W_4(p)}.$$

Блок III включений в ланцюг негативного зворотного зв'язку. Тоді передавальна функція всієї системи матиме вигляд

$$W(p)=\frac{(W_1(p)+W_2(p))W_3(p)\dfrac{W_4(p)}{1-W_4(p)}}{1+(W_1(p)+W_2(p))W_3(p)\dfrac{W_4(p)}{1-W_4(p)}W_5(p)W_6(p)}=$$

$$=\frac{(W_1(p)+W_2(p))W_3(p)W_4(p)}{1-W_4(p)+(W_1(p)+W_2(p))W_3(p)W_4(p)W_5(p)W_6(p)}.$$

Наведений приклад показує, що можна визначити передавальну функцію лінійної системи будь-якої складності.

2. ПРОЕКТУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВА ДЛЯ ВИРОБНИЦТВА НОВОЇ ПРОДУКЦІЇ

2.1. Загальні відомості

Функція кожного підприємства – виробляти продукцію в кількості і якості необхідному для забезпечення людей, суспільства матеріальними засобами життя і розвитку. Процеси виробництва здійснюються на робочих місцях. Тут формуються головні економічні результати підприємства, наприклад, випуск продукції і відповідні витрати. Кількістю виробленої підприємствами продукції визначаються можливості споживання людей, умови існування і розвитку суспільства, життя кожної людини.

Обсяг продукції оцінюється декількома економічними показниками: кількістю реалізованої, товарної і валової продукції. Продукція, продана покупцям за гроші, називається реалізованої продукцією. Продукція, вироблена для продажу, називається товарною продукцією. Сума обсягів продукції, виробленої для продажу та використання всередині підприємства, називається валовою продукцією.

Процес виробництва валового продукту є основою будь-якого підприємства. В даний час багато підприємств не вижили в умовах ринку і жорсткої конкуренції, тому актуальним завданням є створення підприємств для випуску нової продукції.

Проектування підприємства здійснюється на першій стадії життєвого циклу, важлива роль повинна відводитись пошуку проектних рішень самого підприємства і продукції, яка випускається.

На стадії проектування підприємства для виробництва продукції необхідно:

- вибрати вид нової продукції;
- установити об'єм випускаємої продукції, яка була б не менше рівня попиту, щоб не втратити потенційно можливий дохід від реалізації продукції, і не більше рівня попиту, інакше підприємство буде нести збитки пов'язані в основному зі зниженням ціни;
- виконати планування цехів підприємства у відповідності з технологією виготовлення продукції і визначення площі земельної ділянки для розміщення підприємства;
- вибрати оптимальне місце для розміщення підприємства по критеріям: відповідність земельної ділянки, можливість набрати з навколишніх районів необхідний персонал, доступ до матеріальних ресурсів та транспорту;
- визначити беззбитковий об'єм продажу і зону безпеки підприємства.

В існуючій літературі по теорії організації нема відомостей про моделі та методи, які використовуються на стадії проектування виробничих підприємств. Це свідчить про те, що підприємства створюються за типовим зразком або інтуїції.

Однак на сьогоднішній день існують роботи в яких наводяться рішення окремих задач:

- робота [14] – рішення задач визначення об'єму випускаємої продукції за допомогою гри з природою;
- робота [25] – вибір оптимального місця для розміщення підприємства методом аналізу ієрархії;

– робота [19] – методи розрахунку беззбиткового об’єму продажу і зони безпеки підприємства;
– робота [5] – задачі перших двох робіт і технологій їх реалізації в середовищі електронних таблиць.

Методи це нові і незвичні, тому необхідно їх використовувати на стадії народження підприємства.

2.2. Встановлення раціонального об’єму випускаємої однотипної продукції з допомогою гри з природою

Теорія ігор займається розробкою рекомендацій по прийняттю рішень в умовах конфліктних ситуацій або умовах ризику. З погляду математики конфліктні ситуації можна представити у виді гри двох, трьох і більш гравців, кожний з яких прагне отримати максимум виграшу за рахунок інших гравців.

Конфліктна ситуація виникає через відмінності інтересів партнерів і прагнення кожного з них ухвалити оптимальне рішення. При цьому доводиться ураховувати не тільки свої мети, але мети і невідомі наперед рішення партнерів. Для вирішення таких задач потрібні науково обгрунтовані методи, які розроблені математичною теорією конфліктних ситуацій – теорією ігор.

В багатьох задачах, що приводяться до ігрових, невизначеність викликана не свідомою протидією одного з гравців, а недостатньою обізнаністю про умови гри. Наприклад, невідома наперед погода в регіоні або купівельний попит на деяку продукцію. Такого роду ігри називають ігри з природою.

Будь-яку господарську діяльність людини можна розглядати як гру з природою. Під природою розуміють сукупність невизначених факторів, що впливають на ефективність приймаємих рішень. Задача особи, приймаючого рішення (ЛПР), – прийняття якнайкращого рішення в кожній конкретній ситуації.

Умови гри з природою задаються платіжною матрицею, і вирішити її можна за допомогою критеріїв прийняття рішень: Вальда, Севіджа, Гурвіца, Байеса, Лапласа і ін. або шляхом приведення матричної гри до задачі лінійного програмування.

Постановка задачі [14]**.** Відповідно до попиту на деяку продукцію в місті планується побудувати підприємство по виробництву цієї продукції. Невизначеність попиту в період часу t приводить до необхідності розрахунку об'єму випускаємої продукції, який був би не менше рівня попиту, щоб не втратити потенційно можливий дохід від реалізації продукції, і не більше рівня попиту, інакше підприємство зазнаватиме збитки, пов'язані в основному із зниженням ціни продукції. Передбачається, що протягом року (по кварталах) попит на цю продукцію виражається об'ємами a_1, a_2, a_3, a_4 одиниць. У такому разі і маркетингова служба підприємства може прийняти одне з рішень – побудувати підприємство, яке могло б задовольнити попит споживачів в a_1, a_2, a_3, a_4 одиниць цієї продукції.

З досвіду роботи подібних підприємств відомі витрати d від нереалізованої одиниці продукції і ринкова ціна c.

При вивченні роботи аналогічних підприємств маркетингова служба отримала додаткову інформацію, що знижує невизначеність ситуації:

– відома вірогідність попиту на дану продукцію по кварталах року;
– попит на продукцію в кожному кварталі рівноймовірний;
– про вірогідність попиту на дану продукцію по кварталах нічого визначеного сказати не можна.

Потрібно:

– додати описаній ситуації ігрову схему;
– скласти платіжну матрицю;
– на основі застосування критеріїв дати обгрунтовані рекомендації на будівництво підприємства, яке могло б забезпечити попит споживачів на цю продукцію.

Приклад 2.1 [37]. У відповідності з попитом на певний вид продукції планується побудувати підприємство з виробництва тротуарної плитки (бруківки). Передбачається, що протягом року (за кварталами) попит на цю продукцію виражається обсягами 24, 29, 34, 39 тис. кв. м.

З досвіду роботи подібних підприємств відомі витрати 72,02 грн./ кв. м. і ринкова ціна 160 грн./кв. м.

При вивченні роботи аналогічних підприємств маркетингова служба отримала додаткову інформацію, знижує невизначеність ситуації:

– відомі ймовірності попиту на даний вид продукції по кварталах року: 0,06; 0,35; 0,47; 0,12;
– попит на продукцію даного виду в кожному кварталі рівновірогідний;
– про ймовірності попиту на даний вид продукції по кварталах нічого напевне сказати не можна.

Рішення. В якості першого гравця виступає підприємство, другим гравцем є природа.

Стратегії підприємства:

- A_1 – побудувати підприємства по виробництву тротуарної плитки в обсязі 24 тис. кв. м.
- A_2 – побудувати підприємства по виробництву тротуарної плитки в обсязі 29 тис. кв. м.
- A_3 – побудувати підприємства по виробництву тротуарної плитки в обсязі 34 тис. кв. м.
- A_4 – побудувати підприємства по виробництву тротуарної плитки в обсязі 39тис. кв. м.

Стратегії природи:

- B_1 – попит споживачів на продукцію 24 тис. кв. м.;
- B_2 – попит споживачів на продукцію 29 тис. кв. м.;
- B_3 – попит споживачів на продукцію 34 тис. кв. м.;
- B_4 – попит споживачів на продукцію 39 тис. кв. м.;

Таким чином, дану ситуацію можна представити у вигляді статистичної гри.

Розрахункова формула елементів платіжної матриці:

$$a_{ij} = b_j * c - \left| a_i - b_j \right| * d, \quad i = 1,2,3,4;\ j = 1,2,3,4\,, \quad (2.1)$$

де a_i, b_j - відповідно обсяг пропозиції і попиту; c, d - ринкова ціна і витрати виробництва.

Згідно з критеріями Бейєса і Лапласа спочатку потрібно визначити для кожного рядка суму добутків елементів платіжної матриці на задані ймовірності по кварталах, а потім з отриманих значень вибрати максимальне значення. Так як в критерії Бейєса задані ймовірності різні за значенням, то в підсумку отримуємо максимальний середній прибуток.

Таким чином, розрахункові формули мають вигляд:

$$L = \max_{i=1,2,3,4} \sum_{j=1}^{4} a_{ij} p_j , \quad i = 1,2,3,4 . \tag{2.2}$$

За критерієм Вальда оптимальною є та стратегія, для якої прибуток досягає максимального значення з мінімальних, тобто

$$L = \max_{i=1,2,3,4} \min_{j=1,2,3,4} a_{ij} . \tag{2.3}$$

Розрахунок за критерієм Севіджа виконується в наступній послідовності: з платіжної матриці формується матриця ризиків, кожен елемент якої визначається за формулою

$$r_{ij} = \left| \max_{k=1,2,3,4} a_{ik} - a_{ij} \right|, \quad i = 1,2,3,4; \; j = 1,2,3,4 \tag{2.4}$$

і до неї застосовується мінімаксний критерій, тобто

$$R = \min_{i=1,2,3,4} \max_{j=1,2,3,4} r_{ij} .$$

Розрахунок статистичної гри виконаємо в середовищі ЕТ. Рішення наведено на рисунку 2.1, а формули представлені в таблиці 2.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Будівництво підприємства для нового виду продукції**									
2	**Платіжна матриця**			**b1**	**b2**	**b3**	**b4**		**Критерії**	
3			**попит**	24	29	34	39	**Бейеса**	**Лапласа**	**Вальда**
4	**пропозиція**		**P**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**середне**		**min**
5	**a1**	24	**A1**	3840	4279.9	4719.8	5159.7	4565.84	4499.85	3840
6	**a2**	29	**A2**	3479.9	4640	5079.9	5519.8	4882.72	4679.9	3479.9
7	**a3**	34	**A3**	3119.8	4279.9	5440	5879.9	4947.54	4679.9	3119.8
8	**a4**	39	**A4**	2759.7	3919.8	5079.9	6240	4673.87	4499.85	2759.7
9	**c**	**d**	**max**	3840	4640	5440	6240	**max**	**max**	**max**
10	160	72.02	**min**	3840				4947.54	4679.9	3840
11	**ймовірність попиту по Байесу**						**стратегія A1 по Вальду**			
12	0.06	0.35	0.47	0.12						
13	**ймовірність попиту по Лапласу**						**стратегія A2 і A3 по Лапласу**			
14	0.25	0.25	0.25	0.25			**стратегія A3 по Бейесу**			
15				**Розрахунок за критерієм Севиджа**						
16		**матриця ризиків**		**b1**	**b2**	**b3**	**b4**			
17			**попит**	24	29	34	39			
18	**пропозиція**		**R**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**max**		
19	**a1**	24	**A1**	0	360.1	720.2	1080.3	1080.3		
20	**a2**	29	**A2**	360.1	0	360.1	720.2	720.2		
21	**a3**	34	**A3**	720.2	360.1	0	360.1	720.2		
22	**a4**	39	**A4**	1080.3	720.2	360.1	0	1080.3		
23		**min**	**max**	1080.3	720.2	720.2	1080.3	**min**		
24		720.2						720.2		
25		**за критерієм Севиджа**						**висновок**		
26		**стратегії A2 і A3**					**стратегія A3**			

Рис.2.1 Розрахунок об'єму випуску продукції

Т а б л и ц я 2.1

Розрахункові формули

Адреса комірок	Формула
D5	=d$3*$a$10-ABS($b5-d$3)*$b$10
H5	=СУММПРОИЗВ(d5:g5;a12:d12)
I5	=СУММПРОИЗВ(d5:g5;a14:d14)
J5	=МИН(d5:g5)
H10	=МАКС(h5:h8)
I10	=МАКС(i5:i8)

J10	=МАКС(j5:j8)
D9	==МАКС(d5:d8)
D19	=ABS(d5-d$9)
D23	=МАКС(d19:d22)
B24	=МИН(d23:g23)
H19	=МАКС(d19:g19)
H24	=МИН(h19:h22)

Аналіз результатів розрахунку. Із розрахунку видно, що за критерієм Бейєса оптимальною в даному випадку є стратегія A_3, а за критерієм Лапласа оптимальними є стратегії A_2 і A_3, так як їм відповідають максимальні прибутки 4679,9 тис. грн. За критерієм Вальда оптимальною вважається стратегія A_1. Стратегія A_1 забезпечує максимальний прибуток від мінімальних, розмір якої 3840 тис. грн. Оптимальними за критерієм Севіджа є стратегії A_2 і A_3. У підсумку в якості оптимального слід прийняти A_3 – побудувати підприємство для випуску тротуарної плитки (бруківки) в обсязі 34 тис. кв. м.

2.3. Використання методу аналізу ієрархій при проектуванні підприємств

2.3.1. Загальні відомості

Метод аналізу ієрархій (МАІ) розроблений американським вченим Т. Сааті на початку 1970 року [25]. Він забезпечує за допомогою простих і обґрунтованих правил рішення багатокритеріальних задач, які містять якісні та кількісні фактори, при цьому кількісні фактори можуть мати різну розмірність. Метод базується на декомпозиції задачі і поданні її в вигляді ієрархічної структури. В результаті рішення визначається числовим вираженням відносно степені взаємодії елементів в ієрархії.

МАІ використовується для рішення слабоструктурованих і неструктурованих проблем. Рішення задачі за допомогою МАІ виконується поетапно.

Перший етап передбачає подання проблеми у вигляді ієрархії. У найпростішому випадку ієрархія будується починаючи з мети, яка поміщається на вершину ієрархії, через проміжні рівні, на яких розміщуються критерії і від яких залежать наступні рівні, до самого нижчого рівня, який містить перелік альтернатив. Ієрархія вирішуванної задачі наведена на рис. 2.2.

Другий етап. На цьому етапі необхідно встановити пріоритети критеріїв і оцінити кожну альтернативу за критеріями для вибору з них найбільш важливою.

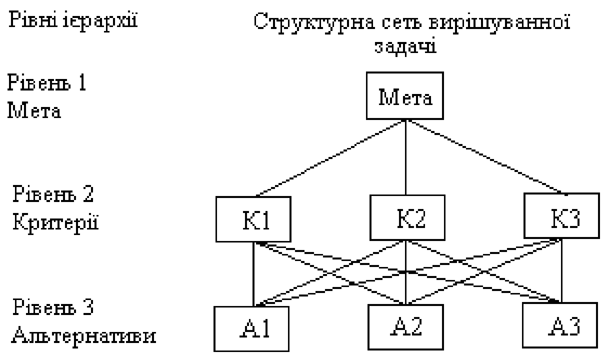


Рис.2.2. Ієрархія задачі

В МАІ елементи порівнюються попарно по відношенню до їх впливу на загальну для них характеристику. Для отримання позитивних результатів у порівняннях необхідно вміти:

- знаходити відповідну числову шкалу порівнянь;
- визначати ступінь неузгодженості наших суджень.

Головна вимога до шкалі порівнянь – шкала повинна бути простою і природною. Шкала Т. Сааті побудована на основі об'єктивно чинного психофізичного закону Вебера-Фехнера і містить числа від 1 до 9.

Опишемо один із способів, як практично дати кількісне порівняння об'єктів, дій чи обставин і побудовати відповідну таблицю парних порівнянь 2.2. Нехай дани елементи A, B, C, D.

Т а б л и ц я 2.2

Таблиця парних порівнянь

	A	B	C	D
A	1			
B		1		
C			1	
D				1

Таблиця парних порівнянь будується за наступними правилами:

- при порівнянні елемента з самим собою є рівна значимість і по головній діагоналі заносяться одиниці;

- якщо А і В однаково значущі, то в комірки А та В таблиці заноситься число 1;
- якщо А трохи важливіше В, то в комірку для В заноситься число 3;
- якщо А істотно важливіше В, то в комірку для В заноситься число 5;
- якщо А значно перевершує В, то в комірку для В заноситься число 7;
- якщо А дуже сильно перевершує В, то в комірку для В заноситься число 9.

Числа 2, 4, 6, 8 використовуються в компромісних випадках як проміжні рішення між двома судженнями. Раціональні дроби використовуються у разі, якщо бажано збільшити узгодженість всієї таблиці при малому числі суджень.

Таблицю парних порівнянь можна записати у виді обернено симетричної матриці

$$\begin{bmatrix} 1 \quad a_{12} \quad a_{13} \ldots a_{1n} \\ 1/a_{12}\ 1 \quad a_{23} \ldots a_{2n} \\ 1/a_{13}\ 1/a_{23}\ 1 \ldots a_{3n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1/a_{1n}\ 1/a_{2n}\ \ldots \quad 1 \end{bmatrix}, \text{ в якій } a_{ij} = 1/a_{ji}.$$

Коли задача представлена у вигляді ієрархічної структури, то матриця складається для парного порівняння критеріїв на другому рівні по відношенню до загальної мети, розташованої на першому рівні. Такі ж матриці повинні бути побудовані для парних порівнянь кожної альтернативи на третьому рівні по відношенню до критеріїв другого рівня і т. д., якщо кількість рівнів більше трьох.

Для ієрархії, зображеної на рисунку 2.2, потрібно побудувати чотири матриці: одна для другого рівня і три для третього.

Матриці представляють у вигляді таблиці 2.3.

Т а б л и ц я 2.3

Форма матриць

Мета	К1	К2	К3	К1	А1	А2	А3
К1				А1			
К2				А2			
К3				А3			
К2	А1	А2	А3	К3	А1	А2	А3
А1				А1			
А2				А2			
А3				А3			

Третій етап. Після формування матриць парних порівнянь по всіх критеріях і альтернативах необхідно визначити власні вектори матриць, перевірити узгодженість матриць за допомогою їх власних значень і провести синтез глобальних пріоритетів альтернативних рішень щодо основної мети.

Послідовність проведення аналізу моделі ієрархії

1. Дослідження впливу критеріїв на загальну мету.
2. Дослідження впливу другорядних критеріїв на критерії.
3. Дослідження впливу альтернатив на другорядні критерії.

4. Оцінка впливу альтернатив на загальну мету.

Дослідження впливу критеріїв на загальну мету виконується в два етапи:

– визначення власних векторів матриць;

– перевірка узгодженості матриці парних порівнянь.

Оцінка впливу альтернатив на загальну мету виконується в три етапи:

– оцінка впливу альтернатив на другорядні критерії;

– оцінка впливу альтернатив на критерії;

– оцінка впливу альтернатив на загальну мету.

Алгоритм наближеного методу визначення власних значень і власних векторів

Т. Саати запропонував чотири алгоритми наближених методів визначення нормованих власних векторів обернено симетричної матриці. Всі алгоритми дають один і той же власний вектор [26].

Допустимо матриця парних порівнянь впливу економіки (Е), екології (С) і національної безпеки (Б) на загальну мету створити сприятливе соціальне і політичне положення в деякій розвинутій країні (ССПП) преставлена таблицею

ССПП	Е	С	Б
Е	1	5	3
С	1/5	1	3/5
Б	1/3	5/3	1

Необхідно визначити власний вектор і власні значення отриманої матриці A

$$A=\begin{bmatrix}1 & 5 & 3\\ 1/5 & 1 & 3/5\\ 1/3 & 5/3 & 1\end{bmatrix}.$$

Алгоритм 1

Крок 1. Скласти елементи рядків і записати результат у вигляді вектора-стовпця

$$\begin{bmatrix}1 \quad + \quad 5+\ 3\\ 1/5+\ 1+3/5\\ 1/3+5/3+1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\ 9/5\\ 3\end{bmatrix}.$$

Крок 2. Скласти всі елементи вектора-стовпця

9+9/5+3=69/5.

Крок 3. Розділити на отриману суму всі елементи вектора-стовпця

$$\begin{bmatrix}9:69/5\\ 9/5:69/5\\ 3:69/5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}45/69\\ 9/69\\ 15/69\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0{,}65\\ 0{,}13\\ 0{,}22\end{bmatrix}=W,$$

де W – власний вектор матриці A. Якщо скласти всі елементи вектора-стовпця, то отримаємо 1, тобто власний вектор обернено симетричної матриці нормований. Це є контролем правильності розрахунків.

Перевірка узгодженості матриці парних порівнянь

Існують два критерії оцінки узгодженості матриці парних порівнянь: індекс узгодженості і відношення узгодженості. Індекс узгодженості рівний $I_y=\dfrac{\lambda_{\max}-n}{n-1}$, де $\lambda_{\max}$ – максимальне власне значення матриці A; n – порядок матриці. Якщо $I_y\le 0{,}1$, то практично вважається, що міра узгодженості знаходиться на прийнятному рівні. Відношення узгодженості визначається по формулі $B_y = I_y / M(I_c)$, де $M(I_c)$ – середнє значення індексу узгодженості випадковим чином складеної матриці парних порівнянь, яке залежить від порядку матриці і береться з таблиці 2.4.

Т а б л і ц я 2.4

Середнє значення випадкового індексу

n	$M(I_c)$	n	$M(I_c)$	n	$M(I_c)$
1	0	6	1,24	11	1,51
2	0	7	1,32	12	1,54
3	0,58	8	1,41	13	1,56
4	0,90	9	1,45	14	1,57
5	1,12	10	1,49	15	1,59

Відношення узгодженості указує, наскільки оцінюваний ступінь узгодженості сходиться із ступенем узгодженості самого неідеально проведеного експерименту. Вважається, що якщо $B_y \le 0{,}1$, то можна бути задоволеним ступенем узгодженості думок.

В неузгоджених обернено симетричних матрицях $\lambda_{\max} \ne n$ і практично завжди $\lambda_{\max} \ge n$, тому $I_y \ge 0,\ B_y \ge 0$.

Оскільки за визначенням будь-який ненульовий вектор X, для якого справедлива рівність $AX = \lambda X$, називається власним вектором матриці, а число λ – власним значенням, то, знаючи добуток AX і власний вектор X, можна визначити власні значення матриці A і з них вибрати максимальне.

Отримаємо максимальне власне значення матриці A.

$$AW = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1/5 & 1 & 3/5 \\ 1/3 & 5/3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 45/69 \\ 9/69 \\ 15/69 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 45/69 \\ 9/69 \\ 15/69 \end{bmatrix} = \lambda W.$$

Отже $\lambda_{\max} = n$=3. Індекс узгодженості в цьому випадку рівний I_y=0. При n=3 $M(I_c)$=0,58. Відношення узгодженості $B_y = 0$.

Розрахунок в середовищі електронних таблиць (ЕТ) приведений в таблиці 2.5.

Т а б л и ц я 2.5

Вплив економіки, екології і національної безпеки на загальну мету

	A	B	C	D
1	Розподіл енергоресурсів			
2	ССПП	Е	С	Б
3	Е	1	5	3
4	С	0,2	1	0,6
5	Б	0,33333	1,66667	1
6	Власний вектор		W	
7	алгоритм 1			
8	крок 1	9		
9		1,8		
10		3		
11	крок 2	13,8		
12	крок 3	0,65217	контроль	
13	W	0,13043	1	
14		0,21739		
15	перевірка узгодженості			
16		27		
17	A*W	5,4		
18		9		
19		3		
20	лямбда	3		
21		3		
22	лямбда м	3		
23	n	3		
24	Iy	0		
25	M(Ic)	0,58		
26	By	0		

Отриманий результат свідчить про хорошу узгодженість заданої матриці парних порівнянь критеріїв Е, С, Б, що забезпечує досягнення загальної мети ССПП.

Нормований вектор пріоритетів свідчить про те, що досягнення мети в цілому може залежати на 65% від внеску споживачів в економіку, на 13% – в навколишнє середовище і на 22% – в національну безпеку.

2.3.2. Вибір оптимального місця розташування підприємства

Постановка задачі [27]. Є три варіанти А1, А2, А3 передбачуваного місця будівництва промислового підприємства, з яких потрібно вибрати оптимальний варіант по критеріях: відповідності земельної ділянки (ЗУ); можливості з оточуючих районів набрати необхідний персонал (П); доступу, що є, до матеріальних ресурсів і транспорту (РТ) і зацікавленості держави в життєдіяльності підприємства (Г). Вибір земельної ділянки (ЗУ) залежить від його розміру (РУ), ціни землі (ЦЗ) і витрат на освоєння (ЗО). Набір персоналу пов'язаний з його потенційною можливістю виконувати роботу (ПС), що вимагається, і конкуренцією на ринку праці (КР). Доступ до матеріальних ресурсів і транспорту визначається транспортною інфраструктурою (ТІ), видами транспортно-експедиторських фірм (ТФ), потенціалом постачальників (ПП) і пропозиціями банківських послуг (Б). Зацікавленість держави виявляється стимулюванням (С) і ставками податків (Н).

Створення ієрархічної моделі. Ієрархічна модель задачі представлена на рис. 2.3.

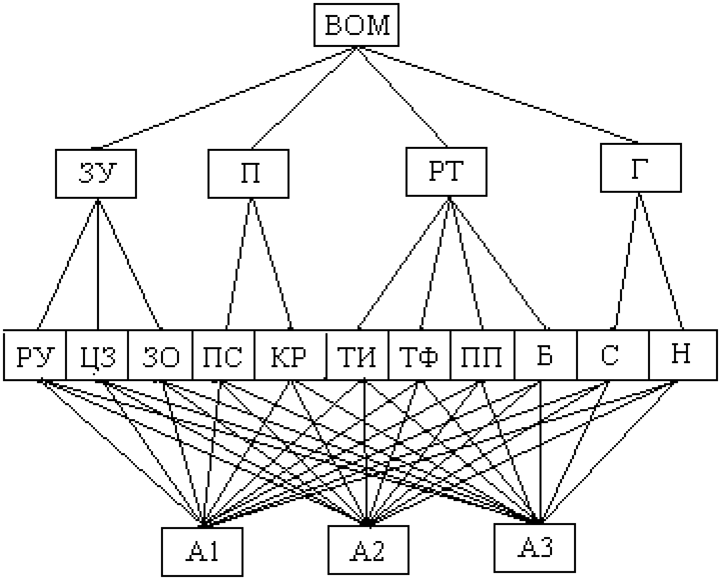


Рис. 2.3. Ієрархічна модель проблеми вибору місця будівництва

В даній задачі місця будівництва є альтернативами і утворюють четвертий рівень ієрархії. Критеріями є: земельна ділянка, персонал, доступ до матеріальних ресурсів і транспорту, зацікавленість держави. Критерії утворюють другий рівень ієрархії. У свою чергу, критерії залежать від підкритеріїв. Наприклад, вибір земельної ділянки залежить від його розміру, ціни землі і витрат на освоєння. Підкритерії утворюють третій рівень ієрархії. Вершиною ієрархії є мета – вибрати оптимальне місце для будівництва підприємства.

Для ієрархії складаються 16 матриць: одна для другого рівня; 4 – для третього рівня і 11 – для четвертого рівня. Матриці представляються у вигляді електронних таблиць.

Матриця другого рівня приведена на рисунку 2.4, решта матриць – на рисунках 2.5–2.19.

	A	B	C	D	E
1	Вибір опт. місця для підприємства				
2	ВОМ	ЗУ	П	РТ	Г
3	ЗУ	1	0,5	0,7	3
4	П	2	1	1,5	6
5	РТ	1,429	0,667	1	5
6	Г	0,333	0,167	0,2	1
7	Власний вект		W		
8	алгоритм 1				
9	крок 1	5,2			
10		10,5			
11		8,095			
12		1,7			
13	крок 2	25,5			
14	крок 3	0,204	контроль		
15	W	0,412	1		
16		0,318			
17		0,067			
18	перевірка узгодженості				
19		0,832			
20	A*W	1,696			
21		1,217			
22		0,267			
23		4,08			
24	лямбд	4,118			
25		3,832			
26		4,001			
27	лямбд	4,118			
28	n	4			
29	Iy	0,039			
30	M(Ic)	0,9			
31	By	0,044			

Рис. 2.4. Вплив критеріїв на загальну мету

Відношення узгодженості матриці парних порівнянь B_y =0,044, це свідчить про хорошу узгодженість початкової матриці парних порівнянь критеріїв ЗУ, П, РТ, Г.

Аналіз елементів нормованого власного вектора W показує, що на вибір оптимального місця будівництва підприємства більший вплив надають можливість набору персоналу П (41,2%), доступ до матеріальних ресурсів і транспорту РТ (31,7%) і земельна ділянка ЗУ (20,4 %), а вплив зацікавленості держави всього 6,7 %.

Дослідження впливу підкритеріїв на критерії (рис.2.5) і альтернатив на підкритерії (рис. 2.6) виконується аналогічно.

	G	H	I	J
1				
2	ЗУ	РУ	ЦЗ	ЗО
3	РУ	1	8	4
4	ЦЗ	0,125	1	0,6
5	ЗО	0,25	1,7	1
6	Власний вект		W1	
7	алгоритм 1			
8	крок 1	13		
9		1,725		
10		2,917		
11	крок 2	17,64		
12	крок 3	0,737	контроль	
13	W1	0,098	1	
14		0,165		
15	перевірка узгодженості			
16		2,18		
17	A1*W1	0,289		
18		0,513		
19		2,959		
20	лямбда	2,957		
21		3,1		
22	лямбда	3,1		
23	n	3		
24	Iy	0,05		
25	M(Ic)	0,58		
26	By	0,086		

Рис. 2.5. Вплив підкритеріїв на критерій ЗУ

Результат свідчить про добру узгодженість початкової матриці парних порівнянь підкритеріїв РУ, ЦЗ, ЗО, що забезпечує вибір земельної ділянки ЗУ.

Вибір земельної ділянки залежить від розміру ділянки РУ (73,7 %), витрат на його освоєння ЗО (16,5 %) і ціни земельної ділянки ЦЗ (9,8 %).

	L	M	N	O
33	РУ	A1	A2	A3
34	A1	1	2	5
35	A2	0,5	1	3
36	A3	0,2	0,3	1
37	Власний век		V1	
38	алгоритм 1			
39	крок 1	8		
40		4,5		
41		1,53		
42	крок 2	14		
43	крок 3	0,57	контроль	
44	V1	0,32	1	
45		0,11		
46	перевірка узгодженості			
47		1,76		
48	A1*V1	0,93		
49		0,33		
50		3,08		
51	лямбд	2,91		
52		3,02		
53	лямбд	3,08		
54	n	3		
55	Iy	0,04		
56	M(Ic)	0,58		
57	By	0,07		

Рис. 2.6. Вплив альтернатив на розмір ділянки

Матриці критеріїв П, РТ, і Г є приведений відповідно на рис. 2.7-2.9. Матриці підкритеріїв представлені на рисунках 2.10-2.19.

	G	H	I
28	П	ПС	КР
29	ПС	1	5
30	КР	0,2	1

Рис. 2.7. Матриця критерію П

	L	M	N	O	P
2	РТ	ТИ	ТФ	ПП	Б
3	ТИ	1	3	2	9
4	ТФ	0,333	1	0,9	3
5	ПП	0,5	1,111	1	5
6	Б	0,111	0,333	0,2	1

Рис. 2.8. Матриця критерію РТ

	A	B	C
33	Г	С	Н
34	С	1	3
35	Н	0,333	1

Рис. 2.9 Матриця критерію Г

	A	B	C	D
53	ЦЗ	А1	А2	А3
54	А1	1	2	0,25
55	А2	0,5	1	0,17
56	А3	4	6	1

Рис. 2.10. Матриця підкритерію ЦЗ

	G	H	I	J
48	ЗО	А1	А2	А3
49	А1	1	7	2
50	А2	0,143	1	0,25
51	А3	0,5	4	1

Рис. 2.11. Матриця підкритерію ЗО

	G	H	I	J
74	ПС	А1	А2	А3
75	А1	1	0,5	0,11
76	А2	2	1	0,2
77	А3	9	5	1

Рис. 2.12. Матриця підкритерію ПС

	L	M	N	O
85	КР	А1	А2	А3
86	А1	1	0,6	0,25
87	А2	1,667	1	0,33
88	А3	4	3	1

Рис. 2.13. Матриця підкритерію КР

	L	M	N	O
59	ТИ	А1	А2	А3
60	А1	1	0,5	0,5
61	А2	2	1	1
62	А3	2	1	1

Рис. 2.14. Матриця підкритерію ТІ

	R	S	T	U
2	ТФ	А1	А2	А3
3	А1	1	8	3
4	А2	0,125	1	0,333
5	А3	0,33333	3	1

Рис. 2.15. Матриця підкритерію ТФ

	R	S	T	U
28	ПП	А1	А2	А3
29	А1	1	8	5
30	А2	0,125	1	0,5
31	А3	0,2	2	1

Рис. 2.16. Матриця підкритерію ПП

	R	S	T	U
80	Б	А1	А2	А3
81	А1	1	3	5
82	А2	0,333	1	2
83	А3	0,2	0,5	1

Рис.2.17. Матриця підкритерію Б

	R	S	T	U
54	С	А1	А2	А3
55	А1	1	0,14	0,5
56	А2	7	1	5
57	А3	2	0,2	1

Рис. 2.18. Матриця підкритерію С

	A	B	C	D
79	H	A1	A2	A3
80	A1	1	6	3
81	A2	0,167	1	0,6
82	A3	0,333	1,667	1

Рис. 2.19. Матриця підкритерію Н

Оцінка впливу альтернатив на загальну мету виконується в три етапи:

– оцінка впливу альтернатив на підкритерії;
– оцінка впливу альтернатив на критерії;
– оцінка впливу альтернатив на загальну мету.

Для оцінки впливу альтернатив на підкритерії складається матриця B, стовпцями якої є власні вектори підкритеріїв (рис. 2.20).

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
108				матрица В						
109			РТ				П		Г	
110	ЦЗ	ЗО	ТИ	ТФ	ПП	Б	ПС	КР	С	Н
111	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11
112	0,204	0,592	0,2	0,674473	0,743692	0,64133	0,081	0,144	0,092	0,677201
113	0,105	0,0825	0,4	0,081967	0,086321	0,23753	0,162	0,233	0,729	0,119639
114	0,691	0,3256	0,4	0,24356	0,169987	0,12114	0,757	0,623	0,179	0,20316

Рис. 2.20. Оцінка впливу альтернатив на підкритерії

Стовпці цієї матриці оцінюють внесок альтернатив (місць розміщення підприємства) в кожний із підкритеріїв, тобто перший стовпець в розмір ділянки, другий – в ціну землі і т. д.

Оцінка впливу альтернатив на критерії виконується по матриці $B1$ (рис. 2.21), стовпцями якої є стовпці – результат множення матриці B на відповідні власні вектори критеріїв.

	M	N	O	P
110		матриця В1		
111	ЗУ*W1	РТ*W3	П*W2	Г*W4
112	0,474	0,4491	0,092	0,238355
113	0,199	0,2535	0,174	0,576347
114	0,327	0,2973	0,735	0,185298

Рис. 2.21. Оцінка впливу альтернатив на критерії

Аналіз результатів показує, що пріоритет по критерію земельна ділянка має перша альтернатива (53,8%), по можливості набору персоналу – третя альтернатива (73,5%), по доступу до ресурсів і транспорту – перша альтернатива (44,9%) і по зацікавленості держави – друга альтернатива (57,6%).

Для оцінки впливу альтернатив на загальну мету (рис. 2.22) необхідно помножити матрицю $B1$ на власний вектор матриці A (рис. 2.4).

	R	S
110	матриця В2	
111	В1*W	
112	0,317124	
113	0,245791	
114	0,437085	

Рис. 2.22. Оцінка впливу альтернатив на загальну мету

Отже, перший пріоритет для будівництва підприємства має альтернатива А3.

Приклад 2.2. Вибрати оптимальне місце розташування малого підприємства з виробництва тротуарної плитки (бруківки).

Обгрунтовання вібору критеріїв. В останні роки великі корпорації почали усвідомлювати важливість вибору виробничих приміщень. Однак ця проблема є суттєвою і для малих підприємств, оскільки правильний вибір виробничих приміщень однаково значущий і для клієнтів, і для постачальників, і для власних працівників [51, 52].

Основні фактори, що впливають на вибір місця розташування виробничих підприємств і товарних складів:

1. Близькість до споживачів. Наприклад, японська компанія NatSteelElectronics побудувала два найбільших підприємства в Мексиці та Угорщини – з тим, щоб вони були як можна ближче до основних ринків в США і Європі, оскільки покупці на цих ринках хочуть, щоб товари, що цікавлять їх можна було отримати в досить стислі терміни. Крім того, близькість виробників до потенційних клієнтів дозволяє при розробці нових продуктів швидше враховувати потреби цих клієнтів.
2. Діловий клімат. Сприятливий для фірми діловий клімат може включати присутність компаній, що працюють у тій же галузі, а у разі закордонного розміщення – присутність інших іноземних компаній. Крім того, діловий клімат визначається наявністю належного законодавства у сфері бізнесу, підтримкою підприємницької діяльності місцевими органами управління, наданням субсидій, податкових пільг і т. і.
3. Загальні витрати. Метою оптимального розміщення підприємств є вибір місця з найнижчими загальними витратами. Крім виробничих витрат, їх число включають регіональні витрати, а також внутрішні і зовнішні витрати на дистрибуцію. Регіональні витрати

складаються з вартості землі, споруд, оплату робочої сили, податків і енергії. До того ж існують і приховані витрати, які важко піддаються обліку. До їх числа відносяться:

– витрати за рахунок транспортування матеріальних ресурсів на великі відстані між різними посередниками і аж до кінцевого споживача;
– послаблення відповідної реакції споживача у разі віддаленого місцезнаходження ринку споживання.

4. Інфраструктура. Життєво необхідна наявність розгалуженої транспортної системи (автомобільного, залізничного, морського і авіаційного транспорту), а також забезпечення потреб в електроенергії і телекомунікаціях. Готовність місцевої влади інвестувати в сучасну інфраструктуру також може стимулювати вибір на користь конкретного місця розташування виробництва.
5. Якість професійної підготовки робочої сили. Освітній і професійний рівень робочої сили на місцях повинні відповідати потребам компаній, причому сьогодні навіть важливіше виявляється готовність і здатність потенційних працівників до навчання.
6. Постачальники. Наявність висококпрофесійної та конкурентоспроможної мережі постачальників – одна з визначальних умов розміщення підприємств. Близькість головних постачальників, крім усього іншого, дозволяє використовувати методи організації бережливого виробництва.
7. Місцезнаходження інших об'єктів компанії. Розташування інших заводів або центрів розподілу тієї

ж компанії може істотно вплинути на вибір місця розташування нового об'єкта. У цьому контексті з рішенням про розміщення тісно пов'язані вибір асортименту і обсяги випуску продукції.

Будемо аналізувати оптимальне місце розташування з 3 ділянок А, В та С які будуть взяті в оренду з помісячною оплатою (так як оренда найвигідніший спосіб придбання ділянки). Вибираємо оптимальний варіант за наступними критеріями:

– відповідність земельної ділянки (ЗД), яка в свою чергу має залежність від:
  - розміру (РД);
  - ціни ділянки (ЦД);
  - витрати на освоєння (ВО).
– можливість з навколишніх районів набрати необхідний персонал (П), яка пов’язана з :
  - потенційною можливістю виконувати необхідну роботу (НС);
  - конкуренцією на ринку праці (КР).
– доступ до матеріальних ресурсів та транспорту (РТ) визначається :
  - транспортною інфраструктурою (ТІ);
  - потенційними постачальниками (ПП);
  - потенційними клієнтами (ПК).

Ієрархічна модель представлена на рис.2.23. В даній задачі місце будівництва являють собою альтернативи і утворюють четвертий рівень ієрархії. Критеріями є: земельна ділянка, персонал, доступ до матеріальних ресурсів та транспорту. В свою чергу, критерії залежать від підкритеріїв.

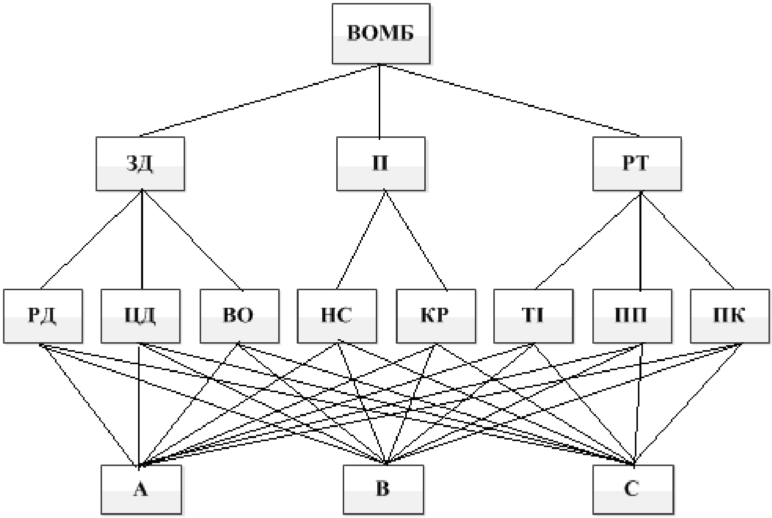


Рис. 2.23. Ієрархічна модель вибору місця будівництва

Дослідження впливу критеріїв на загальну мету наведено на рис. 2.24

	A	B	C	D
1	Вибір опт. місця для		підприємства	
2	ВОМБ	ЗД	П	РТ
3	ЗД	1	2,2	1,5
4	П	0,454545	1	0,7
5	РТ	0,666667	1,428571	1
6	Власний вектор		W	
7	алгоритм 1			
8	крок 1	4,7		
9		2,154545		
10		3,095238		
11				
12	крок 2	9,949784		
13	крок 3	0,472372	контроль	
14	W	0,216542	1	
15		0,311086		
16	перевірка узгодженості			
17		1,415393		
18	A*W	0,649017		
19		0,935346		
20		2,996353		
21	лямбда	2,997187		
22		3,006713		
23				
24	лямбда ма	3,006713		
25	n	3		
26	Iy	0,003357		
27	M(Ic)	0,58		
28	By	0,005787		

Рис.2.24 Вплив критеріїв на загальну мету

Дослідження впливу підкритеріїв на критерій ЗД наведено на рис. 2.25, а впливу альтернатив на підкритерії РД, ЦЗ та ВО – на рис. 2.26-2.28.

	G	H	I	J
1				
2	ЗД	РД	ЦЗ	ВО
3	РД	1	2	1,5
4	ЦЗ	0,5	1	1,2
5	ВО	0,666667	0,833333	1
6	Власний вектор		W1	
7	алгоритм 1			
8	крок 1	4,5		
9		2,7		
10		2,5		
11	крок 2	9,7		
12	крок 3	0,463918	контроль	
13	W1	0,278351	1	
14		0,257732		
15	перевірка узгодженості			
16		1,407216		
17	A1*W1	0,819588		
18		0,798969		
19		3,033333		
20	лямбда	2,944444		
21		3,1		
22	лямбда ма	3,1		
23	n	3		
24	Iy	0,05		
25	M(Ic)	0,58		
26	By	0,086207		

Рис.2.25. Вплив підкритеріїв на критерій ЗД

Результат розрахунку свідчить про хорошу узгодженість вихідної матриці парних порівнянь підкритеріїв РД, ЦД та ВО. Вибір земельної ділянки залежить від розміру ділянки РД (46,4%), ціни ділянки ЦД (27,8%) та витрат на освоєння ВО (25,8%).

	L	M	N	O
33	РД	A	B	C
34	A	1	3	1,5
35	B	0,333333	1	0,5
36	C	0,666667	2	1
37	Власний вектор		V1	
38	алгоритм 1			
39	крок 1	5,5		
40		1,833333		
41		3,666667		
42	крок 2	11		
43	крок 3	0,5	контроль	
44	V1	0,166667	1	
45		0,333333		
46	перевірка узгодженості			
47		1,5		
48	A1*V1	0,5		
49		1		
50		3		
51	лямбда	3		
52		3		
53	лямбда ма	3		
54	n	3		
55	Iy	0		
56	M(Ic)	0,58		
57	By	0		

Рис.2.26. Вплив альтернатив на розмір ділянки

	A	B	C	D
53	ЦЗ	A	B	C
54	A	1	1,9	0,9
55	B	0,526316	1	0,5
56	C	1,111111	2	1
57	Власний вектор		V2	
58	алгоритм 1			
59	крок 1	3,8		
60		2,026316		
61		4,111111		
62	крок 2	9,937427		
63	крок 3	0,382393	контроль	
64	V2	0,203907	1	
65		0,4137		
66	перевірка узгоджености			
67		1,142147		
68	A2*V2	0,612017		
69		1,246396		
70		2,986842		
71	лямбда	3,001443		
72		3,012802		
73	лямбда ма	3,012802		
74	n	3		
75	Iy	0,006401		
76	M(Ic)	0,58		
77	By	0,011036		

Рис.2.27. Вплив альтернатив на ціну ділянки

	G	H	I	J
48	BO	A	B	C
49	A	1	1,2	1,4
50	B	0,833333	1	0,8
51	C	0,714286	1,25	1
52	Власний вектор		V3	
53	алгоритм 1			
54	крок 1	3,6		
55		2,633333		
56		2,964286		
57	крок 2	9,197619		
58	крок 3	0,391406	контроль	
59	V3	0,286306	1	
60		0,322288		
61	перевірка узгоджености			
62		1,186177		
63	A3*V3	0,870308		
64		0,959746		
65		3,030556		
66	лямбда	3,039783		
67		2,977912		
68	лямбда ма	3,039783		
69	n	3		
70	Iy	0,019892		
71	M(Ic)	0,58		
72	By	0,034296		

Рис.2.28. Вплив альтернатив на витрати освоєння

Дослідження впливу підкритеріїв на критерій П наведено на рис. 2.29, а впливу альтернатив на підкритерії НС и КР – на рис. 2.30-2.31.

