

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩІЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«Запорізький національний університет»
Міністерства освіти і науки України**

Заснований
у 1997 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого
засобу масової інформації
Серія КВ № 15436-4008 ПР,
22.06.2009 р.

Адреса редакції:
Україна, 69600,
м. Запоріжжя, МСП-41,
вул. Жуковського, 66

В і с н и к
Запорізького національного
університету

Телефон

для довідок:

(061) 289-12-52

● **Фізико-математичні науки**

Факс: (061) 764-45-46

№ 1, 2016

Запоріжжя 2016

Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2016. – 300 с.

Затверджено як наукове фахове видання України, у якому можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук (Наказ Міністерства освіти і науки України № 528 від 12.05.15 р.)

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Інтернет (протокол засідання Вченої ради № 7 від «26» січня 2016 р.)

РЕДАКЦІЙНА РАДА

Головний редактор – Грищак В.З., доктор технічних наук, професор

Заступник головного редактора – Гребенюк С.М., кандидат технічних наук, доцент

Відповідальні редактори – Гоменюк С.І., доктор технічних наук, професор
Приварников А.К., доктор фізико-математичних наук, професор
Клименко М.І., кандидат фізико-математичних наук, доцент
Чопоров С.В., кандидат технічних наук, доцент

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

- | | |
|--------------------|--|
| Андріанов І.В. | – доктор фізико-математичних наук, професор (Рейнсько-Вестфальський технічний університет Аахена, Німеччина) |
| Ванько В.І. | – доктор технічних наук, професор (Московський державний технічний університет ім. Н.Е. Баумана, Росія) |
| Гіржон В.В. | – доктор фізико-математичних наук, професор |
| Гоман О.Г. | – доктор фізико-математичних наук, професор |
| Гудрамович В.С. | – доктор технічних наук, професор,
член-кореспондент НАН України |
| Козін І.В. | – доктор фізико-математичних наук, професор |
| Колаковські З. | – доктор технічних наук, професор (Лодзинський технічний університет, Польща) |
| Кондрат'єва Н.О. | – кандидат фізико-математичних наук, доцент |
| Кузьменко В.І. | – доктор фізико-математичних наук, професор |
| Маневич Л.І. | – доктор технічних наук, професор (Московський інститут хімічної фізики ім. Н.Н. Семенова РАН, Росія) |
| Морачковський О.К. | – доктор технічних наук, професор |
| Ольшанецький В.Ю. | – доктор технічних наук, професор |
| Перепелиця В.О. | – доктор фізико-математичних наук, професор |
| Пожуєв В.І. | – доктор фізико-математичних наук, професор |
| Толок О.В. | – доктор технічних наук, професор (Московський державний технологічний університет «Станкін», Росія) |
| Швидка С.П. | – кандидат фізико-математичних наук, доцент |

ЗМІСТ

БАЗИЛЕВИЧ Ю.Н.

РАСЩЕПЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЭКИПАЖА НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ
ПОДВЕШІВАННІ 5

БАРБОЛИНА Т.Н.

О ПОДХОДЕ К ОПТИМИЗАЦІЇ С ВЕРОЯТНОСТНОЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ С
ІСПОЛЬЗОВАННІМ УПОРЯДОЧИВАННЯ СЛУЧАЙНИХ ВЕЛИЧИН 11

БОРИСОВСКАЯ Ю.А., ГОМЕНЮК С.І.

СОВРЕМЕННЫЕ САПР В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 20

ГОЛОСКУБОВА Н.С., МИХЛІН Ю.В.

АНАЛІЗ БЕГУЩИХ И СТОЯЧИХ ВОЛН В МОДЕЛІ ДНК ПЕЙРАРА-БІШОПА-ДОКСУА 32

ГОМЕНЮК С.І., КОЗЛОВА О.С.

МЕТОДИ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЙ ТА ІНТЕГРУВАННЯ У БЕЗСІТКОВИХ ПІДХОДАХ ЗАДАЧ
МЕХАНІКИ 40

ГРЕБЕНЮК С.М.

ЕФЕКТИВНІ ПРУЖНІ СТАЛІ КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ З АРМУВАННЯМ ДВОМА
СОРТАМИ ОДНОСПРЯМОВАНИХ ВОЛОКОН 48

ГРИНЕВИЧ А.А., ЛОБОДА В.В.

МІЖФАЗНА ЕЛЕКТРИЧНО ТА МАГНІТНО ПРОНИКНА ТРИЩИНА
В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ/П'ЄЗОМАГНІТНОМУ БІМАТЕРІАЛІ 57

ГУЦУЛ О.В., СЛОБОДЯН В.З.

ФІЗИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ КРОВІ: СУЧASNІЙ СТАН І ПЕРСПЕКТИВИ 70

ДЬЯЧЕНКО Н.Н., СИНЧЕНКО Е.С., КАЧАН А.І.

АНАЛІТИЧЕСКОЕ И ПРИБЛИЖЕННО АНАЛІТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ КОНТАКТНОЙ
ЗАДАЧИ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ И ШЕРОХОВАТОСТИ 79

ЗЕЛЕНСЬКИЙ О.В., ДАРМОСЮК В.М.

ЖОРСТКІ ТА МАЙЖЕ ЖОРСТКІ САГАЙДАКИ 91

КОЗІН І.В., ЗІНОВЕЕВА М.І.

ОБ ОЦЕНКАХ МЕРЫ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ БІМАТРИЧНОЙ ИГРЫ 97

КОНОНОВ Ю.Н., ДЖУХА Ю.А.

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГИХ ОСНОВАНИЙ И ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ В
ЖЕСТКОМ КОЛЬЦЕВОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ РЕЗЕРВУАРЕ 103

КОРОЛЬ М.В., КОНДРАТ'ЄВА Н.О., МУХІН В.В., ЛЕОНТЬЄВА В.В.

ОПТИМІЗОВАНИЙ ВАРИАНТ ФІЛЬТРАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ 116

КУРАПОВ С.В., ДАВІДОВСКИЙ М.В., КЛИЦЕНКО А.А.

ІЗОМЕТРИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ ГРАФА 121

ЛАТИФОВ Ф.С., АГАЕВ Р.Н.

КОЛЕБАНИЯ ПОДКРЕПЛЕННОЙ ПЕРЕКРЕСТНЫМИ РЕБРАМИ НЕОДНОРОДНОЙ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ДВИЖУЩЕЙСЯ ЖИДКОСТЬЮ 138

ЛЕВАДА В.С., ЛЕВІЦКАЯ Т.І., ХІЖНЯК В.К.

ІНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РАЗРЫВНОГО РЕШЕНИЯ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ
УПРУГОСТИ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ 146

ЛІТВІН О.М., КОВАЛЕНКО Г.В., ДЕНИСОВА О.І.

ПОБУДОВА ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО ПОЛІНОМА 5-ГО СТЕПЕНЯ НА ДОВІЛЬНОМУ ТРИКУТНИКУ
З ВИКОРИСТАННЯМ БАЗИСНИХ ПОЛІНОМІВ НА «ОДИНИЧНОМУ» ТРИКУТНИКУ 153

НЕЧИПОРЕНКО Н.А., КОРОТУНОВА Е.В.

О РАВНОМЕРНОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦІЙ, ИМЕЮЩИХ НЕ БОЛЕЕ ДВУХ ТОЧЕК
ПЕРЕГИБА 165

НОВИЦЬКИЙ В.В., ЗІНЧУК М.О., СВЯТОВЕЦЬ І.Ф.

