

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

БЕССМЕРТНИЙ Ярослав Олегович

УДК 624.074.435:539.3

ДИСЕРТАЦІЯ


**ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ ТОНКОСТІННИХ КОНІЧНИХ
ОБОЛОНОК ПРИ ЗОВНІШНЬОМУ ТИСКУ ТА НЕОДНОРІДНОМУ
НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОМУ СТАНІ**

05.23.17 – будівельна механіка
спеціальність

19 – архітектура та будівництво
галузь знань

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

 Я. О. Бессмертний

Науковий керівник: Красовський Василь Леонідович, доктор технічних наук,
професор

Дніпро – 2021

АНОТАЦІЯ

Бессмертний Я. О. Деформування та стійкість пологих тонкостінних конічних оболонок при зовнішньому тиску та неоднорідному напружено-деформованому стані. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.23.17 «Будівельна механіка» (19 – архітектура та будівництво). – Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», Міністерство освіти і науки України, Дніпро, 2021.

Вивчення деформування та стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок та сферичних сегментів при зовнішньому тиску та неоднорідному напружено-деформованому стані (НДС), що обумовлено періодично дискретним закріпленням краю оболонки, наявністю дії комбінації двох та більше зовнішніх навантажень або нерівномірністю прикладеного навантаження, має великий практичний інтерес у зв'язку з проблемою складності розрахунків конструкцій даного типу в реальних умовах. Розрахунок багатьох таких конструкцій, наприклад огорожувальної конструкції силосу (кришка, днище), елементів авіатехніки та ракетобудування, вимагає застосування методики для аналізу процесу геометрично нелінійного деформування, що приводить до необхідності застосування великої комп'ютерної потужності для моделювання та розрахунку процесу деформування конструкції. У зв'язку з вищевказаним, особливий інтерес представляє дослідження ефекту статичного резонансу та вдосконалення методики для прогнозування небезпечних моделей навантаження оболонок при періодичному в окружному напрямку неоднорідному НДС або при суттєво неоднорідному НДС.

Дослідження процесу деформації та втрати стійкості тонкостінних оболонок при неоднорідному НДС вже було виконано [67-69], але основними об'єктами дослідження були саме циліндричні замкнені оболонки і, в меншій мірі, конічні пологі оболонки. Основною причиною періодично неоднорідного в

окружному напрямку НДС була наявність повздовжніх ребр або періодично дискретне закріплення. Ребра жорсткості були розташовані з внутрішньої або зовнішньої сторони, а також з чергуванням. Періодично дискретне закріплення, у свою чергу, було реалізоване у вигляді зміни рухомого та нерухомого закріплення краю оболонки на рівновеликих ділянках, що чергуються – ділянки з рухомим закріпленням чергуються з нерухомим. У результаті дослідження деформування та стійкості циліндричних тонкостінних оболонок в таких умовах було відзначено ефект різкого падіння несучої здатності оболонок, який у подальшому отримав назву «статичного резонансу». Суть ефекту «статичного резонансу» полягає в наступному. При змінюваності періодично неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки, що співпадає або відповідає змінюваності в окружному напрямку першого тону власних коливань ненавантаженої оболонки, відбувається різке падіння несучої здатності оболонки зі збільшенням значень докритичних переміщень поверхні оболонки.

Після дослідження тонкостінних циліндричних оболонок логічним продовженням є дослідження процесу деформації пологих конічних тонкостінних оболонок та сферичних сегментів у зв'язку з широким сумісним застосуванням циліндричних оболонок у парі з конічними та сферичними оболонками. Для пологих тонкостінних конічних оболонок було досліджено вплив наявності геометричних недосконалостей поверхні оболонки та їх змінюваності на величину несучої здатності розглянутих оболонок. За результатами досліджень біло отримано наступні результати – при наявності періодичних в окружному напрямку геометричних недосконалостей пологої тонкостінної конічної оболонки відбувається прояв ефекту «статичного резонансу» при змінюваності періодично неоднорідного НДС, що співпадає або відповідає змінюваності першого тону власних коливань ненавантаженої оболонки.