	G	H	I
28	П	НС	КР
29	НС	1	5
30	КР	0,2	1
31	Власний вектор		W2
32	алгоритм 1		
33	крок 1	6	
34		1,2	
35	крок 2	7,2	
36	шаг 3	0,833333	контроль
37	W2	0,166667	1
38	перевірка узгодженості		
39	A2*W2	1,666667	
40		0,333333	
41	лямбда	2	
42		2	
43	лямбда ма	2	
44	n	2	
45	Iу	0	
46	Ву	0	

Рис.2.29 Вплив підкритеріїв на критерій П

Результат розрахунку свідчить про добру узгодженість вихідної матриці парних порівнянь підкритеріїв НС та КР, що забезпечує набір персоналу з навколишніх районів. Набір персоналу залежить від необхідних спеціалістів НС (66,7%) та конкуренції на ринку (33,3%).

	G	H	I	J
74	HC	A	B	C
75	A	1	1,2	2
76	B	0,833333	1	1,67
77	C	0,5	0,598802	1
78	Власний вектор		V4	
79	алгоритм 1			
80	крок 1	4,2		
81		3,503333		
82		2,098802		
83	крок 2	9,802136		
84	крок 3	0,428478	контроль	
85	V4	0,357405	1	
86		0,214117		
87	перевірка узгоджености			
88		1,285598		
89	A4*V4	1,072045		
90		0,642371		
91		3,000382		
92	лямбда	2,999524		
93		3,000095		
94	лямбда ма	3,000382		
95	n	3		
96	Iy	0,000191		
97	M(Ic)	0,58		
98	By	0,000329		

Рис.2.30. Вплив альтернатив на набір персоналу

	L	M	N	O
85	КР	A	B	C
86	A	1	1,25	2,5
87	B	0,8	1	2
88	C	0,4	0,5	1
89	Власний вектор		V5	
90	алгоритм 1			
91	крок 1	4,75		
92		3,8		
93		1,9		
94	крок 2	10,45		
95	крок 3	0,454545	контроль	
96	V5	0,363636	1	
97		0,181818		
98	перевірка узгоджености			
99		1,363636		
100	A5*V5	1,090909		
101		0,545455		
102		3		
103	лямбда	3		
104		3		
105	лямбда ма	3		
106	n	3		
107	Iy	0		
108	M(Ic)	0,58		
109	By	0		

Рис.2.31. Вплив альтернатив на конкуренцію ринку

Дослідження впливу підкритеріїв на критерій РТ наведено на рис. 2.32, а впливу альтернатив на підкритерії ТІ, ПП, и ПК – на рис. 2.33-2.35.

	L	M	N	O
2	РТ	ТІ	ПП	ПК
3	ТІ	1	1,5	1,8
4	ПП	0,666667	1	1,3
5	ПК	0,555556	0,769231	1
6				
7	Власний вектор		W3	
8	алгоритм 1			
9	крок 1	4,3		
10		2,966667		
11		2,324786		
12		0		
13	крок 2	9,591453		
14	шаг 3	0,448316	контроль	
15	W3	0,309303	1	
16		0,242381		
17				
18	перевірка узгодженості			
19		1,348556		
20	A3*W3	0,923276		
21		0,729371		
22		3,00805		
23		2,985019		
24	лямбда	3,009191		
25	лямбда ма	3,009191		
26	n	3		
27	Iу	0,004596		
28	M(Ic)	0,58		
29	Ву	0,007923		

Рис.2.32. Вплив підкритеріїв на критерій РТ

Результат розрахунку свідчить про хорошу узгодженість вихідної матриці парних порівнянь підкритеріїв ТІ, ПП та ПК, що забезпечує доступ до матеріальних ресурсів та транспорту РТ. Доступ до матеріальних ресурсів та транспорту залежить від транспортної інфраструктури ТІ (44,8%), потенційних постачальників ПП (30,9%) та потенційних клієнтів ПК (24,2%).

	L	M	N	O
59	TI	A	B	C
60	A	1	1,5	0,75
61	B	0,666667	1	0,9
62	C	1,333333	1,111111	1
63	Власний вектор		V6	
64	алгоритм 1			
65	крок 1	3,25		
66		2,566667		
67		3,444444		
68	крок 2	9,261111		
69	крок 3	0,35093	контроль	
70	V6	0,277145	1	
71		0,371926		
72	перевірка узгоджености			
73		1,045591		
74	A6*V6	0,845831		
75		1,14777		
76		2,979487		
77	лямбда	3,051948		
78		3,086022		
79	лямбда ма	3,086022		
80	n	3		
81	Iy	0,043011		
82	M(Ic)	0,58		
83	By	0,074156		

Рис.2.33. Вплив альтернатив на транспортну інфраструктуру

	R	S	T	U
28	ПП	A	B	C
29	A	1	3	1,8
30	B	0,333333	1	0,6
31	C	0,555556	1,666667	1
32	Власний вектор		V7	
33	алгоритм 1			
34	крок 1	5,8		
35		1,933333		
36		3,222222		
37	крок 2	10,95556		
38	крок 3	0,529412	контроль	
39	V7	0,176471	1	
40		0,294118		
41	перевірка узгоджености			
42		1,588235		
43	A7*V7	0,529412		
44		0,882353		
45		3		
46	лямбда	3		
47		3		
48	лямбда ма	3		
49	n	3		
50	Iy	2,22E-16		
51	M(Ic)	0,58		
52	By	3,83E-16		

Рис.2.34. Вплив альтернатив на постачальників

	Q	R	S	T
2	ПК	A	B	C
3	A	1	3,67	0,9
4	B	0,27248	1	0,25
5	C	1,111111	4	1
6	Власний вектор		V8	
7	алгоритм 1			
8	крок 1	5,57		
9		1,52248		
10		6,111111		
11	крок 2	13,20359		
12	крок 3	0,421855	контроль	
13	V8	0,115308	1	
14		0,462837		
15	перевірка узгоджености			
16		1,261589		
17	A8*V8	0,345964		
18		1,392797		
19		2,990575		
20	лямбда	3,000348		
21		3,009259		
22	лямбдам	3,009259		
23	n	3		
24	Iy	0,00463		
25	M(Ic)	0,58		
26	By	0,007982		

Рис.2.35 Вплив альтернатив на клієнтів

Для оцінки впливу альтернатив на підкритерії складається матриця B, стовбцями якої є власні вектори підкритеріїв (рис.2.36).

	A	B	C	D	E	F	G	H
108					матриця В			
109	ЗД			П		РТ		
110	РД	ЦЗ	ВО	НС	КР	ТІ	ПП	ПК
111	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8
112	0,5	0,382393	0,391406	0,428478	0,454545	0,35093	0,529412	0,421855
113	0,166667	0,203907	0,286306	0,357405	0,363636	0,277145	0,176471	0,115308
114	0,333333	0,4137	0,322288	0,214117	0,181818	0,371926	0,294118	0,462837

Рис.2.36 Оцінка впливу альтернатив на підкритерії

Оцінка впливу альтернатив на критерії виконується по матриці В1 (рис.2.37).

	M	N	O
110		матриця В1	
111	ЗД*W1	П*W2	РТ*W3
112	0,439276	0,432823	0,423326
113	0,207868	0,358444	0,20678
114	0,352857	0,208734	0,369895

Рис.2.37 Оцінка впливу альтернатив на критерії

Аналіз результатів показує, що пріоритет за критерієм земельна ділянка має першу альтернативу (43,9%), за можливістю набору персоналу – друга альтернатива (43,7%) та за доступом до ресурсів і транспорту – третя альтернатива (42,3%).Для оцінки впливу альтернатив на загальну мету необхідно проаналізувати рис.2.38.

	R	S
110	матриця В2	
111	В1*W	
112	0,432917	
113	0,240135	
114	0,326948	

Рис.2.38 Оцінка впливу альтернатив на загальну ціль

Отже, перший пріоритет для будівництва підприємства має альтернатива А, тобто потрібно взяти в оренду ділянку А з площею 1500 кв.м. та помісячною оплатою – 22 грн/кв.м.

2.4. Аналіз стійкості проекту

Показники граничного рівня характеризують ступінь стійкості проекту по відношенню до можливих змін умов його реалізації. Граничним значенням параметра для t –ого року є таке значення, при якому чистий прибуток від проекту дорівнює нулю [19].

Основним показником цієї групи є точка беззбитковості (Т) – рівень фізичного обсягу продаж протягом розрахункового періоду часу, при якому виручка від реалізації продукції збігається з витратами виробництва.

Беззбитковість – такий стан, коли бізнес не приносить ні прибутку, ні збитків. Це виручка, яка необхідна для того, щоб підприємство почало одержувати прибуток. Її можна виразити в кількості одиниць продукції, які необхідно продати, щоб покрити витрати, після чого кожна додаткова одиниця проданої продукції приноситиме підприємству прибуток.

Беззбитковий об'єм продаж і зона безпеки підприємства – основоположні показники при розробці бізнес-планів, обгрунтовуванні управлінських рішень і оцінці діяльності підприємства. Для визначення їх рівня використовують аналітичні і графічні способи. Для підтвердження стійкості проекту необхідно, щоб значення точки беззбитковості було менше значень номінальних обсягів виробництва і продажів. Чим далі від них значення точки беззбитковості (у процентному відношенні), тим стійкішим проект. Проект зазвичай визнається стійким, якщо значення точки беззбитковості не перевищує 75% від номінального обсягу виробництва.

Обмеження, які повинні дотримуватися при розрахунку точки беззбитковості:

– обсяг виробництва дорівнює обсягу продажу;
– постійні витрати однакові для будь-якого обсягу виробництва;
– змінні витрати змінюються пропорційно обсягу виробництва;
– ціна не змінюється протягом періоду, для якого визначається точка беззбитковості;
– ціна одиниці продукції і вартість одиниці ресурсів залишаються постійними.

Показник точки беззбитковості дозволяє визначити:

– необхідний обсяг продажу, який би дав отримання прибутку;
– залежність прибутку підприємства від зміни ціни;
– значення кожного продукту частці покриття загальних витрат.

Показник точки беззбитковості варто використовувати при:

– запровадженні у виробництво нового продукту;
– модернізації виробничих потужностей;
– створенні нового підприємства;
– змінах виробничої чи адміністративної діяльності підприємства.

Потужність підприємства – 130 кв.м./добу. Кількість робочих днів на місяць становить 22 дня. Виходячи з цього, підприємство в місяць в змозі виготовити 2860 кв.м. бруківки (тротуарної плитки). Роздрібна ціна продукту в середньому по Дніпру становить 160.00 грн./кв. м.

За даними, яки приведені в таблиці 2.6, визначити беззбитковий об’єм продажу і зону безпеки підприємства.

Т а б л и ц я 2.6

Зводка даних

Показник	Позначення	Значення
Виробнича потужність підприємства, кв.м.		2860
Ціна виробу, грн.	C	160
Виручка від всіх виробів, грн.	V	457600
Постійні витрати, грн.	A	246477
Змінні витрати на виріб, грн.	*b*	3,85
Змінні витрати на всю продукцію, яка виробляється, грн.	B	11000
Прибуток від реалізації виробу, грн.	P	200122
Маржинальний дохід, грн	MD	446600
Доля маржинального доходу	DMD	0,97

***Аналітичний метод рішення*:**

Для визначення беззбиткового об’єму продаж (у вартісному виразі) необхідно:

$$T = \frac{A}{DMD} = 246477/0{,}97 = 254100 \text{ грн.}$$

Беззбитковий об'єм продажу для 1 виду продукції визначається в натуральному виду:

$$T = \frac{A}{C-b} = 246477/(160-3{,}85) = 1579 \text{ кв.м.}$$

Для розрахунку точки критичної реалізації у відсотках:

$$T = \frac{A}{MD} * 100\% = 246477/446600*100 = 52{,}8\%.$$

Для визначення об'єму реалізованої продукції для отримання конкретної величини:

$$T = \frac{A+P}{C-b} = (246477+200122)/(160-3{,}85) = 2860 \text{ кв.м.}$$

Зона безпеки – це різниця між фактичним і беззбитковим обсягом продажу.

Зона безпеки показує, на скільки відсотків фактичний обсяг продажу вищий від критичного, при якому рентабельність дорівнює нулю.

Для визначення зони безпеки за вартісним показником необхідно:

$$ZB = \frac{V-T}{V} = (457600-254100)/457600 = 0{,}44 \ (44\%).$$

Графічний метод рішення. По горизонтальній осі графіка (рис. 2.39) відкладається об'єм реалізації продукції у відсотках від виробничої потужності підприємства, або натуральних одиницях, або грошових одиницях, по вертикальній осі – собівартість проданої продукції і прибуток, які разом складають виручку від реалізації.

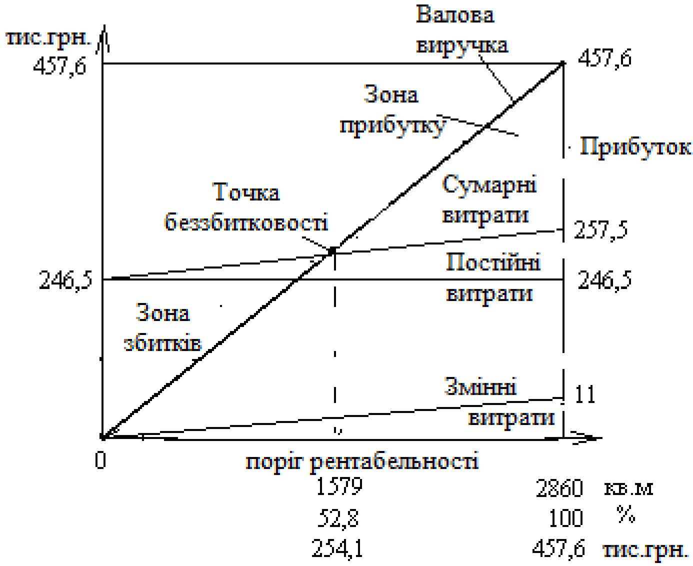


Рис. 2.39. Визначення порогу беззбитковості

По графіку можна встановити:

– об’єм реалізації продукції, при якому підприємство отримає прибуток;
– об’єм реалізації продукції, при якому підприємство не отримає прибуток;
– точку, в якій витрати будуть рівні виручці від реалізації продукції (точка беззбиткового об’єму реалізації продукції, поріг рентабельності, точка окупності витрат).

У нашому випадку критична точка розташована на рівні 53% можливого обсягу реалізації тротуарної плитки, тобто проект визнається стійким.

3. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЖИТТЄВОГО ЦИКЛУ ПІДРИЄМСТВА

3.1. Загальні відомості

Процес вироблення економічної стратегії завершається установленням загальних напрямов, які зобов'язані забезпечити бажаний приріст рівня конкурентного статусу підприємства і, як наслідок, рівня його конкурентних переваг. Прийняту, в той або інший момент часу, стратегію характеризує деяка траєкторія у простору, що називається кривою життєвого циклу підприємства [30]. При зміні умов зовнішнього середовіща підприємство може перейти на другу траєкторію. Питання управління життєвим циклом відносяться к стратегічним задачам, але в явному виді ця задача до недавна не ставилася. Звичайно, розглядались задачі або розвитку підпріємста, або його реорганізації.

Криві життєвих циклів несуть важливу інформацію про властивості підпріємства, а мова життєвих циклів зручна для пошуку стратегічних рішень, тому для опису стану підприємства в будь-який момент часу доцільно використовувати криву життєвого циклу.

Поняття життєвого циклу має системний характер. Це означає, що кожний розглядаємий життєвій цикл визначається життєвими циклами образующих факторів, і він сам входить во множину життєвих циклів систем більш високого рівня. Наприклад, життєвий цикл технології виробництва впливає на життєвий цикл підприємства, чкий пов'язан із життєвим циклом галузі і інш.

Предметну галузь досліджень можна описати мовою життєвих циклів по таких причин:

- криві життєвих циклів в першому наближенні елементарні і їх зображення, сприймання, а також взаємозв'язки не потребують спеціальних знань;
- життєви цикли надають найважливійшу інформацію про властивості об'єктів, що їм відповідних;
- в поняттях життєвих циклах і їх взаємозв'язках характеризуються процеси управління, функціонування підприємств та інше, ставяться задачі управління і викладаються ідеї пошуку рішень задач управління;
- криві життєвого циклу зручні для переходу до точних показників.

Загальний вигляд кривої життєвого циклу підприємства характеризує тільки тенденції змін в часі показників життєвого циклу.

Складним предметом дослідження є множина показників життєвого циклу, так як елементи цієї множини представляють узагальнені інтегровані характеристики. Природним і фундаментальним виглядом показників є грошові засоби. В окремих випадках грошові засоби безпосередньо є управляючими діями, а в загальному випадку вони відносяться до засобу, що дозволяє властивості, процеси, явища та інше самої різної природи представляти в єдиній шкалі вимірювань.

Отож, управляючими діями можуть бути:

- використання нової, більш досконалої технології виготовлення продукції;
- зміна кадрового складу співробітників підприємства;
- перехід на нову продукцію або її споживательскі

властивості;

– використання нових ринків збиту продукції або нових постачальників сировини, напівфабрикатів та інше.

Управляючиї дії оцінюються і характеризуються показниками в грошовій формі, а динаміка зміни показників в часі представляється кривою життєвого циклу.

3.2. Математична модель життєвого циклу підприємства

В життєвому циклі підприємства можна виділити етапи: виникнення; розвиток і зростання; уповільнення зростання; стабільне функціонування; спад; припинення існування підприємства. На рисунку 3.1 показана крива, яка характеризує тенденції зміни гіпотетичного показника життєвого циклу підприємства.

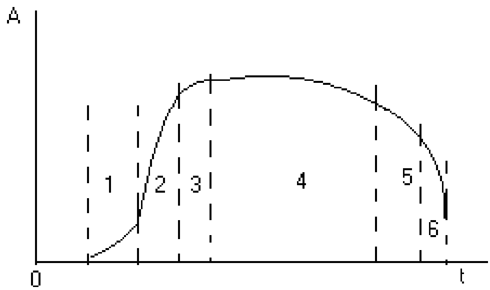


Рис. 3.1. Крива життєвого циклу підприємства

(A – значення гіпотетичного показника діяльності підприємства, t – реальний час): 1 – етап виникнення; 2 – етап розвитку і зростання; 3 – етап уповільнення зростання; 4 – етап стабільної діяльності; 5 – етап спаду ефективної діяльності; 6 – етап припинення діяльності підприємства

Гіпотетична крива життєвого циклу підприємства пов'язана з життєвими циклами окремих процесів, що відбуваються в підприємстві і зовні нього.

Рисунок 3.2 представляє тенденцію зміни показників конкурентної переваги підприємства.

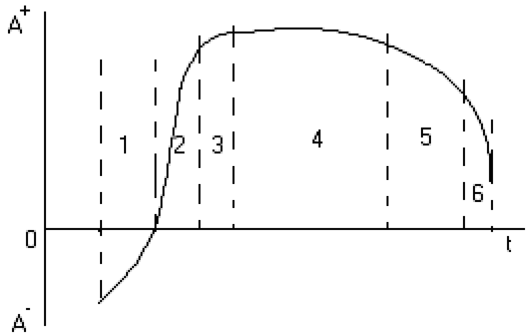


Рис. 3.2. Крива життєвого циклу конкурентної переваги підприємства

У ряді випадків криві життєвих циклів окремих технологічних і конструкторських досягнень, кадрових і соціальних заходів, стратегій взаємодії з конкурентами і споживачами та ін. явно є пов'язаними з кривою життєвого циклу підприємства.

Вихідним параметром, який характеризує результативність підприємства, є виробнича потужність. Функція виробничої потужності дуже чутлива до зміни поточного стану підприємства, тому представляє інтерес перевірка виробничої потужності на роль основного узагальненого показника кривої життєвого циклу. Крива життєвого циклу підприємства є безперервною кривою, яка завжди виходить в результаті рішення звичайного диференційного рівняння. Зміною параметрів диференційного рівняння і початкових умов можна описати різні етапи життєвого циклу підприємства.

Математична модель виробничої системи, яка об'єднує взаємодіючі підприємства, має вигляд [28]:

$$\begin{aligned} &\frac{dm_i y_i}{dt} = v_i - v_{ai}, \quad y_i(t_0) = y_{i0}; \\ &x_i = k_i w_i; \\ &0 \le x_i \le y_i, \quad i = 1,2,...,n \end{aligned} \qquad (3.1)$$

де x_i, y_i – відповідно потік випуску продукції і виробнича потужність i – го підприємства; v_i, w_i – потоки надходження відповідно основних (ОВФ) і оборотних (ОбВФ) виробничих фондів на i – е підприємство; v_{ai} – потік вибуття (амортизації) ОВФ i – го об'єкту; m_i, k_i – відповідно миттєва фондомісткість ОПФ і миттєвий коефіцієнт ефективності ОбВФ i – го підприємства.

Перше рівняння системи (3.1) називається рівнянням потужності. І, якщо узяти як гіпотетичний показник кривої життєвого циклу підприємства його вихідний показник – виробничу потужність, то можна отримати модель життєвого циклу підприємства. Оскільки модель життєвого циклу підприємства є звичайним диференційним рівнянням, то маємо динамічну модель. Змінюючи параметри моделі і початкові умови, можна практично миттєво одержувати різні рішення, тобто створюється гнучка система прийняття рішень.

Через $y = y(t)$ позначимо виробничу потужність, тобто максимальний об'єм продукції, яку може випускати об'єкт за одиницю часу в даний момент часу, якщо немає обмежень по енергії, матеріалам, чисельності людей та інш. (по оборотним фондам) на використовування всіх можливостей об'єкту. Припустимо, що $V = V(t)$ визначає стан основних фондів на даний момент часу. Всі основні фонди вимірюються в одиницях вимірювання вартості. Миттєва фондомісткість основних фондів об'єкту по випуску даної продукції визначається відношенням $m(t) = \dfrac{V(t)}{y(t)}$. Загальний приріст основних фондів в одиницю часу на даний момент дорівнює похідної $v_o = \dfrac{dV}{dt}$, що знову вступили в дію і використовуються з даного моменту часу. Потоки основних фондів позначають через $v = v(t)$. Потоки основних фондів, що вибувають із споживання за рахунок зносу і старіння устаткування з даного моменту часу, приймають пропорційними діючій потужності, тобто рівними $v_{\hat{a}} = \beta y$. Тут β - коефіцієнт вибуття або старіння основних фондів. Отже $v_o = v - \beta y$. Тоді рівняння потужності

$$\frac{dmy}{dt} + \beta y = v, \quad y(t_o) = y_o. \tag{3.2}$$

Величина $v = v(t)$ представляє потік у виробництво основних фондів, що знов поступають. Це або кількість устаткування в одиницю часу або грошові одиниці в рік, тобто це швидкість надходжень.

Якщо прийняти вибуття основних фондів за одиницю часу пропорційно основним фондам, тобто $v_{\hat{a}} = \alpha V$, де

α – коефіцієнт пропорційності, то рівняння потужності запишеться у вигляді:

$$\frac{dmy}{dt} + \alpha V = v; \qquad \frac{dmy}{dt} + \alpha m y = v. \tag{3.3}$$

Розглянемо окремий випадок, коли постійні фондомісткість, коефіцієнт вибуття і потік у виробництво основних фондів, що знов поступають. Тоді

$$\frac{dy}{dt} + \frac{\beta}{m} y = \frac{1}{m} v, \quad y(t_o) = y_o. \tag{3.4}$$

Рішення лінійного неоднорідного диференційного рівняння має вигляд

$$y(t) = \frac{v}{\beta} + (y_o - \frac{v}{\beta}) e^{-\frac{\beta}{m}t}. \tag{3.5}$$

Щоб користуватися рівнянням потужності для опису розвитку конкретного об'єкту, необхідно провести його ідентифікацію, тобто визначити фондомісткість і коефіцієнт вибуття основних фондів.

Розглянемо можливість використання виробничої потужності як основного показника кривої життєвого циклу підприємства. Вирішимо диференційне рівняння потужності при змінному значенні фондомісткості. Тоді рівняння (3.3) запишеться у вигляді:

$$\frac{dm}{dt} y + m \frac{dy}{dt} + \alpha m y = v. \tag{3.6}$$

Диференційне рівняння фондомісткості

$$\frac{dm}{dt} = -sm, \quad m(0) = m_o \tag{3.7}$$

має рішення $m = m_o \exp(-st)$, (3.8)

де s – узагальнений техніко-економічний показник відображення рівня науково-технічного розвитку підприємства.

Після підстановки (3.8) і (3.7) в рівняння (3.6) отримаємо

$$\frac{dy}{dt} + (\alpha - s)y = \frac{v}{m_o}e^{st}, \quad y(0) = y_o. \quad (3.9)$$

Рішення рівняння (3.9) має вигляд:

$$y(t) = e^{st}\left(\frac{v}{\alpha\, m_o} + (y_o - \frac{v}{\alpha\, m_o})e^{-\alpha\, t}\right). \quad (3.10)$$

На рисунку 3.3 представлені графіки виробничих потужностей, розраховані по формулі (3.10) при наступних даних: y_o =200 тис. уо. в рік; m_0 =1,5; β =0,08; V=100 тис. уо. в рік і S =(-0,02;-0,01; 0; 0,004; 0,006; 0,008).

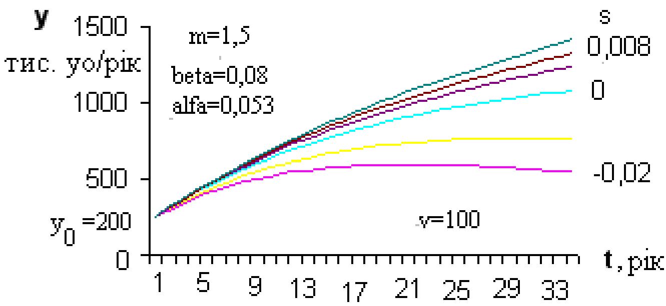


Рис. 3.3. Виробничі потужності підприємства

Форма графіків помітно змінюється навіть при незначних змінах параметрів, тобто функція потужності чутлива до зміни стану підприємства і виробнича потужність може бути основним показником кривої життєвого циклу [33].

Схема моделювання (рис. 3.4) складається по математичній моделі (3.11)

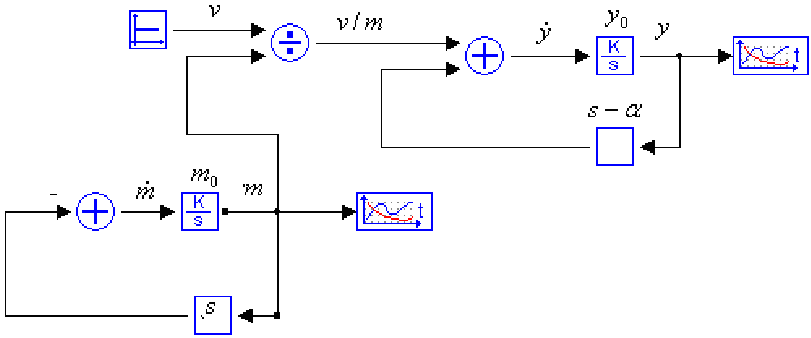


Рис. 3.4. Схема моделювання для системи моделювання МВТП 3.7

$$\dot{y} = (s-\alpha)y + v/m,\ y(0) = y_0;$$
$$\dot{m} = -sm,\ m(0) = m_0. \qquad (3.11)$$

Рівняння (3.11) є математична модель життєвого циклу підприємства (ЖЦП).

Крива виробничої потужності може описати різні етапи життєвого циклу підприємства. Все залежить від параметрів диференційних рівнянь і початкових умов (рис. 3.5).

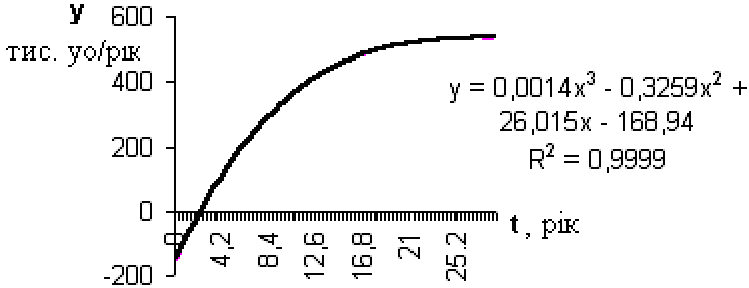


Рис. 3.5. Потужність при негативному значенні початкової умови

Математична модель ЖЦП у вартісному виразі має вигляд

$$\frac{dm}{dt}y + m\frac{dy}{dt} + \alpha my = v,\ y(0) = y_0; \quad (3.12)$$

$$\frac{dm}{dt} = -sm, \quad m(0) = m_o.$$

Щоб користуватися математичною моделлю ЖЦП необхідно провести її ідентифікацію, тобто визначити діапазон значень параметрів m_0, β , s .

3.3. Ідентифікація параметрів моделі життєвого циклу підприємства

Необхідна умова для переходу від дослідження об'єкту до дослідження моделі і подальшого перенесення результатів на об'єкт дослідження – вимога адекватності моделі і об'єкту. Адекватність припускає відтворення моделлю з необхідною повнотою всіх властивостей об'єкту, істотних для мети даного дослідження. Ніколи не можна говорити про абсолютну адекватність, при якій модель по всіх параметрах відповідає оригіналу [23].

Для побудови математичної моделі можна використовувати різні характеристики об'єкту управління: статичні, частотні, імпульсну перехідну функцію, передавальну функцію та інш. Клас моделей вибирають на основі теоретичного аналізу об'єкту управління з використанням загальних закономірностей, що протікають в цьому процесі. Найефективнішим методом є поєднання теоретичного і експериментального аналізу об'єкту управління. При цьому за допомогою експериментального аналізу проводиться кількісна оцінка об'єкту управління і перевірка відповідності моделі реальному об'єкту. Для отримання експериментальних даних про об'єкт управління можна використовувати методи активного і пасивного експерименту. Як критерії близькості об'єкту управління і його математичної моделі при ідентифікації використовують середньоквадратичну погрішність, абсолютну погрішність та інш.

Методи ідентифікації можна розділити на два класи:

– методи, що використовують вельми загальні гіпотези про об'єкт (лінійність, його стаціонарність та інш.) і названі методами непараметричної або функціональної ідентифікації;
– методи параметричної ідентифікації, коли відомі параметри математичної моделі об'єкту і задачею ідентифікації є їх кількісна оцінка.

Методи ідентифікації є достатньо загальними і широко використовуються для математичного опису різних по своїй природі об'єктів [32].

Виконаємо ідентифікацію параметрів моделі життєвого циклу підприємства в системі моделювання PDS (проектування динамічних систем) [13]. Структурна схема моделі (3.11) представлена на рис. 3.6.

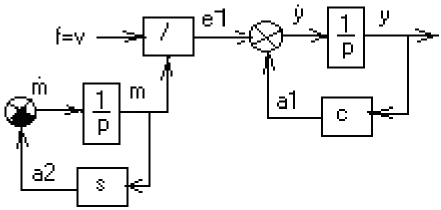


Рис. 3.6. Структурна схема моделі ЖЦП

При цифровому моделюванні в системі моделювання відносна погрішність рішення диференційних рівнянь $\varepsilon = 0{,}0185\%$.

Постановка задачі [10]. Визначити область існування параметрів моделі ЖЦП, що забезпечують стабільність (стійкість) процесу функціонування підприємства.

Виробнича система називається стійкою, якщо вона, виведена із стану рівноваги, після зняття збурюючої дії, повертається в деяку кінцеву область, яка оточує положення рівноваги. Стійкість – це внутрішня властивість системи, яка не залежить від зовнішніх умов.

При дослідженні стійкості системи відповідно до визначення розглядається її вільна поведінка після зняття збурюючої дії. Тому рух системи визначається її однорідним диференційним рівнянням за деяких ненульових початкових умов.

Характеристичне рівняння, відповідне знаменнику передавальної функції моделі, має вигляд:

$$p^2 + (r_1 + r_2)p + r_1 r_2 = 0, \tag{3.13}$$

де r_1, r_2 – коріння характеристичного рівняння моделі ЖЦП.

Відповідно до критерію Гурвіца для забезпечення асимптотичної стійкості системи необхідне виконання двох умов:

– коефіцієнти характеристичного рівняння повинні бути позитивними;
– дійсні корені – негативні.

Якщо хоча б один з коренів позитивний, то досліджувана система нестійка. На рис. 3.7-3.9 представлена залежність коренів характеристичного рівняння від параметрів моделі ЖЦП.

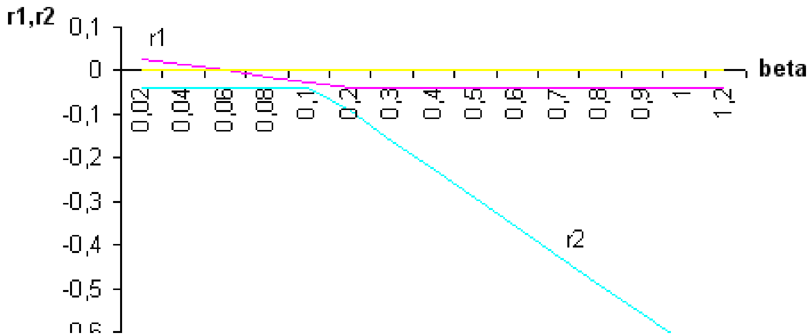


Рис. 3.7. Залежність коренів рівняння від коефіцієнта вибуття ОВФ

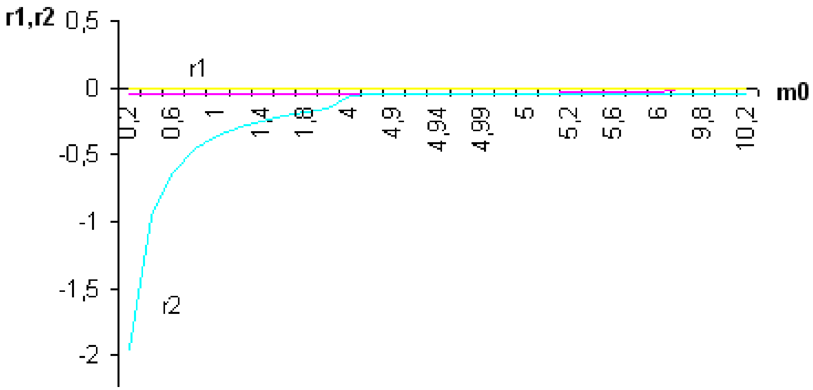


Рис. 3.8. Залежність коренів рівняння від початкового значення фондомісткості

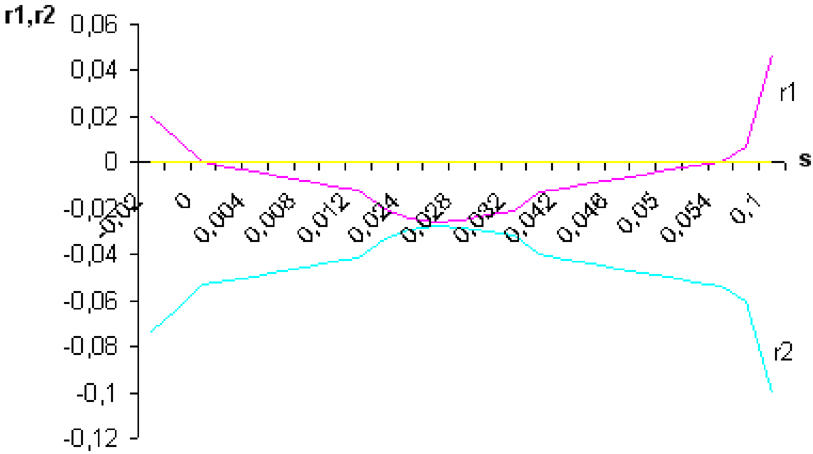


Рис. 3.9. Залежність коренів рівняння від s

Аналізуючи графіки, відзначаємо, що розвиток підприємства буде стійким при наступних значеннях параметрів: $\beta \geq 0{,}08$; $0{,}2 \leq m_o \leq 4{,}9$; $0{,}002 \leq s \leq 0{,}052$.

Для встановлення верхньої межі коефіцієнта вибуття додатково досліджували залежність початкового значення фондомісткості від коефіцієнта вибуття. Результати моделювання приведені на рис. 3.10, зміна миттєвої фондомісткості за даними США – рис. 3.11 [28].

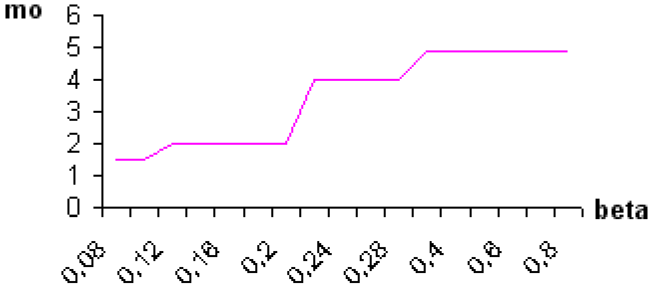


Рис. 3.10. Залежність фондомісткості від коефіцієнта вибуття ОВФ

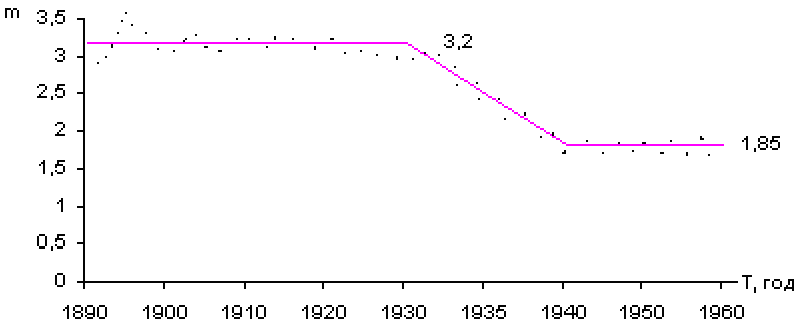


Рис. 3.11. Зміна фондомісткості за даними США

Як видно, фондомісткість істотно змінювалася в 1935-1945 роки. Отже, відповідно до рис. 3.10 верхню межу коефіцієнта вибуття основних фондів можна прийняти як 0,3, тоді діапазон зміни цього коефіцієнта $0{,}08 \le \beta \le 0{,}3$.

Оскільки стійкість – це внутрішня властивість системи, не залежна від зовнішніх умов, то для всіх підприємств і всіх умов їх роботи функціонування буде стійким при наступних значеннях параметрів:

$$0{,}08 \le \beta \le 0{,}3;\ 0{,}2 \le m_o \le 4{,}9;\ 0{,}002 \le s \le 0{,}052. \quad (3.14)$$

3.4. Розробка структурних схем для аналізу процесу функціонування підприємства

Для складання структурної схеми моделювання необхідно мати математичну модель. Модель процесу функціонування підприємства має вигляд:

$$\begin{aligned} &\frac{dmy}{dt} + \beta y = v, \quad y(t_o) = y_o; \\ &x = kw, \quad 0 \le x \le y, \end{aligned} \qquad (3.15)$$

де y – виробнича потужність підприємства; v, w – відповідно потоки основних і оборотних фондів, пов'язаних з випуском продукції; x – поток випуску продукції; k – коефіцієнт ефективності оборотних коштів; β – коефіцієнт вибуття або старіння основних фондів; m – миттєва фондомісткість основних фондів підприємства по випуску даної продукції.

Зовнішня форма моделі підприємства відрізняється від моделі механіки наявністю нерівності. Щоб зрозуміти його значення, проаналізуємо систему (3.15) і ход розвитку підприємства. Потужність y визначає максимально можливий випуск продукції в одиницю часу за даних умов, способу організації, структурі виробництва, кваліфікації робітників і інженерів, тобто це випуск продукції при повних оборотних фондах. Але випуск продукції в даний момент часу може бути менше потужності і навіть рівний нулю, наприклад, через відсутність енергії, матеріалів, робітників і ін. Це ураховується нерівністю $0 \le x \le y$.

Якщо в початковий момент часу виконується умова $0 < x(t_o) < y$, тобто не всі можливості основних фондів використані, то для збільшення випуску продукції ще немає необхідності збільшувати основні фонди. Достатньо збільшити потоки оборотних фондів, які мають свою структуру. Тут можливі дві ситуації: випуск стає рівним потужності, подальше збільшення оборотних фондів даремне, оскільки воно не приведе до зростання випуску і тому в подальший час випуск визначається рівнянням потужності; випуск не може досягти значення, рівного потужності, через дефіцит якого-небудь компоненту оборотних фондів і частина потужності підприємства залишається невикористаною.

Таким чином, коли немає обмежень (дефіциту в потоці оборотних фондів) потік випуску визначається рівнянням потужності, а рівняння випуску встановлює необхідну кількість потоку оборотних фондів. У разі дефіциту в потоці оборотних фондів випуск визначається другим рівнянням системи (3.15) і частина потужності підприємства залишається невикористаною. В цьому значенні нерівність $0 \le x \le y$ вводить логічний елемент в модель процесу функціонування підприємства.

Отже, продукція $x = x(t)$, що випускається підприємством в одиницю часу, не може перевершувати потужності $y = y(t)$ і бути негативною: $0 \le x \le y$. Вважаємо, що виготовлення одиниці продукції займає малий проміжок часу в порівнянні з тривалістю життєвого циклу підприємства. Через $w = w(t)$ позначимо поток оборотних фондів, тобто кількість оборотних фондів, які в одиницю часу переходять в готову продукцію. Миттєва фондомісткість оборотних фондів по випуску даної продукції визначається відношенням $m_w(t) = w(t)/x(t)$. Цей показник характеризує кількість оборотних фондів, які необхідні для випуску одиниці продукції. По аналогії з поняттям вибуття основних фондів є поняття вибуття оборотних фондів. Вибуття оборотних фондів пропорційне потоку продукції, що випускається, з коефіцієнтом вибуття β_w . Тоді диференційні рівняння процесу функціонування підприємства з постійними параметрами запишуться у вигляді [16]:

$$\begin{aligned}
&\frac{dm_v y}{dt} + \beta_v y = v; \quad y(t_o) = y_o; \quad t \in [0, T];\\
&\frac{dm_w x}{dt} + \beta_w x = w; \quad x(t_o) = x_o;\\
&u(t) = (1-\rho)x(t) + \rho y(t);
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\rho = \begin{cases} 1, \textit{ якщо } x(t) \ge y(t); \\ 0, \textit{ якщо } x(t) < y(t), \end{cases}$$

де v – потік основних фондів; $u(t)$ – обмеження по потужності на потік продукції, що випускається; ρ – символ Кронекера; T – горизонт планування.

Структурна схема для системи моделювання PDS представлена на рис. 3.12 [34]. Блок ОМ моделює обмеження по потужності на продукцію, що випускається підприємством в одиницю часу.

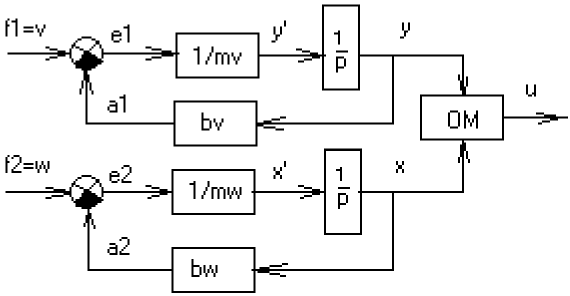


Рис. 3.12. Структурна схема моделювання

Окрім режиму моделювання, в системі PDS є режим «Аналіз», за допомогою якого можна по опису структурної схеми моделювання отримати основні динамічні характеристики досліджуваної системи: амплітудно-частотні і перехідні характеристики, передавальні функції і коріння характеристичного рівняння.

Моделювання виконувалося при наступних даних:

$$m_v = 1{,}5;\ \beta_v = 0{,}08;\ v = 100;\ m_w = 1{,}2;\ \beta_w = 0{,}06;\ w = 80.$$

Передавальні функції досліджуваної моделі мають вигляд:

$$W_y(p) = \frac{0{,}6667p + 0{,}0333}{p^2 + 0{,}1033p + 0{,}00267};$$

$$W_x(p) = \frac{0{,}8333p + 0{,}0444}{p^2 + 0{,}1033p + 0{,}00267}.$$

Коріння характеристичного рівняння моделі негативне дійсні: $r_1 = -0{,}05;\ r_2 = -0{,}0533$, тобто досліджувана модель підприємства стійка.

Математична модель процесу функціонування підприємства, яка враховувала змінність фондомісткості, має вигляд

$$\frac{dy}{dt} = (s_v - \alpha_v)y + v/m_v; \quad y(t_o) = y_o; \quad t \in [0, T];$$

$$\frac{dx}{dt} = (s_w - \alpha_w)x + w/m_w; \quad x(t_o) = x_o;$$

$$\frac{dm_v}{dt} = -s_v m_v; \quad m_v(t_o) = m_{vo}; \tag{3.17}$$

$$\frac{dm_w}{dt} = -s_w m_w; \quad m_w(t_o) = m_{wo};$$

$$u(t) = (1-\rho)x(t) + \rho y(t);$$

$$\rho = \begin{cases} 1, \text{ якщо } x(t) \geq y(t); \\ 0, \text{ якщо } x(t) < y(t), \end{cases}$$

Структурна схема представлена на рис. 3.13.

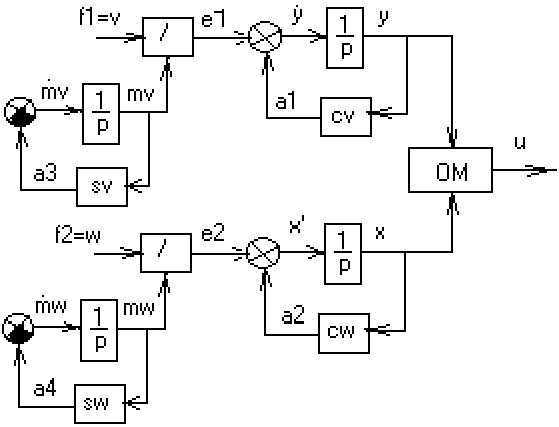


Рис. 3.13. Ускладнена структурна схема

Продукція, що випускається підприємством за одиницю часу, не може перевершувати потужності $y = y(t)$ і бути негативною: $0 \leq x \leq y$. Ця умова реалізує блок ОМ (рис. 3.14).

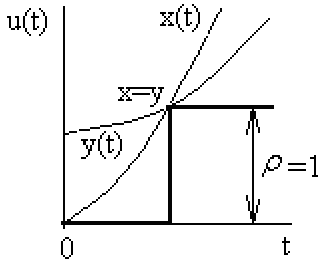


Рис. 3.14. Принцип роботи блоку ОМ

Розроблені структурні схеми використовуються для моделювання різних ситуацій, що виникають на підприємстві.

3.5. Задача найшвидшого виходу підприємства на задану виробничу потужність

Проблема. При розробці стратегії розвитку підприємства важливо вирішити задачу формування асортименту продукції, якій найбільшою мірою задовольняє актуальні індивідуальні і суспільні потреби потенційних покупців і забезпечує на цій основі систематичне отримання підприємством прибутку для реалізації програми розширеного відтворювання. Необхідно також з'ясувати час виходу фірми на задану виробничу потужність, яка визначається потребою в продукції $P(t)$. Це задача найшвидшого виходу підприємства на задане споживання. Розв'язується вона методами теорії оптимального управління.

Постановка задачі [50]. Вирішити задачу найшвидшого виходу підприємства на задану виробничу потужність і визначити необхідні для цього умови.

Ще на стадії розробки проекту створюваного підприємства необхідно з'ясувати час його виходу на задану виробничу потужність, яка визначається потребою в продукції підприємства.

Рішення задачі методом простого перебору. Для досягнення потрібного споживання необхідно щонайшвидше розвивати потужність виробництва, а для цього потік вкладень в ОПФ повинен бути максимально допустимим, тобто $v(t) = v_0$ [17] Тоді модель ЖЦП при постійній фондомісткості запишеться у вигляді:

$$m\dot{y} + \beta y = v_0, \quad y(0) = y_0. \tag{3.18}$$

Рішення рівняння (3.18) має вигляд:

$$y = y_0 e^{-\frac{\beta}{m}t} + \frac{v_0}{\beta}(1 - e^{-\frac{\beta}{m}t}). \tag{3.19}$$

Такий розвиток потужності виробництва триває до моменту $t = T$, при якому потужність і потрібність порівняються $y(T) = P(T)$. Час $t = T \in (0, T)$ є часом найшвидшого задоволення потреб. Надалі витримується рівність

$$y(t) \equiv P(t), \quad t \geq T,$$

тобто потрібний потік основних фондів визначається з рівняння потужностей, представленого у вигляді

$$v(t) = m\dot{P}(t) + \beta P(t) \leq v_0. \tag{3.20}$$

Допустимо задана потреба визначається виразенням

$$P(t) = a + bt.$$

Досліджуємо вплив на виробничу потужність коефіцієнта вибуття ОВФ і потоку вкладень в ОВФ в початковий момент часу, тобто у момент початку функціонування підприємства.

Результати моделювання наведено на рис. 3.15-3.16.

Аналіз графіків рис. 3.15 свідчить про те, що при збільшенні коефіцієнта вибуття ОПФ зростання виробничої потужності сповільнюється.

Аналіз графіків рис. 3.16 показує, що можна вийти на задану потужність через 3 роки за умови, що в початковий момент потік вкладень в ОВФ складе 300 тис. уо, і через 6,5 літ, якщо потік вкладень буде в двічі менше.

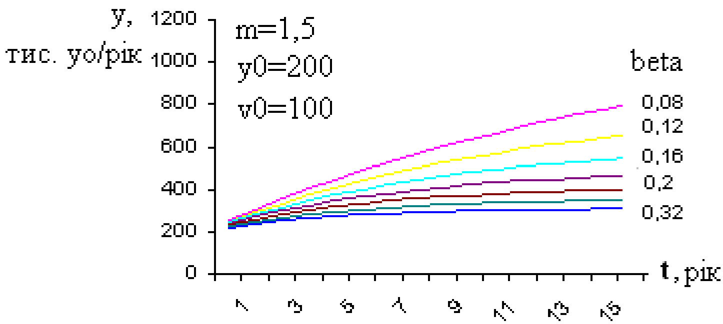


Рис. 3.15. Залежність виробничої потужності від коефіцієнта вибуття ОВФ

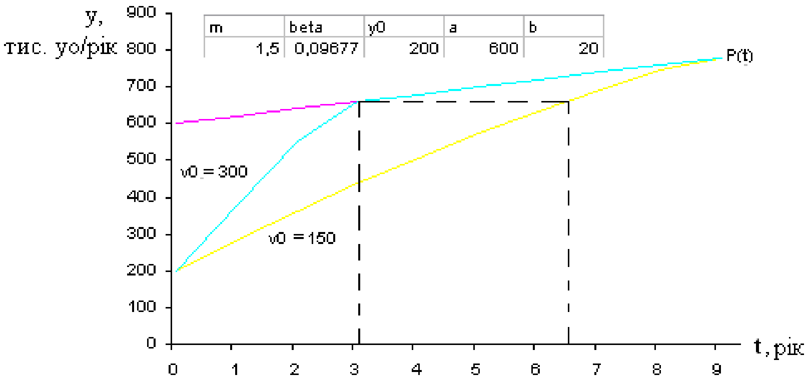


Рис. 3.16. Залежність виробничої потужності від потоку вкладень в ОВФ

При цьому не можна забувати про початкове значення виробничої потужності. В даному випадку, вона прийнята рівній 200 тис. уо. в рік.

Принцип максимуму Понтрягіна [16]. Допустимо m_{1c}, β_{1c} – фондомісткість і коефіцієнт вибуття спеціального основного фонду підприємства, тобто

$$m_{1c} = V_{1c} / y_1; \quad \beta_{1c} = v_{bc} / y_1, \tag{3.21}$$

де y_1 – виробнича потужність підприємства, v_{bc} – потік вибуваючого основного фонду підприємства, пов'язаного з випуском якого-небудь асортименту продукції.

При постійних значеннях фондомісткості і коефіцієнта вибуття рівняння потужності має вигляд

$$m_{1\tilde{n}}\dot{y}_1 + \beta_{1\tilde{n}} y_1 = v_{1\tilde{n}}, \quad y_1(0) = y_{10}. \tag{3.22}$$

де $v_{1c} = u_{1c}(t)$ – потік спеціальних основних фондів –

управляюча змінна, на яку накладені обмеження $u_{\min} \le u_{1c} \le u_{\max}$, де $u_{\min}, u_{\max}$ – мінімальне і максимальне значення потоку ОВФ.

Допущення при розрахунку:

– оборотні фонди не обмежені, їх достатньо, і вони визначаються по рівняннях випуску продукції;
– в моделі ураховуються тільки спеціальні основні фонди.

Задана потреба в кінцевій продукції у вигляді функції часу $P = P(t)$, яку необхідно досягти щонайшвидше.

Ставиться задача: знайти таке допустиме управління $u_{1c} = v_{1c}(t)$ процесом (3.22), щоб за мінімальний проміжок часу потік випуску продукції $y_1(t)$ досяг потреби (рис. 3.17).

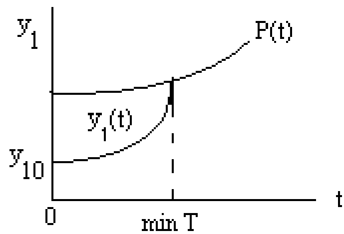


Рис. 3.17. Ілюстрація смислу задачі про швидкодію

Допустимо $P(t) = a + bt$. Критерій швидкодії процесу має вигляд $J = \int_0^T dt \quad \to \min$. Відповідно до принципу максимуму в математичну модель, окрім рівняння (3.22), потрібно ввести нову змінну

$$y_0 = \int_0^t dt, \quad \dot{y}_0 = 1, \quad y_0(T) = J, \quad y_0(0) = 0.$$

Тоді математична модель має вигляд

$$\begin{aligned} & f_0 = \dot{y}_0 = 1, \quad y_0(0) = 0; \\ & f_1 = \dot{y}_1 = -1/m_{1c}(\beta_{1c} y_1 - u_{1c}), \quad y_1(0) = y_{10}. \end{aligned} \tag{3.23}$$

Отже, вимагається знайти таке допустиме управління $u_{1c} = v_{1c}(t)$ процесом (3.22), щоб за мінімальний проміжок часу (0, Т) потік випуску продукції $y_1(t)$ досяг потреби, тобто $y_1(T) = P(T)$.

Складемо рівняння для допоміжних змінних

$$\begin{aligned} & \dot{\psi}_0 = -\left(\frac{\partial f_0}{\partial y_0}\psi_0 + \frac{\partial f_1}{\partial y_0}\psi_1\right) = 0; \\ & \dot{\psi}_1 = -\left(\frac{\partial f_0}{\partial y_1}\psi_0 + \frac{\partial f_1}{\partial y_1}\psi_1\right) = -\frac{\beta_{1c}}{m_{1c}}\psi_1. \end{aligned} \tag{3.24}$$

З першого рівняння системи ясно, що $\psi_0 = const$. Для неконсервативних систем ($\beta_{1\tilde{n}} \neq 0$) $\psi_0 = -1$.

Запишемо функцію Гамільтона

$$H = \psi_0 f_0 + \psi_1 f_1 = \psi_0 + \psi_1(-1/m_{1c}(\beta_{1c} y_1 - u_{1c})).$$

Для вирішення задачі оптимальної швидкодії вводиться додаткова функція, що задовольняє умові: $\dot{\psi}_2 = -\dfrac{\partial H}{\partial t} = 0.$

Функція $F(y,T) = y_1(T) - P(T) = 0, \quad \dfrac{\partial F}{\partial y_1} = 1.$ На правому кінці траєкторії при $t = T$ повинні виконуватися умови трансверсальності:

$$\psi_0(T) = -1;$$

$$\psi_1(T) = -\lambda \frac{\partial F}{\partial y_1(T)} = -\lambda;$$

$$\psi_2(T) = -\lambda \frac{\partial F}{\partial T} = -\lambda(\dot{y}_1(T) - \dot{P}(T));$$

$$\psi_0(T)\dot{y}_0(T) + \psi_1(T)\dot{y}_1(T) + \psi_2(T)\dot{T} = 0.$$

або, виключаючи множник λ, отримаємо

$$\psi_2(T) = -\lambda(\dot{y}_1(T) - \dot{P}(T)) = \psi_1(T)(\dot{y}_1(T) - \dot{P}(T)); \quad (3.25)$$

$$\psi_1(T) = \psi_2(T)/(\dot{y}_1(T) - \dot{P}(T)).$$

Оскільки $\dot{y}_0 = 1, \quad \dot{T} = 1, \quad \psi_0 = -1$, то останнє рівняння системи (3.25) має вигляд

$$-1 + \psi_1(T)\dot{y}_1(T) + \psi_2(T) = 0;$$

$$\psi_2(T) = \frac{\dot{y}_1(T) - \dot{P}(T)}{2\dot{y}_1(T) - \dot{P}(T)}; \quad (3.26)$$

$$\psi_1(T) = \frac{1}{2\dot{y}_1(T) - \dot{P}(T)}. \quad (3.27)$$

Запишемо рішення для $y_1(t)$ з системи рівнянь (3.26) і $\psi_1(t)$ з системи – (3.27)

$$y_1(t) = y_{10} e^{-\frac{\beta_{1c}}{m_{1c}}t} + (1 - e^{-\frac{\beta_{1c}}{m_{1c}}t}) \frac{u_{1c}}{\beta_{1c}}. \quad (3.28)$$

$$\psi_1(t) = \psi_{10} e^{-\frac{\beta_{1c}}{m_{1c}}t}. \quad (3.29)$$

Визначимо ψ_{10}, прирівнюючи (3.29) при $t = T$ і $\psi_1(t)$ з системи (3.27)

$$\psi_{10} = e^{\frac{\beta_{1c}}{m_{1c}}} / \dot{y}_1(T) = m_{1c} e^{2\frac{\beta_{1c}}{m_{1c}}} / (u_{1c} - \beta_{1c} y_{10}) > 0 . \quad (3.30)$$

Умова (3.30) виконуватиметься при позитивному значенні знаменника, тобто

$$u_{1c} > \beta_{1c} y_{10} . \quad (3.31)$$

З умови (3.31) виходить висновок, що із збільшенням потоку вкладень до спеціальних основних фондів швидшає процес виходу підприємства на задану потребу, тобто

$$v_{1c} = u_{1c} = u_{\max} . \quad (3.32)$$

При $t > T$ $y_1(t) = P(t)$. На рис. 3.18 представлені результати моделювання виробничої потужності при різних значеннях v_{1c}.

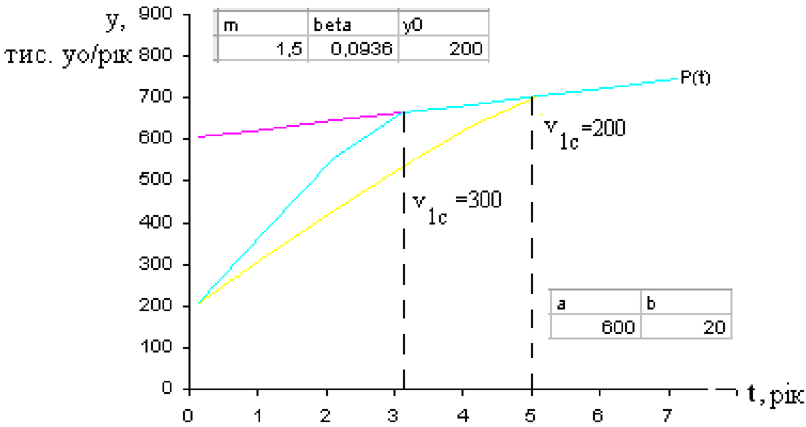


Рис. 3.18. Результати моделювання

Результати проведеного дослідження свідчать про те, що:

1. Із збільшенням потоку вкладень в ОВФ швидшає процес виходу підприємства на задану потребу.
2. Первинний потік вкладень в ОВФ повинен перевищувати значення добутку коефіцієнта вибуття ОВФ на початкову виробничу потужність підприємства.

За допомогою принципу максимуму Л. Понтрягіна можна більш обгрунтовано приймати рішення.

3.6. Моделювання кризових ситуацій усередині підприємства

Моделювання кризових ситуацій усередині підприємства виконаємо на математичній моделі ЖЦП (3.9) по рівнянню (3.10). Припустимо, що підприємство досягло виробничої потужності 500 тис. у.о. в рік і значення показників, за винятком досліджуваного, відповідають стійкому функціонуванню підприємства. Досліджуємо вплив на виробничу потужність підприємства:

- узагальненого техніко-економічного показника відображення рівня науково-технічного розвитку підприємства s (рис. 3.19);
- коефіцієнта вибуття ОВФ β (рис. 3.20);
- потоку ОВФ, що знов поступає у виробництво, v (рис. 3.21).

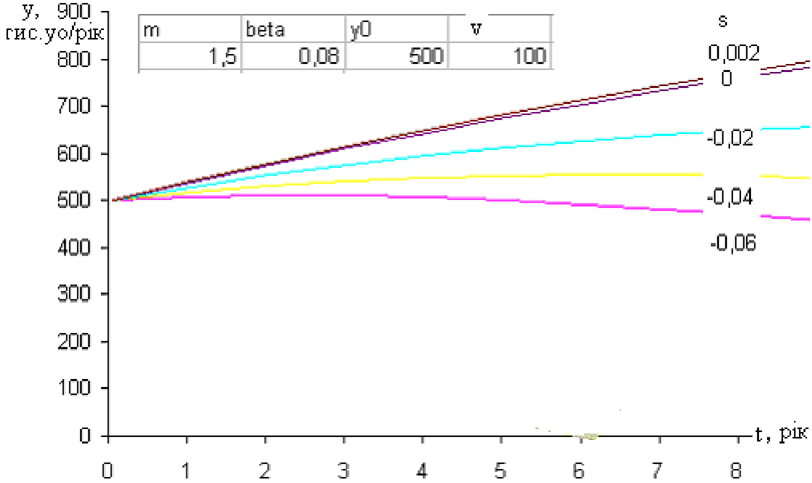


Рис. 3.19. Залежність виробничої потужності від s

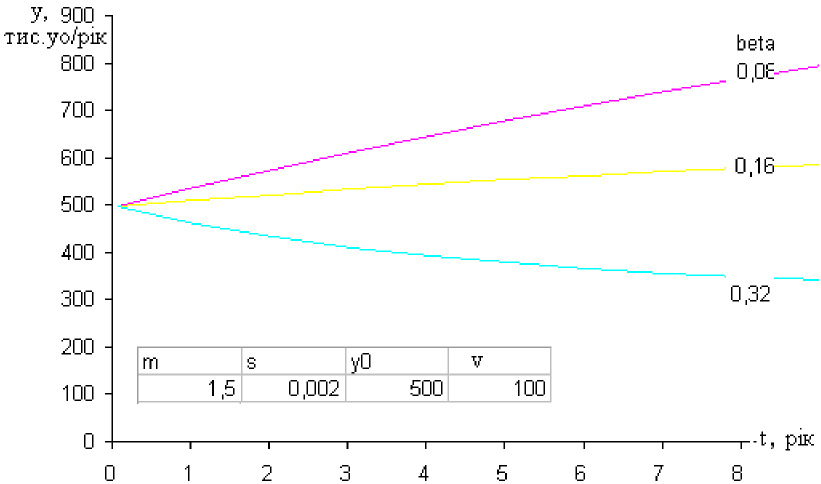


Рис. 3.20. Залежність виробничої потужності від β

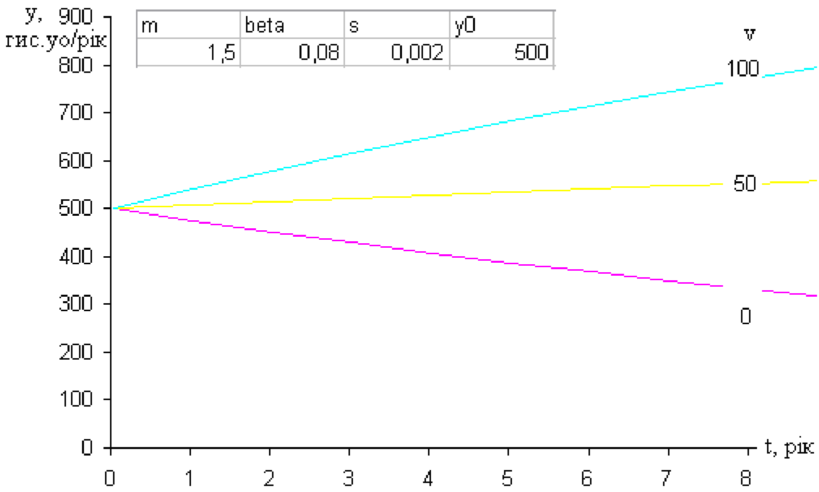


Рис. 3.21. Залежність виробничої потужності від v

Аналіз графіків показує, що кризові ситуації на підприємстві можуть наступити в тому випадку, якщо воно або:

– має низький рівень науково-технічного розвитку;
– коефіцієнт вибуття ОВФ більше 0,3;
– не вкладає інвестиції в розвиток основного виробництва.

Для усунення причини виникнення кризових ситуацій необхідно на підприємстві розробити відповідну програму перетворень.

3.7. Моделювання поведінки підприємства в умовах ринку

Звичайно в реальному світі йде безперервний розвиток і руйнування. Але з різних причин можливе різке порушення цієї пропорційності, яке називається звичайно катастрофою для об'єктів із структурою, якими є підприємства. Це може викликати втрату здатності системи до розвитку, тобто втрату стійкості розвитку системи. Наприклад, коли розвиток йде недостатньо швидко, не достає якихось компонентів, а поступове руйнування, знос, старіння йдуть швидше, то це може привести до повного зникнення підприємства.

Втратою стійкості системи із структурою до розвитку називають настання такого стану, після якого система втрачає здібність до збереження структури елементів і зникає. Для дослідження впливу різного виду катастроф складають модель розвитку і функціонування підприємства з урахуванням її структури, проводять ідентифікацію параметрів моделі і будують криву життєвого циклу підприємства в нормальних умовах його функціонування. На цій моделі можна проводити аналіз поведінки підприємства в різних нештатних ситуаціях. При цьому виникає задача: як забезпечити подальший розвиток підприємства?

Розглянемо поведінку підприємства в ринкових умовах. Припустимо, на ринку змінилися ціни.

Модель процесу функціонування підприємства (3.15) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} &m\frac{dy}{dt} = v - \beta y, \quad y(t_o) = y_o; \\ &x = kw(t-\tau), \quad 0 \le x \le y, \end{aligned} \tag{3.33}$$

де y – виробнича потужність підприємства; v, w – відповідно потоки основних і оборотних фондів, пов'язаних з випуском продукції; x – потік випуску продукції; k – коефіцієнт ефективності оборотних коштів;

β – коефіцієнт вибуття або старіння основних фондів; m – миттєва фондомісткість основних фондів підприємства по випуску даної продукції (const), τ – запізнювання у виробництві.

Взаємодія підприємства з ринком полягає у продажу своїй продукції і придбанні необхідних ресурсів. Допустимо $q = q(t)$ – ціна одиниці продукції на момент часу t. Тоді потік цін реалізованої продукції підприємства $R = q(t)x(t)$. Цей потік цін підприємства розподіляє на придбання потоку вартості ОВФ C_v і ОбВФ – C_w. Тоді потік прибутку підприємства складе $PR = R - C_v - C_w$, тобто потік цін R розподіляється таким чином

$$R = C_v + C_w + PR = (\alpha + \gamma + \delta)R,$$

де α, γ, δ – частки розподілу $\alpha + \gamma + \delta = 1$; $C_v = p_v v$; $C_w = p_w w$; p_v, p_w – ціни одиниць відповідно ОВФ і ОбВФ в момент часу t.

Тоді $v = \dfrac{\alpha q}{p_v} x$, $w = \dfrac{\gamma q}{p_w} x$ і система (3.33) запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} & m\frac{dy}{dt} = \frac{\alpha q}{p_v} x - \beta y, \quad y(t_o) = y_o; \\ & x = k\frac{\gamma q}{p_w} x(t - \tau), \quad 0 \le x \le y, \end{aligned} \tag{3.34}$$

В відповідності з (3.34), сталий режим $\dot{y} = 0,\ y(t) = x(t) = y_0$ можливий, якщо ціни задовольняють умовам

$$\frac{\alpha q}{p_v} = \beta; \quad \frac{k\gamma q}{p_w} = 1. \qquad (3.35)$$

При цьому вибуття ОВФ βy компенсується кількістю ОВФ $\frac{\alpha q}{p_v} y$, що придбавалася, і кількість ОбВФ $w = \frac{\gamma q}{p_w} x$, що придбавалася, забезпечують випуск $y(t) = x(t) = y_0 = const$.

Якщо в середовищі відбудеться різка зміна типу катастрофи і в результаті скоротиться виробництво ОВФ, то підвищиться ціна одиниці потоку ОВФ. Допустимо нова ціна стала рівною $p_v^{'} = gp_v$, $g > 1$. Розглянемо можливість нового рівноважного стану підприємства при решті незмінних параметрів, цін і умов. При новій ціні кількість ОВФ, що була придбана, менше в g раз, тобто, $v = \frac{\alpha q}{g\, p_v} x$ і рівняння виробничої потужності підприємства системи (3.34) матиме вигляд

$$m\dot{y} = \beta(\frac{x}{g} - y), \quad y(t_o) = y_o. \qquad (3.36)$$

Оскільки немає обмежень на придбання ОбВФ, приймемо $x \equiv y$. Тоді математична модель життєвого циклу підприємства запишеться у вигляді

$$m\dot{y} = -(1 - \frac{1}{g})\beta\, y, \quad y(t_o) = y_o. \qquad (3.37)$$

Рішення рівняння (3.37) має вигляд

$$y = y_0 e^{-(1-\frac{1}{g})\frac{\beta}{m}t}. \qquad (3.38)$$

Таким чином, при $t \to \infty$ $y \to 0$ і підприємство припиняє своє існування (рис. 3.22).

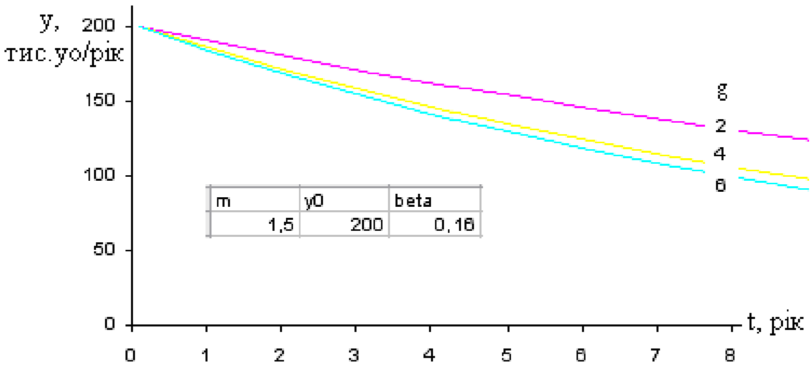


Рис. 3.22. Залежність *потужності від ростання цін ОВФ*

Результати моделювання виробничої потужності підприємства залежно від коефіцієнта зростання ціни ОВФ підтверджують це положення.

Щоб запобігти цьому, підприємство повинне зробити конкретні дії. Тут можливі два варіанти дій підприємства: збільшити ціну продукції, що продається; зменшити прибуток.

Перший варіант. Підприємство підвищує ціну одиниці продукції x. Замість ціни q призначається ціна $q^{'}$. При новій ціні можна придбати ОВФ $v^{'} = \frac{\alpha q^{'}}{p_v^{'}} x$. Якщо вимагати рівності $v^{'} = v = \frac{\alpha q}{p_v} x$, що необхідне для компенсації вибуття βy, то при ціні $q' = gq$ отримаємо $\beta = \dfrac{\alpha q}{p_v}$. Це забезпечить випуск продукції $y(t) = x(t) = y_0 = const$. При цьому необхідна кількість ОбВФ не повинна змінюватися $w = \dfrac{\gamma q}{p_w} x = \dfrac{\gamma' q'}{p_w} x$, тоді $\gamma' q' = \gamma q$. Тут γ' – нова частка ОбВФ, задовольняюча рівності $\alpha + \gamma' + \delta' = 1$. Отже $\gamma + \delta = \gamma' + \delta'$. Тому що $\gamma' = \dfrac{q}{q'} \gamma < \gamma$, то $\delta' > \delta$, тобто частка прибутку зростає.

Другий варіант. Допустимо частка ОбВФ рівна γ і зберігається рівність $\alpha' + \gamma + \delta' = 1$. При цьому значення α' визначиться з умови $v' = v$, де $v = \dfrac{\alpha q}{p_v} x$, $v' = \dfrac{\alpha' q'}{p_v'} x$.

Звідси одержуємо $\dfrac{\alpha}{p_v} = \dfrac{\alpha'}{p_v'}$ або $\alpha' = \dfrac{p_v'}{p_v} \alpha = g\alpha$. Це можливо, тобто частка прибутку може зменшитися до нуля. При цьому компенсується вибуття βy при $x \equiv y$. Оскільки частка ОбВФ γ не змінюється, то кількість ОбВФ, що придбавалася, забезпечує випуск продукції $x \equiv y$.

Таким чином, для виживання в умовах різких змін в середовищі підприємство повинне стежити за цінами ринку і в час приймати конкретні рішення.

4. ПРОЕКТУВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИПУСКА ВАЛОВОГО ПРОДУКТА ПІДПРИЄМСТВА

4.1. Загальні відомості

Процес виробництва валового продукту є основою будь-якого підприємства. Він повинен бути безперервним в часі, тобто його можна описати звичайним диференційним рівнянням. Виробництво валового продукту неможливе без вкладення основних виробничих фондів (ОВФ). Отже, параметрами процесу випуску валового продукту повинні бути коефіцієнти зростання і вибуття ОВФ. Виникає проблема: як визначити значення цих параметрів, щоб процес випуску валового продукту був стійким. Проблема ця не вирішена, хоча вона є дуже актуальною.

4.2. Розробка математичних моделей

Математичні моделі розділа 3 показали підприємство в вигляде розімкненої системи, входами якої є основні і оборотні виробничі фонди, а вихідом – готова однотипна продукція, що вимірюється в грошах по вартісті. Моделі не враховують взаємодію процесів усередині підприємства. Вважається, що підприємство має строго визначену структуру, організацію і нормальні умови функціонування.

Потік основних і оборотних фондів мають складну структуру, яка залежить від продукції, технології виробництва і науково-технічного рівня підприємства. Коли фонди вимірять в грошах, то ця структура знеособлюється, але структура підприємства зберегається. На рис. 4.1 наведена схема взаємозв’язку виробничих факторів підприємства, яке розглядається у вигляді умовно замкненої системи [24]. Результатом виробничої діяльності є валовий продукт Y, що розподіляється у блоку P_y на виробничу потребу Z і кінцевий продукт X, тобто $Y = X + Z$.

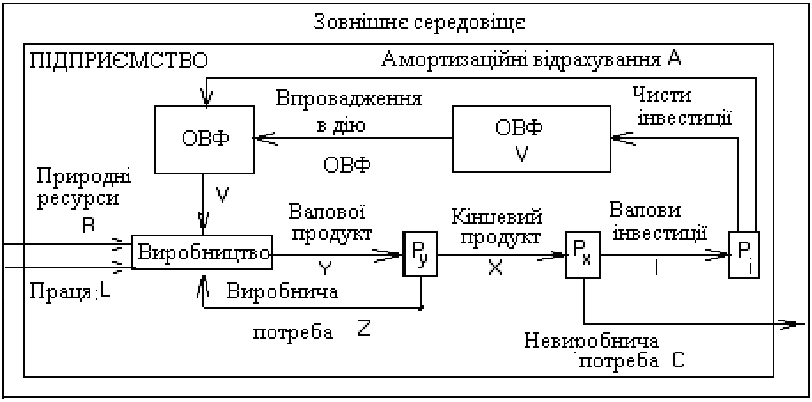


Рис. 4.1. Схема взаємозв'язку виробничих факторів підприємства

Кінцевий продукт X розділяється у блоку розподілу P_x на валові інвестиції (валові капитальні вкладеня) I і невиробничу потребу $C: X = I + C$. Валові інвестиції у блоку P_i розділяються на амортизаційні відрахування A і чисти інвестиції, які йдуть на впровадження ОВФ: $I = I_v + A$.Інвестиції складають матеріальну основу нарощення та переозброєння виробництва. За їх рахунок здійснюється впровадження в дію ОВФ.

Припущення:

– валові інвестиції повністю витрачаються на амортизаційні відрахування і приріст ОВФ в тому ж році;

– частка інвестицій, що витрачається на приріст ОВФ, пропорційна швидкості збільшення основних фондів $I_v = q\dfrac{dV}{dt} = qv,$ де q – коефіцієнт пропорційності (параметр моделі), v – потік основних фондів;

– амортизаційні відрахування пропорційні розміру ОВФ $A = \mu V$, де μ – коефіцієнт амортизації.

У результаті отримаємо

$$I = I_v + A = qv + \mu V;$$
$$v = (I - \mu V) / q.$$

Виразимо інвестиції через виробничу і невиробничу потребу $I = Y - Z - C$ і будемо вважати, що виробнича потреба пропорційна валовому продукту, тобто $Z = aY$. Тоді диференційне рівняння руху ОВФ має вигляд [24]:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{q}((1-a)Y - \mu V - C), \tag{4.1}$$

де a – норма витрат на виробництво одиниці продукції ($0 < a < 1$).

Запишемо рівняння потужності розімкненої схеми підприємства для випадку змінної фондомісткости

$$m\frac{dy}{dt} + y\frac{dm}{dt} + \alpha\, my = v. \tag{4.2}$$

Підставимо в (4.2) $y = \dfrac{dY}{dt}$ і (4.1) без обліку невиробничої потреби, отримаємо диференційне рівняння процесу випуску валового продукту підприємства

$$m\frac{d^2Y}{dt^2}+\frac{dY}{dt}\frac{dm}{dt}+\alpha m\frac{dY}{dt}+cmY=\frac{\mu}{q}V, \qquad (4.3)$$

де c – коефіцієнт зростання ОВФ.

Після заміни $\frac{dm}{dt}=-sm$ і ділення на m, математична модель процесу випуску валового продукту запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned}&\frac{d^2Y}{dt^2}+(\alpha-s)\frac{dY}{dt}+cY=\frac{\mu}{qm}V, \quad Y(t_o)=Y_o;\\&\frac{dm}{dt}=-sm, \quad m(t_o)=m_o.\end{aligned} \qquad (4.4)$$

Тут m – фондомісткість ОВФ по випуску даної продукції; $\beta=\alpha m$ – коефіцієнт вибуття ОВФ; s – узагальнений техніко-економічний показник відображення рівня науково-технічного розвитку підприємства; c – коефіцієнт зростання ОВФ; Y – валовий продукт; $V(t)$ – миттєві значення основних фондів; μ, q – коефіцієнти амортизації і пропорційності (параметр моделі). Модель (4.4) можна використовувати для аналізу процесу випуску валового продукту при різних значеннях вхідних в неї параметрів. В модель входить велика кількість параметрів. Виникає питання: як визначити при проектуванні діапазон зміни параметрів, при яких процес випуску валового продукту буде стабільним. Стійкість – внутрішня властивість процесу, не залежна від миттєвих значень основних фондів. Підприємство і процес тільки створюються, тому поки не можна судити про рівень їх науково-технічного розвитку. Як припущення приймемо постійну фондомісткість. Тоді математична модель процесу випуску валової продукції має вигляд:

$$m\ddot{Y} + \beta\dot{Y} + cY = 0 \qquad (4.5)$$

Цю модель можна прийняти як модель-аналога при оптимізації параметрів методами теорії оптимального управління.

4.3. Оптимізація параметрів процесу випуску валового продукту підприємства

Найефективнішим методом теорії оптимального управління є метод стохастичного динамічного програмування. Алгоритм цього методу містить в собі алгоритми методів динамічного програмування для безперервних детермінованих систем і оптимальних фільтрів Калмана-Бьюсі. Таким чином, можна розв'язати основну проблему проектування процесу випуску валового продукту із заданою структурою підприємства.

Ставиться задача – визначити розрахункові формули параметрів проектування: коефіцієнтів вибуття і зростання ОВФ при постійній фондомісткості.

В матричному методі динамічного програмування диференційне рівняння проектованого процесу записується у вигляді

$$m\ddot{Y} = -F \quad \text{або} \quad \ddot{Y} = -F/m = -u, \qquad (4.6)$$

де u – невідома синтезуюча функція, що є прискоренням процесу випуску валового продукту.

Позначимо: $x_1 = Y; x_2 = \dot{Y}$, тоді отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -u. \end{aligned} \tag{4.7}$$

Запишемо систему (4.7) в матричній формі

$$\dot{X} = AX + BU, \tag{4.8}$$

де $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \\ \dot{Y} \end{bmatrix}; \quad U = [u]; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$

Як критерій оптимальності приймемо квадратичний функціонал якості:

$$J = \int_0^\infty (\alpha x_1^2 + \gamma x_2^2 + \mu u^2) dt \tag{4.9}$$

або в матричній формі

$$J = \int_0^\infty V dt = \int_0^\infty (X' PX + U' GU) dt, \tag{4.10}$$

де α, γ, μ – вагові коефіцієнти функціонала. Матриці вагових коефіцієнтів P і G функціонала (4.10) мають вигляд:

$$P = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}; \quad G = [\mu].$$

Ставиться задача: визначити синтезуючу функцію рівняння (4.8), яка мінімізує функціонал якості. Фізичне значення функціонала – витрати грошових коштів на підтримку стабільності процесу випуску валового продукту.

Необхідною умовою оптимальності є рішення нелінійного алгебраїчного рівняння Ріккаті

$$P + A^{'}S + SA - SBG^{-1}B^{'}S = 0\,. \qquad (4.11)$$

Запишемо його в розгорненому вигляді

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1/\mu \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} = 0.$$

Звідки одержуємо систему нелінійних алгебраїчних рівнянь для визначення елементів симетричної матриці помилки оцінки S.

$$\begin{cases} \alpha - S_{12}^2 / \mu = 0; \\ \gamma + 2S_{12} - S_{22}^2 / \mu = 0; \\ S_{11} - S_{12}S_{22} / \mu = 0. \end{cases} \qquad (4.12)$$

$$S_{12} = \pm\sqrt{\alpha\mu}; \quad S_{22} = \pm\sqrt{\mu(\gamma + 2S_{12})}; \quad S_{11} = S_{12}S_{22}/\mu.$$

Оскільки матриця S повинна бути позитивно визначеною, то з можливих значень S_{11}, S_{12}, S_{22} вибираємо для подальших розрахунків лише позитивні значення.

Синтезуюча функція визначається матричним вираженням

$$U = -G^{-1}B^{'}SX = -\begin{bmatrix} 1/\mu \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\mu}(S_{12}x_1 + S_{22}x_2) = \frac{1}{\mu}(S_{12}Y + S_{22}\dot{Y}).$$

Після підстановки елементів S_{12}, S_{22} в синтезуючу функцію маємо

$$u = ((\gamma + 2\sqrt{\alpha\mu}) / \mu)^{1/2}\dot{Y} + (\alpha / \mu)^{1/2} Y. \qquad (4.13)$$

Якщо підставити синтезуючу функцію (4.13) в рівняння (4.6), то отримаємо

$$\ddot{Y} + a_1\dot{Y} + a_2 Y = 0, \qquad (4.14)$$

де $a_1 = ((\gamma + 2\sqrt{\alpha\mu}) / \mu)^{1/2}; \quad a_2 = (\alpha / \mu)^{1/2}$.

Запишемо для (4.14) характеристичне рівняння

$$r^2 + a_1 r + a_2 = 0, \qquad (4.15)$$

Характеристичне рівняння диференційного рівняння моделі-аналога (4.5) має вигляд

$$r^2 + a_1 r + a_2 = 0, \qquad (4.16)$$

де $a_1 = \beta / m; \quad a_2 = c / m.$

З порівняння коефіцієнтів a_1, a_2 в рівняннях (4.15) і (4.16) одержуємо аналітичну залежність для визначення параметрів проектування – коефіцієнтів зростання і вибуття ОВФ:

$$c = m(\alpha / \mu)^{1/2}; \quad \beta = m((\gamma + 2\sqrt{\alpha\mu}) / \mu)^{1/2}. \qquad (4.17)$$

Як видно, параметри проектування визначаються через вагові коефіцієнти квадратичного функціонала якості.

4.4. Вибір вагових коефіцієнтів квадратичного функціонала якості

Вибір вагових коефіцієнтів квадратичного функціонала якості є складною проблемою, елементи матриць вагових коефіцієнтів P і G частіше вибирають методом проб і помилок, що істотно ускладнює синтез оптимальних систем по даному критерію.

У виробничих системах близький до оптимального аперіодичний закон розвитку. Синтезуюча функція повина бути фізично реалізованою. Для перевірки цього необхідно мати залежність між ваговими коефіцієнтами квадратичного функціонала якості і діапазон їх змін. Встановлюється залежність по формулах (4.17) з урахуванням того, що коефіцієнт зростання ОВФ звичайно на два порядки менше коефіцієнта вибуття.

$$\alpha = \mu c^2 / m^2; \quad \gamma = 10^4 \alpha - 2\sqrt{\alpha\mu}. \qquad (4.18)$$

Зв'яжемо вагові коефіцієнти функціонала якості з параметрами процесу випуску валового продукту. Діапазон зміни параметрів моделі життєвого циклу підприємства, що забезпечує стійке функціонування підприємства:

$$\beta = 0{,}08 \div 0{,}3; \quad m = 0{,}2 \div 4{,}9; \quad s = 0{,}002 \div 0{,}052$$

В цьому випадку значення вагових коефіцієнтів функціонала якості змінюються в діапазоні:

$$\mu = 10000 \div 20000; \alpha = 0{,}005 \div 0{,}045; \gamma = 10 \div 70. \qquad (4.19)$$

Для позитивної визначеності матриці S необхідно виконання умови

$$\gamma > -\sqrt{\alpha\mu}\ . \qquad (4.20)$$

В таблиці 4.1 приведений розрахунок по формулах (4.17) оптимальних значень коефіцієнта зростання ОВФ, в таблиці 4.2 – коефіцієнта вибуття ОВФ. Початкові дані: фондомісткість m=1,5; μ =10000; 15000; 20000; γ=10; 30; 50; 70.

Т а б л і ц я 4.1

Область оптимальних значень коефіцієнта зростання ОВФ

	A	B	C	D
28	m	1,5		
29	mu	10000	15000	20000
30	alfa	c		
31	0,005	0,00106	0,00087	0,00075
32	0,01	0,0015	0,00122	0,00106066
33	0,015	0,00184	0,0015	0,00129904
34	0,02	0,00212	0,00173	0,0015
35	0,025	0,00237	0,00194	0,00167705
36	0,03	0,0026	0,00212	0,00183712
37	0,035	0,00281	0,00229	0,00198431
38	0,04	0,003	0,00245	0,00212132
39	0,045	0,00318	0,0026	0,00225

Т а б л і ц я 4.2

Область оптимальних значень коефіцієнта вибуття ОВФ

	A	B	C	D	E
41	m	1,5			
42	mu	10000			
43	gama	10	30	50	70
44	alfa	beta			
45	0,005	0,0737	0,09966	0,12013318	0,13759
46	0,01	0,08216	0,10607	0,125499	0,1423
47	0,015	0,0881	0,11073	0,12946564	0,14581
48	0,02	0,09281	0,11452	0,1327176	0,14871
49	0,025	0,09677	0,11775	0,13551799	0,15121
50	0,03	0,10022	0,1206	0,13800083	0,15344
51	0,035	0,10329	0,12316	0,14024525	0,15546
52	0,04	0,10607	0,1255	0,14230249	0,15732
53	0,045	0,10861	0,12766	0,14420798	0,15905

Дані табл. 4.2 свідчать про те, що значення коефіцієнта вибуття ОВФ менше 0,3. Значення коефіцієнта зростання ОВФ (табл. 4.1) на два порядки менше значень коефіцієнта вибуття, тобто оптимальні параметри забезпечують фізичну реалізацію процесу випуску валового продукту..

На рисунках 4.1-4.2 наведено залежності між параметрами проектування і ваговими коефіцієнтами функціоналу якості.

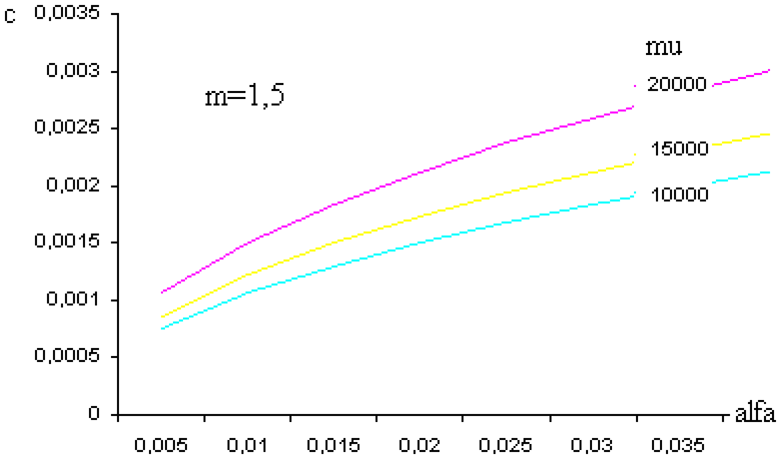


Рис. 4.1. Залежність коефіцієнта зростання ОВФ від вагових коефіцієнтів функціоналу якості

Вибір параметрів проектування з області оптимальних значень здійснюється шляхом аналізу сталого закону розвитку процесу.

Перевіримо стійкість процесу випуску валового продукту по кореням характеристичного рівняння. Процес стійкий при аперіодичному законі розвитку. У цьому випадку корені характеристичного рівняння повинні бути негативними і різними. З таблиці 4.2 вибираємо β=0,1086, з таблиці 4.1 - c=0,00106 при m=1,5, тоді корені рівняння (4.21) r_1=-0,0117; r_2=-0,0607.

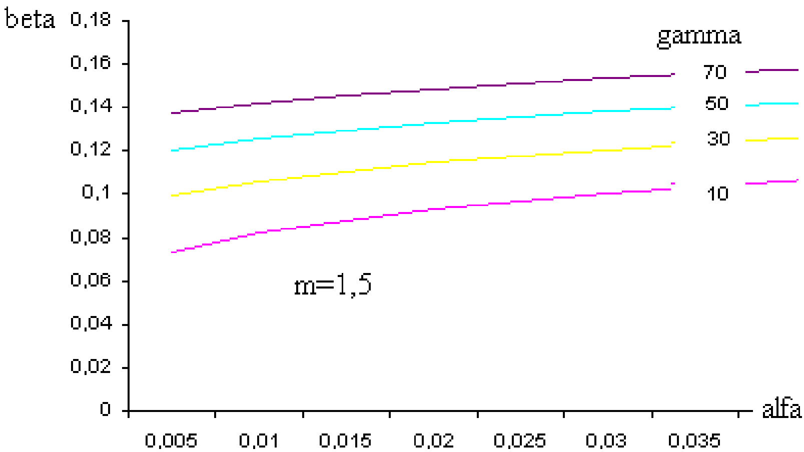


Рис. 4.2. Залежність коефіцієнта вибуття ОВФ від вагових коефіцієнтів функціонала якості

Отже, процес випуску валового продукту підприємства стійкий.