УМОВИ ФОРМУВАННЯ МАЙЖЕ КОНСЕРВАТИВНОЇ СИСТЕМИ ЗА ДОПОМОГОЮ ВЕКТОРА
КЕРУВАННЯ 174

НОВИЦЬКИЙ В.В., ЗІНЧУК М.О., ТЕТЕРЯТНИК О.В.	
СТАБІЛІЗАЦІЯ ТА РОБАСТНА СТІЙКІСТЬ НЕПЕРЕРВНИХ МАЙЖЕ КОНСЕРВАТИВНИХ СИСТЕМ.....	184
ОБОДАН Н.И., АДЛУЦКИЙ В.Я., ГРОМОВ В.А.	
ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ БИФУРКАЦИЙ В ТЕОРИИ ТОНКОСТЕННЫХ СИСТЕМ.....	191
ПОЖУЄВ А.В., ФАСОЛЯК А.В.	
НЕСТАЦІОНАРНА ДЕФОРМАЦІЯ ЦІЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ У ПРУЖНОМУ ПРОСТОРІ ПІД ДІЄЮ ПОВЕРХНЕВИХ НАВАНТАЖЕНЬ, ЩО РОЗШИРЮЮТЬСЯ.....	200
ROMANUKE V.V.	
CONDITIONS OF OVERLAPPING WITHIN AN INFINITE SET OF HYPERPARALLELEPIPEDS IN EUCLIDEAN ARITHMETICAL SPACE AND THE FINITE LEBESGUE MEASURE OF THEIR UNION	213
СТОРОЖУК Є.А., КОМАРЧУК С.М., ПІГОЛЬ О.В., ЯЦУРА А.В.	
АНАЛІТИЧНО-ЧИСЕЛЬНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ДОВГИХ НЕКРУГОВИХ ЦІЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З УРАХУВАННЯМ ДЕФОРМАЦІЙ ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ.....	224
СТРЕЛЯЕВ Ю.М., ШУПЧИНСКАЯ К.С.	
КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА О СЖАТИИ ДВУХ УПРУГИХ ЦИЛИНДРОВ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ КУЛОНА.....	236
ТАНЦЮРА І.В.	
ВПЛИВ ШВИДКОСТІ ОХОЛОДЖЕННЯ НА ФОРМУВАННЯ СТРУКТУРИ СПЛАВУ СИСТЕМИ AL-MN.....	246
ФАТЕЄСВА Ю.О.	
ВПЛИВ ПЕРІОДИЧНОГО ЗОВНІШНЬОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА КОЛІВАННЯ ФГМ ПОЛОГИХ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗІ ЗМІННОЮ ЗА ЧАСОМ ТОВЩИНОЮ	251
ХОМА Н.Г., ХОМА-МОГИЛЬСЬКА С.Г., ХОХЛОВА Л.Г.	
УМОВИ ІСНУВАННЯ 2π-ПЕРІОДИЧНОГО ГЛАДКОГО РОЗВ'ЯЗКУ КВАЗІЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ	257
ЧЕРНЯКОВ Ю.А., ШЕВЧЕНКО А.Г.	
ЛОКАЛИЗАЦИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ПЛОЩАДКЕ ТЕКУЧЕСТИ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ.....	264
ЧОПОРОВ С.В., ГОМЕНЮК С.И., АЛАТАМНЕХ Х.Х., ОСПИЩЕВ К.С.	
МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ: СТРУКТУРИРОВАННЫЕ И БЛОЧНО-СТРУКТУРИРОВАННЫЕ СЕТКИ.....	272
ШЕРМАН З.А.	
КРАТКИЙ ОБЗОР МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ГРАЦИОЗНЫХ ГРАФОВ	284
ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ У «ВІСНИК ЗАПОРІЗЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ» ЗА ФАХОМ «ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ».....	298

УДК 512.547.2:517.926

РАСЩЕПЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЭКИПАЖА НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОДВЕШИВАНИИ

Базилевич Ю. Н., к. ф.-м. н., доцент

*Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры,
ул. Чернышевского, 24а, г. Днепропетровск, 49600, Украина*

bazilevich@yandex.ru

Выполнена декомпозиция уравнений, описывающих работу системы горизонтальной стабилизации экипажа высокоскоростного наземного транспорта на магнитном подвешивании. Для декомпозиции уравнений используются свойства симметрии выбранной расчётовой схемы. Расчёты выполняются с помощью теории представлений конечных групп. Это позволяет до составления уравнений найти наборы новых переменных, при которых уравнения распадутся на независимые подсистемы. Для исследуемой системы получено, что система уравнений 78-ого порядка распадается на четыре подсистемы, имеющие порядки 12, 12, 28 и 26.

Ключевые слова: группа симметрии, декомпозиция, электромагнитное подвешивание, уравнения движения.

РОЗЩЕПЛЕННЯ РІВНЯНЬ РУХУ ЕКІПАЖА НА ЕЛЕКТРОМАГНІТНОМУ ПІДВІШУВАННІ

Базилевич Ю. М., к. ф.-м. н., доцент

*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури,
вул. Чернишевського, 24а, м. Дніпропетровськ, 49600, Україна*

bazilevich@yandex.ru

Виконано декомпозицію рівнянь, що описують роботу системи горизонтальної стабілізації екіпажу високошвидкісного наземного транспорту на магнітному підвішуванні.

Для декомпозиції рівнянь використовуються властивості симетрії обраної розрахункової схеми. Розрахунки виконуються за допомогою теорії зображень скінчених груп. Це дозволяє до складання рівнянь знайти набори нових змінних, при яких рівняння розпадуться на незалежні підсистеми. Для досліджуваної системи отримано, що система рівнянь 78 другого порядку розпадається на чотири підсистеми, які мають порядки 12, 12, 28 і 26.

Ключові слова: група симетрії, декомпозиція, електромагнітне підвішування, рівняння руху.