У даній роботі досліджуються три чинники неоднорідного НДС пологих тонкостінних оболонок, які представлені наступними умовами: 1) наявність періодичного в окружному напрямку дискретного закріплення краю оболонки

(шарнірне рухоме закріплення чергується з шарнірно нерухомим на рівновеликих ділянках) при дії зовнішнього однорідного нормального до поверхні оболонки тиску (задача №1); 2) наявність комбінації дій зовнішнього однорідного нормального до поверхні тиску q та прикладеної у точці сили F при шарнірному нерухомому закріпленню краю оболонки (задача №2); 3) моделювання впливу вітрового навантаження з нелінійною залежністю значення прикладеного нормального до поверхні оболонки тиску в окружному напрямку (задача №3). Кожна з трьох умов відтворює моделі навантаження конструкцій, виконаних з пологих тонкостінних оболонок, у реальному будівництві. Перша умова відповідає тим випадкам, коли навантаження передається через конструкцію не по всій довжині краю оболонки, а лише в певних ділянках краю – наприклад, покрівля, що представлена пологою тонкостінною конічною оболонкою, спирається на розширені капітелі колон, що розташовані з певною періодичністю по периметру покрівлі. Друга умова відповідає комбінації дій двох навантажень, одне з яких представлене у вигляді зовнішнього рівномірного тиску, нормального до поверхні оболонки, а друге – прикладеною у точці силою, вектор якої є паралельним до осі обертання оболонки. Рівномірний зовнішній тиск відповідає сніговому навантаженню або дії вакууму всередині оболонки, що виникає при зливі рідини з силосу, наприклад. Прикладена у точці сила відповідає дії ваги людини з оснасткою або ваги певної конструкції, що розташована на поверхні пологої тонкостінної оболонки.

Дослідження процесу деформування та стійкості пологих тонкостінних оболонок при дії кожного з трьох чинників неоднорідного НДС відбувалося двома шляхами. З однієї сторони, була створена чисельна модель пологих тонкостінних оболонок у середовищі програмного комплексу (ПК) ANSYS з застосуванням скінченного елемента CE SHELL 281, що дозволило отримати просторову модель оболонки та досліджувати змінюваність неоднорідності НДС в окружному напрямку. З іншої сторони, було виконано серію фізичних експериментів з дослідження процесу деформування пологих тонкостінних

малогабаритних зразків оболонок при дії першого чинника неоднорідного НДС – прикладене зовнішній однорідний нормальний до поверхні тиск та періодичне дискретне закріплення краю оболонки. Результати фізичного експерименту фіксувалися за допомогою фото- та відеоапаратури, значення ж прикладеного до оболонки навантаження у вигляді тиску відображалося на водяному манометрі, що був з'єднаний зі стендом для іспитів.

Зазвичай, для пологих тонкостінних конічних оболонок значення критичного тиску q_{cr} , отриманого у результаті рішення лінійної задачі стійкості, є нижчими, ніж значення граничного тиску q_{lim} , отриманого у результаті рішення задачі геометрично нелінійного деформування оболонки. У випадку прояву ефекту «статичного резонансу» саме значення граничного тиску q_{lim} стає вирішальним. Головною складністю аналізу процесу деформування та втрати стійкості пологих конічних оболонок у геометрично нелінійній постановці є необхідність застосування значних розрахункових потужностей для обчислення кожної ітерації рівноважних станів на залежності “ $q_{lim}-w$ ”, тобто залежності значень граничного тиску q_{lim} від значень переміщення w точки у вершині оболонки вздовж осі її обертання. У зв'язку з цим виникає необхідність у покращенні методів прогнозування прояву ефекту «статичного резонансу», спираючись на дані розрахунків задач лінійного процесу деформування та втрати стійкості, а також на динамічний розрахунок власних коливань ненавантаженої оболонки.

Отримано у результаті рішення задачі №1 дані та їх аналіз підтверджують та вдосконалюють раніше отримані залежності для прогнозування ефекту статичного резонансу у пологих тонкостінних конічних оболонок. Отримана залежність чітко детермінує змінюваність періодично неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки, яка дорівнює половині суми змінюваності першого тону власних коливань ненавантаженої оболонки та змінюваності першої форми втрати стійкості при біфуркації. В обох випадках, рішення виконується у лінійній постановці.

Отримано у результаті рішення задачі №2 дані та їх аналіз дозволили визначити межі впливу розташування точки прикладання сили вздовж утворюючої оболонки. Отримані нелінійні залежності « $q_{cr} - L/R$ », де q_{cr} – значення критичного тиску в результаті рішення лінійної задачі стійкості, а L/R – відношення відстані в плані від точки прикладання сили L до радіусу основи оболонки R , чітко виділяють три основні зони впливу сили на загальну модель процесу деформування та втрати стійкості оболонки – від поступового падіння несучої здатності оболонки з розповсюдженням хвиль по всій поверхні оболонки при втраті стійкості до різкого падіння несучої здатності з локалізацією хвиль в районі точки прикладання сили. Загалом, аналізуючи та осереднюючи отримані дані, перехід від поступового до різкого падіння несучої здатності спостерігається при розташуванні точки прикладання сили у інтервалі $L/R = 0,25 \dots 0,75$.