4.5. Моделювання процесу випуску валового продукту підприємства

Диференційне рівняння процесу випуску валового продукту без вкладення зовнішніх інвестицій має вигляд

$$m\ddot{Y} + \beta\dot{Y} + cY = 0\,, \tag{4.21}$$

де m – фондомісткість ОВФ по випуску даної продукції; β – коефіцієнт вибуття ОВФ; c – коефіцієнт зростання ОВФ; Y – валовий продукт.

Здійснимо аналіз стійкості процесу випуску валового продукту при наступних даних: m =1,5; $\beta = b$ =0,1086; c =0,00106; $Y_0 = 50$ тис. уо; $\dot{Y}_0 = 500$ тис. уо/год.

Для складання структурної схеми моделі (рис. 4.3) вирішимо рівняння (4.21) щодо старшої похідної

$$\ddot{Y} = (-1/m)(b\dot{Y} + cY). \qquad (4.22)$$

Як видно, $\ddot{Y}$ дорівнює сумі двох складових, тобто для отримання Y потрібно двічі виконати інтегрування.

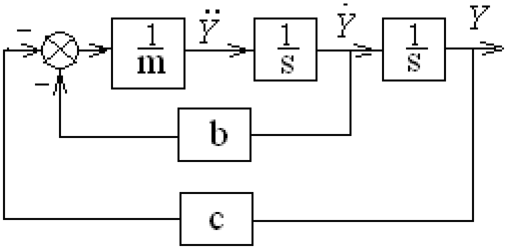


Рис. 4.3. Структурна схема моделі

На рисунку 4.4 представлена схема моделювання для МВТП 3.7.

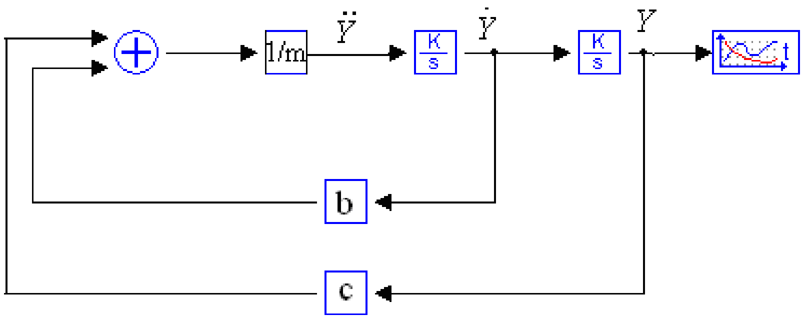


Рис. 4.4. Схема моделювання

На рис. 4.5 зображений графік процесу випуску валового продукту підприємства.

Побудуємо перехідну характеристику процесу випуску валового продукту. Схема моделювання представлена на рис. 4.6, перехідна характеристика – рис. 4.7.

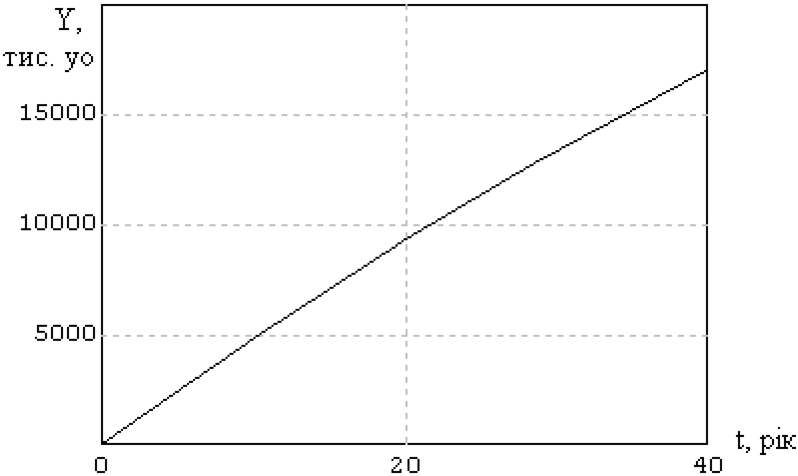


Рис. 4.5. Графік процесу випуску валового продукту

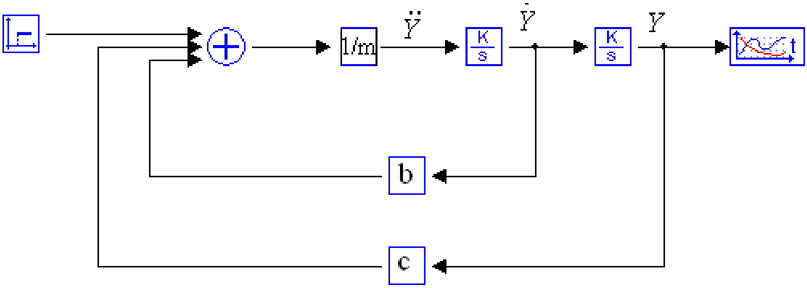


Рис. 4.6. Схема моделювання

Перехідна характеристика процесу випуску валового продукту отримана при наступних даних: m =1,5; $\beta = b$ =0,1086; c =0,00106; $Y_0 = 0$; $\dot{Y}_0 = 0$. При цьому йде зовнішнє інвестування 50 тис. у.о./рік.

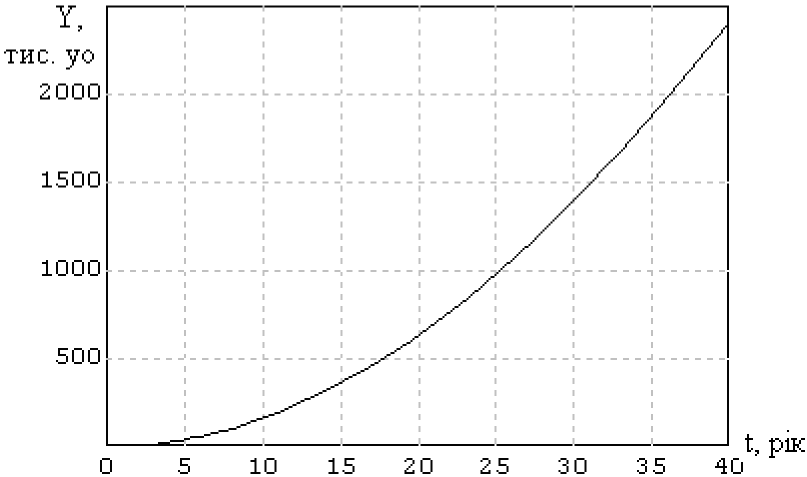


Рис. 4.7. Перехідна характеристика процесу

Характер отриманих графіків свідчить про аперіодичний закон розвитку процесу випуску валового продукту, що властиво виробничо-технічним системам, і стійкості процесу.

5. КЕРОВАНІСТЬ І НАГЛЯДАЄМІСТЬ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Для використовування методів теорії управління в задачах оптимального проектування необхідно встановити чи володіє процес або система властивостями об'єкту управління. Основоположними в сучасній теорії систем є поняття керованості і наглядаємості. Саме цими властивостями повинен володіти об'єкт для успішного управління або наглядання його стану. Поняття наглядаємості грає важливу роль при ідентифікації стану системи і її параметрів, а поняття керованості – при синтезі замкнутої системи з наперед заданими властивостями.

Динамічна система, математична модель якої [15]

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU; \\ Y &= HX, \end{aligned} \quad t_0 \le t \tag{5.1}$$

де $X - n$ − мірний невідомий вектор стану системи; $U - m$ − мірний вектор управляючої дії; $Y - l$ − мірний вектор точно вимірювальних вихідних змінних; A, B, H − задані матриці відповідних розмірів, називається повністю керованою, якщо з деякого початкового стану $X(t_0)$ вона може бути переведена в будь-який інший стан $X(t_1)$ за кінцевий інтервал часу $\tau = t_1 - t_0$ застосуванням кусочно-безперервного управління $U(t)$. Та ж система називається повністю наглядаємою на інтервалі $[t_0, t_1]$, якщо її вектор стану $X(t_0)$ можна визначити по відомому на кінцевому інтервалі $[t_0, t_1]$ виходу $Y(t)$, де t_1 − деякий не заданий момент часу, що підкоряється умові $t_1 > t_0$, тобто зміряний на цьому інтервалі вихід $Y(t)$ містить інформацію, достатню для визначення всіх складових вектора стану $X(t_0)$ на початку інтервалу.

Таким чином, якщо обуреннями і помилками вимірювань можна нехтувати, то розв’язується задача наглядання.

Задача фільтрації є узагальненням задачі наглядання. При фільтрації ураховуються випадкові обурення і помилки вимірювань вихідних змінних системи.

Математична модель системи має вигляд:

$$\begin{array}{l} \dot{X} = AX + LN; \\ Y = HX + DV, \end{array} \quad t_0 \le t \tag{5.2}$$

де $N - r$ − мірний вектор зовнішньої дії; $V - l$ − мірний вектор помилок вимірювань; $Y - l$ − мірний вектор вимірювальних вихідних змінних; D − задана матриця. Решта позначень відповідає (5.1). Потрібно визначити оцінку стану динамічної системи на основі вимірювань її вихідних змінних на інтервалі часу $[t_0, T]$.

Поняття керованості і наглядаємості системи дуальні (двоїсті). Це розуміється в тому смислі, що повна наглядаємість на інтервалі часу $[t_0, t_1]$ системи (5.1) рівнозначна повній керованості зв'язаної (двоїстій) системі

$$\begin{array}{l} \dot{X}^* = -A^{'} X^* - H^{'} U^*; \\ Y^* = B^{'} X^* \end{array} \tag{5.3}$$

і навпаки. Характерна особливість системи (5.3) полягає в тому, що при обертанні часу t змінні $X^*(t), Y^*(t), U^*(t)$

протікають по тих же законах, що і змінні $X(t), Y(t), U(t)$ системи (5.1) при звичайному перебігу часу.

Таким чином, двоїста система отримається з заданої системи шляхом наступних перетворень:

- обертання часу;
- перестановка вхідної і вихідної матриць;
- транспонування матриць A, B, H .

Отже, повну наглядаємість заданої системи можна перевірити, застосувавши який-небудь критерій повної керованості до зв'язаної системи. Критерій повної наглядаємості Калмана для системи (5.1) полягає в дотриманні умови

$$\text{Ранг } Q_y^* = \text{Ранг} \left[H' \quad A'H' \quad (A')^2 H' \ldots (A')^{n-1} H' \right] = n ,$$

де Q_y^* − матриця керованості зв'язаної системи; n − порядок системи. За визначенням рангом матриці називається найбільший порядок відмінного від нуля мінору цієї матриці. Мінор (визначник) матриці отримується з матриці Q_y^* шляхом викреслювання і − го рядка та j − го стовпця. Матрицю керованості зв'язаної системи називають матрицею наглядаємості заданої системи, тобто $Q_í = Q_y^*$.

Будемо досліджувати наглядаємість процесу випуску валового продукту підприємста по рівнянню

$$m\ddot{Y} + \beta\dot{Y} + cY + U(t) = 0$$

або

$$\ddot{Y} + a_1\dot{Y} + a_2 Y + u(t) = 0, \qquad (5.4)$$

де $a_1 = \beta/m; \quad a_2 = c/m; \quad u(t) = U(t)/m.$

Представимо рівняння (5.4) у формі Коши, призначає $Y = x_1, \dot{Y} = x_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_2 - a_2 x_1 - u(t). \end{cases} \qquad (5.5)$$

Запишемо систему (5.5) в матричній формі

$$\begin{aligned} &\dot{X} = AX + BU; \\ &Z = HX, \end{aligned} \qquad (5.6)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}; H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; U = [u(t)].$$

Складемо для (5.6) зв'язанну систему

$$\begin{cases} \dot{X}^* = -A^T X^* - H^T U^*; \\ Z^* = B^T X^*, \end{cases} \qquad (5.7)$$

де

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 \\ 1 & -a_1 \end{bmatrix}; \quad B^T = [0 \quad -1]; \quad H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$X^* = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix}; \quad U^* = [u^*(t)].$$

Визначимо ранг матриці керованості системи (5.7).

$$\text{Ранг } Q_y^{*} = \text{Ранг } \begin{bmatrix} H^T & A^T H^T \end{bmatrix} =$$

$$= \text{Ранг } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_2 \\ 0 & 1 & 1 & -a_1 \end{bmatrix} = 2.$$

Найвищий порядок відмінного від нуля мінору цієї матриці дорівнює двом, оскільки матриця має не рівні нулю визначникі другого порядку, тобто відповідає розміру вектора X^{*}. Отже, система (5.7) повністю керована, а система (5.6) повністю наглядаєма, тобто процес випуску валового продукту підприємства є об’єктом управління.

6. РОЗРОБКА ЗАГАЛЬНОЇ МЕТОДИКИ ПРОЕКТУВАННЯ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ДВОХ ПІДПРИЄМСТВ В ЄДИНІЙ ВИРОБНИЧІЙ СИСТЕМІ

6.1. Основні поняття процесу взаємодії підприємств

В даній роботі використовуються вартісні показники виміру кількості продукції.

Проміжною продукцією називають ту частину валової продукції, яка йде в подальшу переробку на підприємстві і утворює поточні матеріальні витрати. ***Кінцевою продукцією*** називають решту валової продукції, яка остаточно йде з виробничого процесу і використовується для споживання, накопичення, експорту.

Допущення при розрахунках:

– на кожному підприємстві виробляється тільки один продукт і одним способом, тобто фіксується технологія отримання продукту;
– вся продукція ділиться на проміжну і кінцеву продукцію;
– потік випуску продукції кожного підприємства дорівнює їх виробничої потужності, тобто виробничі потужності підприємств використовуються повністю;
– фондомісткості і коефіцієнти вибуття ОВФ підприємств постійні;
– інше, що необхідно для функціонування підприємств, проводиться поза системою і не обмежує її розвиток, тобто цього досить, і воно надходить вчасно.

Виробнича система являє собою впорядковану частину виробничого процесу, здатну самостійно або у взаємодії з іншими аналогічними системами задовольняти ті чи інші потреби і запити потенційних споживачів за допомогою виробленої цією системою продукції.

Наявність в моделі (В.1) нерівності не дозволяє розробити загальну методику проектування процесу взаємодії для різної кількості підприємств єдиної виробничої системи, тому звичайно розглядаються окремі випадки.

На основі аналітичного дослідження і моделювання окремих випадків процесу взаємодії двох і трьох підприємств в єдиний виробничої системі в даній роботі створені відповідні загальні методики проектування

Аналіз літературних джерел свідчить про те, що вопросам взаємодії підприємств в єдиній виробничій системі практично не приділялося уваги. Тому актуальною задачею теперешнього тижня є розробка методик проектування процеса взаємодії підприємств, на основі яких можна визначити частку потоку проміжної і кінцевої продукції, яка забезпечить їх стабільне функціонування і ефективну роботу виробничої системи.

6.2. Аналітичне дослідження і моделювання процесу взаємодії двох підприємств, що випускають різну кінцеву продукцію

Мета – створити загальну методику проектування процесу взаємодії двох підприємств, що випускають різну кінцеву продукцію, в єдиній виробничій системі.

Для досягнення цієї мети були поставлени наступні задачі:

– розробити загальну методику проектування процесу взаємодії двох підпріємств в єдиній виробничій системі і на основі моделювання встановити параметри проектування в різних умовах функціонування;

– сформулювати основні положення по організації взаємодії підприємств в цих умовах.

Предмет дослідження – параметри, що характеризують процес взаємодії підприємств в єдиній виробничій системі: виробнича потужність; розподіл проміжної і кінцевої продукції.

Для створення загальної методики проектування процесу взаємодії двох підприємств розглянуті математичні моделі трьох окремих випадків:

1. Проміжна продукція підприємств йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція першого підприємства передається другому підприємству, а кінцева продукція другого підприємства йде на зовнішню потребу.
2. Проміжна продукція кожного підприємства йде на розвиток власного виробництва, а кінцева продукція розподіляється між підприємствами.
3. Проміжна продукція кожного підприємства йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція розподіляється між підприємствами і зовнішною потребою.

Структурні схеми взаємодії підприємств для цих випадків представлені в роботі [28]. Моделювання виконується в системі моделювання МВТП 3.7 і Excel.

Досліджується процес взаємодії двох підприємств, що випускають різну кінцеву продукцію. Перше підприємство виробляє металоконструкції, друге – створює будинки.

6.2.1. Кінцева продукція другого підприємства (квартири) йде на зовнішнє споживання.

Назвемо металоконструкції спеціальним устаткуванням, а все інше – універсальним.

Перше підприємство частину випуску металоконструкцій поставляє другому підприємству, а частину, що залишилася, використовує на розвиток власного виробництва. Друге підприємство проміжну продукцію використовує на розвиток власного виробництва, а кінцеву направляє на зовнішнє споживання.

В цьому випадку математична модель розвитку виробничої системи запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} m_1\dot{y}_1 + \beta_1 y_1 = v_1, \quad y_1(0) = y_{10} \\ m_2\dot{y}_2 + \beta_2 y_2 = v_2, \quad y_2(0) = y_{20} \end{aligned} \tag{6.1}$$

$$v_i = v_{ic}, \qquad i = 1{,}2. \tag{6.2}$$

де y_i – виробнича потужність i – го підприємства; v_{ic} – потік спеціального устаткування i – го підприємства; β_i - коефіцієнт вибуття ОВФ i – го підприємства; m_i – миттєва фондомісткість ОВФ i – го підприємства.

Потік випуску металоконструкцій або виробнича потужність першого підприємства рівна сумі потоків спеціального устаткування, тобто

$$y_1 = v_{1c} + v_{2c}. \tag{6.3}$$

Допустимо γ – частка потоку металоконструкцій, яка залишається на першому підприємстві, тоді

$$v_{1c} = \gamma y_1; \quad v_{2c} = (1-\gamma) y_1, \quad 0 \le \gamma \le 1.$$

У цьому випадку система (6.1) запишеться у вигляді:

$$\dot{y}_1 + \frac{\beta_1 - \gamma}{m_1} y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10};$$

$$\dot{y}_2 + \frac{\beta_2}{m_2} y_2 - \frac{1-\gamma}{m_2} y_1 = 0, \quad y_2(0) = y_{20}. \qquad (6.4)$$

Залежно від величини частки потоку металоконструкцій можливі різні ситуації розподілу спеціального устаткування і, отже, ситуації в розвитку виробничої системи.

1. $\gamma = 0$ – перше підприємство всю продукцію поставляє другому підприємству і собі нічого не залишає

Тоді система (6.4) матиме вигляд

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + \frac{\beta_1}{m_1} y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + \frac{\beta_2}{m_2} y_2 - \frac{1}{m_2} y_1 = 0, \quad y_2(0) = y_{20}. \end{aligned} \qquad (6.5)$$

Характеристичне рівняння для першого рівняння системи (6.5)

$$r + \beta_1 / m_1 = 0 \to r = -\beta_1 / m_1.$$

Рішення першого рівняння ухвалюється у вигляді

$$y_1 = Ñe^{rt} = Ce^{-\frac{\beta_1}{m_1}t}, \qquad (6.6)$$

де C – довільна постійна, визначувана за початкових умов. Якщо в перше рівняння системи (6.5) підставити початкову умову $t=0, \quad y_1(0)=y_{10}$, то отримаємо

$$y_1 = y_{10} e^{-\frac{\beta_1}{m_1}t}. \tag{6.7}$$

Підставимо (6.7) в друге рівняння системи (6.5)

$$\dot{y}_2 + \frac{\beta_2}{m_2} y_2 = \frac{1}{m_2} y_{10} e^{-\frac{\beta_1}{m_1}t}. \tag{6.8}$$

Рівняння (6.8) неоднорідне, отже, його рішення

$$y_2 = y_2^* + y_2^{**}, \quad y_2^* = Ce^{-\frac{\beta_2}{m_2}t}.$$

Приватне рішення вибирається по виду правої частини рівняння (6.8)

$$y_2^{**} = Ae^{-\frac{\beta_1}{m_1}t}. \tag{6.9}$$

Підставимо в рівняння (6.8) вираження (6.9) і його похідну, отримаємо

$$A = \frac{m_1}{\beta_2 m_1 - \beta_1 m_2} y_{10}.$$

Отже

$$y_2 = Ce^{-\frac{\beta_2}{m_2}t} + \frac{m_1}{\beta_2 m_1 - \beta_1 m_2} y_{10} e^{-\frac{\beta_1}{m_1}t}. \tag{6.10}$$

Після підстановки початкових умов в (6.10) отримаємо

$$C = y_{20} - \frac{m_1}{\beta_2 m_1 - \beta_1 m_2} y_{10}.$$

$$y_2 = y_{20} e^{-\frac{\beta_2}{m_2}t} + \frac{m_1}{\beta_2 m_1 - \beta_1 m_2} y_{10} (e^{-\frac{\beta_1}{m_1}t} - e^{-\frac{\beta_2}{m_2}t}). \qquad (6.11)$$

Здійснимий розрахунок по формулах (6.7) і (6.11) в середовищі електронних таблиць (ЕТ). Результати розрахунку наведено на рис. 6.1.

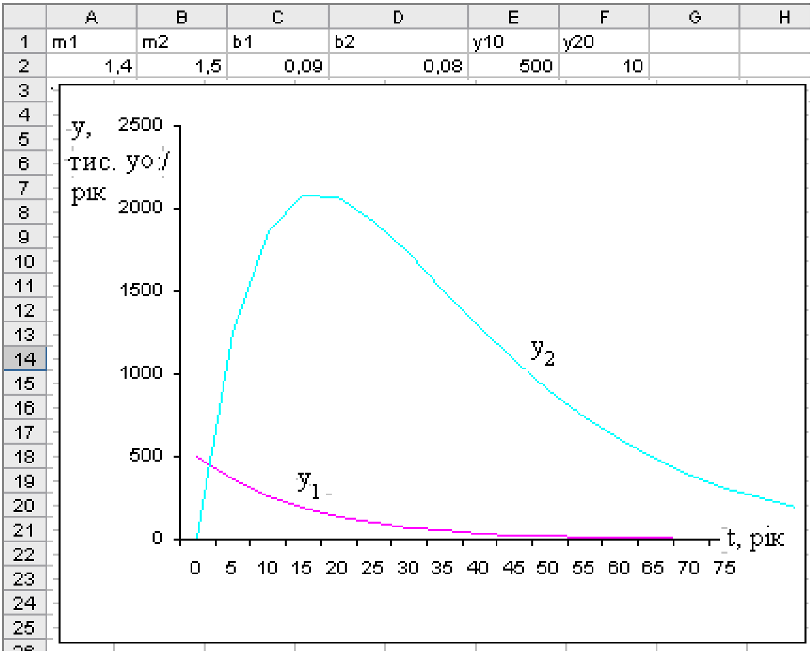


Рис. 6.1. Виробничі потужності підприємств *при* $\gamma = 0$

Потужність першого підприємства зменшується і через деякий час воно припиняє існування. Друге підприємство користується продукцією першого підприємства і тому, спочатку йде нарощування його потужності, але після припинення поставок воно довго існувати не може і теж гине.

2. $\gamma = 1$ – перше підприємство нічого не поставляє другому підприємству. В цьому випадку система (6.4) прийме вигляд:

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + \frac{\beta_1 - 1}{m_1} y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + \frac{\beta_2}{m_2} y_2 = 0, \quad y_2(0) = y_{20}. \end{aligned} \qquad (6.12)$$

Рівняння системи (6.12) не залежні між собою. Їх рішення мають вигляд:

$$y_1 = y_{10} e^{-\frac{\beta_1 - 1}{m_1} t}; \qquad (6.13)$$

$$y_2 = y_{20} e^{-\frac{\beta_2}{m_2} t}. \qquad (6.14)$$

Якщо $\beta_1 < 1$, то значення y_1 різко зростають. Значення y_2 зменшуються з часом. Отже, якщо перше підприємство віддає другому підприємству всю продукцію або ніщо не віддає, то випуск кінцевої продукції другого підприємства асимптотично наближається до нуля.

3. $0 < \gamma < 1$. В цьому випадку рішення системи рівнянь (6.4) мають вигляд:

$$y_1 = y_{10} e^{-\frac{\beta_1 - \gamma}{m_1} t}; \qquad (6.15)$$

$$y_2 = y_{20} e^{-\frac{\beta_2}{m_2} t} + \frac{(1-\gamma) m_1}{\beta_2 m_1 - (\beta_1 - \gamma) m_2} y_{10} \left(e^{-\frac{\beta_1 - \gamma}{m_1} t} - e^{-\frac{\beta_2}{m_2} t} \right). \qquad (6.16)$$

Результати рішення представлені на рис. 6.2-6.5.

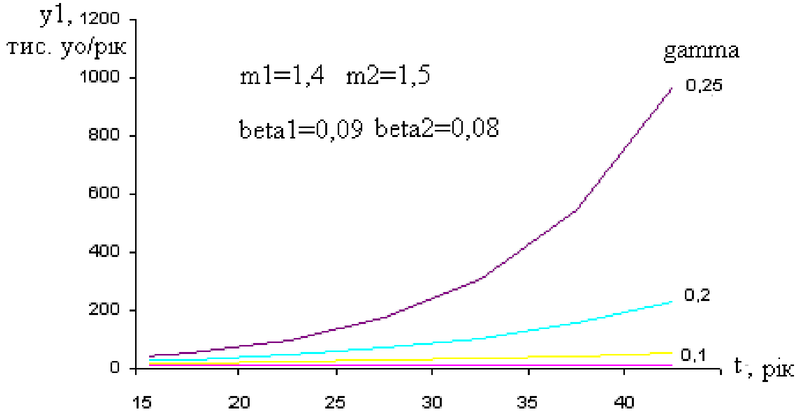


Рис.6.2. Залежність виробничої потужності першого підприємства від γ

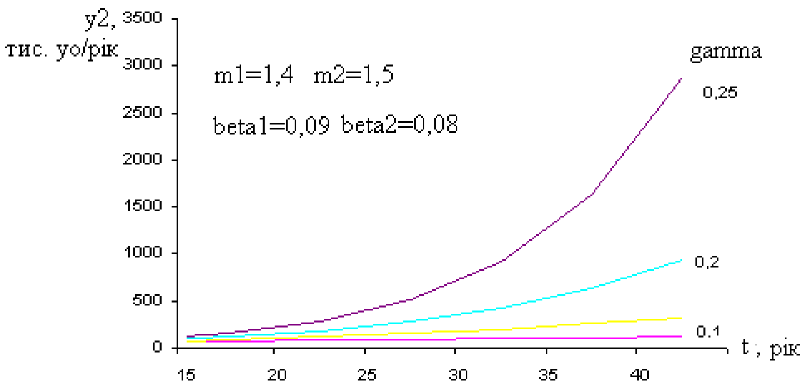


Рис. 6.3. Залежність виробничої потужності другого підприємства від γ

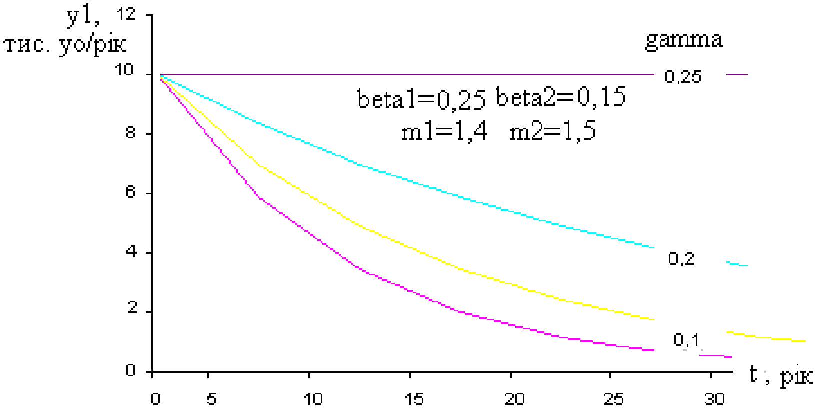


Рис. 6.4. Виробнича потужність першого підприємства при збільшенні коефіцієнтів вибуття

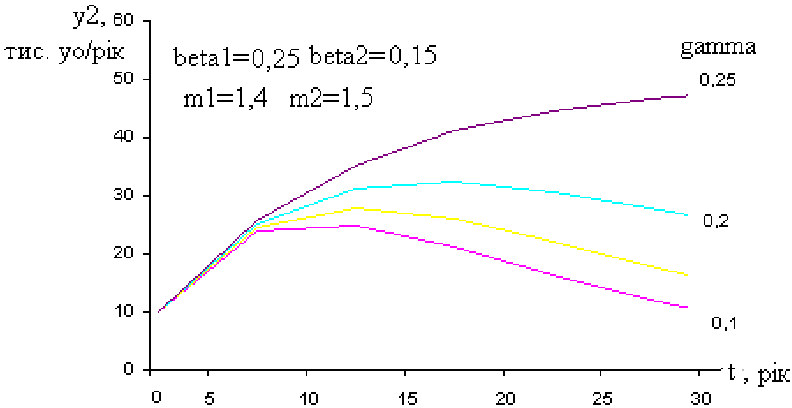


Рис. 6.5. Виробнича потужність другого підприємства при збільшенні коефіцієнтів вибуття

Як видно з графіків, виробнича потужність підприємств залежить не тільки від частки на першому підприємстві металоконструкцій, що залишаються, але і параметрів системи. Для забезпечення стабільного функціонування підприємств перше підприємство повинне залишати у себе не менше четверті металоконструкцій, що випускаються.

Приведемо математичну модель процесу взаємодії двох підприємств до вигляду, зручного для проведення моделювання. Для цього розв'яжемо рівняння (6.4) щодо перших похідних

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -a_1 y_1 + a_2 \gamma\, y_1; \\ \dot{y}_2 &= -a_3 y_2 + a_4 y_1 - a_4 \gamma\, y_1. \end{aligned} \qquad (6.17)$$

В рівняннях (6.17) позначено:

$$a_1 = \beta_1 / m_1;\ a_2 = 1/m_1;\ a_3 = \beta_2 / m_2;\ a_4 = 1/m_2.$$

Схема моделювання представлена на рис. 6.6.

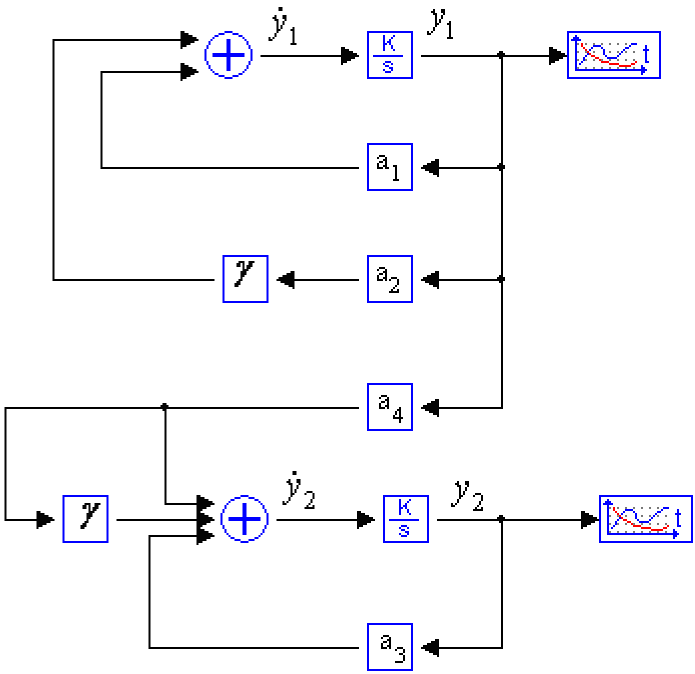


Рис. 6.6. Схема моделювання

Програма моделювання:

- значення γ : 0; 0,2; 0,25; 1;
- m_1=1,4; m_2=1,5; y_{10}=500 тис. уо./рік;=10 тис. уо./рік;
- перший варіант β_1=0,09; β_2=0,08;
- другий варіант β_1=0,25; β_2=0,15.

Деякі результати моделювання наведено на рис. 6.7-6.10.

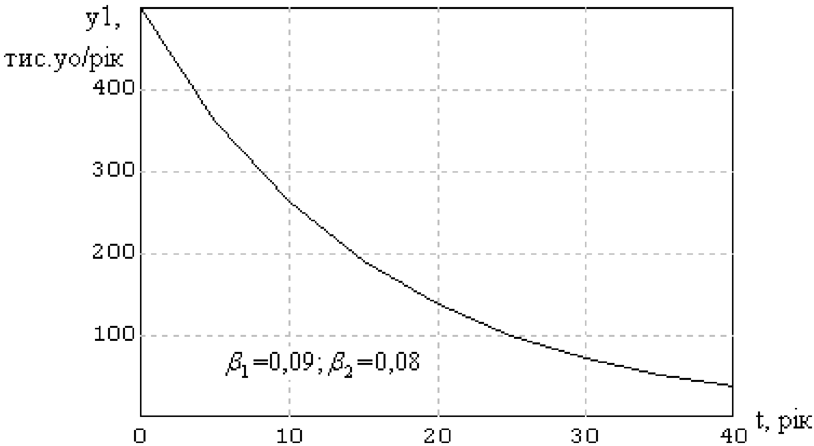


Рис. 6.7. Виробнича потужність першого підприємства при γ =0

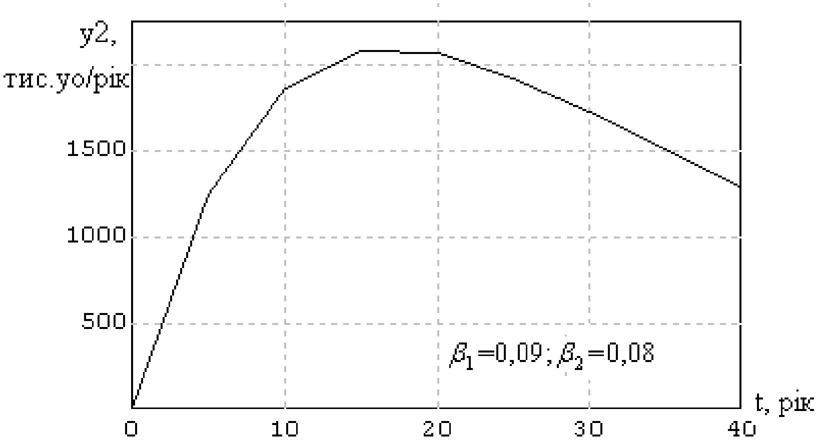


Рис. 6.8. Виробнича потужність другого підприємства при γ =0

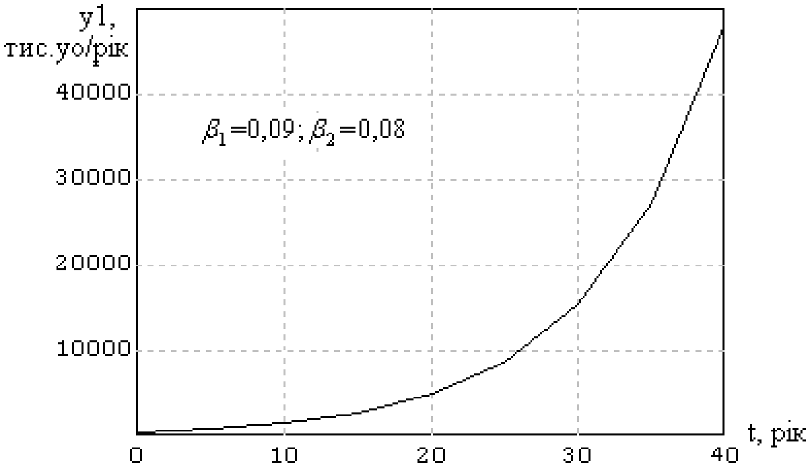


Рис. 6.9. Виробнича потужність першого підприємства при γ =0,25

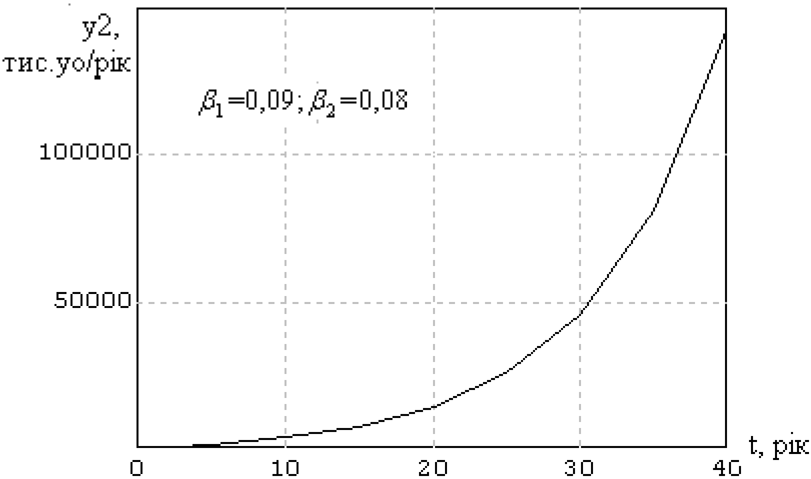


Рис. 6.10. Виробнича потужність другого підприємства при γ =0,25

Аналіз графіків показує, що:

- при γ =0 виробнича потужність першого підприємства зменшується і через деякий час воно припиняє своє існування. Друге підприємство користується продукцією першого підприємства і тому спочатку йде нарощування його потужності, але після припинення поставок воно довго існувати не може і теж гине;
- при γ =0,25 спостерігається реальне нарощування потужності двох підприємств і, отже, нарощування потужності виробничої системи;
- при β_1=0,25; β_2=0,15 і γ =0,25 виробнича потужність підприємств зменшується, тобто вона залежить не тільки від частки на першому підприємстві металоконструкцій, що залишаються, але і від параметрів підприємств.

Таким чином, для стійкого функціонування виробничої системи і нарощування її потужності необхідно, щоб перше підприємство залишало на розвиток власного виробництва не менше четверті металоконструкцій, що випускаються, а друге підприємство починало функціонування без зовнішніх боргів. Це можна вважати першим положенням по організації взаємодії двох підприємств.

Результати моделювання в МВТП 3.7 співпадають з результатами моделювання в середовищі Excel.

6.2.2 Частину кінцевої продукції (квартири) друге підприємство передає першому підприємству

Перше підприємство частину випуску металоконструкцій поставляє другому підприємству, а частину, що залишиється, використовує на розвиток власного виробництва.

Структурна схема взаємодії підприємств представлена на рис. 6.11. На рис. 6.11 γ_1, γ_2 – частка потоку валової продукції, що залишається відповідно першим і другим підприємствами на розвиток власного виробництва

$$y_{11} = \gamma_1 x_1; \quad y_{12} = (1-\gamma_1)x_1;$$
$$y_{22} = \gamma_2 x_2; \quad y_{21} = (1-\gamma_2)x_2.$$
$$y_1 = y_{11} + y_{12}; \quad y_2 = y_{21} + y_{22}$$

В цьому випадку математична модель процесу взаємодії підприємств запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} m_1\dot{y}_1 + \beta_1 y_1 &= v_{11} + v_{21}, \quad y_1(0) = y_{10} \\ m_2\dot{y}_2 + \beta_2 y_2 &= v_{12} + v_{22}, \quad y_2(0) = y_{20} \end{aligned} \qquad (6.18)$$

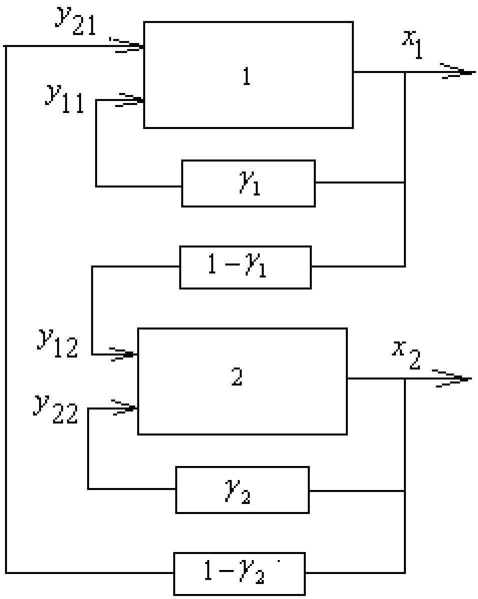


Рис. 6.11. Схема процесу взаємодії підприємств

$$\begin{aligned} &v_{11} = \gamma_1 y_1; \quad v_{21} = (1-\gamma_2) y_2; \\ &v_{12} = (1-\gamma_1) y_1; \quad v_{22} = \gamma_2 y_2 \end{aligned} \tag{6.19}$$

де γ_1, γ_2 – частка потоку валової продукції, що залишається відповідно першим і другим підприємствами на розвиток власного виробництва $0 \le \gamma_1 \le 1; \quad 0 \le \gamma_2 \le 1$.

В цьому випадку система (6.18) запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + \frac{\beta_1 - \gamma_1}{m_1} y_1 - \frac{1-\gamma_2}{m_1} y_2 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + \frac{\beta_2 - \gamma_2}{m_2} y_2 - \frac{1-\gamma_1}{m_2} y_1 = 0, \quad y_2(0) = y_{20}. \end{aligned} \tag{6.20}$$

Систему рівнянь (6.20) представимо у вигляді

$$
\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= -a_{11}y_1 + a_{12}y_2; \\
\dot{y}_2 &= a_{21}y_1 - a_{22}y_2,
\end{aligned}
\tag{6.21}
$$

де $a_{11}\dfrac{\beta_1-\gamma_1}{m_1}$; $\quad a_{12}=\dfrac{1-\gamma_2}{m_1}$; $\quad a_{21}=\dfrac{1-\gamma_1}{m_2}$; $\quad a_{22}=\dfrac{\beta_2-\gamma_2}{m_2}$.

Запишемо систему рівнянь (6.21) в матричній формі

$$
\dot{Y} = AY, \tag{6.22}
$$

де $\dot{Y}=\begin{bmatrix}\dot{y}_1\\ \dot{y}_2\end{bmatrix}$; $\quad Y=\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\end{bmatrix}$; $\quad A=\begin{bmatrix}-a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & -a_{22}\end{bmatrix}$.

Власні значення матриці виробничої системи визначаються з частотного рівняння

$$
|A-rE| = \begin{vmatrix}-a_{11}-r & a_{12}\\ a_{21} & -a_{22}-r\end{vmatrix} = 0;
$$

$$
r^2 + (a_{11}+a_{22})r + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0. \tag{6.23}
$$

$$
r_{1,2} = -\frac{a_{11}+a_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(a_{11}+a_{22})^2}{4} - a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}}. \tag{6.24}
$$

Рішення системи рівнянь (6.22) приймемо у вигляді

$$
\begin{aligned}
y_1 &= C_1e^{r_1t} + C_2e^{r_2t}; \\
y_2 &= \alpha_1C_1e^{r_1t} + \alpha_2C_2e^{r_2t},
\end{aligned}
\tag{6.25}
$$

де C_1, C_2 – довільні постійні, визначувані за початкових умов. Підставимо в (6.25) $t=0 \quad y_1(0)=y_{10}; \quad y_2(0)=y_{20}$. У результаті отримаємо

$$\tilde{N}_1 = \frac{y_{20} - \alpha_2 y_{10}}{\alpha_1 - \alpha_2}; \quad C_2 = \frac{y_{20} - \alpha_1 y_{10}}{\alpha_2 - \alpha_1}.$$

Для визначення α_1, α_2 в перше рівняння системи (6.21) підставимо рішення (6.25) і похідну $\dot{y}_1 = r_1 C_1 e^{r_1 t} + r_2 C_2 e^{r_2 t}$. Потім згрупуємо складові, що містять $C_1 e^{r_1 t}$, і складові, що містять $C_2 e^{r_2 t}$. Оскільки $C_1 e^{r_1 t} \neq 0$ і $C_2 e^{r_2 t} \neq 0$, тоді сума складових при $C_1 e^{r_1 t}$ і $C_2 e^{r_2 t}$ рівна нулю, тобто

$$\begin{aligned} r_1 + a_{11} - \alpha_1 a_{12} = 0 \rightarrow \alpha_1 = (r_1 + a_{11}) / a_{12}, \\ r_2 + a_{11} - \alpha_2 a_{12} = 0 \rightarrow \alpha_2 = (r_2 + a_{11}) / a_{12}. \end{aligned} \qquad (6.26)$$

Отримане рішення (6.25) дозволяє визначити закон зміни виробничих потужностей підприємств при заданих параметрах і початкових умовах.

Приведемо математичну модель процесу взаємодії двох підприємств, до вигляду зручного для проведення моделювання

Запишемо рівняння (6.21) у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 = -a_1 y_1 + a_2 \gamma_1 y_1 + a_2 y_2 - a_2 \gamma_2 y_2; \\ \dot{y}_2 = -a_3 y_2 + a_4 \gamma_2 y_2 + a_4 y_1 - a_4 \gamma_1 y_1. \end{aligned} \qquad (6.27)$$

В рівняннях (6.27) позначено:

$$a_1 = \beta_1 / m_1; \; a_2 = 1 / m_1; \; a_3 = \beta_2 / m_2; \; a_4 = 1 / m_2.$$

Раніше встановлено, що для стійкого функціонування виробничої системи і нарощування її потужності необхідно, щоб перше підприємство залишало на розвиток власного виробництва не менше четверті металоконструкцій, що випускаються, а друге підприємство починало функціонування без зовнішніх боргів.

Програма моделювання:

– m_1=1,4; m_2=1,5; β_1=0,09; β_2=0,08;
– значення γ_1=0,25;
– значення γ_2: 0,15; 0,25; 0,35;
– перший варіант y_{10}=10 тис. уо/рік; y_{20}=10 тис. уо/рік;
– другий варіант y_{10}=10 тис. уо/рік; y_{20}=-10 тис. уо/рік;
– третій варіант y_{10}=-10 тис. уо/рік; y_{20}=10 тис. уо/рік.