DECOUPLING OF EQUATIONS OF ELECTROMAGNETICALLY LEVITATED MOTION OF THE VEHICLE

Bazilevich, Yu. N., Ph.D. in Physics and Maths, associate professor

*Prydniprovs'k State Academy of Civil Engineering and Architecture,
Chernychevskiy str., 24a, Dnepropetrovsk, 49600, Ukraine*

bazilevich@yandex.ru

Electromagnetic levitation of the vehicle is based on attractive forces generated between the electromagnets mounted on the vehicle and a ferromagnetic rail, laid along the whole length of the track. At that in each electromagnet the system of continuous current control is used. The guiding magnets, intended to stabilize the carriage motion in a horizontal plane, work on the same principle.

In this paper the decoupling of equations describing the work of a horizontal stabilization system of the high-speed overland transportation on a magnetic levitation has been performed. The equations of vehicle motion include both mechanical joint variables and current magnitudes in the electromagnets, resulting in the need to analyze the systems of differential equations of higher order.

For equations decoupling the symmetry properties of the selected design model are used. Calculations are performed using the representation theory of finite groups. This allows finding of sets of new variables under which the equations shall be split into independent subsystems before equations composition. For the system under study we have found that the equations system of the 78th order is broken down into four subsystems having orders 12, 12, 28 and 26.

Key words: symmetry group, decoupling, electromagnetic levitation, the equations of motion.

ВВЕДЕНИЕ

Поезд на магнитном подвешивании, магнитоплан или маглев (от англ. *magnetic levitation* – «магнитная левитация») – это поезд, удерживаемый над полотном дороги, движимый и управляемый силой электромагнитного поля [1].

Наибольшее распространение получили два варианта магнитного подвеса. Первый вариант – электромагнитный подвес – основан на притягивающих усилиях, возникающих между установленными на экипаже электромагнитами и ферромагнитным рельсом, уложенным по всей длине трассы (рис. 1). Для преодоления принципиальной неустойчивости электромагнитного подвеса используется система непрерывного управления токами в каждом электромагните. По такому же принципу работают направляющие магниты, предназначенные для стабилизации движения вагона в горизонтальной плоскости.



Рис. 1. Схема расположения магнитов и рельсов (электромагнитное подвешивание)

Второй вариант – электродинамический подвес – основан на усилиях отталкивания между источником магнитного поля на борту экипажа и проводником, уложенным вдоль трассы, при их взаимном движении. В процессе движения источника магнитного поля относительно проводящей пластины в последней возникают вихревые токи. Магнитное поле этих токов направлено противоположно внешнему магнитному полю, в результате чего возникает сила отталкивания.

Сама идея такого транспорта не нова, но экономические и технические ограничения пока не позволяют ей развернуться в полной мере.

ГРУППА СИММЕТРИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Группы симметрии давно используются физиками при расчётах колебаний молекул, кристаллов и при решении ряда других задач [2]. Применение этих же методов в технических задачах имеет ряд особенностей [3, 4].

Симметрия физической системы проявляется в том, что существуют преобразования g_i пространства, относительно которых система, а следовательно, и ее математическая модель, инвариантны (неизменны). К таким преобразованиям относятся отражения физической системы относительно плоскостей симметрии, повороты вокруг осей симметрии и т. п.

Если во множестве преобразований g_i ввести операцию последовательного применения преобразований $g_c = g_a g_b$, то это множество становится группой. Свойство инвариантности системы относительно преобразований g_i выражается в том, что матрицы $T(g_i)$ коммутируют с матрицами коэффициентов системы уравнений.

В литературе (см., например, [2]) подробно описаны все конечные группы, встречающиеся в приложениях. Приведены также их неприводимые представления $\tau_k(g_i)$ (здесь $k = \overline{1, m}$, m – число различных неприводимых представлений данной группы). Разложение представлений $\{\mathbf{T}(g_i)\}$ на неприводимые соответствует разделению системы уравнений на несколько подсистем.

Пусть рассматривается некоторая механическая система. Вектор ее исходных обобщенных координат обозначим через \mathbf{q} . Эта система инвариантна относительно группы преобразований координат g_1, g_2, \dots, g_n . В матричном виде данные преобразования записывают так: $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{T}(g_i)\mathbf{q}$. Требуется найти такую замену обобщенных координат $\mathbf{q} = S\mathbf{x}$, чтобы уравнения, составленные в новых координатах, получились разделенными на подсистемы.