Отримано у результаті рішення задачі №3 дані та їх аналіз дозволили створити наближену до реальності модель вітрового навантаження оболонки, що дозволяє прогнозувати характер деформування та форму втрати стійкості для даного типу навантаження. Загалом, пологі тонкостінні оболонки здатні витримувати розрахункові на базі нормативних значення вітрового навантаження з суттєвим запасом по першому та другому розрахунковим станам, а створені чисельні моделі та процес їх деформації у лінійній та геометрично нелінійній постановці дозволяють детально дослідити стан конструкції на кожному етапі її деформування при навантаженні.

Результати рішення трьох зазначених раніше задач дозволяють проводити аналіз НДС збудованих або споруд, що проектуються, у широкому спектрі умов їх експлуатації. Завдяки цьому можливо точно прогнозувати небезпечні з точки зору зниження значень несучої здатності оболонки комбінації умов, що спричиняють неоднорідний НДС, та надавати рекомендації щодо зменшення впливу таких факторів, як періодично дискретне закріплення краю, комбінація дії зовнішнього однорідного тиску та прикладеної у точці сили, а також дія вітрового навантаження. При цьому, для прогнозування таких небезпечних

ситуацій, стало можливим спиратись на результати рішення лише лінійних задач стійкості без необхідності застосовувати машинні потужності для рішення задач деформування у геометрично нелінійній постановці.

Ключові слова: пологі тонкостінні оболонки, розрахунковий комплекс ANSYS, неоднорідний напружено-деформований стан, комбіноване навантаження, вітрове навантаження, періодично дискретне закріплення краю.

SUMMARY

Bessmertnyi Y. O. Deformation and stability of shallow thin-walled conical shells under external pressure and non-homogeneous stress-strain state. – Manuscript.

The thesis for the scientific degree of a candidate of technical sciences (Doctor of Philosophy) in specialty 05.23.17 “Structural mechanic” (19 – architecture and engineering). – State Higher Educational Establishment “Prydniprovs’ka State Academy of Civil Engineering and Architecture”, Ministry of Education and Science of Ukraine, Dnipro, 2021.

The study of deformation and stability of shallow thin-walled shells and spherical segments under external pressure and with non-uniform stress-strain state (SSS) caused by periodically discrete border fixation of shell, presence of combination of two and more external loads or non-uniformity of applied load, is a topic of high practical interest due to the problematics of calculations of such constructions in real conditions. Calculation of these constructions like structural elements of silos (roof and bottom part), elements of rockets and aircrafts, need to use large amount of computational time to model and investigate deformation process of constructions. Due to the mentioned earlier, specific interest is in study of static resonance phenomenon and improvement of methods to forecast dangerous models of shell loading in case of either periodical in circumferential direction non-homogeneous SSS or significantly non-homogeneous SSS.

Investigation of deformation process and stability of thin-walled shell in case of non-homogeneous SSS was made by Krasovsky et al [67-69] but the main object of investigation were cylindrical closed shell and conical shells in a lesser extent. Presence of longitudinal stiffeners or periodically discrete border fixation were the main reason of non-uniform in circumferential direction SSS. Stiffeners were allocated either from outside or inside of shell and even combined location. Periodically discrete border fixation was realized as change of parts with mobile and immobile displacement limitation of same length. An abrupt decrement of load-bearing capacity was noticed in result of study of deformation and stability of thin-walled closed cylindrical shells and this phenomenon was named “static resonance”. The essence of static resonance consists in next. An abrupt decrement of load-bearing capacity with increment of pre-critical displacements happens when variability of non-uniform in circumferential direction SSS coincides or is equal to the variability of first tone of Eigen oscillations of unloaded shell.

A study of deformation process and stability of shallow thin-walled conical shells and spherical segments was the logical continue of study of cylindrical shells due to their widespread use and common use in pairs cylinder-sphere and cylinder-cone. Influence of initial geometrical imperfections on load-bearing capacity of conical shells was made. Next result was obtained on the basis of investigations – “static resonance” phenomenon occurs when variability of non-homogeneous SSS, that was equal to the variability of geometrical imperfections of shell surface, was equal or similar to the variability of first tone of Eigen oscillations of unloaded shell.