Схема моделювання представлена на рис. 6.13. Деякі результати моделювання наведено на рисунках 6.12, 6.14-6.25 і в таблиці 6.1.

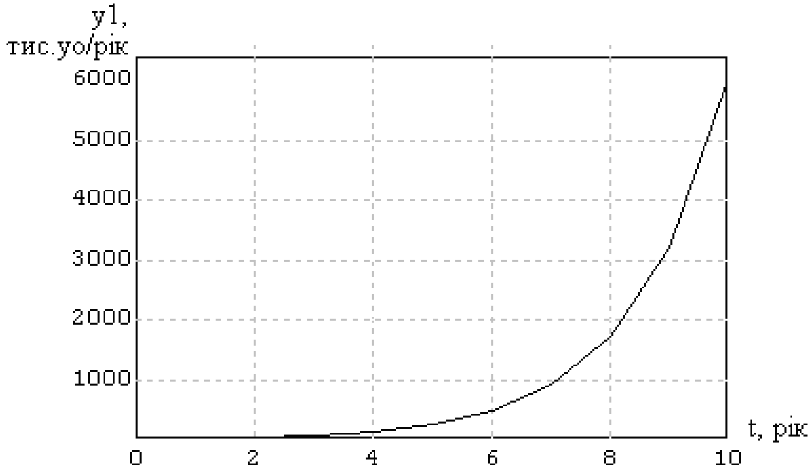


Рис. 6.12. Виробнича потужність першого підприємства при γ_2 *=0,15*

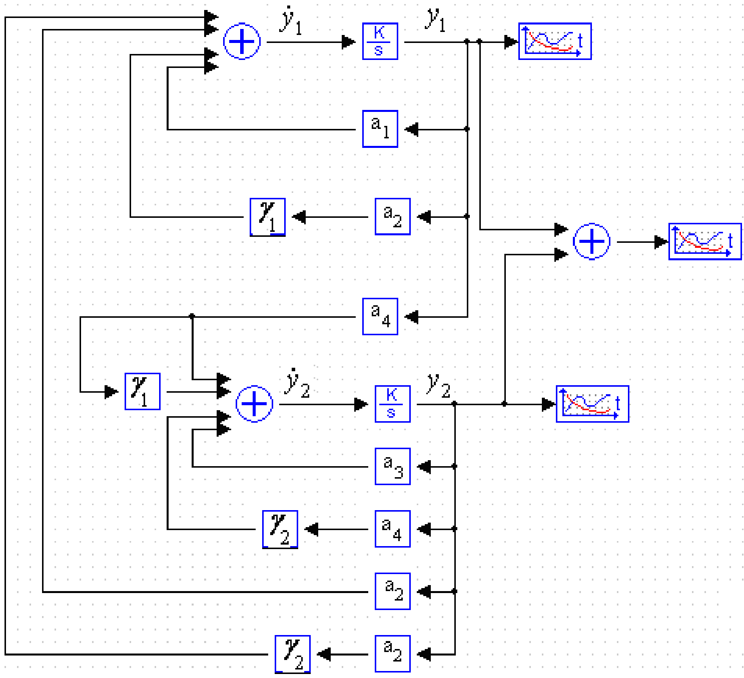


Рис. 6.13. Схема моделювання

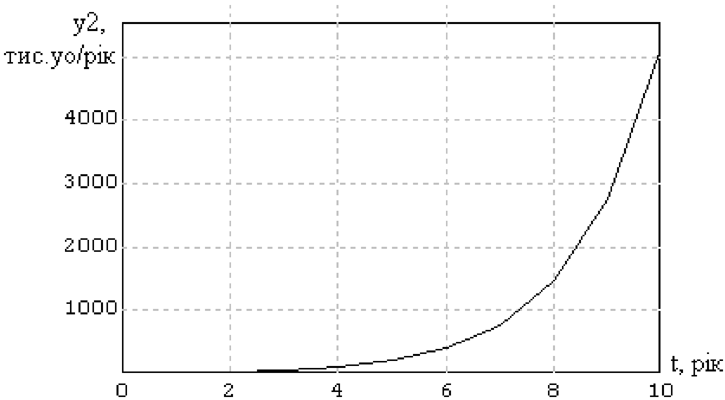


Рис. 6.14. Виробнича потужність другого підприємства при γ_2 *=0,15*

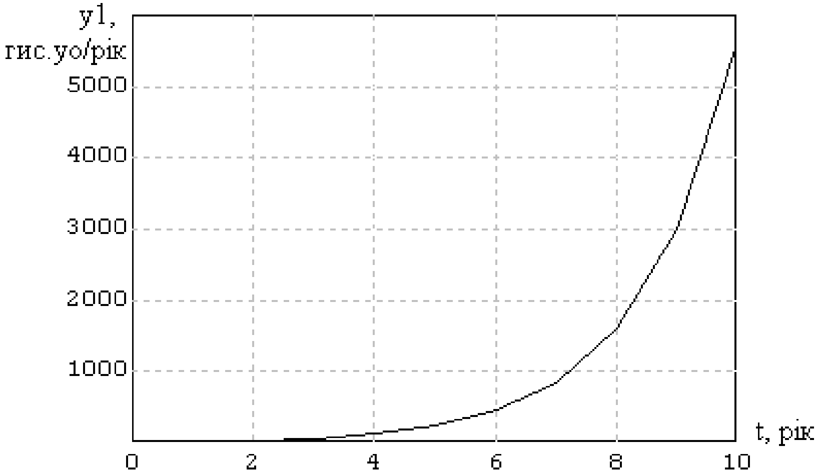


Рис. 6.15. Виробнича потужність першого підприємства при γ_2 =0,25 (перший варіант)

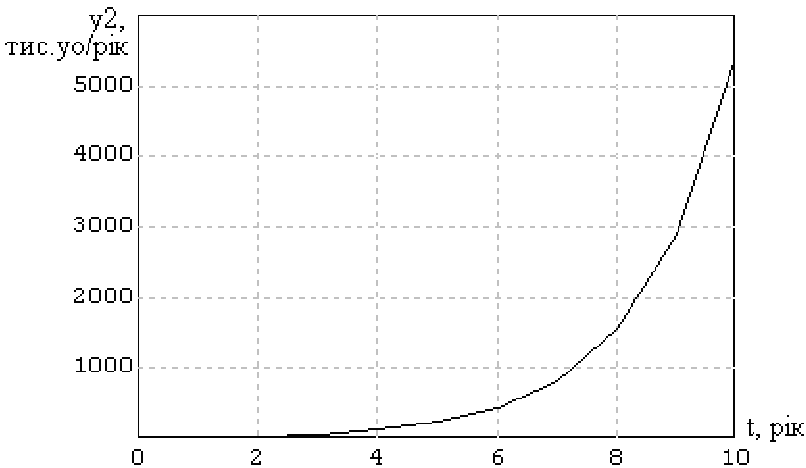


Рис. 6.16. Виробнича потужність другого підприємства при γ_2 =0,25 (перший варіант)

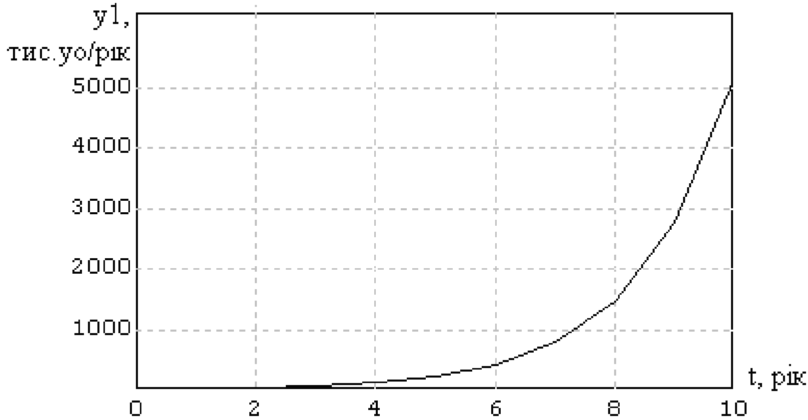


Рис. 6.17. Виробнича потужність першого підприємства при γ_2 =0,35(перший варіант)

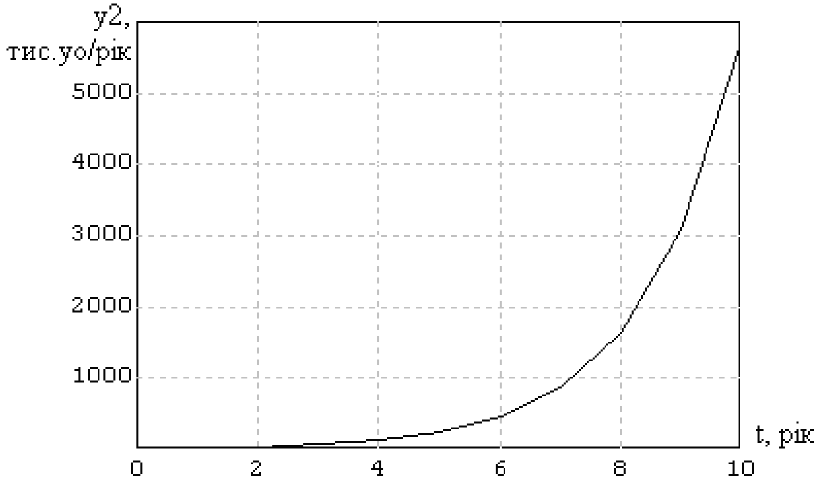


Рис. 6.18. Виробнича потужність другого підприємства при γ_2 =0,35(перший варіант)

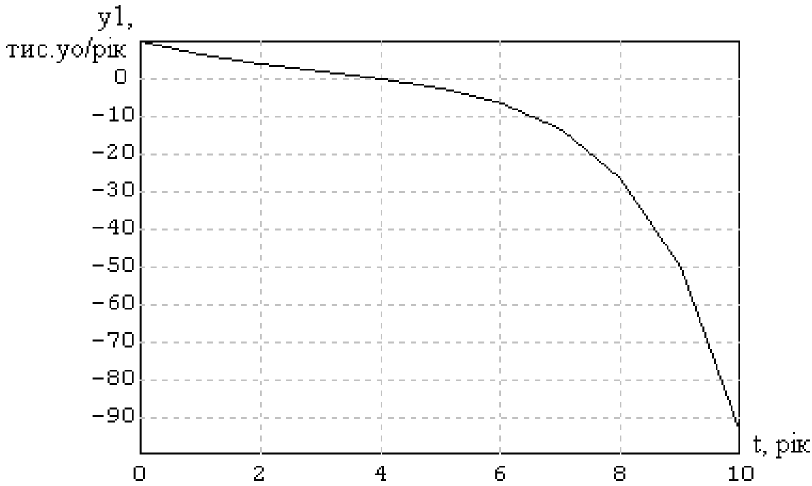


Рис. 6.19. Виробнича потужність першого підприємства при γ_2 =0,25 (другий варіант)

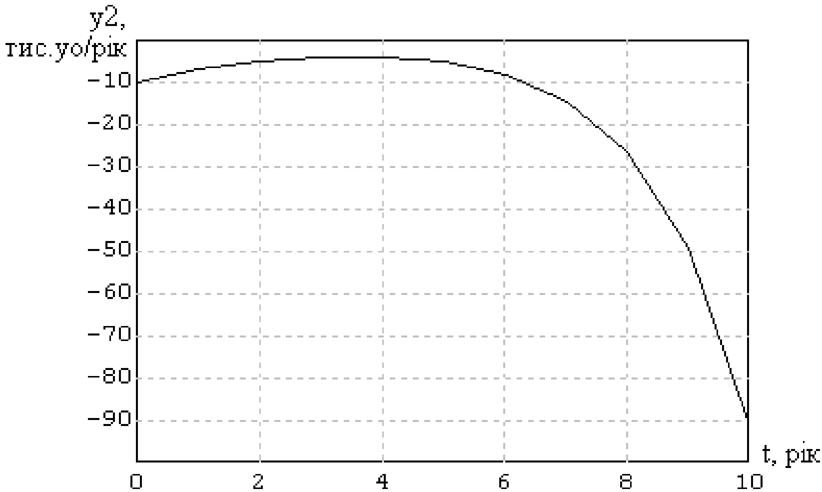


Рис. 6.20. Виробнича потужність другого підприємства при γ_2 =0,25 (другий варіант)

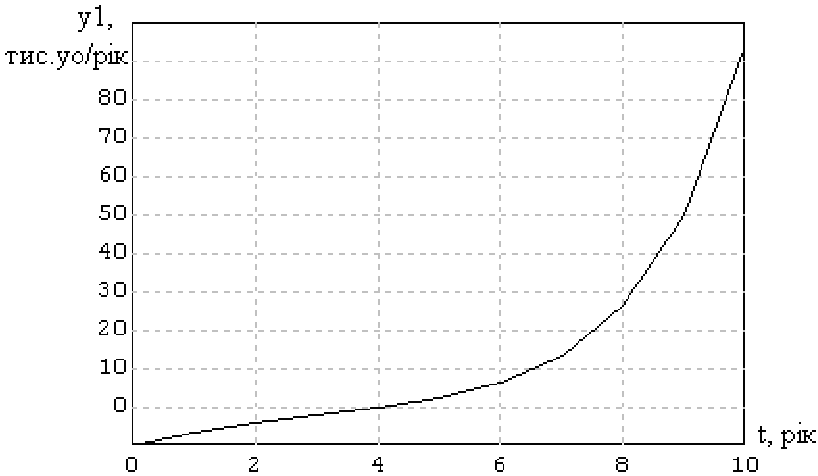


Рис. 6.21. Виробнича потужність першого підприємства при γ_2 =0,25 (третій варіант)

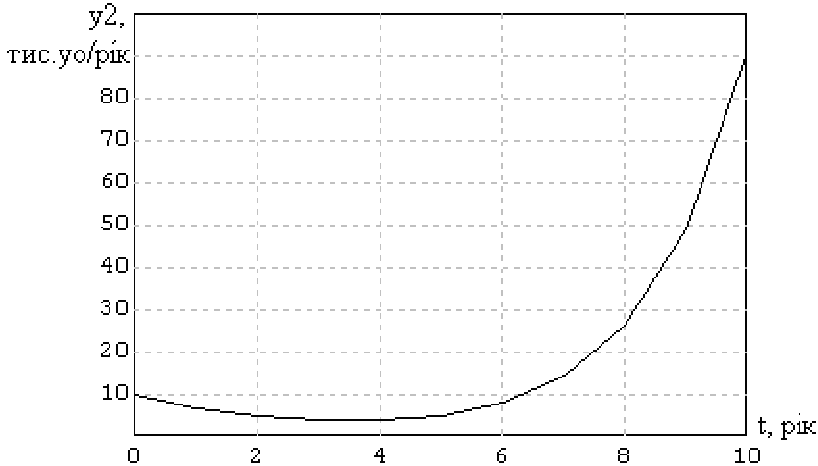


Рис. 6.22. Виробнича потужність другого підприємства при γ_2 =0,25 (третій варіант)

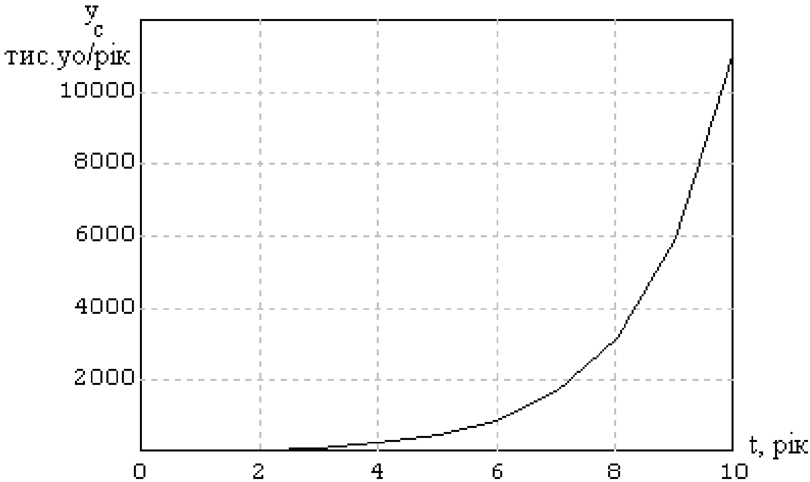


Рис. 6.23. Потужність виробничої системи при γ_2 *=0,15 (перший варіант)*

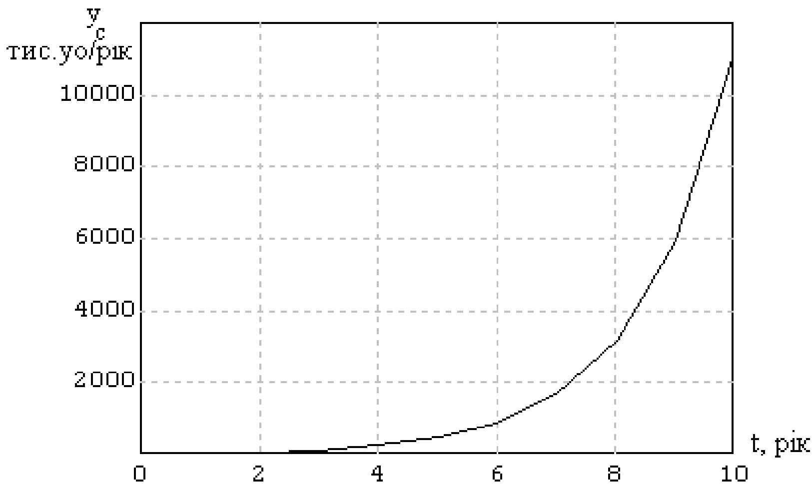


Рис. 6.24. Потужність виробничої системи при γ_2 *=0,25 (перший варіант)*

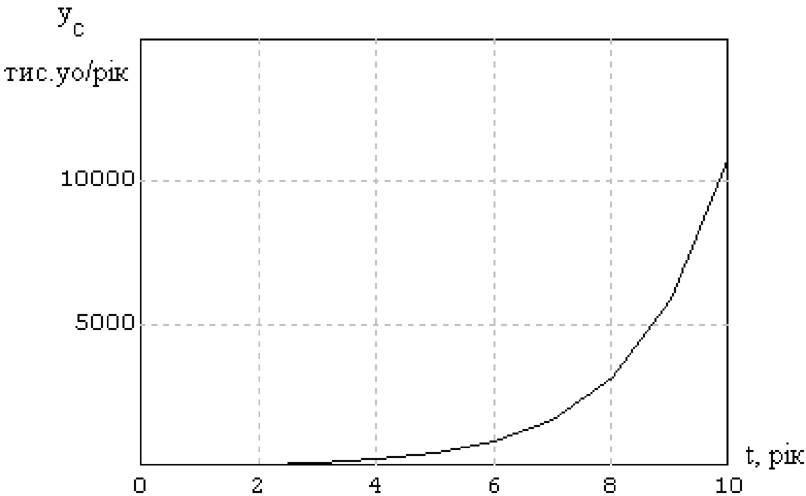


Рис. 6.25. Потужність виробничої системи при γ_2 *=0,35 (перший варіант)*

Таблиця 6.1

Зведення результатів моделювання

№ рис.	γ_2	y_{10}	y_{20}	$y_{1\max}$	$y_{2\max}$	y_c
13; 14	0,15	10	10	6000	5000	11000
15; 16	0,25	10	10	5500	5500	11000
17; 18	0,35	10	10	5000	5500	10500
19; 20	0,25	10	-10	-90	-90	
21; 22	0,25	-10	10	90	-90	

Порівнюючи дані табл. 6.1 відзначаємо, що:

– кращим варіантом слід прийняти той, при якому обидва підприємства нарощують свою потужність з однаковою інтенсивністю. Це може відбутися у тому випадку, коли обидва підприємства починають функціонування без боргів і залишають на розвиток власного виробництва не менше четверті продукції, що випускається (рис. 6.15 і рис. 6.16);

– другому підприємству не можна починати свою діяльність за наявності боргів. В цьому випадку обидва підприємства гинуть (рис. 6.19 і рис. 6.20);
– наявність боргу у першого підприємства у момент відкриття приведе до дуже повільного нарощування виробничої потужності підприємств (рис. 6.21 і рис. 6.22).

Отже, для стійкого функціонування виробничої системи і нарощування її потужності необхідно, щоб обидва підприємства залишали на розвиток власного виробництва не менше четверті продукції, що випускається, і починали функціонування без зовнішніх боргів. Це можна вважати другим положенням по організації взаємодії двох підприємств в єдиній виробничій системі в цих умовах.

6.2.3. Кінцева продукція йде на розвиток підприємств і зовнішнє споживання

Розглянемо виробничу систему з двох підприємств, перше з яких випускає металоконструкції, друге – квартири. Проміжна продукція кожного підприємства йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція ділиться між іншим підприємством і зовнішнім споживанням.

Структурна схема процесу взаємодії підприємств для цього випадку представлена на рисунку 6.26. Вважаємо, що частка потоку проміжної продукції кожного підприємства однакова і рівна $\gamma = 0{,}25$; δ_1, δ_2 – частка потоку кінцевої продукції, що поставляється кожним підприємством іншому підприємству.

$$y_{11} = \gamma\, y_1; \quad y_{12} = (1-\gamma)\delta_1 y_1; \quad y_{13} = (1-\gamma)(1-\delta_1)y_1;$$
$$y_{22} = \gamma\, y_2; \quad y_{21} = (1-\gamma)\delta_2 y_2; \quad y_{23} = (1-\gamma)(1-\delta_2)y_2.$$
$$y_1 = y_{11} + y_{12} + y_{13}; \quad y_2 = y_{21} + y_{22} + y_{23}$$

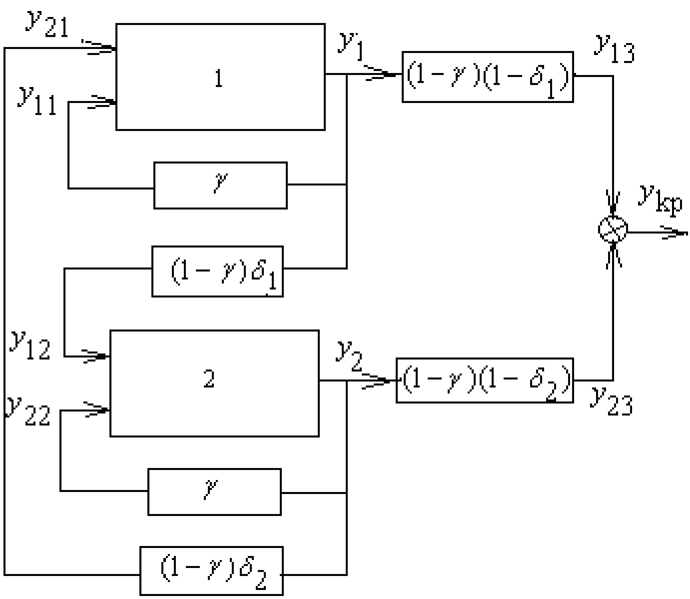


Рис. 6.26. Структурна схема процесу взаємодії двох підприємств

В цьому випадку математична модель процесу взаємодії двох підприємств запишеться у вигляді:

$$m_1 \dot{y}_1 + \beta_1 y_1 = v_1, \quad y_1(0) = y_{10}$$

$$m_2\dot{y}_2+\beta_2 y_2=v_2,\quad y_2(0)=y_{20} \tag{6.28}$$

$$v_1=y_{11}+y_{21};\quad v_2=y_{12}+y_{22};$$

$$v_1=\gamma\, y_1+(1-\gamma)\delta_2 y_2;$$

$$v_2=(1-\gamma)\delta_1 y_1+\gamma\, y_2.$$

$$y_{kp}=y_{13}+y_{23}=(1-\gamma)((1-\delta_1)y_1+(1-\delta_2)y_2).$$

Систему (6.28) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}&\dot{y}_1+\frac{\beta_1-\gamma}{m_1}y_1-\frac{(1-\gamma)\delta_2}{m_1}y_2=0,\quad y_1(0)=y_{10}\\&\dot{y}_2+\frac{\beta_2-\gamma}{m_2}y_2-\frac{(1-\gamma)\delta_1}{m_2}y_1=0,\quad y_2(0)=y_{20}.\end{aligned} \tag{6.29}$$

Систему рівнянь (6.29) представимо у вигляді

$$\begin{aligned}&\dot{y}_1=-a_{11}y_1+a_{12}y_2;\\&\dot{y}_2=a_{21}y_1-a_{22}y_2,\end{aligned} \tag{6.30}$$

де

$$a_{11}=\frac{\beta_1-\gamma}{m_1};\quad a_{12}=\frac{(1-\gamma)\delta_2}{m_1};$$

$$a_{21}=\frac{(1-\gamma)\delta_1}{m_2};\quad a_{22}=\frac{\beta_2-\gamma}{m_2},$$

y_i – виробнича потужність i - го підприємства; m_i, β_i – відповідно миттєва фондомісткість і коефіцієнт вибуття ОВФ i - го підприємства

Далі розрахунок ведеться по формулах (6.22)-(6.25).

Приведемо математичну модель процесу взаємодії двох підприємств до вигляду, зручного для проведення моделювання. Для цього запишемо рівняння (6.30) у вигляді

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= -a_1 y_1 + a_2\gamma\, y_1 + a_2\delta_2 y_2 - a_2\gamma\,\delta_2 y_2;\\ \dot{y}_2 &= -a_3 y_2 + a_4\gamma\, y_2 + a_4\delta_1 y_1 - a_4\gamma\,\delta_1\, y_1.\end{aligned} \qquad (6.31)$$

$$y_{13} = a_2 y_1 - \gamma\, a_2 y_1 - \delta_1 a_4 y_1 + \gamma\,\delta_1 a_4 y_1;$$

$$y_{23} = a_4 y_2 - \gamma\, a_4 y_2 - \delta_2 a_2 y_2 + \gamma\,\delta_2 a_2 y_2;\;\; y_{kp} = y_{13} + y_{23}.$$

В рівняннях (6.31) позначено:

$$a_1 = \beta_1 / m_1;\, a_2 = 1/m_1;\, a_3 = \beta_2 / m_2;\, a_4 = 1/m_2.$$

Схема моделювання представлена на рисунку 6.27.

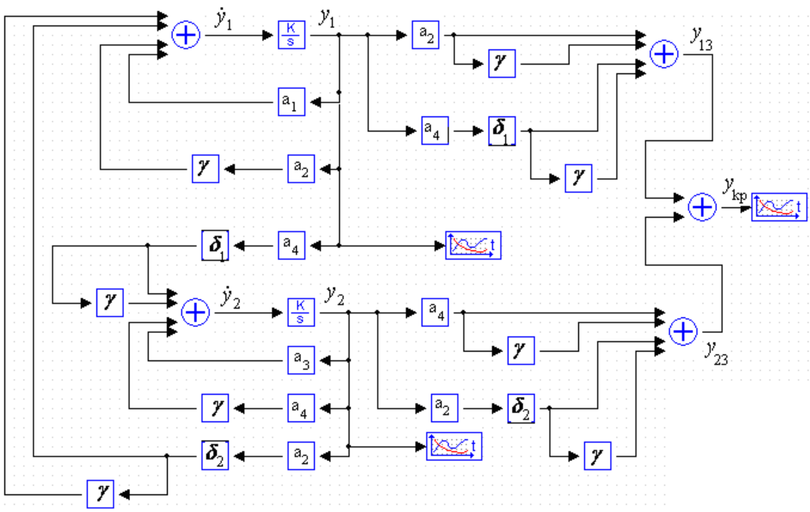


Рис. 6.27. Схема моделювання

Для контролю правильності функціонування основної схеми моделювання створена схема моделювання (рис. 6.28) по рівняннях (6.30).

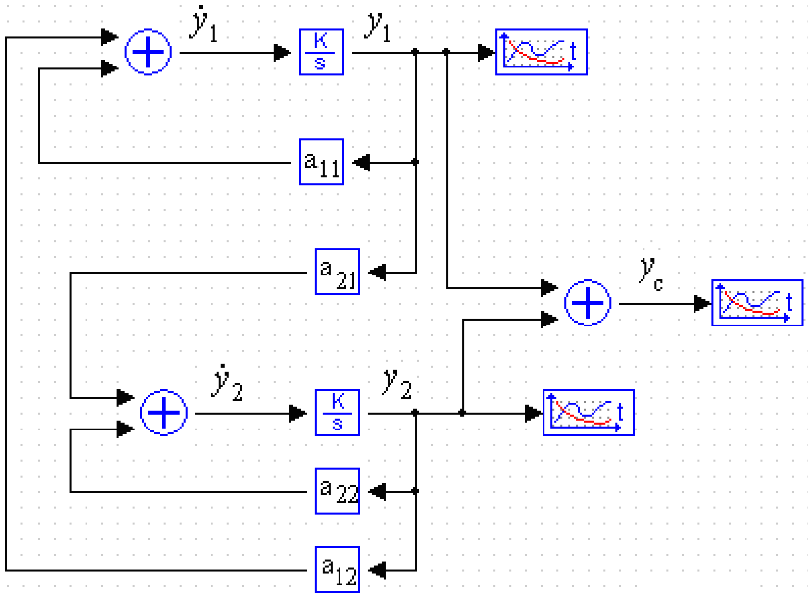


Рис. 6.28. Контрольна схема моделювання

Початкові дані тестового розрахунку: m_1=1,4; m_2=1,5; β_1=0,09; β_2=0,08; γ=0,25; $\delta_1 = 0{,}5$; $\delta_2 = 0{,}6$; y_{10}=10 тис. уо /рік; y_{20}=10 тис. уо /рік.

При цих даних: a_{11}=-0,12143; a_{12}=0,321429; a_{21}=0,25; a_{22}=-0,10667.

У результаті моделювання отримано:

y_1=575,5 тис. уо /рік; y_2=494,78 тис. уо /рік;

y_c=1070,28 тис. уо /рік.

По схемі моделювання рис. 6.27 для даних тестового розрахунку отримано:

y_1=567,351 тис. уо /рік; y_2=499,790 тис. уо /рік;

$$y_c = 1067{,}141 \text{ тис. уо /рік.}$$

Отже, помилки моделювання:

– Δy_1=8,162 тис. уо /рік; δy_1=1,42%;

– Δy_2=5,02 тис. уо /рік; δy_2=1%;

– $\Delta y_{\tilde{n}}$=3,14 тис. уо /рік; $\delta y_{\tilde{n}}$=0,3%.

Помилки малі, тому можна проводити моделювання по схемі рисунку 6.27.

Програма моделювання:

– m_1=1,4; m_2=1,5; β_1=0,09; β_2=0,08; γ=0,25; y_{10}=10 тис. уо/рік; y_{20}=10 тис. уо /рік;

– $0{,}5 \le \delta_1 \le 1$; $0{,}5 \le \delta_2 \le 1$.

Час моделювання – перші 10 років функціонування підприємств. Деякі результати моделювання наведено на рис. 6.29-6.30 і табл.6.3.

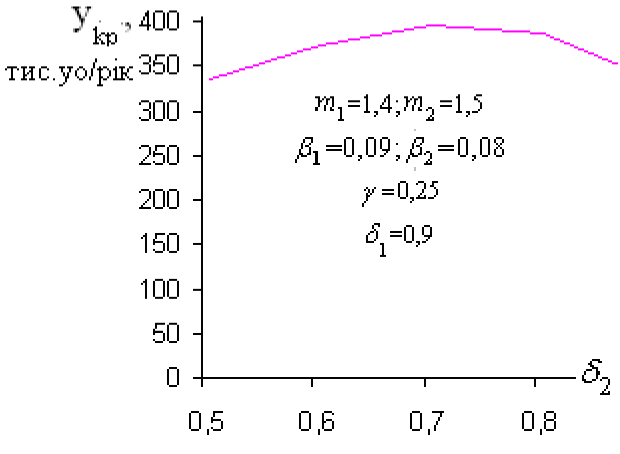


Рис. 6.29. Залежність об'єму кінцевої продукції виробничої системи від частки потоку кінцевої продукції другого підприємства

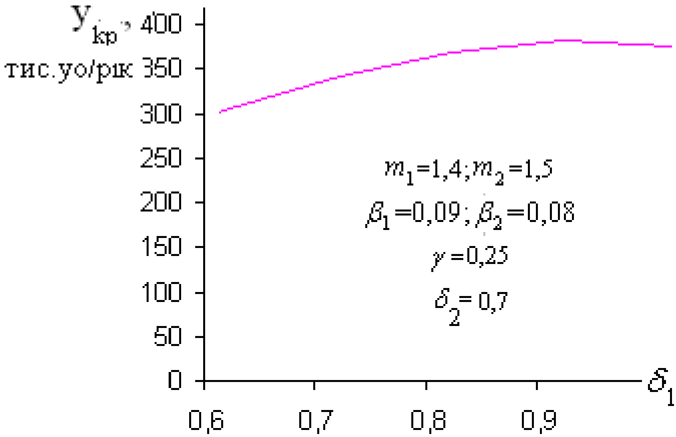


Рис. 6.30. Залежність об'єму кінцевої продукції виробничої системи від частки потоку кінцевої продукції першого підприємства

Порівнюючи результати моделювання, відзначаємо квадратичну залежність об'єму кінцевої продукції, що поставляється на зовнішнє споживання, від частки потоку кінцевої продукції, що передається підприємствам.

Максимум знаходиться в межах 0,7-0,8 часток потоку кінцевої продукції, що передається другим підприємством першому (рис. 6.29).

Максимум об'єму кінцевої продукції, що поставляється на зовнішнє споживання, виходить у випадку, якщо перше підприємство передає другому 0,9 частки потоку кінцевої продукції (рис. 6.30).

Т а б л і ц я 6.3

Зведення результатів моделювання

	A	B	C	D	E	F	G
1	delta1	delta2	y1	y2	yc	ykp	Yc
2	0,5	0,5	422,8	407,8	830,56	215,5	1046,06
3	0,5	0,6	567,4	499,79	1067,1	251,36	1318,5
4	0,5	0,7	742,3	605,45	1347,7	287,8	1635,525
5	0,5	0,8	951,8	726,3	1678,1	323,84	2001,98
6	0,5	0,9	1201	863,3	2064,1	358,53	2422,63
7	0,5	1	1495	1020	2514,5	390,57	2905,07
8	0,6	0,5	517,3	546,5	1063,8	248,8	1312,6
9	0,6	0,6	709,3	684,33	1393,6	289,4	1683,04
10	0,6	0,7	946,7	845,7	1792,4	328,9	2121,26
11	0,6	0,8	1237	1033,6	2270,4	365,4	2635,8
12	0,6	0,9	1588	1251,3	2839,3	396,7	3236
13	0,6	1	2010	1502	3511,7	420	3931,65
14	0,7	0,7	1190	1145	2335	364,6	2699,6
15	0,7	0,8	1582	1428	3010	396	3406
16	0,7	0,9	2065	1757	3821,5	415	4236,5
17	0,7	1	2653	2142,6	4796	416,3	5212,3
18	0,8	0,7	1478	1525	3003	391,2	3394,2
19	0,8	0,8	1997	1927	3924	408,64	4332,64
20	0,8	0,9	2646	2407,6	5053,6	402	5455,6
21	0,8	1	3450	2978,5	6428,5	361,9	6790,4
22	0,9	0,5	891	1153	2044	344	2388
23	0,9	0,6	1292	1527	2819,4	383,5	3202,9
24	0,9	0,7	1817	1988	3805	404,3	4209,3
25	0,9	0,8	2492	2551	5043	396	5439
26	0,9	0,9	3350	3233,5	6583,5	345	6928,5
27	0,9	1	4429	4055,2	8483,7	234,8	8718,5
28	1	1	5621	5425,7	11047	6,9	11053,6

Максимум обсягу кінцевої продукції, що поставляється на зовнішнє споживання, виходить в разі, якщо перше підприємство передає другому 0,9 частки потоку кінцевої продукції (рис. 6.30). Для зручності аналізу складемо таблицю 6.4.

Т а б л і ц я 6.4

Додаткова інформація

0,7	0,8	1582	1428	3010	396	3406
0,8	0,7	1478	1525	3003	391	3394
0,8	0,9	2646	2408	5054	402	5457
0,9	0,8	2492	2551	5043	396	5439
0,9	0,9	3350	3234	6584	345	6929
0,9	1	4429	4055	8484	235	8719
1	1	5621	5426	11047	6,9	11054

Як відно з таблиці 6.4 збільшення частки потоку кінцевої продукції, яка передається підприємствами один одному, приводить до збільшення їх потужності і потужності виробничої системи. При цьому:

- нарощування потужності йде швидше у того підприємства, якому передається більша частка потоку кінцевої продукції;
- об'єм кінцевої продукції, яка йде на зовнішнє споживання, досягає максимуму в тому випадку, якщо сума часток її потоку, що передається підприємствам, знаходиться в межах 1,5-1,7;
- оптимальне поєднання часток потоку кінцевої продукції для підприємств: 0,8 і 0,9 або 0,9 і 0,8;
- чим більше об'єму кінцевої продукції йде на зовнішнє споживання, тим більше загальна потужність виробничої системи.

Отже, для стійкого функціонування виробничої системи і нарощування її потужності необхідно підприємствам:

– залишати на розвиток власного виробництва не менше четверті продукції, що випускається;
– починати функціонування без зовнішніх боргів;
– сума часток потоку кінцевої продукції, що передається підприємствам, повина знаходитися в межах 1,5-1,7;
– оптимальне поєднання часток потоку кінцевої продукції для підприємств 0,8 і 0,9 або 0,9 і 0,8, що забезпечує максимум об'єму кінцевої продукції виробничої системи для зовнішнього споживання;
– чим більше об'єму кінцевої продукції йде на зовнішнє споживання, тим більше загальна потужність виробничої системи.

Це можна вважати основними положеннями по організації взаємодії в єдиній виробничій системі двох підприємств, що випускають різну кінцеву продукцію.

6.3. Аналітичне дослідження і моделювання процесу взаємодії двох підприємств, що випускають однотипну кінцеву продукцію

Мета - створити загальну методику проектування процесу взаємодії в єдиній виробничій системі двох підприємств, що випускають однотипну кінцеву продукцію.

Розглянути два окремих випадки:

1. Виробнича система не вкладає матеріальні ресурси в розвиток підприємств.

2. Виробнича система вкладає матеріальні ресурси в розвиток підприємств.

Виробнича система складається з двох будівельних підприємств, що випускають однотипну продукцію.

Проміжна продукція кожного підприємства йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція поставляється на зовнішнє споживання.

6.3.1. Виробнича система не вкладає матеріальні ресурси в розвиток підприємств

Производственная система не має можливості вкладати матеріальні ресурси в розвиток підприємств.

Структурна схема процесу взаємодії підприємств представлена на рис. 6.30.

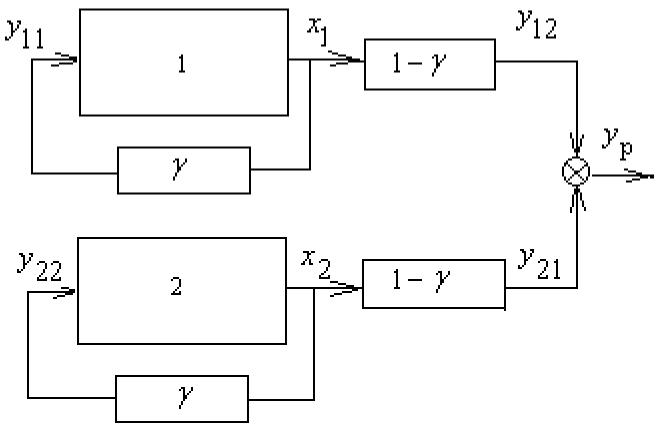


Рис.6.30. Схема взаємодії підприємств

$$y_{11} = \gamma x_1; \quad y_{12} = (1-\gamma)x_1; \quad y_{22} = \gamma x_2; \quad y_{21} = (1-\gamma)x_2;$$

$$y_1 = y_{11} + y_{12}; \quad y_2 = y_{21} + y_{22}.$$

Допущення при розрахунку:

– потік випуску продукції кожного підприємства дорівнює його виробничої потужності, тобто виробничі потужності підприємств використовуються повністю;

– фондомісткості і коефіцієнти вибуття ОВФ підприємств постійні;
– інше, що необхідно для фунціонування підприємств, проводиться поза системою і не завадити її розвиток, тобто його досить і воно надходить своєчасно.

У цьому випадку математична модель процесу взаємодії двох підприємств запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} m_1\dot{y}_1 + \beta_1 y_1 = v_1, \quad y_1(0) = y_{10} \\ m_2\dot{y}_2 + \beta_2 y_2 = v_2, \quad y_2(0) = y_{20} \end{aligned} \qquad (6.32)$$

$$v_1 = y_{11}; \quad v_2 = y_{22}; \quad y_1 \equiv x_1; \quad y_2 \equiv x_2;$$

$$v_1 = \gamma\, y_1; \quad v_2 = \gamma\, y_2.$$

$$y_b = y_{12} + y_{21} = (1-\gamma)(y_1 + y_2).$$

Систему (6.32) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 + a_1 y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ \dot{y}_2 + a_2 y_2 = 0, \quad y_2(0) = y_{20}. \end{aligned} \qquad (6.33)$$

де $a_1 = \dfrac{\beta_1 - \gamma}{m_1}; \qquad a_2 = \dfrac{\beta_2 - \gamma}{m_2}.$

Рівняння системи (6.33) незалежні між собою. Їх рішення мають вигляд:

$$y_1 = y_{10} e^{-\frac{\beta_1 - \gamma}{m_1} t}; \qquad (6.34)$$

$$y_2 = y_{20} e^{-\frac{\beta_2 - \gamma}{m_2} t}. \qquad (6.35)$$

Так як $\gamma > \beta_i, \quad i = 1,2$, то значення y_i збільшуються з часом.

На підставі раніше виконаних досліджень можна зробити висновок, що підприємства для стабільного функціонування повинні залишати на розвиток власного виробництва 0,25 обсягу валової продукції і 0,75 - поставляти на ринок.

6.3.2. Виробнича система вкладає матеріальні ресурси в розвиток підприємств

Виробнича система має можливість вкладати матеріальні ресурси в розвиток підприємств.

Структурна схема процесу взаємодії підприємств представлена на рис. 6.31.

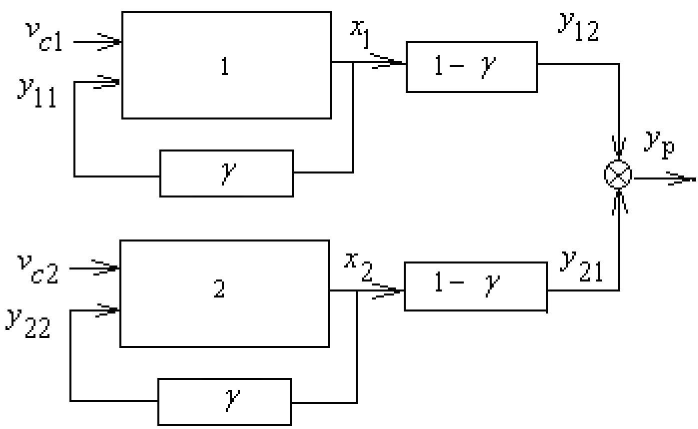


Рис. 6.31. Схема взаємодії підприємств

У цьому випадку математична модель запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} &m_1\dot{y}_1 + \beta_1 y_1 = y_{11} + v_{c1}, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &m_2\dot{y}_2 + \beta_2 y_2 = v_{c2} + y_{22}, \quad y_2(0) = y_{20} \end{aligned} \qquad (6.36)$$

$$y_{11} = \gamma\, y_1, \qquad y_{22} = \gamma\, y_2,$$

де γ - частка потоку валової продукції, що підприємства залишають для розвитку власного виробництва; $v_{c1} = \delta v_c$; $v_{c2} = (1-\delta)v_c$; v_c - потік ОВФ виробничої системи; δ - частка потоку ОВФ виробничої системи.

В цьому випадку система (6.36) запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + \frac{\beta_1 - \gamma}{m_1} y_1 = \frac{\delta}{m_1} v_c, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + \frac{\beta_2 - \gamma}{m_2} y_2 = \frac{1-\delta}{m_2} v_c \quad y_2(0) = y_{20}. \end{aligned} \tag{6.37}$$

Систему рівнянь (6.37) представимо у вигляді

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + a_1 y_1 = a_2 v_c; \\ &\dot{y}_2 + a_3 y_2 = a_4 v_c, \end{aligned} \tag{6.38}$$

де $a_1 = \dfrac{\beta_1 - \gamma}{m_1}$; $a_2 = \dfrac{\delta}{m_1}$; $a_4 = \dfrac{1-\delta}{m_2}$; $a_3 = \dfrac{\beta_2 - \gamma}{m_2}$.

Рівняння системи (6.38) незалежні між собою. Кожне рівняння системи є неоднорідним лінійним диференціним рівнянням.

Рішення рівнянь мають вигляд

$$\begin{aligned} &y_1 = y_{10} e^{-a_1 t} + \frac{a_2}{a_1} v_c (1 - e^{-a_1 t}); \\ &y_2 = y_{20} e^{-a_3 t} + \frac{a_4}{a_3} v_c (1 - e^{-a_3 t}). \end{aligned} \tag{6.39}$$

Отримані рішення дозволяють визначити закон змін виробничих потужностей підприємств при заданих параметрах, початкових умовах і частки потоку ОВФ виробничої системи. Моделювання виконано в середовищі ЕТ. Результати наведено на рис. 6.32-6.33.