Существуют два пути решения этой задачи. Первый путь – использование образующих элементов $\mathbf{T}(g_1), \dots, \mathbf{T}(g_r)$ группы матриц. Здесь и далее образующие располагаются в начале списка элементов группы. Матрица $\mathbf{T}(g_1)$ коммутирует с матрицами коэффициентов $\{B_i\}$ уравнений движения исследуемой системы. Поэтому можно применить «способ коммутирующей матрицы» [3]. Другими словами, в качестве столбцов матрицы преобразования S_1 берём векторы канонического базиса матрицы $\mathbf{T}(g_1)$. Тогда преобразование $\mathbf{q} = S_1\mathbf{x}$ уже дает более удачные обобщенные координаты \mathbf{x} . Далее используем следующие образующие элементы группы.

Другой путь состоит в вычислении проекторов на инвариантные подпространства, соответствующие неприводимым представлениям. В случае одномерных неприводимых представлений формула для нахождения проекторов имеет вид:

$$P_j = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \overline{\tau_j(g_v)} \mathbf{T}(g_v), \quad j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

где N – число элементов группы, $\tau_j(g_v)$ – v -е значение j -го одномерного неприводимого представления. Затем выбираются линейно независимые векторы-столбцы каждого из проекторов, которые служат строками матрицы преобразования S .

Такой подход уже давно используется при расчёте колебаний молекул, кристаллов и в других задачах теоретической физики [2]. К настоящему времени появилось большое число работ по применению групп симметрии и в технике (см., например, обзоры [5, 6]).

В случае, когда исходные матрицы имеют сравнительно высокий порядок, расчёты целесообразно выполнять на компьютере. Для вычисления проекторов по формуле (1) была составлена программа GROUPS [3].

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЁТОВ

Экипаж высокоскоростного наземного транспорта (ВСНТ) на электромагнитном подвешивании [1, 7] является одним из примеров электромеханической системы. В качестве переменных при исследовании движения такого вагона используются механические величины (перемещения масс, размеры зазоров и т.п.) и значения токов в электромагнитах. При решении задачи стабилизации боковых колебаний такого экипажа появляются громоздкие системы уравнений. Становится актуальной задача их декомпозиции.

Рассматривается декомпозиция уравнений, описывающих работу системы горизонтальной стабилизации движения экипажа ВСНТ с четырьмя тележками (рис. 2). При исследовании устойчивости движения этого экипажа в горизонтальной плоскости принимаются во внимание следующие обобщенные координаты [7]:

$$\begin{aligned} & \psi, y, \theta, \psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, y_1, y_2, y_3, y_4, \\ & \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, y_{11}, y_{12}, \dots, y_{44}. \end{aligned}$$

Координаты без индекса обозначают смещения и углы поворота кузова, с одним индексом – смещения и углы поворота соответствующих тележек, y_{kj} – боковой относительный магнит, укрепленного на k -ой тележке. Кроме того, в дифференциальные уравнения входят величины токов в электромагнитах i_{kj} . Это связано с тем, что величины токов в электромагнитах не могут меняться мгновенно. «Инерция» возникает из-за индуктивности электромагнитов.