In this work next factors of non-homogeneous SSS for thin-walled shallow shells are investigated: 1) presence of periodical in circumferential direction discrete border fixation (mobile hinge was changed by immobile hinge) under action of external uniform normal to the surface of shell pressure (task 1); 2) presence of combination of external uniform normal to the surface pressure q and applied in the point force F in case of immobile hinge fixation of shell's border (task 2); 3) modeling of wind load in form of non-linear distribution in circumferential direction (task 3). Each of three factors represents the most common load of construction in real conditions. First factor

is a representation of cases when a load on construction is transferred not through all the base but through part of base on lower structural elements – as an example, roof element standing on the pillars located periodically around the roof. Second factor is the representation of simultaneous action of normal uniform external pressure q (snow load or vacuum inside of shell) and applied in point force F (weight of human with equipment or additional constructions).

An investigation of deformation process and stability of thin-walled shallow shells in case of presence of each factor of non-homogeneous SSS has been conducted by two ways. From one side, a numerical model of thin-walled shallow shell was created using software environment ANSYS and finite element FE SHELL 281 that let obtain a spatial shell model and investigate a variability of non-homogeneity of SSS in circumferential direction. From another side, a row of physical experiments of study of thin-walled shallow conical shell of small scale has been made for task 1 – shell under action of external normal pressure and periodically discrete border fixation. Results of physical experiment have been captured using photo- and video technique. Values of external pressure have been measured using water manometer connected to the experimental stand.

Usually, for thin-walled shallow conical shells values of critical pressure q_{cr} obtained as a result of solution of linear stability problem, are lower than values of limit pressure q_{lim} obtained as a result of solution of geometrically non-linear problem of deformation process. In case of static resonance phenomenon, value of limit pressure q_{lim} is crucial due to not only the decrement of load-bearing capacity but buckling mechanic changes too. Main difficulty of geometrically non-linear calculation of deformation process and stability of shallow conical shell consists in large computational power of computer to realize it for dependency “ q_{lim-w} ” (dependency of limit pressure q_{lim} values from linear displacement w of pike point along axis Y). Because of mentioned above reasons, an improvement of method for forecasting the static resonance phenomenon is needed and this forecasting method should be based on results of computations of either linear problems of deformation process and stability loss or dynamic computation of Eigen oscillations of unloaded shell.

Obtained due to the solving of task 1 results and their analysis approve and improve obtained earlier dependencies for static resonance phenomenon forecasting for thin-walled shallow conical shells. Obtained dependency clearly determines the variability of periodically non-homogeneous in circumferential direction SSS of shell that is equal to the half-sum of variability of either first tone of Eigen oscillations of unloaded shell or first tone of bifurcation. Solution was made for linear problem in both cases.

Obtained due to the solving of task 2 results and their analysis helped to determine limits influence of point of force application along shell generatrix. Obtained non-linear dependencies “ $q_{cr} - L/R$ ”, where q_{cr} – value of critical pressure due to the solution of linear problem of stability, L/R – relation between distance of force application and pike point L and shell’s base radii R . Mentioned dependency clearly determines three main area of force influence on general model of stability loss and deformation process – from slow decrement of load-bearing capacity with wave propagation along all the shell surface to the abrupt decrement of load-bearing capacity with wave localization around point of force application. In general, after analysis of obtained data, the transition from slow to abrupt decrement of load-bearing capacity happens in case when point of force application lays in interval $L/R = 0.25 \dots 0.75$.

Obtained due to the solving of task 2 results and their analysis helped to create model of wind load that is close to reality that let to forecast the way the shell deformation process happens. In general, shallow thin-walled shells can bear wind calculative loads with large preserve coefficient according to the first and second limit calculation state. Created numerical models let investigate a deformation process and stress-strain state of construction on each state of loading.

Results of solution of three mentioned tasks let to analyze SSS of structures that are already built or are in process of designing. Due to that it is possible to forecast the dangerous combinations of loads that cause non-homogeneous SSS, and to give recommendations of decrease of influence of factors like periodically discrete border fixation, combination of loads or action of wind load. In addition, such a forecast is

possible to do because of solution of linear problems only without a necessity of use of large computational power to solve geometrically non-linear problem of deformation.