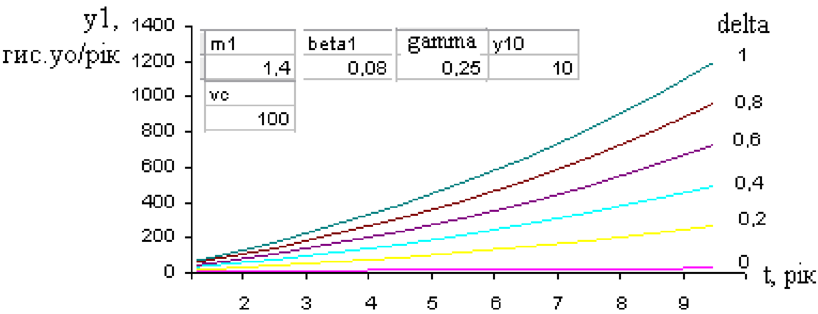


Рис. 6.32. Залежність потужності першого підприємства від δ

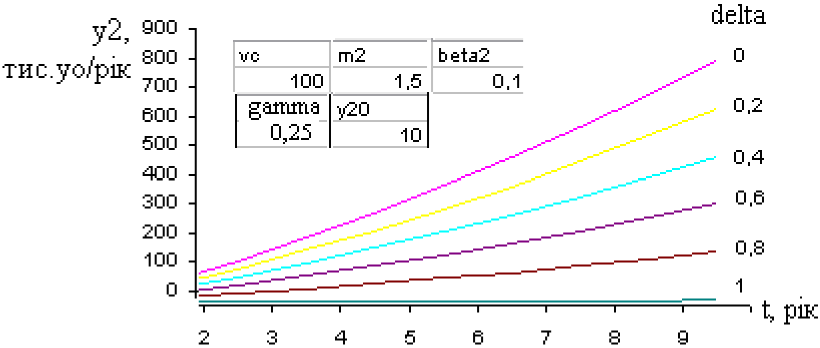


Рис. 6.33. Залежність потужності другого підприємства від δ

Аналіз графіків свідчить про те, що мощність підприємств залежить від параметрів: фондомісткості, коефіцієнта вибуття ОВФ, частки потоку ОВФ на розвиток виробництва. Тому при однаковій частці потоку ОВФ виробничої системи, потужність першого підприємства зростає швидше. При розподілі ресурсів в першу чергу необхідно виділяти їх першому підприємству, тоді підвищитися ефективність виробничої системи.

Отже, для стійкого функціонування виробничої системи і нарощування її потужності необхідно підприємствам:

– залишати на розвиток власного виробництва не менше чверті продукції, що випускається;
– починати функціонування без зовнішніх боргів;
– при розподілі ресурсів в першу чергу необхідно виділяти їх тому підприємству, у якого значення фондомісткості і коефіцієнта вибуття ОВФ менше.

7. РОЗРОБКА ЗАГАЛЬНОЇ МЕТОДИКИ ПРОЕКТУВАННЯ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ТРЬОХ ПІДПРИЄМСТВ В ЄДИНІЙ ВИРОБНИЧІЙ СИСТЕМІ

7.1. Аналітичне дослідження і моделювання процесу взаємодії трьох підприємств, що випускають різну кінцеву продукцію

Мета - створити загальну методику проектування процесу взаємодії в єдиній виробничій системі трьох підприємств, що випускають різну кінцеву продукцію.

Для досягнення мети поставлені наступні завдання:

- розробити загальну методику проектування процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі і на основі моделювання встановити параметри проектування в різних умовах функціонування;

- зформулювати основні положення по організації взаємодії підприємств в цих умовах .

Предмет дослідження - параметри, які характеризують процес взаємодії підприємств в єдіній віробнічій системе: виробнича потужність; розподіл проміжної и кінцевої продукції.

Для створення загальної методики проектування процесу взаємодії трьох підприємств, розглянуті три випадки:

1. Виробнича система складається з трьох підприємств, що випускають різну продукцію. Проміжна продукція кожного підприємства йде на розвиток власного виробництва, а кінцева продукція розподіляється між підприємствами.

2. Виробнича система має три будівельних підприємства, перше підприємство будує житлові будинки

і є фондообразуючим. Друге підприємство випускає металоконструкції, третє - залізобетонні конструкції. Валова продукція цих підприємств взаємозамінна Проміжна продукція фондообразуючого підприємства спрямовується на розвиток власного виробництва, кінцева продукція розподіляється між двома підприємствами:

- валова продукція другого і третього підприємств йде на зовнішнє споживання;
- проміжна продукція другого і третього підприємств спрямовується на розвиток власного виробництва, кінцева продукція йде на зовнішнє споживання

7. 2 . Проміжна продукція кожного підприємства йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція розподіляється між підприємствами

Підприємства поставляють один одному продукцію, тобто взаємопов'язані. Структурна схема процесу взаємодії трьох підприємств наведена на рис. 7.1.

Відповідно до структурної схеми взаємодії частка проміжної продукції всіх підприємств однакова і дорівнює γ. Частка кінцевої продукції кожного підприємства $(1-\gamma)$ розподіляється між двома підприємствами відповідно δ_i і $1-\delta_i, \quad i=1,2,3$. Таким чином,

$$y_{ii}=\gamma x_i; \quad y_{ij}=(1-\gamma)\delta_i x_i, \quad i=1,2,3, \; j=2,1,1;$$

$$y_{ij}=(1-\gamma)(1-\delta_i)x_i, \quad i=1,2,3, \; j=3,3,2;$$

$$0 \le \delta_i \le 1; \; y_i=\sum_{i=1}^{3} y_{ij}, \quad j=1,2,3.$$

$$v_i=\sum_{j=1}^{3} y_{ji}, \quad i=1,2,3; \quad y_i \equiv x_i \; .$$

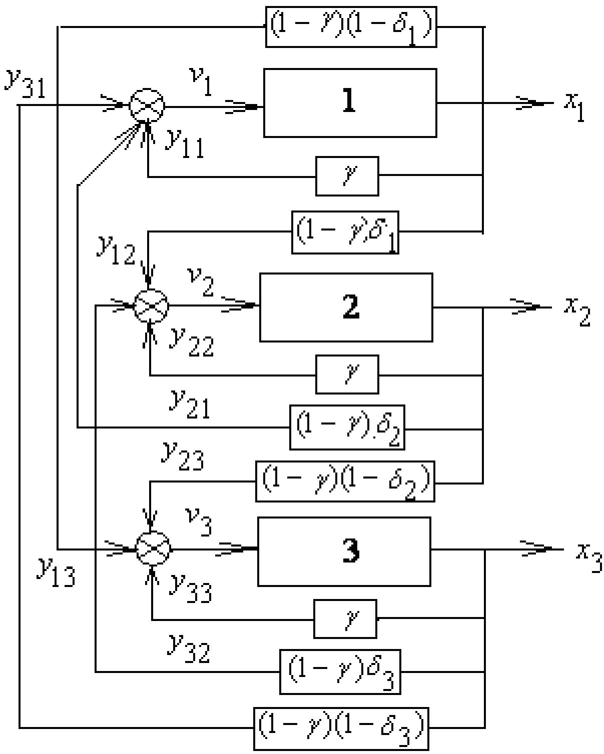


Рис. 7.1. Структурна схема процесу взаємодії трьох підприємств

Тоди

$$\begin{aligned} v_1 &= \gamma\, y_1 + (1-\gamma)\delta_2 y_2 + (1-\gamma)\delta_3 y_3; \\ v_2 &= (1-\gamma)\delta_1 y_1 + \gamma\, y_2 + (1-\gamma)(1-\delta_3)\, y_3; \\ v_3 &= (1-\gamma)(1-\delta_1)\, y_1 + (1-\gamma)(1-\delta_2)\, y_2 + \gamma\, y_3. \end{aligned} \qquad (7.1)$$

Рівняння виробничої системи мають вигляд

$$\frac{dm_i y_i}{dt} + \beta_i y_i = v_i, \quad y_i(0) = y_{i0}, \quad i = 1,2,3 \qquad (7.2)$$

Вирішимо систему (7.2) щодо похідних

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= -a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + a_{13}y_3;\\ \dot{y}_2 &= a_{21}y_1 - a_{22}y_2 + a_{23}y_3;\\ \dot{y}_3 &= a_{31}y_1 + a_{32}y_2 - a_{33}y_3,\end{aligned} \tag{7.3}$$

де $a_{ii} = (\beta_i - \gamma)/m_i, \quad i = 1,2,3; \quad a_{12} = (1-\gamma)\delta_2 / m_1;$
$a_{13} = (1-\gamma)\delta_3 / m_1;$

$$a_{21} = (1-\gamma)\delta_1 / m_2; \quad a_{23} = (1-\gamma)(1-\delta_3)/m_2;$$
$$a_{31} = (1-\gamma)(1-\delta_1)/m_3; \quad a_{32} = (1-\gamma)(1-\delta_2)/m_3.$$

Запишемо систему (7.3) в матричній формі

$$\dot{Y} = AY, \tag{7.4}$$

де $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}; \quad \dot{Y} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} -a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & -a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & -a_{33} \end{bmatrix}.$

Визначимо власні значення матриці A по частотному рівнянню (7.5)

$$|A - rE| = \begin{vmatrix} -(a_{11}+r) & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & -(a_{22}+r) & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & -(a_{33}+r) \end{vmatrix} = 0.$$

$$a_3 r^3 + a_2 r^2 + a_1 r + a_0 = 0, \tag{7.5}$$

де $a_3 = 1; \quad a_2 = a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{31};$
$a_1 = (a_{22} + a_{33})(a_{11} + a_{31}) + a_{12}a_{21} + a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32};$
$a_0 = (a_{22} + a_{33})(a_{11} + a_{31}) + a_{32}(a_{11}a_{23} + a_{13}a_{21}) +$
$+ a_{12}a_{21}a_{33}.$

Якщо всі власні значення матриці A дійсні і різні, то рішення системи (7.4) приймаємо у вигляді:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 e^{r_1 t} \\ C_2 e^{r_2 t} \\ C_3 e^{r_3 t} \end{bmatrix}, \tag{7.6}$$

де $\alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_{13} = 1; \quad \alpha_{21} = \alpha_{12} = 1; \quad \alpha_{31} = \alpha_{13} = 1;$
$\alpha_{22} = \alpha_2; \quad \alpha_{33} = \alpha_3.$

Підставимо в систему (7.4) початкові умови:

$$t = 0 \quad y_1(0) = y_{10}; \quad y_2(0) = y_{20}; \quad y_3(0) = y_{30}.$$

Тоді отримаємо

$$\begin{bmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ y_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha_2 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}$$

або

$$Y_0 = \alpha C \to C = \alpha^{-1} Y_0, \tag{7.7}$$

де α^{-1} – матриця обернена по відношенню до матриці α. Для визначення коефіцієнтів α_2, α_3 перше рівняння системи (7.4) представимо у вигляді

$$\dot{y}_1 + a_{11} y_1 = a_{12} y_2 + a_{13} y_3, \tag{7.8}$$

Підставимо в нього рішення (7.6) і перші похідні, згрупуємо коефіцієнти з однаковими функціями $C_i e^{r_i t}$ і порівняємо отримані складові в обох частинах рівності (7.8). В результаті отримаємо

$$\alpha_2 = (r_2 + a_{11} - a_{13}) / a_{12};$$
$$\alpha_3 = (r_3 + a_{11} - a_{12}) / a_{13}. \quad (7.9)$$

Виконаємо моделювання за даними, наведеними в таблиці 7.1.

Т а б л і ц я 7.1

Початкові дані

	A	B	C	D	E	F	G
1	m1	m2	m3	beta1	beta2	beta3	delta 1
2	1,4	1,5	1,45	0,09	0,08	0,1	0,1
3	delta 2	delta3	y10	y20	y30	gamma	
4	0,5	0,5	10	20	15	0,25	

Результати розрахунку коефіцієнтів частотного рівняння (7.5) при зміні частки потоку δ_1 наведені в таблиці 7.2.

Т а б л і ц я 7.2

Розрахунок коефіцієнтів частотного рівняння

	A	B	C	D	E	F	G
1	delta 1	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
2	a11	-0,1143	-0,1143	-0,1143	-0,1143	-0,1143	-0,1143
3	a12	0,26786	0,26786	0,26786	0,26786	0,26786	0,26786
4	a21	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175
5	a22	-0,1133	-0,1133	-0,1133	-0,1133	-0,1133	-0,1133
6	a13	0,26786	0,26786	0,26786	0,26786	0,26786	0,26786
7	a23	0,25862	0,25862	0,25862	0,25862	0,25862	0,25862
8	a31	0,46552	0,43966	0,41379	0,38793	0,36207	0,33621
9	a32	0,25862	0,25862	0,25862	0,25862	0,25862	0,25862
10	a33	-0,1034	-0,1034	-0,1034	-0,1034	-0,1034	-0,1034
11	a3	1	1	1	1	1	1
12	a2	0,13445	0,10859	0,08273	0,05686	0,031	0,00514
13	a1	0,01586	0,02816	0,04047	0,05277	0,06507	0,07738
14	a0	-0,0817	-0,0751	-0,0684	-0,0618	-0,0551	-0,0485

Відділення власних значень матриці виконувалося методом простого перебору, а уточнення - за допомогою надбудови «Пошук рішення». Виявилося, що при цих даних частотне рівняння має тільки одне дійсне власне значення і, якщо $\delta = 0{,}25$, то $r \in [0{,}2 \quad 0{,}4]$. Уточненні власні значення наведені в таблиці 7.3. В виробничих системах небажаний коливальний режим, тому пару комплексно-сполучених власних значень невраховуваємо.

Графік залежності власного значення матриці A від частки потоку δ_1 представлений на рис. 7.2.

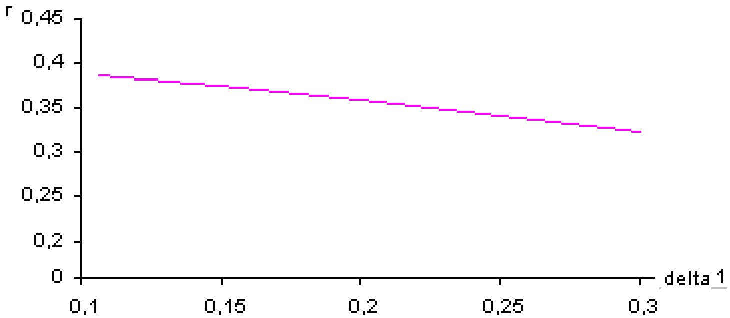


Рис. 7.2. Залежність власного значення матриці A від частки потоку δ_1

Отже, рішення (7.6) мають вигляд

$$y_1 = C_1 e^{rt}; \quad y_2 = \alpha_1 C_1 e^{rt}; \quad y_3 = \alpha_2 C_1 e^{rt}. \qquad (7.10)$$

Т а б л і ц а 7.3

Власні значення матриці A

	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1	delta1	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
2	r	0,38251	0,3683	0,35265	0,33527	0,31577	0,29368
3	delta2	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
4	r	0,35768	0,36073	0,36379	0,36697	0,36996	0,37308
5	delta3	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
6	r	0,36276	0,36511	0,3675	0,36993	0,37238	0,37487

Після підстановки початкових умов маємо

$$C_1 = y_{10}; \quad \alpha_1 = y_{20} / y_{10}; \quad \alpha_2 = y_{30} / y_{10}.$$

$$y_1 = y_{10} e^{rt}; \quad y_2 = y_{20} / y_{10} e^{rt}; \qquad (7.11)$$
$$y_3 = y_{30} / y_{10} e^{rt}.$$

Графіки виробничої потужності першого підприємства зображені на рис. 7.3.

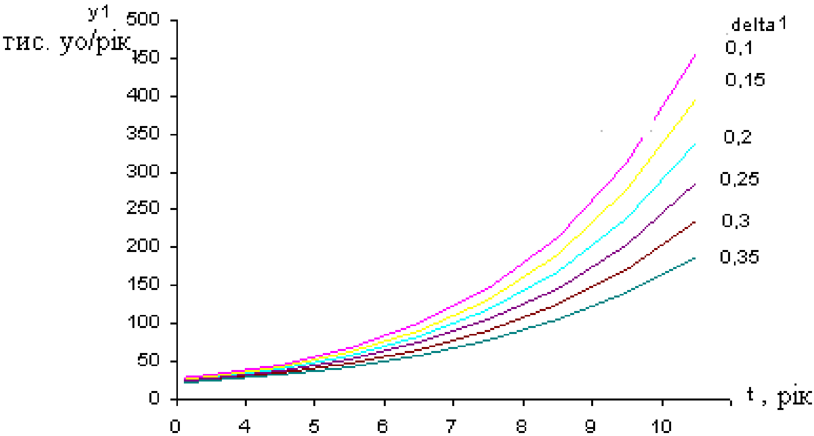


Рис. 7.3. Залежність виробничої потужності першого підприємства від частки потоку δ_1

Аналіз залежностей (7.11) і графіків рис. 7.3 свидчить про те, що підприємства повинні мати власний початковий капітал. Зі збільшенням частки потоку δ_1 кінцевої продукції, що віддається, виробнича потужність падає.

Залежність виробничої потужності першого підприємства від частки потоку одержуваної продукції від другого підприємства представлена на рис. 7.4, а від третього підприємства - на рис. 7.5. Зі збільшенням частки потоку кінцевої продукції, одержуваної від другого і третього підприємств, виробнича потужність першого підприємства збільшується, тобто взаємодія трьох підприємств ефективна.

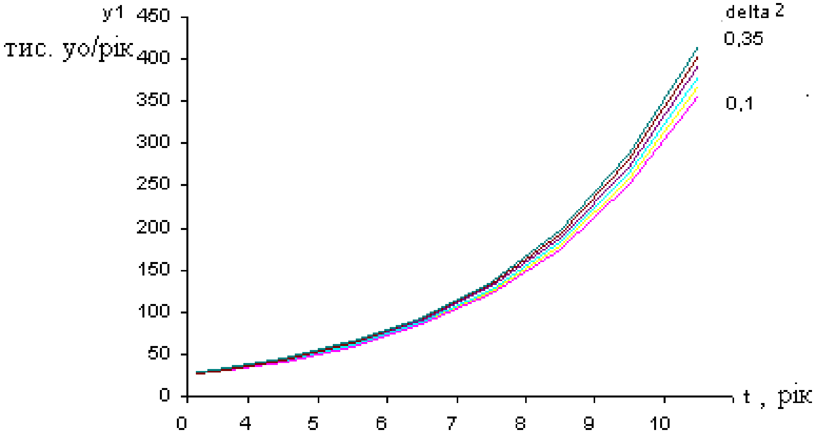


Рис. 7.4. Залежність виробничої потужності першого підприємства від частки потоку δ_2

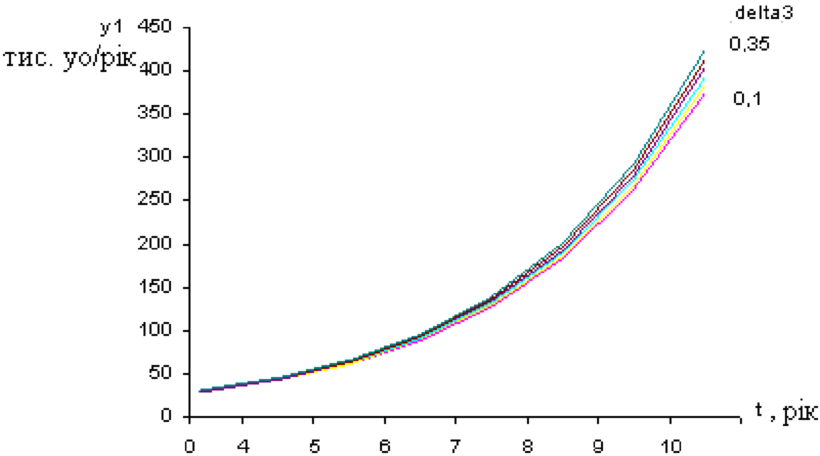


Рис. 7.5. Залежність виробничої потужності першого підприємства від частки потоку δ_3

Якщо зменшити частку проміжної продукції $\gamma = 0{,}15$, то $r \in [0{,}05 \quad 0{,}2]$ і зростання виробничої потужності сповільниться, тобто підприємство повинно залишати на розвиток власного виробництва не менше чверті валової продукції.

Чим більше частка потоку віддається підприємством кінцевої продукції, тим менше стає його виробнича потужність.

7. 3 . Перше підприємство є фондотворчим, два інших - випускають взаємозамінну продукцію

Виробнича система складається з трьох підприємств. Перше підприємство є фондотворчим, тобто випускає спеціальне обладнання (квартири) для інших підприємств. Валова продукція цих підприємств взаємозамінна в сенсі споживання (металеві та залізобетонні конструкції).

Проміжна продукція фондотворчого підприємства йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція розподіляється між двома іншими підприємствами.

Продукція всіх підприємств вимірюється в грошових одиницях.

7. 3 .1. Валова продукція другого і третього підприємств йде на зовнішнє споживання

Друге і третє підприємства не залишають проміжну продукцію для розвитку власного виробництва.

Структурна схема взаємодії підприємств представленана рис. 7.6.

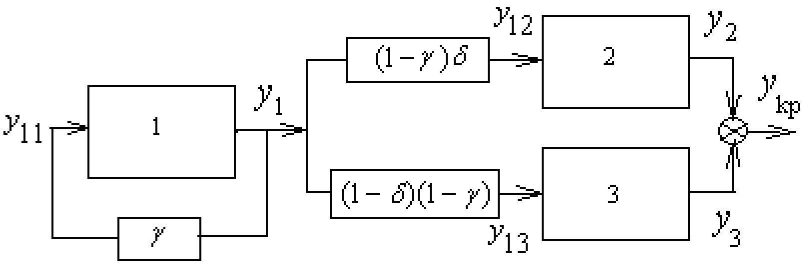


Рис. 7.6. Структурна схема процесу взаємодії трьох підприємств

Отже,

$$y_1 = y_{11} + y_{12} + y_{13}; \quad y_{kp} = y_2 + y_3;$$
$$y_{11} = \gamma\, y_1; \quad y_{12} = (1-\gamma)\delta\, y_1; \quad y_{13} = (1-\gamma)(1-\delta) y_1,$$

де y_{kp} - кінцева продукція виробничої системи.

У цьому випадку математична модель процесу взаємодії трьох підприємств запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + a_{11} y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + a_{22} y_2 = a_{12} y_1, \quad y_2(0) = y_{20} \\ &\dot{y}_3 + a_{33} y_3 = a_{13} y_1, \quad y_3(0) = y_{30} \end{aligned} \qquad (7.12)$$

де

$$a_{11} = \frac{\beta_1 - \gamma}{m_1}; \; a_{22} = \frac{\beta_2}{m_2}; \; a_{33} = \frac{\beta_3}{m_3}; \; a_{12} = \frac{(1-\gamma)\delta}{m_2};$$
$$a_{13} = \frac{(1-\delta)(1-\gamma)}{m_3},$$

y_i – виробнича потужність i - го підприємства; γ – частка потоку, що випускається, і залишається першим підприємством на розвиток власного виробництва; m_i, β_i – відповідно фондомісткість і коефіцієнт вибуття ОВФ i -го підприємства; δ – частка потоку кінцевої продукції фондотворчого підприємства, що розподіляється між другим і третім підприємствами.

Залежно від значень γ, δ можливі різні ситуації в розвитку виробничої системи.

Перше рівняння системи (7.12) являє собою однорідне диференційне рівняння. Його рішення визначається по кореню характеристичного рівняння

$$r + a_{11} = 0;\ \ r = -a_{11};\ \ y_1 = Ce^{-a_{11}t};\ \ t = 0,\ y_1(0) = y_{10};$$

$$C = y_{10};$$

$$y_1 = y_{10}e^{-a_{11}t}. \tag{7.13}$$

Друге рівняння системи (7.12) є неоднорідним диференційним рівнянням. Його рішення є сумою рішень

$$y_2 = y_2^* + y_2^{**},$$

де y_2^* – загальне рішення однорідного рівняння; y_2^{**} – - приватне рішення неоднорідного рівняння.

Загальне рішення однорідного рівняння

$$y_2^* = C_1 e^{-a_{22}t}.$$

Приватне рішення неоднорідного рівняння вибирається з вигляду правої частини. В даному випадку

$$y_2^{**} = Ae^{-a_{11}t};\ \ \dot{y}_2^{**} = -a_{11}Ae^{-a_{11}t};\ \ A = \frac{a_{12}y_{10}}{a_{22} - a_{11}};$$

$$y_2^{**} = \frac{a_{12}y_{10}}{a_{22} - a_{11}}e^{-a_{11}t}.$$

$$y_2 = C_1 e^{-a_{22}t}.+ \frac{a_{12}y_{10}}{a_{22}-a_{11}} e^{-a_{11}t};\ t=0,\ y_2(0)=y_{20};$$

$$C_1 = y_{20} - a;\quad a = \frac{a_{12}y_{10}}{a_{22}-a_{11}}.$$

$$y_2 = (y_{20} - a)e^{-a_{22}t} + a\,e^{-a_{11}t}. \tag{7.14}$$

Аналогічно

$$y_3 = (y_{30} - a_1)e^{-a_{33}t} + a_1\,e^{-a_{11}t}. \tag{7.15}$$

де $a_1 = \frac{a_{13}y_{10}}{a_{33}-a_{11}}$.

Наведемо математичну модель процесу взаємодії трьох підприємств до вигляду, зручного для проведення моделювання. Для цього розв'яжемо рівняння (7.12) щодо похідних.

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= -a_1 y_1 + a_2 \gamma\, y_1;\\
\dot{y}_2 &= -a_3 y_2 + \delta\, a_4 y_1 - \delta\, a_4\, \gamma\, y_1;\\
\dot{y}_3 &= -a_5 y_3 + a_6 y_1 - \gamma\, a_6 y_1 - \delta\, a_6 y_1 + \gamma\,\delta\, a_6 y_1.
\end{aligned} \tag{7.16}$$

У рівняннях (7.16) позначено:

$$a_1 = \beta_1 / m_1;\ a_2 = 1/m_1;\ a_3 = \beta_2 / m_2;$$
$$a_4 = 1/m_2;\ a_5 = \beta_3 / m_3;\ a_6 = 1/m_3.$$

Програма моделювання:

– перший етап

m_1=1,4; m_2=1,5; m_3=1,45; β_1=0,08; β_2=0,09; β_3=0,1; y_{10}=50 тис.уо /рік; y_{20}=10 тис.уо /рік; y_{30}=10 тис.уо /рік; γ=0,65-0,9 з кроком 0,05; δ = 0,25; 0,5; 0,75.

– другий етап

m_1 =1,4; m_2 =1,5; m_3 =1,45; β_1 =0,08; β_2 =0,09; β_3 =0,1; γ =0,85; δ =0,5; y_{20} =10 тис.уо /рік; y_{30} =10 тис.уо /рік; y_{10} =50-10 тис.уо /рік з кроком 10 уо /рік.

Схема моделювання представлена на рис. 7.7.

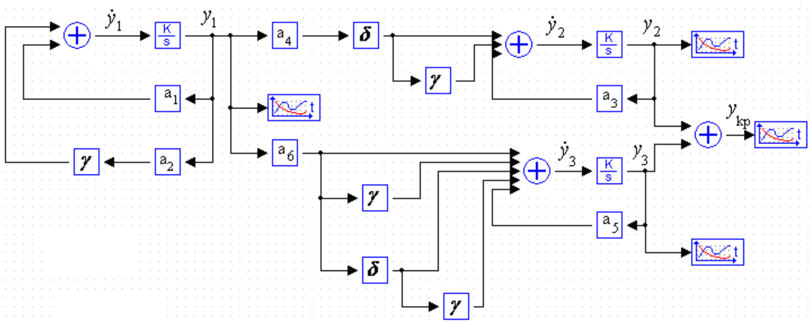


Рис. 7.7. Схема моделювання

Результати моделювання першого етапу представлені в табл. 7.4 і рис. 7.8, другого етапу - табл. 7.5 і рис. 7.9.

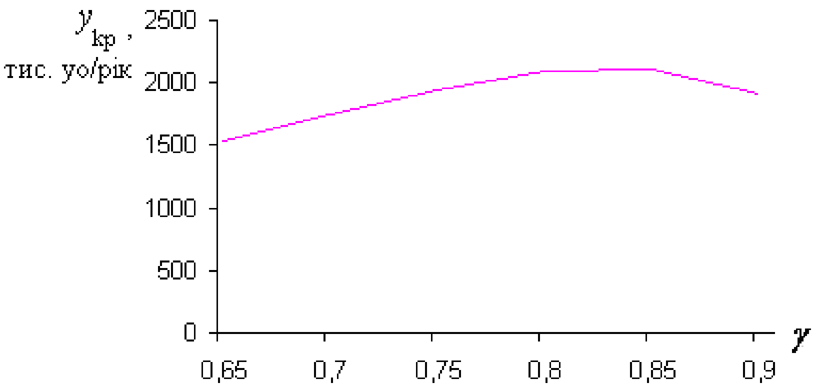


Рис. 7.8. Залежність кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції фондотворчого підприємства

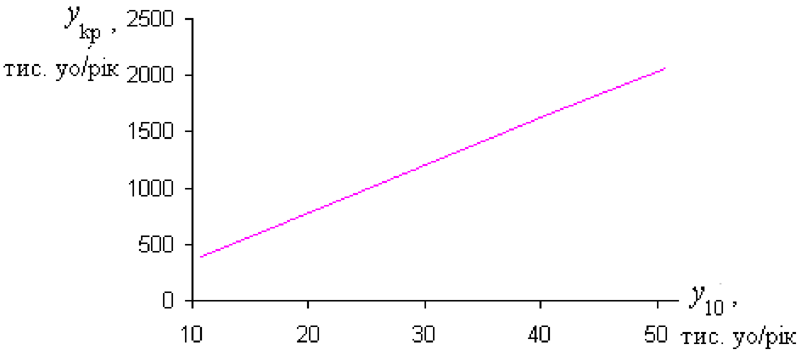


Рис. 7.9. Залежність кінцевої продукції виробничої системи від початкових умов функціонування фондотворчого підприємства

Залежність, представлена на рис. 7.8, явно нелінійна, максимальне значення кінцевої продукції виходить в випадку, якщо фондотворчє підприємство залишає на розвиток власного виробництва 0,85 частки валового продукту.

Т а б л и ц я 7.4

Зведення результатів першого етапу моделювання

№ п/п	№ пр.	γ	δ	y_1	y_2	y_3	y_{kp}
1.	1	0,65		3047			1518,5
	2		0,5		753,5		
	3		0,5			765	
2.	1	0,65		3047			1078
	2		0,75		1127		
	3		0,25			-49	
3.	1	0,7		4355			1733
	2		0,5		859		

	3		0,5			874	
4.	1	0,75		6224,5			1940,5
	2		0,25		481,5		
	3		0,75			1459	
5.	1	0,75		6224,5			1932
	2		0,5		957,6		
	3		0,5			974,4	
6.	1	0,75		6224,5			1923
	2		0,75		1434		
	3		0,25			489	
7.	1	0,8		8896			2075
	2		0,5		1028		
	3		0,5			1047	
8.	1	0,85		12715			2098
	2		0,5		1039		
	3		0,5			1059	
9.	1	0,9		18173			
	2		0,5		937		1892
	3		0,5			955	

Порівнюючи дані табл. 7.4 відзначаємо, що:

– значення кінцевої продукції виробничої системи практично не залежить від варіантів розподілу кінцевої продукції фондотворчого підприємства між другим і третім підприємствами (досліди 4-6);
– кращим варіантом слід визнати той, при якому друге і третє підприємства нарощують свою потужність з однаковою інтенсивністю. Це відбувається в тому разі, коли кінцева продукція фондотворчого підприємства порівну розподіляється між другим і третім

підприємствами (досвід 5);

– збільшення частки валового продукту, що направляється фондотворчим підприємством на розвиток власного виробництва, призводить до збільшення його виробничої потужності;
– спостерігається нелінійна залежність кінцевої продукції виробничої системи від частки валового продукту, що залишається фондотворчим підприємством на розвиток власного виробництва. Максимальне значення кінцевої продукції виходить в разі, якщо фондотворчє підприємство залишає на розвиток власного виробництва 0,85 частки валового продукту (досвід 8 і рис. 7.8).

Т а б л и ц я 7.5

Зведення результатів другого етапу моделювання

№ п/п	№ пр.	y_{10}	y_1	y_2	y_3	y_{kp}
1.	1	50	12715			2098
	2	10		1039		
	3	10			1059	
2.	1	40	10172			1680
	2	10		832		
	3	10			848	
3.	1	30	7629			1263
	2	10		625,6		
	3	10			637,4	
4.	1	20	5086			846
	2	10		419		
	3	10			427	
5.	1	10	2543			428

2	10	212	
3	10		216

Порівнюючи дані табл. 7.5, відзначаємо, що зі збільшенням початкової виробничої потужності фондотворчого підприємства збільшуються обсяг кінцевої продукції і загальна потужність виробничої системи (рис. 7.9).

Отже, для стійкого функціонування виробничої системи і нарощування її потужності необхідно:

– фондотворчому підприємству залишати на розвиток власного виробництва 0,85 частки продукції, що випускається;
– починати функціонування з максимально можливим капіталом;
– кінцева продукція фондотворчого підприємства повинна порівну розподіляється між другим і третім підприємствами для забезпечення однакової інтенсивності нарощування їх виробничої потужності.

Це можна вважати основними положеннями по організації взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі в цих умовах.

7. 3 .2. Проміжна продукція другого і третього підприємств спрямовується на розвиток власного виробництва, кінцева продукція йде на зовнішнє споживання

Виробнича система має три будівельних підприємства, перше підприємство будує житлові будинки і є фондотворчим. Друге підприємство випускає металоконструкції, третє - залізобетонні конструкції.

Валова продукція цих підприємств взаємозамінна в смислі споживання.

Досліджується окремий випадок: проміжная продукція фондотворчого підприємства йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція розподіляється між двома іншими підприємствами. Друге і третє підприємства залишають проміжну продукцію для розвитку власного виробництва. Кінцева продукція цих підприємств йде на зовнішнє споживання.

Структурна схема процесу взаємодії підприємств представлена на рисунку 7.10.

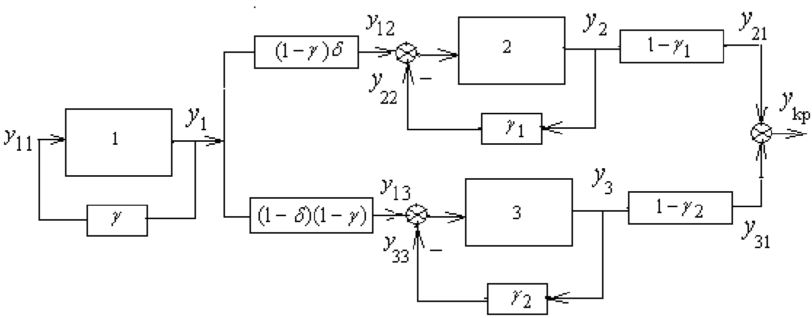


Рис. 7.10. Структурна схема процесу взаємодії

Отже,

$$y_1 = y_{11} + y_{12} + y_{13}; y_{kp} = y_{21} + y_{31}; \; y_2 = y_{21} + y_{22};$$

$$y_3 = y_{33} + y_{31}; \quad y_{13} = (1-\gamma)(1-\delta)y_1;$$

$$y_{11} = \gamma\, y_1; \quad y_{12} = (1-\gamma)\delta\, y_1; \; y_{22} = \gamma_1 y_2;$$

$$y_{21} = (1-\gamma_1)\, y_2; \quad y_{33} = \gamma_2\, y_3; \quad y_{31} = (1-\gamma_2) y_3,$$

де y_{kp} - кінцева продукція виробничої системи..

У цьому випадку математична модель процесу взаємодії трьох підприємств запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + a_{11}y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + a_{22}y_2 = a_{12}y_1, \quad y_2(0) = y_{20} \\ &\dot{y}_3 + a_{33}y_3 = a_{13}y_1, \quad y_3(0) = y_{30} \end{aligned} \tag{7.17}$$

де

$$a_{11} = \frac{\beta_1 - \gamma}{m_1};\ a_{22} = \frac{\beta_2 - \gamma_1}{m_2};\ a_{33} = \frac{\beta_3 - \gamma_2}{m_3};\ a_{12} = \frac{(1-\gamma)\delta}{m_2};$$

$a_{13} = \dfrac{(1-\delta)(1-\gamma)}{m_3}$, y_i – виробнича потужність i – го підприємства; $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ – частка потоку, що випускається, і залишається підприємствами на розвиток власного виробництва; m_i, β_i – відповідно фондомісткість і коефіцієнт вибуття ОВФ i – го підприємства; δ – частка потоку кінцевої продукції, що розподіляється між другим і третім підприємствами. Залежно від значень $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ можливі різні ситуації в розвитку виробничої системи.

Перше рівняння системи (7.17) являє собою однорідне диференційне рівняння. Його рішення визначається по кореню характеристичного рівняння

$$r + a_{11} = 0;\ r = -a_{11};\ y_1 = Ce^{-a_{11}t};\ t = 0,\ y_1(0) = y_{10};$$

$$C = y_{10};$$

$$y_1 = y_{10}e^{-a_{11}t}. \tag{7.18}$$

Друге рівняння системи (7.17) є неоднорідним диференційним рівнянням. Його рішення є сумою рішень

$$y_2 = y_2^* + y_2^{**},$$

де y_2^* – загальне рішення однорідного рівняння; y_2^{**} – приватне рішення неоднорідного рівняння.

Загальне рішення однорідного рівняння

$$y_2^* = C_1 e^{-a_{22} t}.$$

Приватне рішення неоднорідного рівняння вибирається з вигляду правої частини. В даному випадку

$$y_2^{**} = Ae^{-a_{11} t}; \ \dot{y}_2^{**} = -a_{11} A e^{-a_{11} t}; \ A = \frac{a_{12} y_{10}}{a_{22} - a_{11}};$$

$$y_2^{**} = \frac{a_{12} y_{10}}{a_{22} - a_{11}} e^{-a_{11} t}.$$

$$y_2 = C_1 e^{-a_{22} t} + \frac{a_{12} y_{10}}{a_{22} - a_{11}} e^{-a_{11} t}; \ t = 0, \ y_2(0) = y_{20}; \ C_1 = y_{20} - a;$$

$$a = \frac{a_{12} y_{10}}{a_{22} - a_{11}}.$$

$$y_2 = (y_{20} - a) e^{-a_{22} t} + a\, e^{-a_{11} t}. \qquad (7.19)$$

Аналогічно $y_3 = (y_{30} - a_1) e^{-a_{33} t} + a_1 e^{-a_{11} t}$. (7.20)

де $a_1 = \dfrac{a_{13} y_{10}}{a_{33} - a_{11}}$.

Для приведення математичної моделі процесу взаємодії трьох підприємств до вигляду, зручного для проведення моделювання, запішемо рівняння (7.17) у вигляді

$$\begin{aligned}
&\dot{y}_1 = -a_1 y_1 + a_2 \gamma\, y_1; \\
&\dot{y}_2 = -a_3 y_2 + \gamma_1 a_4 y_2 + \delta\, a_4 y_1 - \delta\, a_4\, \gamma\, y_1; \qquad (7.21) \\
&\dot{y}_3 = -a_5 y_3 + \gamma_2 a_6 y_3 + a_6 y_1 - \gamma\, a_6 y_1 - \delta\, a_6 y_1 + \gamma\, \delta\, a_6 y_1.
\end{aligned}$$

У рівняннях (7.21) позначено:

$$a_1 = \beta_1 / m_1;\ a_2 = 1/m_1;\ a_3 = \beta_2 / m_2;$$
$$a_4 = 1/m_2;\ a_5 = \beta_3 / m_3;\ a_6 = 1/m_3.$$

Програма моделювання: m_1 =1,4; m_2 =1,5; m_3 =1,45; β_1 =0,08; β_2 =0,09; β_3 =0,1; y_{10} =50 тис.уо/рік; y_{20} =10 тис.уо /рік; y_{30} =10 тис.уо /рік; δ =0,5; γ =0,7-0,9; $\gamma_1 = \gamma_2$ =0,25-0,8.

Схема моделювання представлена на рисунку 7.11. Час моделювання - перші 10 років функціонування підприємств.

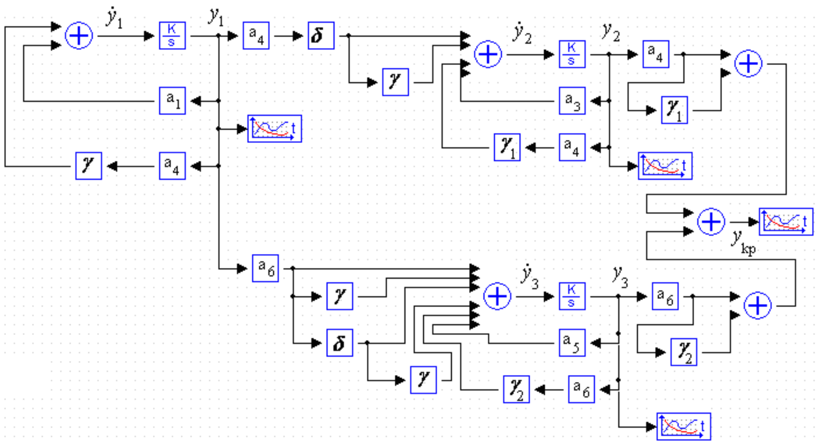


Рис. 7.11. Схема моделювання

Результати моделювання представлені в таблиці 7.6 і на рисунках 7.12-7.17.

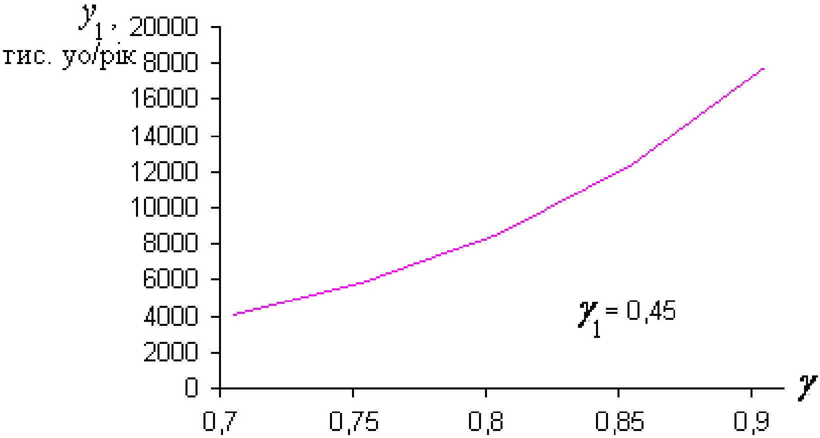


Рис. 7.12 Залежність виробничої потужності фондотворчого підприємства від частки його проміжної продукції

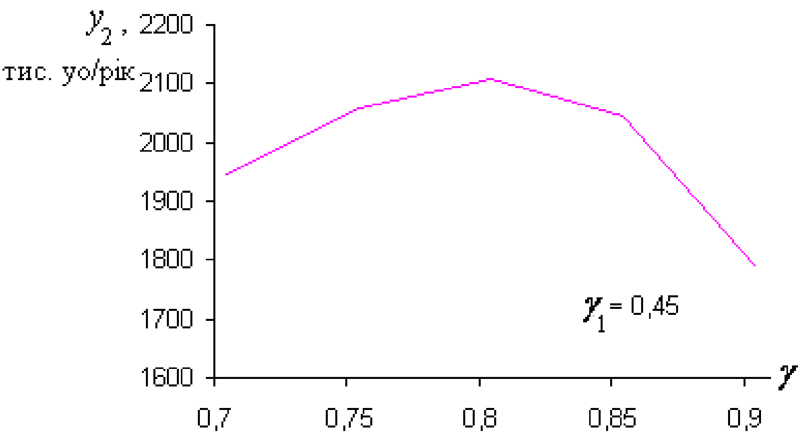


Рис. 7.13. Залежність виробничої потужності другого підприємства від частки проміжної продукції фондотворчого підприємства

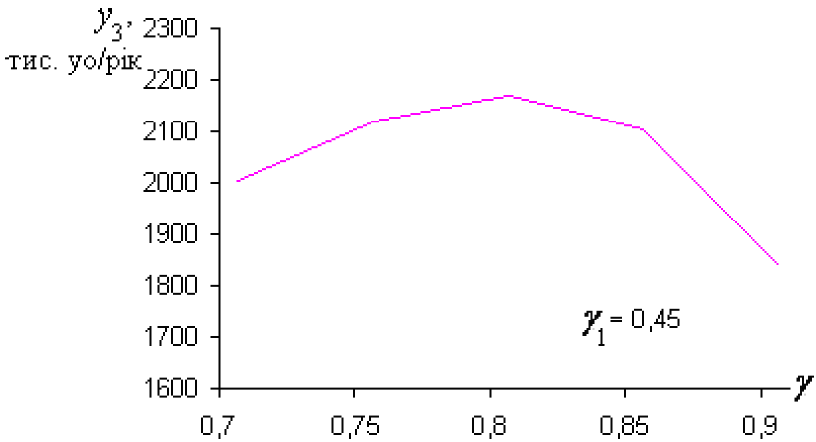


Рис. 7.13. Залежність виробничої потужності другого підприємства від частки проміжної продукції фондотворчого підприємства

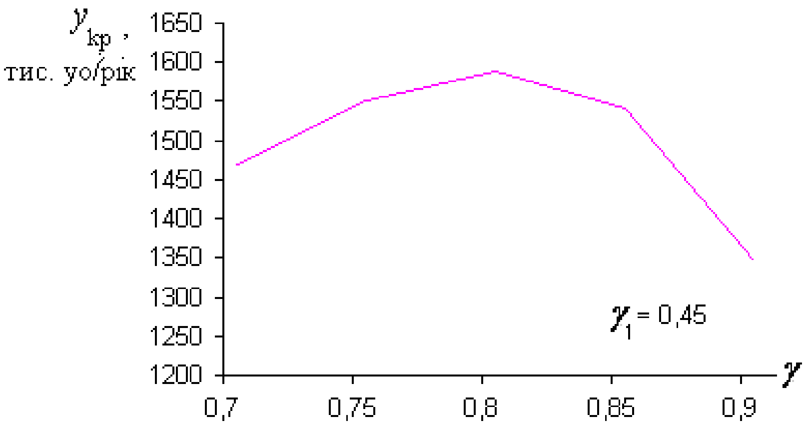


Рис. 7.15. Залежність кінцевої продукції виробничої системи від частки проміжної продукції фондотворчого підприємства

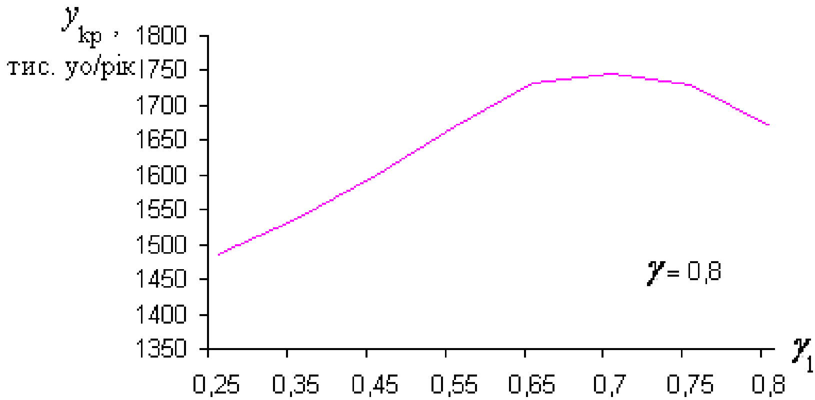


Рис. 7.16. Залежність кінцевої продукції виробничої системи від частки проміжної продукції другого підприємства

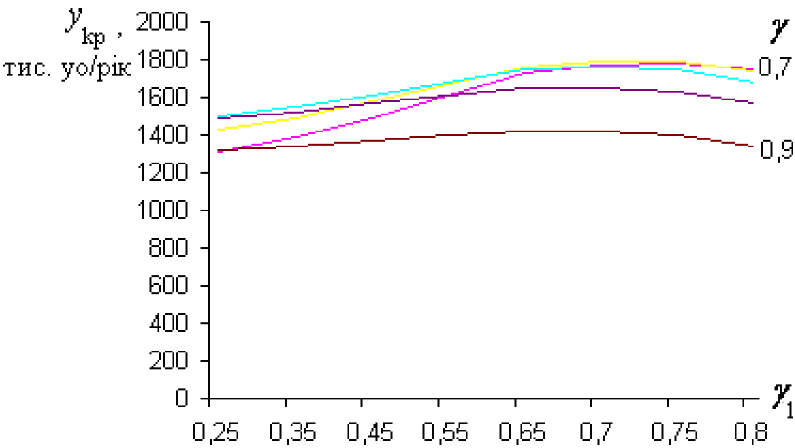


Рис. 7.17. Зв'язок кінцевої продукції виробничої системи з частками проміжної продукції підприємств

Т а б л и ц я 7.6

Зведення результатів моделювання

	A	B	C	D	E	F	G
1	взаимодействие трех предприятий						
2	gamma	gamma1	gamma2	y1	y2	y3	ykp
3	0,7	0,45	0,45	4355	1951	2025	1484
4	0,75	0,45	0,45	6224	2061	2138	1567
5	0,8	0,45	0,45	8896	2111	2189	1604
6	0,85	0,45	0,45	12715	2048	2124	1557
7	0,9	0,45	0,45	18173	1791	1856	1361
8	0,8	0,25	0,25	8896	1447	1484	1491
9	0,8	0,35	0,35	8896	1722	1775	1542
10	0,8	0,45	0,45	8896	2111	2189	1604
11	0,8	0,55	0,55	8896	2681	2806	1675
12	0,8	0,65	0,65	8896	3552	3761	1737
13	0,8	0,7	0,7	8896	4160	4436	1750
14	0,8	0,75	0,75	8896	4931	5300	1736
15	0,8	0,8	0,8	8896	5918	6417	1674

Аналіз графіків рис.7.12-7.17 показує, що максимум всіх показників виходить при 0,8 частки проміжної продукції фондотворчого підприємства. При цій частці проміжної продукції фондотворчого підприємства максимум кінцевої продукції виробничої системи може бути отриманий у разі, якщо частка проміжної продукції другого і третього підприємств буде в діапазоні 0,65-0,75 (рис. 7.16). Такий стан зберігається для діапазону 0,7-0,9 частки проміжної продукції фондотворчого підприємства (рис. 7.17).