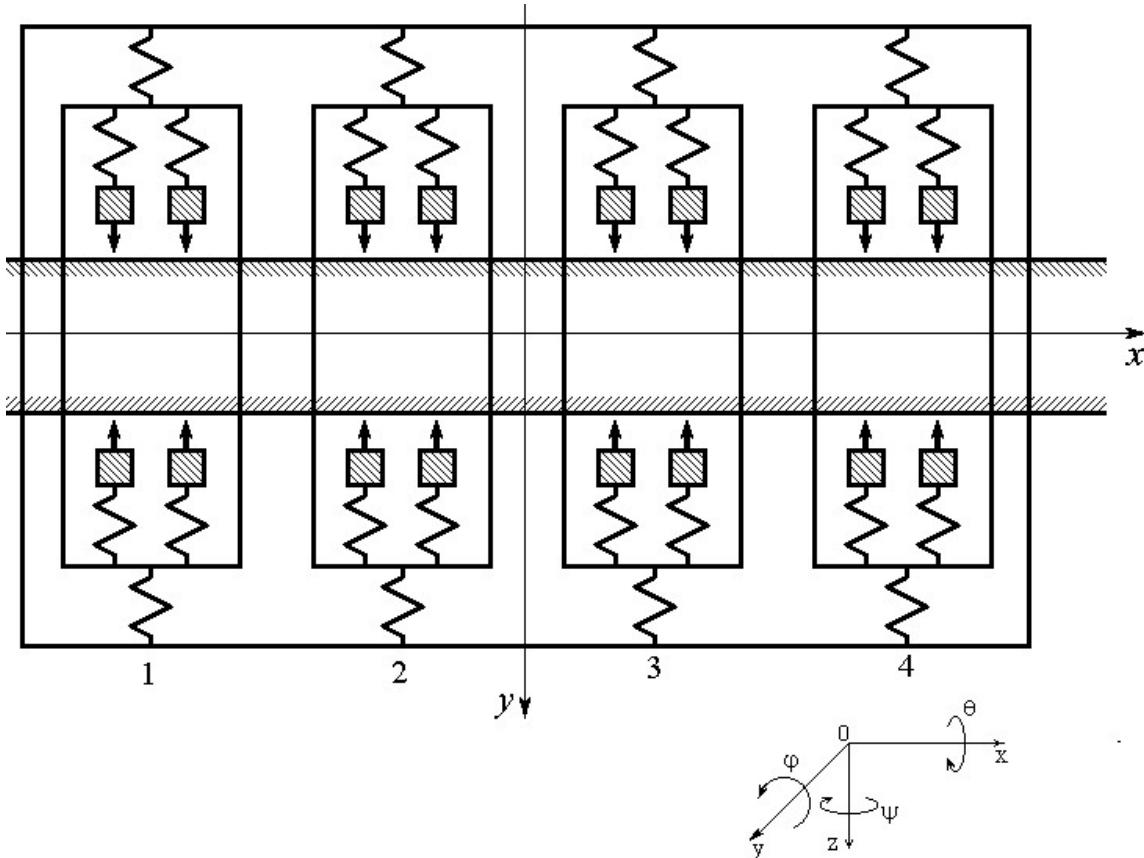


Рис. 2. Расчетная схема экипажа высокоскоростного наземного транспорта

Взаимосвязь между механическими и электрическими величинами следующая. Притягивающая сила электромагнита равна:

$$P = C_m \frac{i_\pi^2}{\delta_\pi^2},$$

где C_m – постоянная электромагнита, i_π – ток, δ_π – зазор. При линеаризации эта зависимость заменяется следующей:

$$P = b_1 + b_2 i - b_3 \delta,$$

где $b_1 = C_m \frac{i_0^2}{\delta_0^2}$, $b_2 = 2C_m \frac{i_0}{\delta_0^2}$, $b_3 = C_m \frac{i_0^2}{\delta_0^3}$, i_0 и δ_0 – заданные значения тока и зазора, i и δ – динамические добавки величин тока и зазора. Система управления подаёт напряжение на электромагнит в зависимости от величины зазора, скорости и ускорения изменения величины зазора:

$$U = k_1 \delta + k_2 \dot{\delta} - k_3 \ddot{\delta},$$

где U – динамическая добавка величины напряжения; k_1 , k_2 , k_3 – коэффициенты системы автоматического управления зазором между электромагнитами и путевой структурой.

Величина тока меняется в соответствии с уравнением:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U,$$

где L и R – индуктивность и сопротивление обмоток электромагнита.

Система уравнений имеет 78-й порядок.

Симметрия экипажа ВСНТ проявляется в том, что его расчетная схема остается неизменной при следующих преобразованиях: g_1 – отражение всей системы относительно вертикальной поперечной плоскости Oyz ; g_2 – отражение относительно продольной плоскости Oxz ; g_3 – поворот на 180° вокруг оси Oz ; g_4 – тождественное преобразование. Эти преобразования образуют группу G симметрии экипажа ВСНТ.

Матрицы преобразования обобщенных координат, соответствующие таким преобразованиям симметрии, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} T(g_1) &= \text{diag} \left(-1, 1, 1, -M, M, M, M \dot{\times} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right), \\ T(g_2) &= \text{diag} \left(-1, -1, -1, -E_4, -E_4, -E_4 - E_4 \dot{\times} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right), \\ T(g_3) &= \text{diag}(1, -1, -1, M, -M, -M, -M \dot{\times} M), \\ T(g_4) &= E_{31}, \end{aligned}$$

где $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\dot{\times}$ – знак прямого произведения матриц; E_m – единичная матрица порядка m .

Точки i_{kj} преобразуются так же, как и боковые перемещения магнитов y_{kj} .