Key words: shallow thin-walled shells, software ANSYS, non-homogeneous stress-strain state, combined load, wind load, periodically discrete border fixation.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, у яких опубліковані основні результати дисертації

1. **Бессмертний Я. О.**, Красовський В. Л. Аналіз деформування та стійкості пологих конічних оболонок на базі вдосконаленої моделі вітрового навантаження у середовищі ANSYS. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*: Збірник наукових праць. Випуск 83, 2021. С.20-27.
2. Karasev A. G., Varyanichko M. V., **Bessmertnyi Y. O.**, Krasovsky V. L., Karasev G. G. Numerical analysis of experimental research on buckling of closed shallow conical shells under external pressure. *Journal of theoretical and applied mechanics*. Issue №58, 2020. P.117-126. (Scopus)
3. **Бессмертний Я. О.**, Красовський В. Л. Аналіз деформування та стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні рівномірним тиском та сконцентрованою у точці силою у середовищі програмного комплексу ANSYS. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*: Збірник наукових праць. Випуск 79, 2020. С.27-33.
4. Krasovsky V. L., Lykhachova O. V., **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. *Shell structures: theory and applications (SSTA 2017)*. 2017. P.251-254. (Scopus)
5. **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow conical shells under external pressure and periodically discrete border fixation. *Вісник Запорізького національного університету*: Збірник наукових статей. Випуск 2, 2017. С.14-19.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. **Bessmertnyi Y. O.** Behaviour of thin-walled shallow conical shells in case of non-homogeneous stress-strain state. *Сучасні проблеми механіки та математики*. Збірник наукових праць. Том 3, Львів, 2018. С.43-44.

7. Krasovsky V. L., **Bessmertnyi Y. O.** Buckling of shallow conical shells in case of external pressure and periodic non-uniform stress-strain state. *Proceedings of the stability of structures XV-th SYMPOSIUM*, Zakopane, September 17-21, 2018. P.83-84.

8. **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow conical shells with periodically discrete edge fixation. *Proceedings of Interuniversity scientific conference of young scientists*. Dnipro, March 30-31, 2017. P.40-41.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації

9. **Бессмертний Я. О.** Поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні та неоднорідному напружено-деформованому стані. *Міжнародний електронний науковий журнал «Наука онлайн»*. Випуск 5, 2019. С.1-10.

10. **Бессмертний Я. О.** Поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при вітровому навантаженні та неоднорідному напружено-деформованому стані. *Міжнародний науковий журнал "Інтернаука"*. Випуск 7, 2019. С.73-77. <https://doi.org/10.25313/2520-2057-2019-7-4942>

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ.....	2
Перелік умовних позначень	16
ВСТУП	17
РОЗДІЛ 1. КОРОТКИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ І СУЧАСНИЙ СТАН ПИТАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	23
1.1. Експериментальні і теоретичні дослідження стійкості пологих конічних оболонок	23
1.2. Сучасний стан питання	37
1.3. Висновки по розділу 1	55
1.4. Список використаних джерел в розділі 1.....	56
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ЧИСЕЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМУВАННЯ І СТІЙКОСТІ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК У СЕРЕДОВИЩІ ПК ANSYS.....	57
2.1. Вибір типу скінченого елемента	57
2.2. Створення геометричної та скінчено-елементної моделі оболонок.....	59
2.2.1. Геометрична модель.....	60
2.2.2. Скінчено-елементна модель.....	61
2.3. Задавання граничних умов та навантажень	62
2.4. Вибір типу розрахунку	63
2.4.1. Лінійна задача біфуркації	64
2.4.2. Геометрично нелінійний розрахунок.....	65
2.5. Висновки по розділу 2.....	68
2.6. Список використаних джерел у розділі 2	69
РОЗДІЛ 3. ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ЗОВНІШНЬОМУ ТИСКУ ТА ПЕРІОДИЧНО НЕОДНОРІДНОМУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОМУ СТАНІ (ЧИСЕЛЬНИЙ ТА ФІЗИЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ).....	70

	14
3.1. Загальні положення.....	70
3.2. Методика чисельного експерименту.....	72
3.3. Результати чисельного аналізу	74
3.4. Дослідження поведінки пологих конічних оболонок при періодичному неоднорідному НДС у ході виконання фізичного експерименту з малогабаритними зразками.....	86
3.4.1. Методика експерименту.....	86
3.4.2. Фізичний експеримент.....	90
3.4.3. Дослідження поведінки пологих конічних оболонок у середовищі ПК ANSYS (чисельне моделювання).....	93
3.4.4. Оцінка застосування ПК ANSYS до розрахунку реальних оболонок (порівняння експериментальних та розрахункових даних)	101
3.5. Висновки по розділу 3.....	104
3.6. Список використаних джерел у розділі 3	107
РОЗДІЛ 4. ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ ОБО- ЛОНОК ТА СФЕРИЧНИХ СЕГМЕНТІВ ПРИ ДІЇ КОМБІНОВАНОГО НАВАН- ТАЖЕННЯ У СЕРЕДОВИЩІ ПК ANSYS	108
4.1. Загальні положення.....	108
4.2. Мета дослідження.....	109
4.3. Постановка задачі.....	109
4.4. Лінійне рішення (CE SHELL 281).....	114
4.5. Геометрично нелінійне рішення (CE SHELL 281).....	115
4.6. Аналіз результатів чисельного експерименту.....	116
4.7. Висновки по розділу 4.....	123
4.8. Список використаних джерел у розділі 4	125
РОЗДІЛ 5. ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ ОБО- ЛОНОК ТА СФЕРИЧНИХ СЕГМЕНТІВ ПРИ ДІЇ ВІТРУ У СЕРЕДОВИЩІ ПК ANSYS.....	126