Порівнюючи дані таблиці 7.6, відзначаємо:

– виробничі потужності другого, третього підприємств і кінцева продукція виробничої системи пов'язані квадратичною залежністю з проміжної продукцією фондотворчого підприємства. Максимальні їх значення відповідає 0,8 частки валової продукції;

– при постійній частці проміжної продукції фондотворчого підприємства спостерігається квадратична залежність між кінцевою продукцією виробничої системи і проміжною продукцією двох інших підприємств;
– максимальне значення кінцевої продукції виробничої системи при 0,8 частці проміжної продукції фондотворчого підприємства виходить в разі, якщо друге і третє підприємства залишають на розвиток власного виробництва 0,7 частки валової продукції (рядок 13 табл. 7.6).

У таблиці 7.7 наведені значення кінцевої продукції виробничої системи для різних комбінацій часток проміжної продукції підприємств.

Таблиця 7.7

Значення кінцевої продукції виробничої системи при різних комбінацій часток проміжної продукції

	Q	R	S	T	U	V
1	gamma	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9
2	gamma1	укр				
3	0,25	1305	1419	1491	1479	1313
4	0,35	1384	1485	1542	1514	1334
5	0,45	1484	1567	1604	1557	1361
6	0,55	1600	1661	1675	1605	1392
7	0,65	1716	1750	1737	1642	1415
8	0,7	1759	1777,5	1750	1644	1413
9	0,75	1773	1777	1736	1622	1391
10	0,8	1738	1726	1674	1556	1333

У таблиці 7.7 можна виділити область раціональних комбінацій часток, при яких значення кінцевої продукції виробничої системи максимальні. Ця область обмежена діапазонами 0,7-0,8 частки проміжної продукції фондотворчого підприємства і 0,65-0,75 частки проміжної продукції другого і третього підприємств (рядки 7-9 і стовпці R - T табл. 7.7).

Отже, для стійкого функціонування виробничої системи і нарощування її потужності необхідно:

– фондотворчому підприємству залишати на розвиток власного виробництва 0,7-0,8 частки продукції, що випускається, і починати функціонування з максимально можливим капіталом;
– кінцева продукція фондотворчого підприємства повинна порівну розподілятися між другим і третім підприємствами для забезпечення однакової інтенсивності нарощування їх виробничої потужності;
– друге і третє підприємства повинні залишати на розвиток власного виробництва 0,65-0,75 частки продукції, що випускається, і починали функціонування без зовнішніх боргів.

Це можна вважати основними положеннями по організації взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі.

8. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

8.1. Загальні відомості

Виробнича система являє собою впорядковану частину виробничого процесу, здатну самостійно або у взаємодії з іншими аналогічними системами задовольняти ті чи інші потреби і запити потенційних споживачів за допомогою вироблених цією системою товарів і послуг.

Актуальним завданням сьогодняшнього дня є створення стабільно функціонуючих і ефективних виробничих систем. Для цього необхідно знати значення оптимальних параметрів, які характеризують процес взаємодії підприємств єдиної виробничої системи. На основі моделювання процесу взаємодії підприємств в єдиній виробничій системі встановлено, що кінцева продукція виробничої системи, яку поставляють на зовнішнє споживання, залежить від проміжної продукції, що залишається підприємствами на розвиток власного виробництва.

Найважливішою задачею функціонального проектування є пошук оптимальних значень внутрішніх параметрів об'єкту при заданій структурі, тобто параметрична оптимізація. Параметрична оптимізація об'єднує два важливі аспекти: постановка задачі і вибір методу її рішення.

В постановці задачі для визначення оптимальної синтезуючої функції, що входить в матричне диференційне рівняння процесу взаємодії підприємств в єдиній виробничій системі, мінімізується функціонал якості. При рішенні задачі враховувають параметричні і функціональні обмеження. При оптимізації матричним методом динамічного програмування параметри проектування розраховуються по формулах, наперед отриманих і закладених в програмне забезпечення. На розрахунок однієї сукупності параметрів проектування потрібне декілька секунд роботи комп'ютера. Основний час витрачається на розрахунок обсягу кінцевої продукції виробничої системи, виконуваний з метою перевірки фізичної здійсненності отриманих сукупностей параметрів проектування і забезпечення ними максимального обсягу кінцевої продукції.

8.2. Визначення оптимальних параметрів процесу матричним методом динамічного програмування

Виробнича система має три підприємства, що випускають різну продукцію. Перше підприємство є фондотворчим. Друге і третє підприємства випускають взаємозамінну, в сенсі споживання, продукцію. Проміжна продукція всіх підприємств йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція фондотворчого підприємства розподіляється порівну між двома іншими підприємствами. Кінцева продукція другого і третього підприємства спрямовується на зовнішнє споживання.

Структурна схема представлена на рисунку 8.1. На рисунку 8.1 позначено: y_i – виробнича потужність i – го підприємства; $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ – частка потоку, що випускається, залишена підприємствами на розвиток власного виробництва; δ – частка потоку кінцевої продукції фондотворчого підприємства, що розподіляється між другим і третім підприємствами.

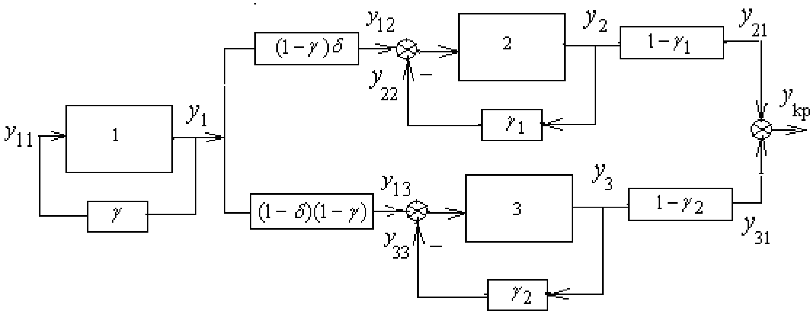


Рис. 8.1. Структурна схема

Отже,

$$y_1 = y_{11} + y_{12} + y_{13}; y_{kp} = y_{21} + y_{31}; \; y_2 = y_{21} + y_{22};$$

$$y_3 = y_{33} + y_{31}; \quad y_{13} = (1-\gamma)(1-\delta)y_1;$$

$$y_{11} = \gamma\, y_1; \quad y_{12} = (1-\gamma)\delta\, y_1; \; y_{22} = \gamma_1\, y_2;$$

$$y_{21} = (1-\gamma_1)\, y_2; \quad y_{33} = \gamma_2\, y_3; \quad y_{31} = (1-\gamma_2) y_3,$$

де y_{kp} – кінцева продукція виробничої системи.

У цьому випадку математична модель процесу взаємодії трьох підприємств запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + a_{11}y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + a_{22}y_2 = a_{12}y_1, \quad y_2(0) = y_{20} \\ &\dot{y}_3 + a_{33}y_3 = a_{13}y_1, \quad y_3(0) = y_{30} \end{aligned} \tag{8.1}$$

де $a_{11} = \dfrac{\beta_1 - \gamma}{m_1}$; $a_{22} = \dfrac{\beta_2 - \gamma_1}{m_2}$; $a_{33} = \dfrac{\beta_3 - \gamma_2}{m_3}$; $a_{12} = \dfrac{(1-\gamma)\delta}{m_2}$;

$a_{13} = \dfrac{(1-\delta)(1-\gamma)}{m_3}$, m_i, β_i – відповідно фондомісткість і коефіцієнт вибуття ОВФ i – го підприємства. Залежно від значень $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ можливі різні ситуації в розвитку виробничої системи.

В роботі [6] доведено, що оптимальні параметри можна визначати на математичних моделях без зовнішнього впливу, так як при будь-якому впливі в синтезуючої функції буде складова, що гасить його. Тому запішемо математичну модель (8.1) у вигляді

$$\begin{aligned} &m_1\dot{y}_1 + \beta_1 y_1 - \gamma\, y_1 = 0; \\ &m_2\dot{y}_2 + \beta_2 y_2 - \gamma_1 y_2 = 0; \\ &m_3\dot{y}_3 + \beta_3 y_3 - \gamma_2 y_3 = 0. \end{aligned} \tag{8.2}$$

Представимо систему (8.2) в матричній формі

$$M\dot{Y} + FY - CY = 0, \tag{8.3}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 \end{bmatrix};$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}; \quad \dot{Y} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix}.$$

Математичну модель (8.3) приймемо в якості моделі-аналога проектованого процесу.

Запишемо систему (8.2) у вигляді

$$\begin{aligned} &m_1\dot{y}_1 = -\beta_1 y_1 - u_1; \\ &m_2\dot{y}_2 = -\beta_2 y_2 - u_2; \\ &m_3\dot{y}_3 = -\beta_3 y_3 - u_3. \end{aligned} \tag{8.4}$$

або

$$\dot{y}_1 = -\frac{1}{m_1}(\beta_1 y_1 + u_1);$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{1}{m_2}(\beta_2 y_2 + u_2); \qquad (8.5)$$

$$\dot{y}_3 = -\frac{1}{m_3}(\beta_3 y_3 + u_3),$$

де u_1, u_2, u_3 – невідомі синтезуючі функції.

Представимо систему (8.5) в матричній формі

$$\dot{Y} = -M^{-1}(FY + BU), \qquad (8.6)$$

де $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$ – вектор стану процесу; $U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$ – вектор управління;

$$F = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M^{-1} = \begin{bmatrix} 1/m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m_3 \end{bmatrix}$$

– постійні матриці.

Формулювання задачі синтезу: знайти фізично здійсненну синтезуючу функцію рівняння (8.6), яка забезпечує мінімум функціоналу (8.7).

$$J = \int_0^\infty \sum_{i=1}^{3} (\alpha_i y_i^2 + \mu_i u_i^2)dt \qquad (8.7)$$

або в матричній формі $J = \int_0^\infty (Y^{'} PY + U^{'} GU)dt, \qquad (8.8)$

де $P = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix}$; $G = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{bmatrix}$ – матриці вагових коефіцієнтів функціонала якості.

Ставиться завдання - встановити розрахункові формули для параметрів проектування: частки потоку валової продукції $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$, які направляються підприємствами на розвиток власного виробництва. Фізичний смисл функціоналу - витрати грошових коштів на підтримку стабільного функціонування процесу.

При цьому кінцева продукція виробничої системи, яку направляють на зовнішнє споживання повинна бути максимальна.

Розглянемо рішення задачі проектування матричним методом динамічного програмування.

Необхідною умовою оптимальності є рішення нелінійного алгебраічного рівняння Ріккаті

$$P + SF + F'S - SBG^{-1}B'S = 0, \qquad (8.9)$$

де $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix}$ – симетрична позитивно визначена матриця.

Запишемо рівняння (8.9) в розгорнутому вигляді.

Звідки виходить система нелінійних алгебраїчних рівнянь для визначення елементів симетричної матриці S .

$$\begin{bmatrix}\alpha_1 & 0 & 0\\ 0 & \alpha_2 & 0\\ 0 & 0 & \alpha_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & S_{13}\\ S_{12} & S_{22} & S_{23}\\ S_{13} & S_{23} & S_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_1 & 0 & 0\\ 0 & \beta_2 & 0\\ 0 & 0 & \beta_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\beta_1 & 0 & 0\\ 0 & \beta_2 & 0\\ 0 & 0 & \beta_3\end{bmatrix}*$$

$$*\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & S_{13}\\ S_{12} & S_{22} & S_{23}\\ S_{13} & S_{23} & S_{33}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & S_{13}\\ S_{12} & S_{22} & S_{23}\\ S_{13} & S_{23} & S_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1/\mu_1 & 0 & 0\\ 0 & 1/\mu_2 & 0\\ 0 & 0 & 1/\mu_3\end{bmatrix}*$$

$$*\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & S_{13}\\ S_{12} & S_{22} & S_{23}\\ S_{13} & S_{23} & S_{33}\end{bmatrix}=0.$$

$$\begin{cases}\alpha_1+2\beta_1 S_{11}-S_{11}^2/\mu_1-S_{12}^2/\mu_2-S_{13}^2/\mu_3=0;\\ \alpha_2+2\beta_2 S_{22}-S_{22}^2/\mu_2-S_{12}^2/\mu_1-S_{23}^2/\mu_3=0;\\ \alpha_3+2\beta_3 S_{33}-S_{33}^2/\mu_3-S_{13}^2/\mu_1-S_{23}^2/\mu_2=0;\\ (\beta_1+\beta_2)S_{12}-S_{11}S_{12}/\mu_1-S_{12}S_{22}/\mu_2-S_{13}S_{23}/\mu_3=0;\\ (\beta_1+\beta_3)S_{13}-S_{11}S_{13}/\mu_1-S_{12}S_{23}/\mu_2-S_{13}S_{33}/\mu_3=0;\\ (\beta_2+\beta_3)S_{23}-S_{12}S_{13}/\mu_1-S_{22}S_{23}/\mu_2-S_{23}S_{33}/\mu_3=0.\end{cases}$$

Отримали систему алгебраїчних рівнянь.

У матриці C моделі аналога процесу проектовані параметри $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ розташовані на головній діагоналі, інші елементи матриці дорівнюють нулю. Тому приймаємо $S_{12}=S_{13}=S_{23}=0$, тоді елементи матриці C з урахуванням її позитивної визначеності обчислюются по формулах

$$\begin{aligned}S_{11}&=\mu_1(\beta_1+\sqrt{\beta_1^2+\alpha_1/\mu_1});\\ S_{22}&=\mu_2(\beta_2+\sqrt{\beta_2^2+\alpha_2/\mu_2});\\ S_{33}&=\mu_3(\beta_3+\sqrt{\beta_3^2+\alpha_3/\mu_3}).\end{aligned}\qquad(8.10)$$

Вектор управління визначається матричним виразженням

$$U = -G^{-1}B^{'}SY = -\begin{bmatrix} 1/\mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\mu_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & 0 \\ 0 & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} =$$

$$= -\begin{bmatrix} S_{11}/\mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_{22}/\mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}/\mu_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = -DY. \tag{8.11}$$

Підставимо вектор управління (8.11) в (8.6) і врахуємо, що $BU = U$, то отримаємо

$$\dot{Y} = -M^{-1}(FY - DY),$$

або $$M\dot{Y} + FY - DY = 0, \tag{8.12}$$

Порівнюючи (8.12) з моделлю-аналогом керованого процесу (8.3), відзначаємо рівність матриць $C = D$, тобто

$$\begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}/\mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_{22}/\mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}/\mu_3 \end{bmatrix} \tag{8.13}$$

Порівнюючи елементи матриць в рівності (8.13), отримуємо аналітичні залежності для визначення параметрів проектування $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$:

$$\begin{aligned} \gamma &= S_{11}/\mu_1 = \beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 + \alpha_1/\mu_1}; \\ \gamma_1 &= S_{22}/\mu_2 = \beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + \alpha_2/\mu_2}; \\ \gamma_2 &= S_{33}/\mu_3 = \beta_3 + \sqrt{\beta_3^2 + \alpha_3/\mu_3}. \end{aligned} \tag{8.14}$$

Отримали аналітічні залежності, що легко програмуются. Для розрахунків необхідно мати значення вагових коефіцієнтів функціонала якості.

8.3. Вибір вагових коефіцієнтів квадратичного функціонала якості

Елементи матриць P і G звичайно вибирають методом проб і помилок, що суттєво ускладнює синтез систем по даному критерію. При рішенні цієї проблеми необхідно виходити з основного призначення проектованого процесу. В даному випадку параметрами проектування є частки потоку валової продукції $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$, що залишаються підприємствами на розвиток власного виробництва.

Для отримання фізично реалізуємого процесу досліджуємо залежність основних динамічних показників підприємств від вагових коефіцієнтів, представлену формулами (8.14).

$$\gamma_i = \beta_i + \sqrt{\beta_i^2 + \alpha_i / \mu_i}, \, i = 1,2,3. \qquad (8.15)$$

$$\gamma_i - \beta_i = \sqrt{\beta_i^2 + \alpha_i / \mu_i};$$

$$\gamma_i^2 - 2\gamma_i \beta_i + \beta_i^2 = \beta_i^2 + \alpha_i / \mu_i;$$

$$\alpha_i = \mu_i (\gamma_i^2 - 2\gamma_i \beta_i);$$

$$0 \le \gamma_i \le 1; \quad 0{,}08 \le \beta_i \le 0{,}3.$$

Позначимо $\mu_i = \mu = 100; \quad \alpha_i = \alpha; \quad \gamma_i = \gamma; \quad \beta_i = \beta$ і визначимо діапазон зміни вагового коефіцієнта α.

Результати розрахунку наведено в таблиці 8.1.

Таблиця 8.1

Діапазон зміни вагового коефіцієнта α

	A	B	C	D	E	F	G
1	mu						
2	100						
3	gamma	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
4	beta	alfa					
5	0,08	4,2	9,6	17	26,4	37,8	51,2
6	0,1	3	8	15	24	35	48
7	0,12	1,8	6,4	13	21,6	32,2	44,8
8	0,14	0,6	4,8	11	19,2	29,4	41,6
9	0,16	-0,6	3,2	9	16,8	26,6	38,4
10	0,18	-1,8	1,6	7	14,4	23,8	35,2
11	0,2	-3	0	5	12	21	32
12	0,22	-4,2	-1,6	3	9,6	18,2	28,8
13	0,24	-5,4	-3,2	1	7,2	15,4	25,6
14	0,26	-6,6	-4,8	-1	4,8	12,6	22,4
15	0,28	-7,8	-6,4	-3	2,4	9,8	19,2
16	0,3	-9	-8	-5	0	7	16

Отже, в алгоритм пошука проектних рішень необхідно закласти μ=100 і зміну α від 4 до 52.

8.4. Алгоритм пошуку проектних рішень

Для формування виробничої системи з трьох підприємств потрібно вибрати таку сукупність параметрів проектування, яка забезпечить максимум спрямованної на зовнішнє споживання кінцевої продукції. Отже, в алгоритмі пошуку проектних рішень повинен бути алгоритм розрахунку кінцевої продукції виробничої системи.

Алгоритм пошуку проектних рішень приведено на рис. 8.2, алгоритм розрахунку кінцевої продукції виробничої системи – на рис. 8.3.

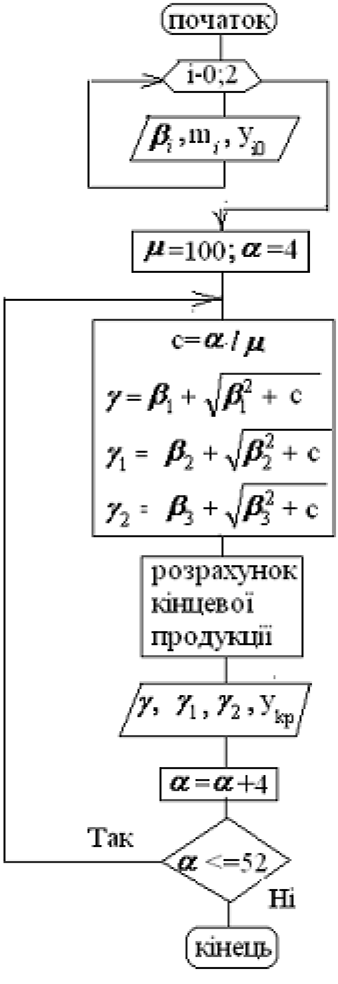


Рис. 8.2. Алгоритм пошуку проектних рішень

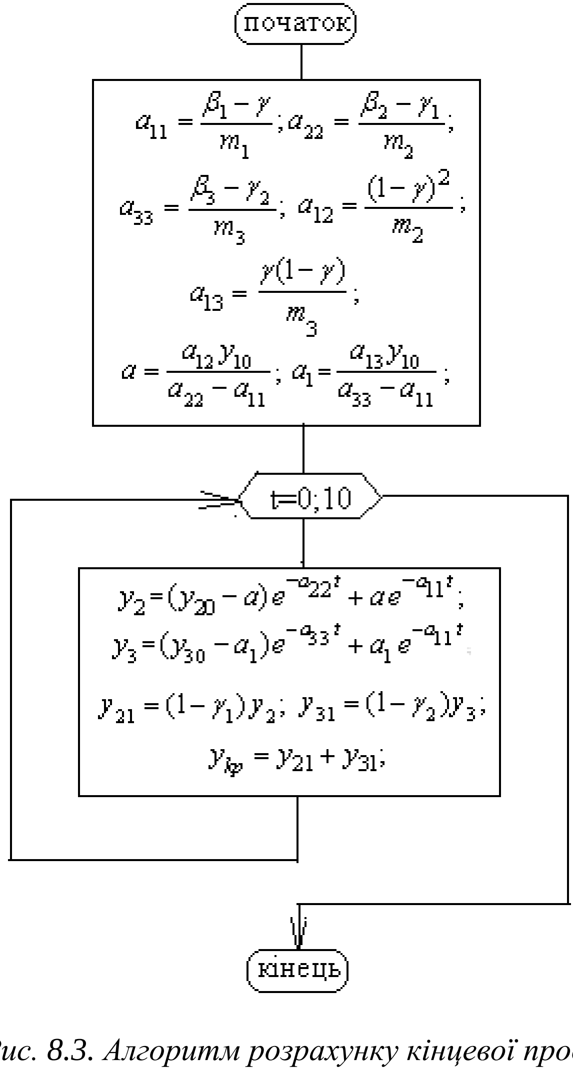


Рис. 8.3. Алгоритм розрахунку кінцевої продукції виробничої системи

Зі структурної схеми процесу взаємодії трьох підприємств, представленої на рис. 8.1, маємо:

$$y_{kp} = y_{21} + y_{31};$$

$$y_{21} = (1-\gamma_1)\,y_2; \quad y_{31} = (1-\gamma_2)\,y_3;$$

$$y_2 = (y_{20} - a)\,e^{-a_{22}t} + a\,e^{-a_{11}t};$$

$$y_3 = (y_{30} - a_1)\,e^{-a_{33}t} + a_1\,e^{-a_{11}t};$$

$$a = \frac{a_{12}y_{10}}{a_{22} - a_{11}}; \; a_1 = \frac{a_{13}y_{10}}{a_{33} - a_{11}};$$

$$a_{11} = \frac{\beta_1 - \gamma}{m_1}; \, a_{22} = \frac{\beta_2 - \gamma_1}{m_2}; \, a_{33} = \frac{\beta_3 - \gamma_2}{m_3}; \, a_{12} = \frac{(1-\gamma)\delta}{m_2};$$

$$a_{13} = \frac{(1-\delta)(1-\gamma)}{m_3}.$$

Створюється програмний продукт «OPTIMA», що містить програмні модулі оптимізації параметрів процесу взаємодії трьох підприємств і розрахунку кінцевої продукції виробничої системи. Згідно результатів розрахунку друкується сукупність параметрів проектування і значення кінцевої продукції. Після закінчення роботи програми треба вибрати ту сукупність параметрів проектування, яка забезпечила максимум кінцевої продукції.

Ефективність оптимізації потрібно підтвердити моделюванням процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі по схемі рис. 7.11.

8.5. Управління зростанням і розвитком підприємства на основі інноваційної діяльності

Розглянемо підприємство, на вхід якого надходять основні (ОВФ) і оборотні (ОБВФ) виробничі фонди, а виходом є готова продукція. Підприємство випускає однотипну продукцію. Бюро здійснює інноваційну діяльність шляхом розробки і впровадження нових виробів і технологій. Поглинаючи частину ресурсів підприємства, тобто частину ОВФ $v(t)$ і ОБВФ $w(t)$, частина потужності $y(t)$ і випуску $x(t)$ підприємства, БІД створює механізм управління $u(t)$ ростом і розвитком підприємства [49] .

На рисунку 8.4 представлена відповідна система управління. Позначення: ПО - блок перетворення основних і оборотних виробничих фондів; БІД - бюро інноваційної діяльності; v_{bn}, w_{bn} - зовнішні надходження ОВФ і ОБВФ на підприємство, наприклад, банківський кредит; $U(t)$ - валовий випуск (готова продукція) підприємства.

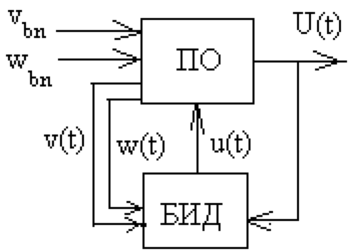


Рис. 8.4. Система управління ростом і розвитком підприємства

На потік, що випускається накладено обмеження

$$U(t) = (1-\rho)x(t) + \rho y(t);$$

$$\rho = \begin{cases} 1, \text{ якщо } x(t) \geq y(t); \\ 0, \text{ якщо } x(t) < y(t), \end{cases} \qquad (8.16)$$

де ρ – символ Кронекера.

Обмеження по потужності означає, що продукція $x(t)$, що випускається підприємством в одиницю часу, не може перевищувати потужності $y(t)$ і бути негативної.

Величина $u(t)$ - керуючий вплив інноваційної діяльності на ПО

$$u(t) = s\,U(t),$$

де s - узагальнений техніко-економічний показник інноваційної діяльності, який відображає рівень науково-технічного розвитку підприємства і моделює діяльність БІД.

Отже,

$$u(t) = s[(1-\rho)x(t) + \rho y(t)]. \qquad (8.17)$$

Визначимо вплив інноваційної діяльності на виробничу потужність підприємства.

Найпростіша модель потужності підприємства має вигляд [28]:

$$\frac{dmy}{dt} + \beta\, y = v, \quad y(t_o) = y_o; \qquad (8.18)$$

де y – виробнича потужність підприємства; v – потік основних фондів; β – коефіцієнт вибуття або старіння основних фондів; m – миттєва фондомісткість основних фондів підприємства з випуску даної продукції

Фондомісткість аналогічна масі матеріальної точки, тобто вона характеризує інертність підприємства до збільшення виробничої потужності. Фондомісткість змінюється при будь-якої зміні: в структурі підприємства, використання обладнання, площ, технології виробництва або виробленого вироби. При поліпшенні технології, розкритті внутрішніх ресурсів, застосуванні досягнень науково-технічного прогресу фондомісткість підприємства повинна спадати. Чим менше фондомісткість,тим вище рівень виробництва. Похідна фондомісткісті $\frac{dm}{dt}$ характеризує темп поліпшення розвитку підприємства в смислі розвитку технічного рівня, оснащення. Умова позитивного розвитку підприємства - похідна фондомісткості за часом повинна бути негативною.

Отже, вплив діяльності бюро на виробничу потужність підприємства можна відображати в математичних моделях зі змінною фондомісткістю.

Рівняння потужності можна записати у вигляді:

$$\frac{dmy}{dt} + \alpha my = v\,, \tag{8.19}$$

де α – коефіцієнт вибуття, що характеризує швидкість необхідного оновлення обладнання, площ та інш. У разі змінної фондомісткості математична модель потужності:

$$\begin{array}{l} \dot{y} = (s-\alpha)y + u/m; \\ \dot{m} = -sm. \end{array}, \quad y(t_o) = y_o; \qquad m(t_o) = m_o, \tag{8.20}$$

Математична модель розвитку підприємства має вигляд [17]:

$$\begin{gathered} \frac{dm_v y}{dt} + \beta_v y = v; \quad y(t_o) = y_o; \quad t \in [0, T]; \\ \frac{dm_w x}{dt} + \beta_w x = w; \quad x(t_o) = x_o; \\ u(t) = (1-\rho)x(t) + \rho y(t); \\ \rho = \begin{cases} 1, \; \text{ÿêùî} \quad x(t) \ge y(t); \\ 0, \; \text{ÿêùî} \quad x(t) < y(t), \end{cases} \end{gathered} \tag{8.21}$$

где $u(t)$ – обмеження по потужності на потік продукції, що випускається; $m_w(t)$ – миттєва фондомісткість оборотних фондів; β_w – коефіцієнт вибуття оборотних фондів; ρ – символ Кронекера; T – горизонт (період) планування.

Структурна схема моделі розвитку підприємства представлена на рис. 8.5. Блок ОМ моделює обмеження по потужності на продукцію, що випускається підприємством в одиницю часу. Рис. 8.6 пояснює роботу блоку ОМ.

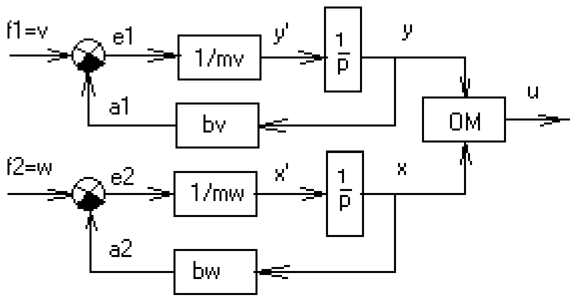


Рис. 8.5. Структурна схема моделі розвитку підприємства при постійній фондомісткості

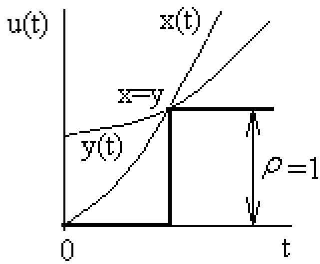


Рис. 8.6. Принцип роботи блоку ОМ

За структурною схемою складається програма на мові системи моделювання PDS і виконується моделювання.

Математична модель розвитку підприємства зі змінною фондомісткістю має вигляд:

$$\begin{aligned}
&\frac{dy}{dt} = (s_v - \alpha_v)y + v/m_v; \quad y(t_o) = y_o; \quad t \in [0, T];\\
&\frac{dx}{dt} = (s_w - \alpha_w)x + w/m_w; \quad x(t_o) = x_o;\\
&\frac{dm_v}{dt} = -s_v m_v; \quad m_v(t_o) = m_{vo};\\
&\frac{dm_w}{dt} = -s_w m_w; \quad m_w(t_o) = m_{wo};\\
&u(t) = (1-\rho)x(t) + \rho y(t);\\
&\rho = \begin{cases} 1, \textit{якщо } x(t) \ge y(t); \\ 0, \textit{якщо } x(t) < y(t), \end{cases}
\end{aligned} \tag{8.22}$$

де s_w, s_v - відповідно показник відображення рівня науково-технічного розвитку оборотних і основних фондів. Структурна схема моделі (8.22) представлена на рис. 8.7

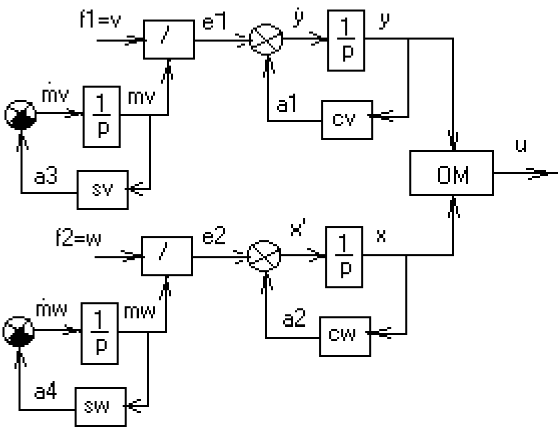


Рис. 8.7. Ускладнена структурна схема моделі

Моделювання виконувалось при наступних даних:

$m_{v0} = 1{,}5;\quad \beta_v = 0{,}08;\quad v = 100;\quad s_v = 0{,}04;$

$m_{w0} = 1{,}2;\quad \beta_w = 0{,}06;\quad w = 80;\quad s_w = 0{,}02.$

Результати моделювання представлені на рис. 8.8-8.10. Якщо $s_w = s_v$, то графіки відповідають графікам рис. 8.8. Графіки ріс.8.10 отримані при $s_w < s_v$.

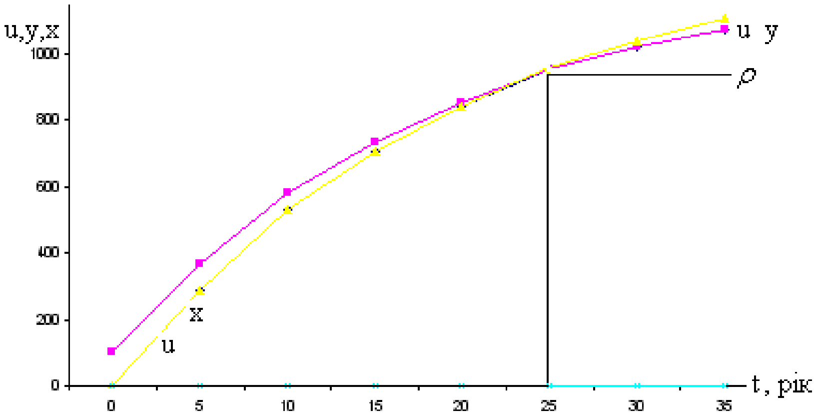


Рис. 8.8. Результати моделювання при $s_w = s_v$

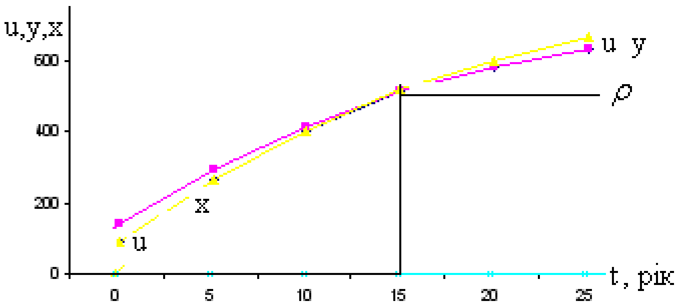


Рис. 8. 9 . Результати моделювання при $s_w > s_v$

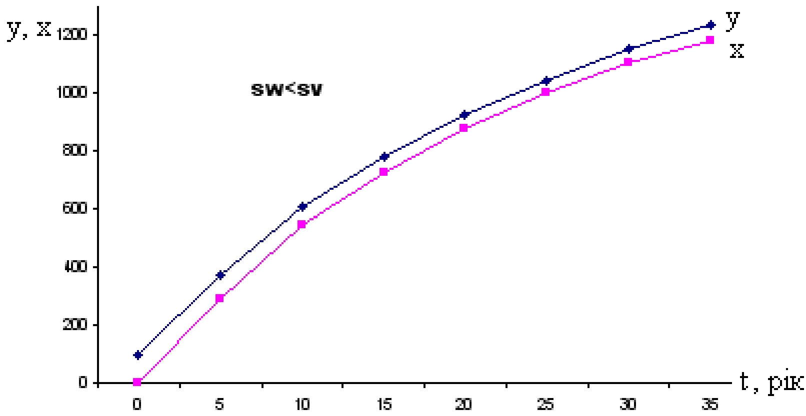


Рис. 8.10. Результати моделювання при $s_w < s_v$

Аналіз графіків свідчить про те, що при:

– $s_w < s_v$ є недовикористання виробничої потужності підприємства;

– $s_w = s_v$ час виходу процесу випуску продукції на задану потужність відповідає часу, отриманого при постійному значенні фондомісткості;

– $s_w > s_v$ випуск продукції прискорюється, тобто час виходу процесу на задану потужность зменшується.

Крім того, з плином часу виробнича потужність підприємства збільшується, а фондомісткість зменшується. Отже, підприємству доцільно мати бюро інноваційної діяльності.

8.6. Методика формування виробничих систем

Розглянемо питання формування виробничої системи з трьох підприємств, що випускають різну екологічно чисту продукцію. Перше підприємство будує екологічно чисті будинки і є фондотворчим, друге – виробляє екологічно чисті оздоблювальні матеріали, а третє – виробляє екологічно чисті утеплювальні матеріали. Для цього виконується аналіз стійкості функціонування підприємств і їх поведінку в кризових ситуаціях. Потім досліджується процес взаємодії підприємств, коли проміжна продукція всіх підприємств йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція фондотворчого підприємства розподіляється порівну між двома іншими підприємствами. Кінцева продукція другого і третього підприємства спрямовується на зовнішнє споживання.

Мета – сформувати виробничу систему з трьох підприємств, що випускають різну екологічно чисту продукцію, встановити залежність кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств і вплив на неї параметрів підприємств.

Завдання дослідження:

– перевірити стійкість функціонування кожного підприємства;
– дослідити вплив параметрів підприємства на виробничу потужність;
– дослідити залежність обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств;
– шляхом побудови лінії тренду підібрати теоретичні криві.

Об'єкт дослідження – три підприємства, що випускають різну екологічно чисту продукцію.

Предмет дослідження – параметри, що характеризують процес взаємодії підприємств в єдиній виробничій системі: виробнича потужність; розподіл проміжної і кінцевої продукції.

8.6.1. Дослідження впливу параметрів підприємства на виробничу потужність

Якщо продукція, що випускається підприємствами, не йде на розвиток їх виробничої потужності, то рівняння потужності має вигляд [33]

$$\frac{dm_i y_i}{dt} + \beta_i y_i = 0, \quad y_i(0) = y_{i0},$$

де y_i – виробнича потужність i – го підприємства; m_i – миттєва фондомісткість основних виробничих фондів (ОВФ) i – го підприємства; β_i – коефіцієнт вибуття ОВФ i – го підприємства.

Тоді при постійних фондомісткостях і коефіцієнтах вибуття ОВФ маємо

$$y_i(t) = y_{i0} e^{-\beta_i t},$$

тобто потужність – спадна функція. Потужність знижується за рахунок вибуття, старіння ОВФ. Автор роботи [16] вважає, що при змінній фондомісткості потужність може зберігатися або навіть збільшуватися. Змінність фондомісткості означає, що на підприємстві є організаційні, структурні зміни. При цьому розвиток підприємства відбувається не в сенсі простого зростання потужності, а в сенсі якісної зміни підприємства.

Диференційне рівняння потужності одного підприємства при змінному значенні фондомісткості і вкладенні ОВФ в розвиток виробництва має вигляд:

$$\frac{dm}{dt}y + m\frac{dy}{dt} + \alpha my = v, \qquad (8.23)$$

де $\alpha = \beta / m$.

Диференційне рівняння фондомісткості [16]:

$$\frac{dm}{dt} = -sm, \quad m(0) = m_o, \qquad (8.24)$$

де s – узагальнений техніко-економічний показник відображення рівня науково-технічного розвитку підприємства, має рішення

$$m = m_o \exp(-st). \qquad (8.25)$$

Після підстановки (8.24) і (8.25) в рівняння (8.23) отримаємо

$$\frac{dy}{dt} + (\alpha - s)y = \frac{v}{m_o}e^{st}, \quad y(0) = y_o. \qquad (8.26)$$

Виконаємо моделювання виробничої потужності підприємств в системі моделювання МВТП 3.7.

Схема моделювання, представлена на рисунку 8.11, складена за математичною моделлю [33].

$$\begin{aligned} \dot{y} &= (s - \alpha)y + v / m;\ y(0) = y_0 \\ \dot{m} &= -sm,\ m(0) = m_0. \end{aligned} \qquad (8.27)$$

В роботі [10] доведено, що підприємства функціонують стійко, якщо

$$0{,}08 \le \beta \le 0{,}3\ ;\ 0{,}2 \le m_o \le 4{,}9;\ 0{,}002 \le s \le 0{,}052.$$

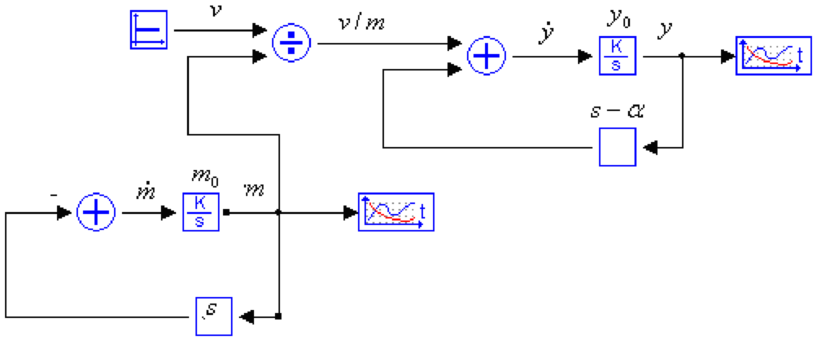


Рис 8.11. Схема моделювання

Параметри підприємств наведені в таблиці 8.1. Деякі результати моделювання представлені на рисунках 8.12-8.14.

Т а б л и ц я 8. 1

Параметри підприємств

	Підприємство		
	перше	друге	третє
m_0	1,4	1,8	2,1
β	0,1	0,096	0,15
S	0,005	0,006	0,003
y_o ,у.о. на рік	500	400	600
v ,у.о. на рік	200	200	300

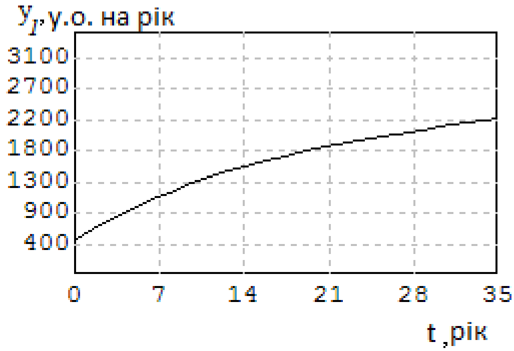


Рис. 8.12. Потужність першого підприємства

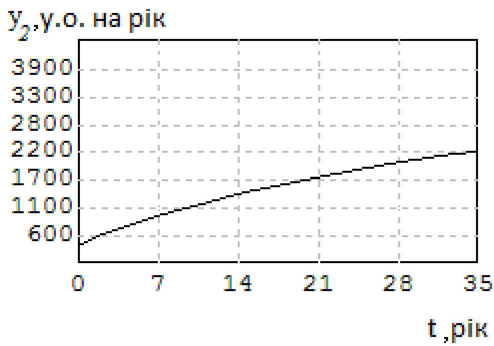


Рис. 8.13. Потужність другого підприємства

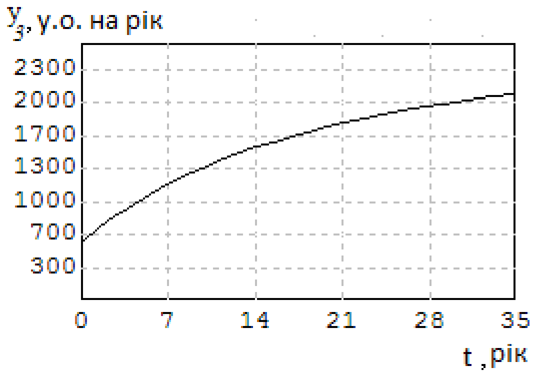


Рис. 8.14. Потужність третього підприємства

У результаті моделювання встановлено, що параметри підприємтсв суттєво впливають на їх виробничу потужність. Так, третє підприємтсво, незважаючи на кращі початкові умови функціонування, повільно нарощує виробничу потужність.