Группа G совпадает с группой симметрии прямоугольника C_{2h} (см. [2]). Её неприводимые представления следующие:

	g_1	g_2	g_3	$g_4 = e$
τ_1	1	1	1	1
τ_2	-1	1	-1	1
τ_3	1	-1	-1	1
τ_4	-1	-1	1	1

С помощью программы GROUPS были вычислены проекторы на инвариантные подпространства, соответствующие неприводимым представлениям этой группы. Элементы линейно независимых столбцов этих проекторов являются коэффициентами выражений для новых обобщённых координат.

Получены следующие новые наборы переменных:

$$\begin{aligned} a) \quad q_1 &= \frac{1}{4}(y_{11} - y_{12} + y_{43} - y_{44}), & q_2 &= \frac{1}{4}(y_{13} - y_{14} + y_{41} - y_{42}), \\ q_3 &= \frac{1}{4}(y_{21} - y_{22} + y_{33} - y_{34}), & q_4 &= \frac{1}{4}(y_{23} - y_{24} + y_{31} - y_{32}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \frac{1}{4}(i_{11} - i_{12} + i_{43} - i_{44}), & s_2 &= \frac{1}{4}(i_{13} - i_{14} + i_{41} - i_{42}), \\
 s_3 &= \frac{1}{4}(i_{21} - i_{22} + i_{33} - i_{34}), & s_4 &= \frac{1}{4}(i_{23} - i_{24} + i_{31} - i_{32}); \\
 6) \quad q_5 &= \frac{1}{4}(y_{11} - y_{12} - y_{43} + y_{44}), & q_6 &= \frac{1}{4}(y_{13} - y_{14} - y_{41} + y_{42}), \\
 q_7 &= \frac{1}{4}(y_{21} - y_{22} - y_{33} + y_{34}), & q_8 &= \frac{1}{4}(y_{23} - y_{24} - y_{31} + y_{32}), \\
 s_5 &= \frac{1}{4}(i_{11} - i_{12} - i_{43} + i_{44}), & s_6 &= \frac{1}{4}(i_{13} - i_{14} - i_{41} + i_{42}), \\
 s_7 &= \frac{1}{4}(i_{21} - i_{22} - i_{33} + i_{34}), & s_4 &= \frac{1}{4}(i_{23} - i_{24} - i_{31} + i_{32}); \\
 \text{в)} \quad q_9 &= y, & q_{10} &= \theta, \\
 q_{11} &= \frac{1}{2}(\psi_1 - \psi_4), & q_{12} &= \frac{1}{2}(\psi_2 - \psi_3), \\
 q_{13} &= \frac{1}{2}(y_1 + y_4), & q_{14} &= \frac{1}{2}(y_2 + y_3), \\
 q_{15} &= \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_4), & q_{16} &= \frac{1}{2}(\theta_2 + \theta_3) \\
 q_{17} &= \frac{1}{4}(y_{11} + y_{12} + y_{43} + y_{44}), & q_{18} &= \frac{1}{4}(y_{13} + y_{14} + y_{41} + y_{42}), \\
 q_{19} &= \frac{1}{4}(y_{21} + y_{22} + y_{33} + y_{34}), & q_{20} &= \frac{1}{4}(y_{23} + y_{24} + y_{31} + y_{32}), \\
 s_9 &= \frac{1}{4}(i_{11} + i_{12} + i_{43} + i_{44}), & s_{10} &= \frac{1}{4}(i_{13} + i_{14} + i_{41} + i_{42}), \\
 s_{11} &= \frac{1}{4}(i_{21} + i_{22} + i_{33} + i_{34}), & s_{12} &= \frac{1}{4}(i_{23} + i_{24} + i_{31} + i_{32}); \\
 \text{г)} \quad q_{21} &= \psi, \quad q_{22} = \frac{1}{2}(\psi_1 + \psi_4), & q_{23} &= \frac{1}{2}(\psi_2 + \psi_3), \\
 q_{24} &= \frac{1}{2}(y_1 - y_4), & q_{25} &= \frac{1}{2}(y_2 - y_3), \\
 q_{26} &= \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_4), & q_{27} &= \frac{1}{4}(\theta_2 - \theta_3), \\
 q_{28} &= \frac{1}{4}(y_{11} + y_{12} - y_{43} - y_{44}), & q_{29} &= \frac{1}{4}(y_{13} + y_{14} - y_{41} - y_{42}), \\
 q_{30} &= \frac{1}{4}(y_{21} + y_{22} - y_{33} - y_{44}), & q_{31} &= \frac{1}{4}(y_{23} + y_{24} - y_{31} - y_{32}), \\
 s_{13} &= \frac{1}{4}(i_{11} + i_{12} - i_{43} - i_{44}), & s_{14} &= \frac{1}{4}(i_{13} + i_{14} - i_{41} - i_{42}), \\
 s_{15} &= \frac{1}{4}(i_{21} + i_{22} - i_{33} - i_{44}), & s_{16} &= \frac{1}{4}(i_{23} + i_{24} - i_{31} - i_{32}).
 \end{aligned}$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате расчетов получаем, что система уравнений 78-ого порядка распадается на четыре подсистемы, имеющие порядки 12, 12, 28 и 26. Получены новые наборы переменных. Каждому набору переменных соответствует отдельная система уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Maglev // Wikipedia, the free encyclopedia. – 2015. – Access to the resource : <https://en.wikipedia.org/wiki/Maglev>.
2. Любарский Г. Я. Теория групп и ее применение в физике : Курс лекций для физиков-теоретиков. Изд. 2 / Г. Я. Любарский. – М. : URSS, 2016. – 360 с.
3. Базилевич Ю. Н. Численные методы декомпозиции в линейных задачах механики / Ю. Н. Базилевич. – К. : Наук. думка, 1987. – 156 с.