	15
5.1. Загальні положення.....	126
5.2. Мета дослідження.....	128
5.3. Постановка задачі.....	128
5.4. Лінійне рішення (CE SHELL 281).....	138
5.5. Нелінійне рішення (CE SHELL 281).....	143
5.6. Аналіз результатів чисельного експерименту.....	146
5.7. Адаптація отриманих результатів в умовах, наближених до реальних до діючих норм.....	151
5.8. Висновки по розділу 5.....	153
5.9. Список використаних джерел у розділі 5	154
ВИСНОВКИ.....	155
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	158
ДОДАТОК. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА	174

Перелік умовних позначень

Геометрично-жорсткісні параметри:

R, H, h – радіус опорного контуру, висота підйому, товщина;

E, ν – модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона матеріалу;

N – число скінчених елементів;

γ – питома вага матеріалу;

Характеристики навантаження та компоненти НДС:

q – інтенсивність зовнішнього тиску оболонки;

F – силове навантаження на оболонку;

W – сила вітрового навантаження

w – прогин оболонки

n – число хвиль в окружному напрямку форми випучування лінійної задачі ідеальної оболонки; число періодично дискретних закріплень у розділі 4;

Індекси та скорочення:

i – індекс, який об'єднує різні конкретні індекси;

cr – критичне значення;

lim – граничне значення;

281 – чотирикутний CE SHELL 281 з бібліотеки ПК ANSYS;

208 – вісесиметричний CE SHELL 208 з бібліотеки ПК ANSYS;

ВСТУП

Актуальність теми. Задача стійкості замкнутих пружних пологих кругових тонкостінних конусів при зовнішньому тиску відноситься до класичних задач теорії оболонок. Для цієї задачі свого часу було отримано як лінійне, так і геометрично нелінійне рішення. В останнє десятиліття в Україні була проведена велика серія випробувань на стійкість при зовнішньому тиску малогабаритних зразків (більше 100 штук) пологих замкнутих кругових конічних оболонок в широкому діапазоні зміни їх геометрії. Були проведені порівняння отриманих експериментальних даних з результатами розрахунків, виконаних на основі різних відомих теорій і розрахункових моделей, побудованих для ідеальних оболонок, включаючи розрахунки з використанням програмних комплексів (ПК) ANSYS і ЛІРА, заснованих на методі скінченних елементів (МСЕ). Ці дослідження показали, що в рамках розглянутої задачі залишається низка недостатньо вивчених питань, що становлять теоретичний і прикладний інтерес. Так, зокрема, відсутній спільний порівняльний аналіз рішень лінійної і нелінійної задач стійкості, спрямований на виявлення небезпечної моделі випучування розглянутих оболонок, недостатньо вивчений вплив на стійкість відхилень геометрії їх серединної поверхні, а також рухливості країв. Найбільш ефективним інструментом для проведення цих досліджень та виконання уточненого розрахунку досліджуваних оболонок наразі є сучасні ПК, зокрема, ANSYS та ЛІРА. Враховуючи, що пологі конічні оболонки використовуються як силові та огорожувальні елементи різних об'єктів, у тому числі, конструкцій особливої відповідальності, що використовуються в авіа- та ракетній техніці, суднобудуванні, в хімічній і нафтохімічній промисловості, уточнення розрахунку таких оболонок завжди було і залишається важливою і актуальною задачею.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалася у рамках держбюджетної теми кафедри будівельної механіки та опору матеріалів ДВНЗ ПДАБА: «Міцність, жорсткість, стійкість і коливання однорідних і неоднорідних стержнів, пластин, оболонок та композитних

конструкцій, включаючи об'єкти біологічного походження» (номер державної реєстрації 0116U006049). Назва розділу: «Напружено-деформований стан (НДС) і стійкість складених пластин та оболонок».