8.6.2. Моделювання потужності підприємств при відсутності науково-технічного розвитку

В рівняннях (8.26) і (8.27) призначимо техніко-економічний показник відображення рівня науково-технічного розвитку підприємства s=0. Рівняння приймуть вигляд:

$$\frac{dy}{dt} + \alpha y = \frac{v}{m}, \qquad y(0) = y_o \tag{8.28}$$

$$\dot{y} = -\alpha\, y + v/m;\ y(0) = y_0 \tag{8.29}$$

Схема моделювання представлена на рисунку 8.15.

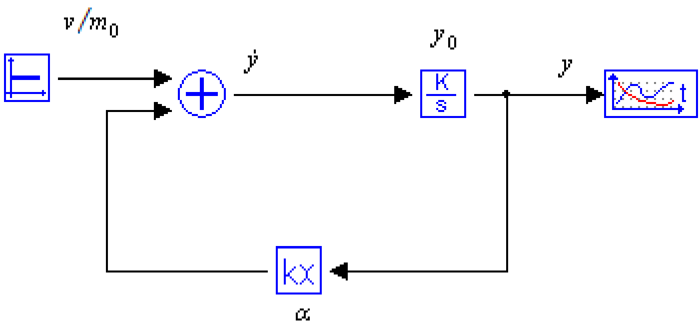


Рис. 8.15. Схема моделювання

Деякі результати моделювання представлені на рисунках 8.16-8.18.

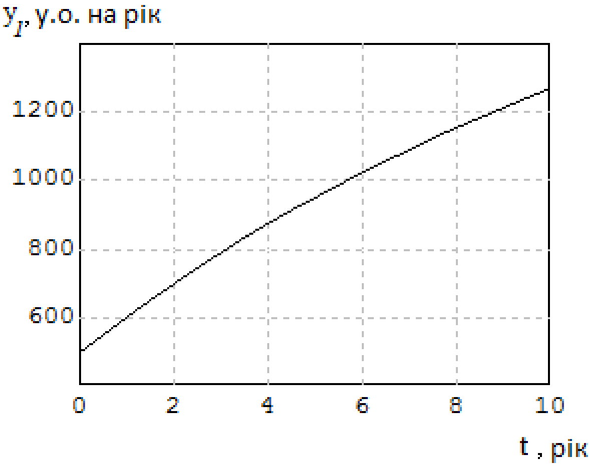


Рис.8.16. Потужність першого підприємства

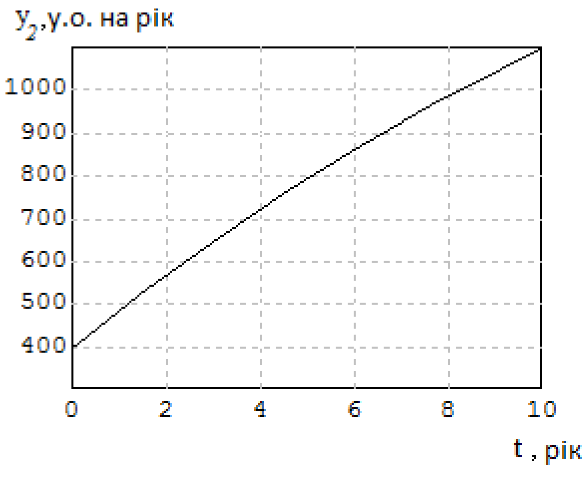


Рис.8.17. Потужність другого підприємства

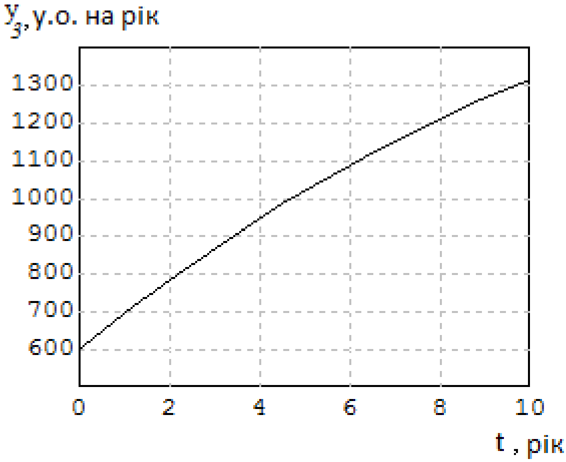


Рис.8.18. Потужність третього підприємства

Порівнюючи графіки виробничої потужності підприємств рисунків 8.12-8.14 і рисунків 8.16-8.18 відзначаємо, що науково-технічний розвиток підприємств може істотно збільшити їх виробничу потужність.

Знайдемо відсоткове значення збільшення виробничої потужності підприємств з науково-технічним розвитком:

– перше підприємство: $\dfrac{2200-1300}{2200} = 41\%$;

– друге підприємство: $\dfrac{2200-1100}{2200} = 50\%$;

– третє підприємство: $\dfrac{2100-1300}{2100} = 38\%$.

Відповідно, науково-технічний розвиток підприємств може підвищити виробничу потужність в середньому на 42%.

8.6.3. Моделювання кризових ситуацій всередині підприємства

Моделювання кризових ситуацій всередині підприємств виконано за схемою моделювання з рисунку 8.11 і методикою роботи [36]. Досліджено вплив на виробничу потужність підприємств:

- узагальненого техніко-економічного показника відображення рівня науково-технічного розвитку підприємства (s =0,01; 0,03; 0,05);
- коефіцієнта вибуття ОВФ (β =0,08; 0,16; 0,32);
- потоку ОВФ, що знову надходить у виробництво (v =200; 50; 0).

Деякі результати моделювання представлені на рисунках 8.19-8.24.

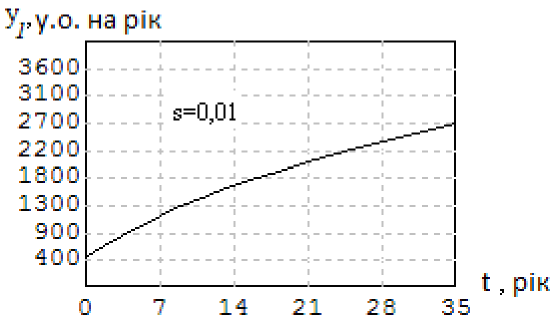


Рис.8.19. Потужність першого підприємства

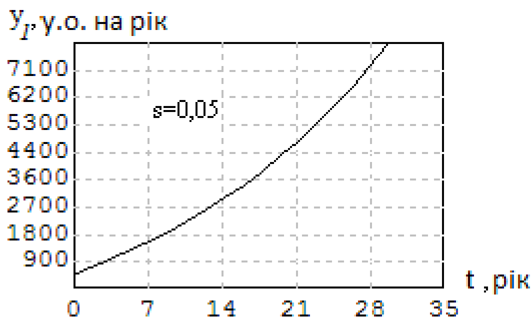


Рис. 8.20. Потужність першого підприємства

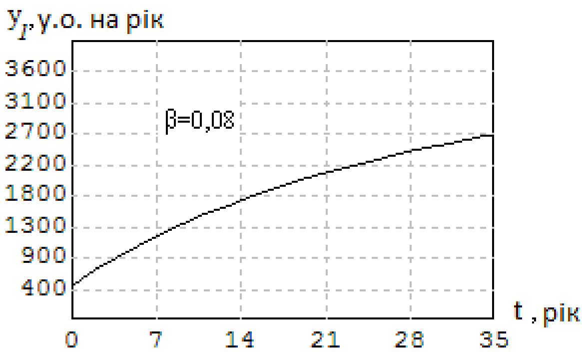


Рис. 8.21. Потужність першого підприємства

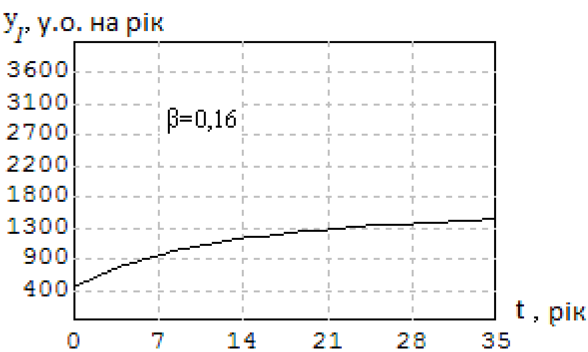


Рис. 8.22. Потужність першого підприємства

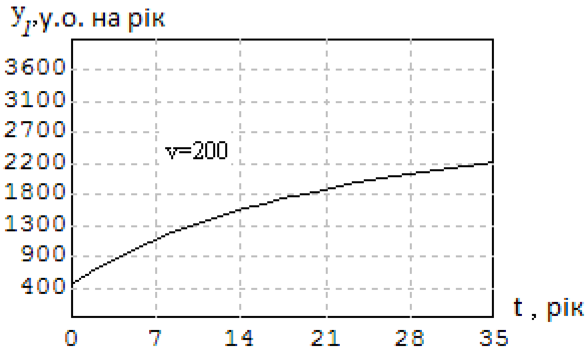


Рис. 8.23. Потужність першого підприємства

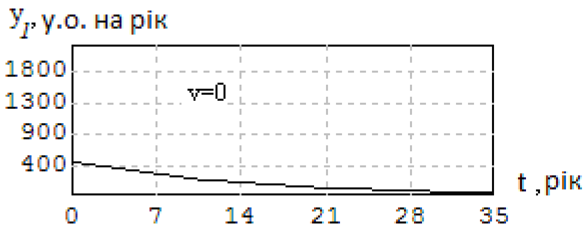


Рис. 8 24. Потужність першого підприємства

Встановлено, що кризові ситуації на підприємстві можуть настати в тому випадку, якщо воно або:

– має низький рівень науково-технічного розвитку;
– коефіцієнт вибуття ОВФ більше 0,3;
– не вкладає інвестиції в розвиток основного виробництва.

Параметри досліджуемих підприємств забезпечують їх стійкість функціонування, тобто підприємства можливо об’єднати в єдину виробничу систему.

Установлення ефективності функціонування виробничої системи виконується шляхом моделювання процесу взаємодії підприємств.

8.6.4. Моделювання процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі

Вже згадана виробнича система має три підприємства, що випускають різну екологічно чисту продукцію. Перше підприємство будує екологічно чисті будинки і є фондотворчим; друге – виробляє екологічно чисті оздоблювальні матеріали; третє – виробляє екологічно чисті утеплювальні матеріали. Друге і третє підприємства випускають взаємозамінну, в сенсі споживання, продукцію. Проміжна продукція всіх підприємств йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція фондотворчого підприємства розподіляється порівну між двома іншими підприємствами. Кінцева продукція другого і третього підприємства спрямовується на зовнішнє споживання.

Структурна схема представлена на рисунку 8.25.

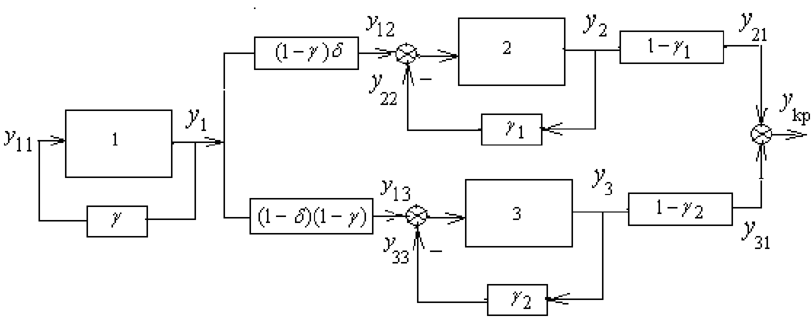


Рис. 8.25. Структурна схема

На рисунку 8.25. позначено: y_i – виробнича потужність i – го підприємство; $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ – частка потоку, що випускається, залишена підприємствами на розвиток власного виробництва; δ – частка потоку кінцевої продукції, що розподіляється між другим і третім підприємствами.

Отже,

$$y_1 = y_{11} + y_{12} + y_{13}; y_{kp} = y_{21} + y_{31};\ y_2 = y_{21} + y_{22};$$
$$y_3 = y_{33} + y_{31}; \quad y_{13} = (1-\gamma)(1-\delta)y_1;$$
$$y_{11} = \gamma\, y_1; \quad y_{12} = (1-\gamma)\delta\, y_1;\ y_{22} = \gamma_1 y_2;$$
$$y_{21} = (1-\gamma_1)\, y_2; \quad y_{33} = \gamma_2\, y_3; \quad y_{31} = (1-\gamma_2)y_3,$$

де y_{kp} – кінцева продукція виробничої системи.

У цьому випадку математична модель процесу взаємодії трьох підприємств запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} &\dot{y}_1 + a_{11}y_1 = 0, \quad y_1(0) = y_{10} \\ &\dot{y}_2 + a_{22}y_2 = a_{12}y_1, \quad y_2(0) = y_{20} \\ &\dot{y}_3 + a_{33}y_3 = a_{13}y_1, \quad y_3(0) = y_{30} \end{aligned} \tag{8.30}$$

де $a_{11} = \dfrac{\beta_1 - \gamma}{m_1}$; $a_{22} = \dfrac{\beta_2 - \gamma_1}{m_2}$; $a_{33} = \dfrac{\beta_3 - \gamma_2}{m_3}$; $a_{12} = \dfrac{(1-\gamma)\delta}{m_2}$;

$a_{13} = \dfrac{(1-\delta)(1-\gamma)}{m_3}$, m_i, β_i – відповідно фондомісткість і коефіцієнт вибуття ОВФ i – го підприємства.

В роботі [39] отримано аналітичний розв'язок системи диференційних рівнянь (8.30)

$$y_1 = y_{10}e^{-a_{11}t};$$
$$y_2 = (y_{20} - a)e^{-a_{22}t} + a\, e^{-a_{11}t};$$
$$y_3 = (y_{30} - a_1)e^{-a_{33}t} + a_1\, e^{-a_{11}t}, \tag{8.31}$$

де $a = \dfrac{a_{12} y_{10}}{a_{22} - a_{11}}$, $a_1 = \dfrac{a_{13} y_{10}}{a_{33} - a_{11}}$.

Отже, виробнича потужність підприємств залежить від параметрів підприємств, способу розподілу їх валової продукції і початкових умов функціонування.

Запишем рівняння (8.30) у вигляді

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= -a_1 y_1 + a_2 \gamma\, y_1; \\
\dot{y}_2 &= -a_3 y_2 + \gamma_1 a_4 y_2 + \delta\, a_4 y_1 - \delta\, a_4\, \gamma\, y_1; \\
\dot{y}_3 &= -a_5 y_3 + \gamma_2 a_6 y_3 + a_6 y_1 - \gamma\, a_6 y_1 - \delta\, a_6 y_1 + \gamma\, \delta\, a_6 y_1.
\end{aligned} \tag{8.32}$$

В рівняннях (8.32) позначено:

$$a_1 = \beta_1 / m_1;\ a_2 = 1/ m_1;\ a_3 = \beta_2 / m_2;$$

$$a_4 = 1/ m_2;\ a_5 = \beta_3 / m_3;\ a_6 = 1/ m_3.$$

Схема моделювання представлена на рисунку 8.26 [39].

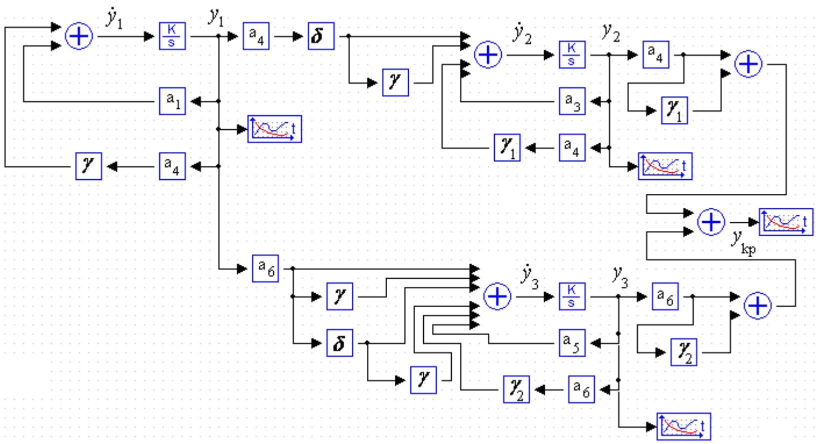


Рис. 8.26. Схема моделювання

Схема моделювання містить суматори, інтегратори, підсилювачі і блоки видачі графічної інформації. Числова інформація видається за допомогою текстового редактора. Схема моделювання реалізується в середовищі МВТП 3.7.

Програма моделювання

Дослідження процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі виконується поетапно.

Перший етап – дослідження залежності обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств при наступних даних:

m_1=1,4; m_2=1,8; m_3=2,1; β_1=0,1; β_2=0,096; β_3=0,15; y_{10}=500 у.о./рік; y_{20}=400 у.о./рік; y_{30}=600 у.о./рік; γ=0,5-0,9; $\gamma_1 = \gamma_2$=0,25-0,8.

Другий етап – визначення області раціональних сполучень часткою проміжної продукції підприємств, при яких значення кінцевої продукції виробничої системи максимальні.

Третій етап – підбір теоретичних кривих шляхом побудови лінії тренда.

8.6.5. Дослідження залежності обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств

Результати моделювання процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі представлені в таблиці 8.2 і на рисунку 8.27.

Т а б л и ц я 8.2

Зведення результатів першого етапу моделювання

№ п/п	γ	γ_1	γ_2	y_1	y_2	y_3	y_{kp}
1.	0,5	0	0	8430	3503	3024	3541
2.	0,5	0,25	0,25	8430	5763	4566	4325
3.	0,5	0,5	0,5	8430	12471	8915	5792
4.	0,5	0,75	0,75	8430	33863	19941	7020
5.	0,6	0	0	17040	4683	4101	4425
6.	0,6	0,25	0,25	17040	7744	5927	5280
7.	0,6	0,5	0,5	17040	14913	10439	6416
8.	0,6	0,75	0,75	17040	35339	21734	7300
9.	0,7	0	0	33076	6329	5284	6027
10.	0,7	0,25	0,25	33076	9408	7109	6367
11.	0,7	0,5	0,5	33076	16302	12219	7515
12.	0,7	0,75	0,75	33076	36170	22452	8087
13.	0,8	0	0	70323	7075	6072	7015
14.	0,8	0,25	0,25	70323	10540	8528	7142
15.	0,8	0,5	0,5	70323	17637	13193	8123
16.	0,8	0,75	0,75	70323	37018	24556	8228

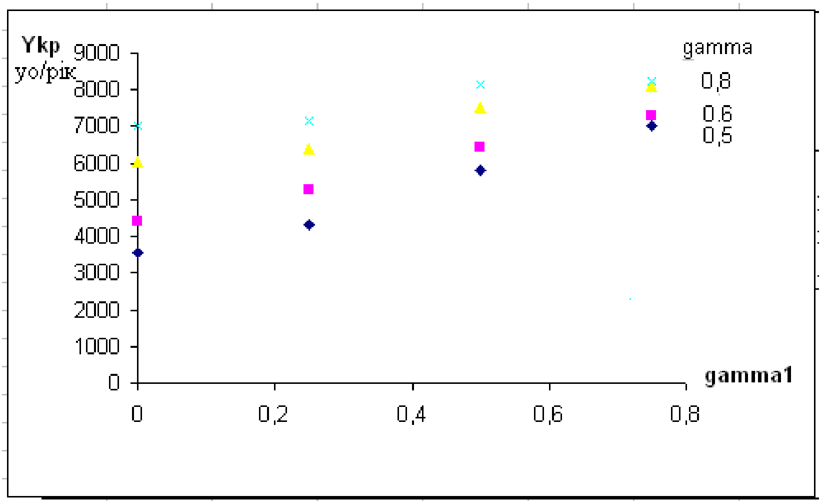


Рис. 8.27. Залежність обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств

Аналіз графіків на рисунку 8.27 показує, що:

- зі збільшенням обсягу проміжної продукції підприємств збільшується обсяг кінцевої продукції виробничої системи;
- максимальне значення обсягу кінцевої продукції виходить у разі, якщо фондотворче підприємство залишає на розвиток власного виробництва 0,8 частки валової продукції.

8.6.6. Визначення області раціональних поєднань часток проміжної продукції підприємств, при яких значення кінцевої продукції виробничої системи максимальні

Результати другого етапу моделювання представлені в табл. 8.3. Для зручності обробки зроблено табл. 8.4.

Т а б л и ц я 8.3

Зведення результатів другого етапу моделювання

№ п/п	γ	γ_1	γ_2	y_1	y_2	y_3	y_{kp}
1.	0,65	0,5	0,25	23297	15728	6751	6835
2.			0,35	23297	15728	8159	6890
3.			0,45	23297	15728	9812	6646
4.			0,55	23297	15728	12858	7154
5.			0,65	23297	15728	16049	6830
6.			0,75	23297	15728	22370	6706
7.	0,7	0,5	0,25	33076	16302	7109	6966
8.			0,35	33076	16302	8907	7088
9.			0,45	33076	16302	10848	7439
10.			0,55	33076	16302	13437	7481
11.			0,65	33076	16302	17141	7208
12.			0,75	33076	16302	22452	7089
13.	0,75	0,5	0,25	48075	16905	8029	7605
14.			0,35	48075	16905	8981	7843
15.			0,45	48075	16905	11244	7697
16.			0,55	48075	16905	14172	7818
17.			0,65	48075	16905	18256	7592
18.			0,75	48075	16905	24447	7534
19.	0,8	0,5	0,25	70323	17637	8528	7707
20.			0,35	70323	17637	9759	7556
21.			0,45	70323	17637	11594	8015
22.			0,55	70323	17637	13894	8167
23.			0,65	70323	17637	18090	8000
24.			0,75	70323	17637	24556	7924
25.	0,85	0,5	0,25	96901	17072	8244	7859

Продовження табл. 8.3

26.			0,35	96901	17072	9893	7730
27.			0,45	96901	17072	11218	7721
28.			0,55	96901	17072	13637	7955
29.			0,65	96901	17072	18059	7825
30.			0,75	96901	17072	23166	7294
31.	0,8	0,25	0,5	70323	10540	13193	7143
32.		0,35		70323	12450	13193	7777
33.		0,45		70323	14866	13193	7549
34.		0,55		70323	19215	13193	8108
35.		0,65		70323	26070	13193	8271
36.		0,75		70323	37018	13193	7959

Т а б л и ц я 8.4

Зведення даних другого етапу моделювання

1.	γ	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85
2.	γ_2	y_{kp}	γ_1=0.5			
3.	0,25	6835.65	6966.37	7605.19	7707.94	7859.65
4.	0,35	6890.44	7088.96	7843.53	7556.09	7730.99
5.	0,45	6646.67	7439.41	7697.6	8015.54	7721.2
6.	0,55	7154.7	7481.73	7818.51	8167.03	7955.59
7.	0,65	6830.02	7208.952	7592.73	8000.68	7825.02
8.	0,75	6706.38	7089.12	7534.82	7924.56	7294.67

На рисунку 8.28 дані таблиці 8.4 представлені графічно.

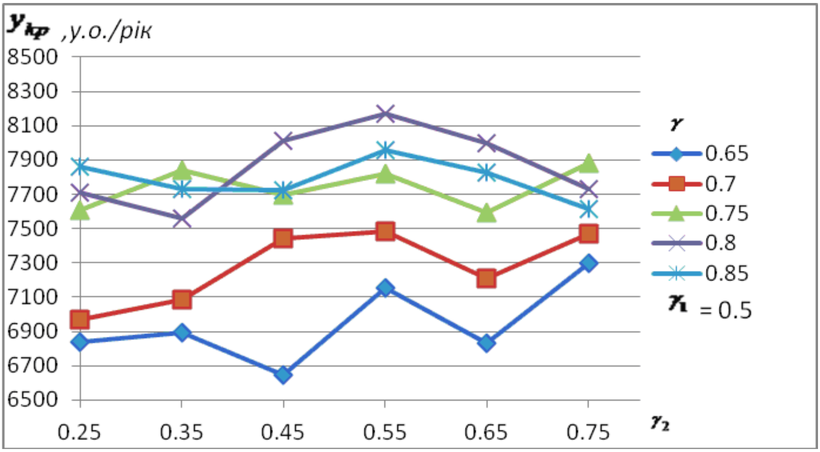


Рис. 8.28. Залежність обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств

Аналіз графіків підтверджує, що максимальне значення обсягу кінцевої продукції виробничої системи можна отримати в разі, коли проміжна продукція фондотворчого підприємства дорівнює 0,8 частки валової продукції. Область раціональних значень часток проміжної продукції підприємств: γ =0,8..0,85; $\gamma_1 = \gamma_2$ =0,45..0,65.

8.6.7. Підбір теоретичних кривих залежності обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств

Підбір теоретичних кривих здійснюємо шляхом побудови лінії тренда. За даними табл. 8.4 формуємо табл. 8.5-8.6 і доповнюємо їх даними, отримані шляхом моделювання при $\gamma_1 = \gamma_2$ =0,3. Графіки залежності обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств представлені на рис. 8.29-8.30.

Т а б л и ц я 8.5

Зведення даних

y_{kp}	γ =0.8	γ =0.8
γ_1	γ_2 =0.3	γ_2 =0.5
0.25	7143	7143
0.35	7290	7777
0.45	7637	7549
0.55	7657	8108
0.65	8360	8271
0.75	7932	7959

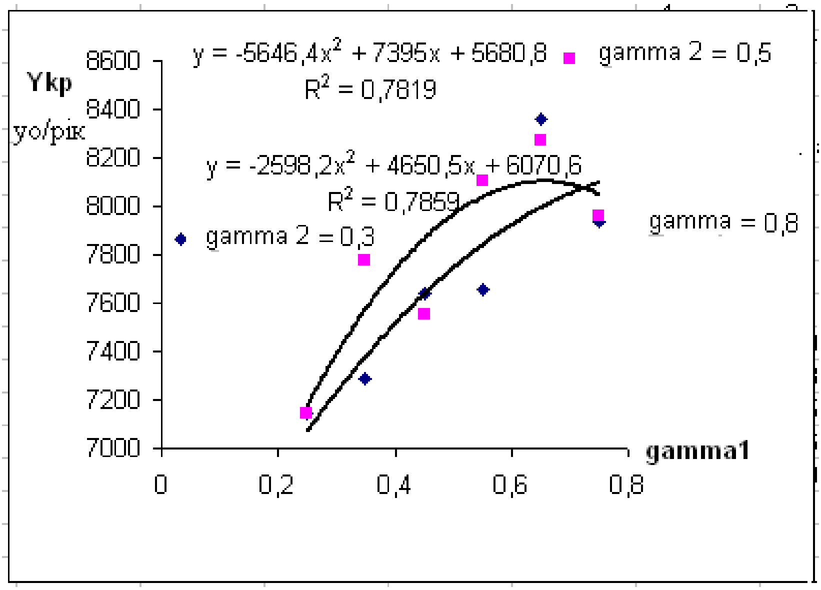


Рис. 8.29. Залежність обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції другого підприємства

Таблиця 8.6

Зведення даних

y_{kp}	γ =0.8	γ =0.8
γ_2	γ_1 =0.3	γ_1 =0.5
0.25	7574	7707
0.35	7404	7556
0.45	7380	8015
0.55	7544	8167
0.65	7335	8000
0.75	7223	7924

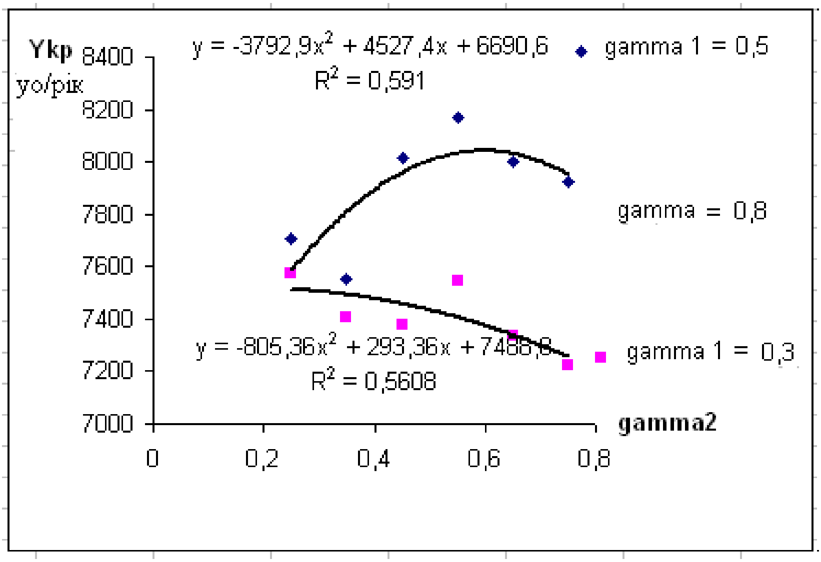


Рис. 8.30. Залежність обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції третього підприємства

У таблиці 8.7 представлені рівняння теоретичних кривих.

Таблиця 8.7

Рівняння теоретичних кривих

γ_1	γ_2	y_{kp}
0,3	0,25..0,75	y_{kp}=-805γ_2^2+293 γ_2+7489
0,5	0,25..0,75	y_{kp}=-3793γ_2^2+4527 γ_2+6691
0,25..0,75	0,3	y_{kp}=-2598γ_1^2+4651 γ_1+6071
0,25..0,75	0,5	y_{kp}=-5646γ_1^2+7395 γ_1+5681

За даними таблиці 8.3 будуємо графік залежності обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції фондотворчого підприємства і здійснюємо підбір теоретичної кривої (рис. 8.31).

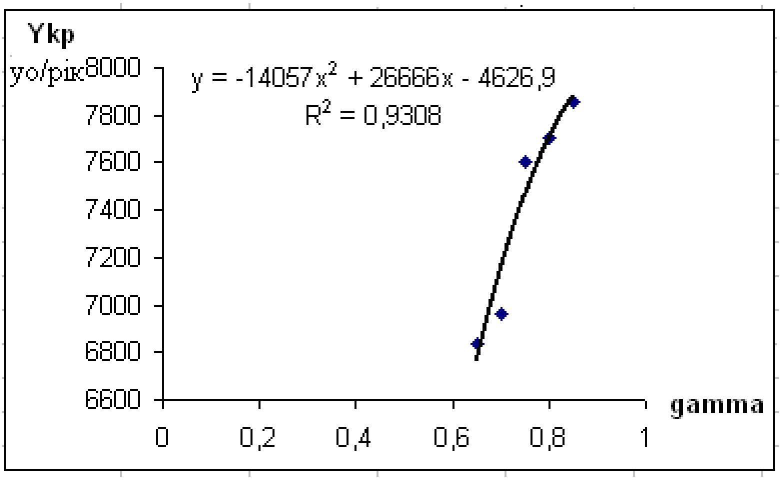


Рис. 8.31. Залежність обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції фондотворчого підприємства

Отже, рівняння теоретичної кривої має вигляд

y_{kp}=-14057γ^2+26666 γ -4627 з достовірністю R^2=0.9308.

Графіки залежності обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств представлені на рисунку 8.32. Рівняння теоретичних кривих наведені в таблиці 8.8.

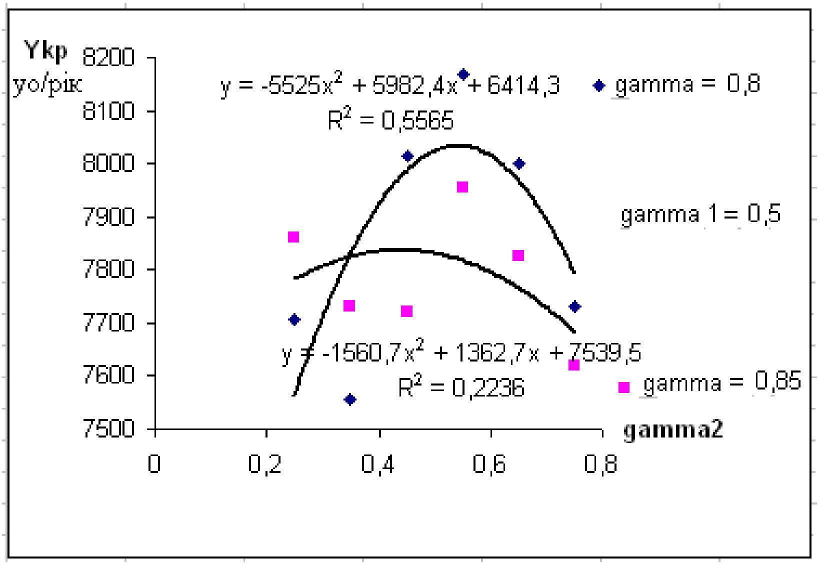


Рис. 8.32. Залежність обсягу кінцевої продукції виробничої системи від проміжної продукції підприємств

Таблиця 8.8

Рівняння теоретичної кривої

γ	γ_1	γ_2	y_{kp}	R^2
0,8	0,5	0,35..0,75	y_{kp}=-5525γ_2^2+5982 γ_2+6414	0.56
0,85	0,5	0,35..0,75	y_{kp}=-1561γ_2^2+1363 γ_2+7540	0.22

З графіків на рисунку 8.32 видно, що максимум обсягу кінцевої продукції виробничої системи вийде в разі, якщо фондотворче підприємство направлятиме на розвиток власного виробництва 0,8 частки валової продукції, друге і третє підприємства – 0,45..0,65 частки валової продукції.

Аналіз графіків рисунка 8.30 показує, що третє підприємство знижує обсяг кінцевої продукції виробничої системи. Отже, третьому підприємству необхідно розробити заходи для зменшення коефіцієнта вибуття ОВФ і впровадження інноваційних технологій виробництва продукції, тобто підприємство обовязково должно мати бюро інноваційних технологій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бережной Л. Н. Теория оптимального управления экономическими системами: Учебное пособие / Л. Н. Бережной. – СПб.: ИВЭСЭП, Знание, 2002. – 64 с.
2. Евсюкова М. Е. Моделирование производственной мощности предприятий, выпускающих разную экологически чистую продукцию / М. Е. Евсюкова, Н. М. Ершова // Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. научн. трудов. Вып. 106. Серия: Компьютерные системы и информационные технологии в образовании, науке и управлении. – Д.: ПГАСА, 2018. – с. 25-31.
3. Єршова Н. М. Оптимальне управління динамічними процесами економічних систем: монографія / Н. М. Єршова. – Дніпропетровськ: Изд-во «Свидлер А.Л.», 2010. – 154 с.
4. Ершова Н. М. Автоматизированная підготовка и оформление документов: Монография / Н. М. Ершова. – Д.: ПГАСА, 2012. – 244 с.
5. Ершова Н. М. Модели и методы теории принятия решений: Учеб. пособие / Н. М. Ершова. – Д.: ПГАСА, 2016. – 248 с.
6. Ершова Н. М. Современные методы теории проектирования и управления сложными динамическими системами: монография / Н. М. Ершова. – Днепропетровск: ПГАСА, 2016. – 272 с.
7. Ершова Н. М. Методы моделирования и проектирования сложных динамических систем: учебник для вузов / Н. М. Ершова, С. А. Теренчук. – Днепр: ПГАСА, 2017. – 342 с.

8. Ершова Н. М. Оптимальное управление экономическими системами / Н. М. Ершова //Матеріали науково-практичної конференції «Наука і освіта ‘2005». – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2005. – Том 84. Математичні методи в економіці. – С.26-29.
9. Ершова Н. М. Оптимизация параметров уравнения производственной мощности фирмы / Н. М. Ершова, О. Н. Шибко // Матеріали 5 Міжнар. наук. - практ. конф. «Динаміка наукових досліджень – 2006». – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. – Том 2: Економічні науки. – 2006. — С. 24-28.
10. Ершова Н. М. Идентификация параметров уравнения мощности фирмы путем моделирования / Н. М. Ершова, О. Н. Шибко // Матеріали 1 Міжнар. Наук. – практ. Конф. «Європейська наука XXI століття: стратегія і перспективи розвитку – 2006». – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. – Том 12: Економічні науки. – 2006. – С.66-68.
11. Ершова, Н. М. Анализ процесса взаимодействия двух строительных фирм / Н. М. Ершова, С. В. Герасименко // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Дніпропетровськ: ПДАБтаА, 2008. – №9. – С.21-25.
12. Ершова, Н. М. Анализ процесса взаимодействия трех строительных фирм / Н. М. Ершова, И. В. Лавренюк // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Дніпропетровськ: ПДАБтаА, 2008. – №10. – с.52-56.
13. Котов Е. А. Программный комплекс для автоматизированного исследования и проектирования

промышленных роботов / Е. А. Котов, А. М. Максимов, Л. М. Скворцов. – М.: Машиностроение, 1991. – 56 с.

14. Кузнецов А. В. Высшая математика. Математическое программирование: Учебник для вузов / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод. – Минск: Вышэйшая школа, 1994. – 286 с.
15. Кузовков Н. Т. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации / Н. Т. Кузовков, С. В. Карабанов, О. С. Салычев. – М.: Машиностроение, 1978. – 222 с.
16. Куршев В. Н. Теория оптимального управления экономическими системами: Учеб. пособие / В. Н. Куршев. – Казань: Изд-во Казан. Гос. Техн. ун-та, 2003. – 114 с.
17. Куршев В. Н. Теория управления. Технико-экономические системы: Учебное пособие / В. Н. Куршев. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2004. – 134 с.
18. Лагоша Б. А. Оптимальное управление в экономике: Учеб. пособие / Б. А. Лагоша. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 192 с.
19. Мазур И. И. Управление проектами: Учебное пособие / И. И. Мазур, В. Д. Шапиро, Н. Г. Ольдерогге; Под общей ред. проф. И. И. Мазура – М.: ЗАО Издательство «Экономика», 2001. – 574 с.
20. Микрюков, В. Ю. Теория взаимодействия экономических субъектов / В. Ю. Микрюков. – М.: Вузовская книга, 1999. – 96 с.

21. Минко И. С. Основы экономики предприятия: Учеб. пособие / И. С. Минко – СПб.: СПбГУНиПТ, 2000**.** – 89 с.
23. Молчанов А. А. Моделирование и проектирование сложных систем / А. А. Молчанов. – К.: Выща шк. Головное изд-во, 1988. – 359 с.
24. Основы теории оптимального управления / Под ред. В. Ф. Кротова. – М.: Высшая школа, 1990. – 430 с.
25. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
26. Серіков А. В. Метод аналізу ієрархій у прийнятті рішень: Навчальний посібник / А. В. Серіков, О. В. Білоцерківський. – Харків: БУРУН КНИГА, 2006. – 144 с.
27. Синюк В. Г. Использование информационно-аналитических технологий при принятии управленческих решений: Учебное пособие / В. Г. Синюк, А. В. Шевырев – М.: Издательство «Экзамен», 2003. **–** 160 с.
28. Сиразетдинов Т. К. Динамическое моделирование экономических объектов / Т. К. Сиразетдинов. – Казань: «Фан», 1996. – 223 с.
29. Системы автоматического регулирования: практикум по математическому моделированию / Под ред. Б. А. Карташова. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Ростов на Дону: Феникс, 2015. – 458 с.
30. Смирнов, А. К. Управление жизненными циклами сложных систем / А. К. Смирнов, В. А. Твердохлебов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2000. – 112 с.

31. Сотсков А. И. Управление динамическими системами в задачах экономики: Учеб. пособие / А. И. Сотсков, Г. В. Колесник. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2005. – 120 с.
32. Ушкалов В. Ф. Статистическая динамика рельсовых экипажей / В. Ф. Ушкалов, Л. М. Резников, С. Ф. Редько. – К.: Наук. Думка, 1982. – 360 с.
33. Шибко О. Н. Выбор основного показателя характеристики жизненного цикла строительной фирмы / О. Н. Шибко // Матеріали 2 Міжнар. наук. – практ. конф. «Дні науки – ‘2006». – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. – Том 7: Економічні науки. – 2006. – С.95-97.
34. Шибко О. Н. Разработка структурних схем моделирования анализа динамики фирмы / О. Н. Шибко // Матеріали 1 Міжнар. наук. – практ. конф. «Європейська наука XXI століття: стратегія і перспективи розвитку – 2006». – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. – Том 12:Економічні науки. – 2006. — С.71-74.
35. Шибко О. Н. Оптимизация параметров уравнения мощности фирмы с помощью принципа максимума Л.С.Понтрягина / О. Н. Шибко // Матеріали 5 Міжнар. наук. – практ. конф. «Динаміка наукових досліджень – 2006». – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. – Том 2: Економічні науки. – 2006. — С.35-38.
36. Шибко О. Н. Моделирование кризисних ситуаций в фирме на модели ее жизненного цикла / Н. М. Ершова, И. В. Лавренюк, С. В. Герасименко, О. Н. Шибко // Строительство, материаловедение, машиностроение:

Сб. научн. тр. Вып.49. – Днепропетровск, ПГАСА, 2009. – С.37-43.
37. Ostanina A., Ershova N., Shibko O., Velmagina N. Development of the design method of the enterprise for the release of new products / Technology audit and production reserves – № 1/2 (39), 2018. – P. 61-68.
38. Ershova N., Shibko O., Velmagina N. Development of a procedure for designing the process of gross product output of an enterprise / Строительство, материаловедение, машиностроение // Сб. научн. трудов. Вып. 106. Серия: Компьютерные системы и информационные технологии в образовании, науке и управлении – Д.: ПГАСА, 2018. – с. 151-159.
39. Yershova Nina, Velmahina Natalia, Kovtun-Horbachova Tetiana. Simulation of the interaction process of three enterprises in the single production system. – Sustainable housing and human settlement: Monograph. – Dnipro – Bratislava, 2018. – P. 222 – 228.
40. Yershova Nina, Velmahina Natalia, Shibko Oksana. Simulation of the interaction of two enterprises in the single production system. – Innovative lifecycle technologies of housing, industrial and transportation objects: Monograph. – Dnipro – Bratislava, 2018. – P. 98 – 106.
41. N. Ershova, N. Velmagina, O. Shibko. Modeling and optimisation in the design of production systems and transport crews: monograph /inder the general editorship Prof. Doctor of Science (Engineering) Ershova N. Dnipro : SHEE "Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture", 2018. – P. 117-151.

42. Єршова Н. М., Шибко О. М. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір наукового характеру «Математическая модель жизненного цикла предприятия» №42185 від 13.02.2012
43. Єршова Н. М., Останіна А. О. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір наукового характеру «Методика проектування підприємства для випуску нової продукції» , № 76491 від 01.02.2018 р.
44. Єршова Н. М., Євсюкова М. Є. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір наукового характеру «Методика формування виробничої системи з трьох підприємств, що випускають різну будівельну екологічно чисту продукцію», №85622 від 11.02.2019 р.
45. Єршова Н. М., Вельмагіна Н. А. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір наукового характеру «Методика проектирования процесса взаимодействия двух предприятий в единой производственной системе», №85585 від 8.02.2019 р.
46. Єршова Н. М., Вельмагіна Н. А. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір наукового характеру «Методика проектирования процесса взаимодействия трех предприятий в единой производственной системе» №85619 від 11.02.2019 р.
47. Єршова Н. М. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір наукового характеру «Способ идентификации параметров динамических моделей производственных процессов и систем» , №85622 від 11.02.2019 р.

48. Єршова Н. М., Шибко О. М. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір наукового характеру «Методика проектирования процесса выпуска валового продукта предприятия», №84613 від 18.01.2019 р.
49. Ершова Н. М. Моделирование инновационной деятельности строительного предприятия / Н. М. Ершова // Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. научн. трудов. Вып. 37. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. – Д.: ПГАСА, 2006. – с. 140-144.
50. Шибко О. Н. Решение задачи наискорейшего выхода фирмы на заданную потребность / Н. М. Ершова, И. В. Лавренюк, О. Н. Шибко // Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. научн. тр. Вып.50. –Днепропетровск, ПГАСА, 2009. – С.182-186.
51. Інтернетресурс:http://promtu.ru/plitka-trotuarnaya/razmeryi-trotuarnoy-plitki
52. Інтернетресурс: http://www.ideibiznesa.org/proizvodstvo-trotuarnoy-plitki.html
53. Інтернет ресурс: http://glinko.com.ua/about.html
54. Інтернет ресурс: https://gyvaisol.com/company.html
55. Інтернет ресурс: http://lhb.com.ua

ЗМІСТ

Наукове видання

РОЗРОБКА ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ПРОЕКТУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВ І ФОРМУВАННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Вельмагіна Наталя Олександрівна
Єршова Ніна Михайлівна
Шибко Оксана Миколаївна

Монографія

Комп'ютерна верстка авторів

Відповідальний за випуск д. т. н. Н. М. Єршова

Підп. до друку 7.07.2020, відп. до рішення Вченої ради ДВНЗ ПДАБА»
(Протокол №9 від 7 липня 2020 р). Формат А5. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 16,93. Тираж 300 прим.
Віддруковано в СПД Охотнік В.С.
49040, м. Дніпро, Запорізьке шосе, буд. 40, к. 194
код за ДРФО 1708213264, № свід. И № 816689 01.01.2011