4. Базилевич Ю. М. Вибір узагальнених координат локомотива з трьома візками з урахуванням симетрії його розрахункової схеми / Ю. М. Базилевич, М. Л. Коротенко // Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки, Біологічні науки. – 2000. – №1. – С. 13-16.
5. Павлов В. Г. Системы, инвариантные относительно групп преобразований / В. Г. Павлов // Кибернетика и вычисл. техника. – 1983. – Вып. 58. – С. 17-21.
6. Павловский Ю. Н. Управление декомпозиционными структурами / Ю. Н. Павловский // Там же. – С. 11-16.
7. Коротенко М. Л. Боковые колебания экипажа с бесконтактным подвесом / М. Л. Коротенко, В. Л. Копорулин, Е. П. Крышко // Проблемы динамики, прочности и устойчивости движения железнодорожного подвижного состава. – Днепропетровск : ДИИТ, 1986. – С. 79-87.

REFERENCES

1. (2015), “Maglev”, Wikipedia, the free encyclopedia, available at: <https://en.wikipedia.org/wiki/Maglev>.
2. Lyubarskiy, G.Ya. (2016), *Teoriya grupp i ee primenenie v fizike: Kurs lektsiy dlya fizikov-teoretikov Izd. 2* [Group theory and its application in physics: Lectures for theoretical physicists] URSS, Moscow, Russia.
3. Bazilevich, Yu.N. (1987), *Chislennyye metody dekompozitsii v lineynyh zadachah mehaniki* [Numerical decoupling methods in the linear problems of mechanics], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
4. Bazilevich, Yu.N. and Korotenko, M.L. (2000), “The choice of locomotive with three carriages joint variables considering the symmetry of its design scheme”, *Visnyk Zaporiz’kogo derzhavnogo universytetu. Fizyko-matematychni nauky, Biologichni nauky*, no. 1, pp. 13-16.
5. Pavlov, V.G. (1983), “Systems that are invariant with respect to transformation groups”, *Kibernetika i vychislitel'naya tekhnika*, issue 58, pp. 17-21.
6. Pavlovskiy, Yu.N. (1983), “Decomposition structures management”, *Kibernetika i vychislitel'naya tekhnika*, issue 58, pp. 11-16.
7. Korotenko, M.L., Koporulin, V.L. and Kryshko, E.P. (1986), “Sideways movements of the vehicle with contactless suspension”, *Problemy dinamiki, prochnosti i ustoychivosti dvizheniya zheleznodorozhного podvizhnogo sostava*, pp. 79-87.

УДК 519.85

О ПОДХОДЕ К ОПТИМИЗАЦИИ С ВЕРОЯТНОСТНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПОРЯДОЧИВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Барболина Т. Н.

*Полтавский национальный педагогический университет им. В.Г. Короленко,
ул. Остроградского, 2, г. Полтава, 36000, Украина*

tm-b@ukr.net

Для использования в постановках оптимизационных задач предложен подход к упорядочиванию случайных величин. Введено отношение линейного порядка на фактор-множестве по эквивалентности, основанной на сравнении числовых характеристик случайной величины. Рассмотрены некоторые свойства этого отношения. Используя введенное отношение порядка, сформулированы оптимизационные задачи, которые учитывают вероятностную неопределенность данных.

Ключевые слова: вероятностная неопределенность, линейный порядок, оптимизационная задача, числовые характеристики случайной величины.