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є розрахунок процесу деформування та втрати стійкості пружних замкнених пологих кругових конічних оболонок при неоднорідному напружено-деформованому стані (НДС) та зовнішньому поперечному тиску у ході виконання як чисельного, так і фізичного експерименту, а також оцінка застосовності ПК ANSYS для виконання таких розрахунків. Ця проблема передбачає розв'язання наступних задач:

– дослідити процес деформування та випучення пологих тонкостінних оболонок при дії зовнішнього нормального тиску та за умови періодично неоднорідного напружено-деформованого стану, що обумовлений періодично дискретним шарнірним закріпленням краю розглянутих оболонок (рівні за довжиною ділянки з шарнірно нерухомим закріпленням чергуються з ділянками з шарнірно рухомим закріпленням). Також необхідно дослідити прояв ефекту «статичного резонансу» за умови неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки;

– дослідити процес деформування та випучення пологих тонкостінних оболонок при дії комбінованого навантаження зовнішнім нормальним однорідним тиском та сконцентрованою у точці силою, що змінює своє місце розташування у просторі відносно утворюючої оболонки. При комбінованому навантаженні рівномірний нормальний зовнішній тиск відтворює собою дію снігового навантаження, а сконцентрована у точці сила – дію ваги людини або будь-якої конструкції, що влаштовується на оболонці;

– дослідити деформування та випучення пологих тонкостінних оболонок за умови неоднорідного напружено-деформованого стану, обумовленого дією вітрового навантаження, опираючись як на дані, представлені у нормативних документах України, так і дані чисельних експериментів у середовищі ПК ANSYS;

– дослідити деформування та випучення пологих тонкостінних оболонок у ході виконання фізичного експерименту, що відтворює умови закріплення та навантаження оболонок у задачі №1. Отримані результати необхідно порівняти з результатами чисельного моделювання у середовищі ПК ANSYS;

– виконати аналіз результатів порівняння даних фізичного експерименту та чисельного моделювання з метою встановити можливість та дати оцінку застосування ПК ANSYS при вирішенні задач деформування та втрати стійкості розглянутих оболонок за умов періодично неоднорідного та суттєво неоднорідного НДС.

Об'єкт дослідження – явище стійкості та процес деформування пологих конічних оболонок при різних граничних умовах під дією зовнішнього тиску (однорідного та неоднорідного), сконцентрованої у точці сили та комбінованого навантаження цих впливів.

Предмет дослідження – напружено-деформований стан (НДС) і випучування пружних замкнутих пологих тонкостінних конічних оболонок, а також застосовність для їх розрахунку ПК ANSYS.

Методи дослідження: чисельний експеримент і його аналіз в середовищі універсального ПК ANSYS (ANSYS Inc. Academic Research, Mechanical Analysis, Release 14.5), а також фізичний експеримент на модельних оболонках.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в нових якісних і кількісних даних про деформацію і випучування при зовнішньому тиску пружних пологих замкнутих кругових конічних тонкостінних оболонок при неоднорідному НДС періодично дискретному та однорідному закріпленні краю оболонки (нерухомий та рухомий шарнір). Основні результати, що мають наукову новизну:

– дістало подальший розвиток дослідження поведінки пологих конічних оболонок при періодично неоднорідному напружено-деформованому стані, обумовленому періодично дискретним закріпленням краю при дії однорідного нормального тиску та отримано точну залежність для прогнозування ефекту «статичного резонансу»;

– удосконалено методику дослідження поведінки пологих конічних оболонок при неоднорідному НДС, обумовленому неперіодичним невісесиметричним комбінованим навантаженням однорідним тиском та сконцентрованою у точці силою, та досліджено поведінку розглянутих оболонок при найнесприятливіших умовах на території України згідно до нормативних документів;

– удосконалено ступінь відповідності результатів чисельного дослідження поведінки пологих конічних оболонок з використанням ПК ANSYS у порівнянні з результатами, що були отримані у ході проведення фізичного експерименту над серією малогабаритних зразків пологих тонкостінних конічних оболонок;

– удосконалено дослідження поведінки пологих конічних тонкостінних оболонок за умови дії вітрового навантаження згідно до рекомендацій та нормативних значень вітру у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи».

Практичне значення одержаних результатів полягає в підтвердженні на основі порівняння з фізичним експериментом високої ефективності реалізації в середовищі ПК ANSYS уточненого розрахунку стійкості реальних оболонок, пов'язаної з можливістю врахування в розрахунках низки факторів, що впливають на величину несучої здатності оболонок.

Особистий внесок здобувача. У роботах, що опубліковані у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає у наступному:

– вдосконалено процедуру розрахунку деформування і втрати стійкості розглянутих оболонок у середовищі ПК ANSYS, що дозволяє адекватно оцінити величину q^{cr} і q^{lim} , а також проведено лінійний і геометрично нелінійний їх

чисельний аналіз в широкому діапазоні зміни геометрії об'єктів дослідження [1, 3];

– визначена точна залежність для прогнозування прояву ефекту «статичного резонансу» у пологих тонкостінних конічних оболонках як при чисельному моделюванні, так і в ході фізичного експерименту [4, 7], шляхом порівняння результатів лінійного біфуркаційного, динамічного і геометрично нелінійного розрахунків;

– досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих тонкостінних оболонок при дії комбінованого навантаження рівномірним тиском та сконцентрованою у точці силою, та отримані результати порівняні з даними, представленими у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», а також проведено чисельні розрахунки для розглянутих оболонок, дані про які відсутні у ДБН В.1.2-2:2006 [3];

– досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих тонкостінних оболонок при дії вітрового навантаження та створена розрахункова модель для аналізу дії вітрового впливу на конічну оболонку; отримані результати порівняні з даними, представленими у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», а також проведено чисельні розрахунки для розглянутих оболонок, дані про які відсутні у ДБН В.1.2-2:2006 [1];

– виконано аналіз результатів порівняння даних фізичного експерименту та чисельного моделювання з метою встановити можливість та дати оцінку застосування ПК ANSYS при вирішенні задач деформування та втрати стійкості розглянутих оболонок за умов періодично неоднорідного та суттєво неоднорідного НДС [2].

Апробація результатів дисертації. За матеріалами дисертації було зроблено доповіді на наступних наукових конференціях і семінарах: Міжвузівська наукова конференція молодих науковців (березень 2017, ПДАБА, Дніпро), 11 Міжнародна конференція «Shell structures: theory and applications» (жовтень 2017, Гданськ,

Польща), Сучасні проблеми механіки та математики (травень 2018, Львів), Proceedings of the stability of structures XV-th SYMPOSIUM (вересень 2018, Закопане, Польща).

Публікації. За темою дисертації опубліковано всього 10 наукових праць (5 без співавторів), з них статей, включених Міністерством освіти і науки України в список спеціалізованих наукових фахових видань – 3; статей в зарубіжних журналах Європейського союзу – 2 (SCOPUS); тез конференцій – 3; та додаткові видання – 2.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота викладена на 175 сторінках машинописного тексту, складається зі вступу, 5 розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку. Обсяг основного тексту дисертації складає 138 сторінок друкованого тексту. Робота ілюстрована 25 таблицями та 42 рисунками, список використаних джерел містить 162 найменування.

РОЗДІЛ 1

КОРОТКИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ І СУЧАСНИЙ СТАН ПИТАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Експериментальні і теоретичні дослідження стійкості пологих конічних оболонок та сферичних сегментів

Пологі тонкостінні оболонки є одним з найбільш часто використовуваних конструктивних елементів як в аерокосмічній галузі, так і у сфері будівництва, нафтохімічній та машинобудівній промисловості. Пологі тонкостінні оболонки часто виступають у ролі кривлі резервуарів, зданій та будівель, а також можуть бути частинами елементів машин та механізмів. У зв'язку з широким розповсюдженням пологих тонкостінних оболонок, їх дослідженню присвячено великий розділ літератури. Але, у тому випадку, коли необхідно розглянути лише пологі тонкостінні конічні оболонки та сферичні сегменти, то вибірка робіт значно зменшується.

Вважається, що неможливість подальшої експлуатації пологих конічних оболонок та сферичних сегментів при зовнішньому тиску є наслідком досягнення першого граничного стану – втрати стійкості. При цьому можливі два механізми: втрати стійкості: 1) внаслідок біфуркації (точки розгалуження залежності рівноважних станів, при якій вісесиметрична форма замінюється якісно новою близькою невісесиметричною формою рівноваги) [90]; 2) внаслідок досягнення граничної точки в процесі її деформування [24] в результаті чого оболонка стрибком переходить до несуміжної форми рівноваги. На рисунках 1.1 і 1.2 наведено залежності зовнішнього тиску – q від амплітуди відносного прогину конструкції (w – амплітуда прогину, h – товщина оболонки), які ілюструють описані механізми втрати стійкості. У першому випадку критичний тиск – q^{cr} при вирішенні лінійної задачі стійкості, у другому випадку величина граничного тиску – q^{lim} визначається в результаті вісесиметричного статичного геометрично нелінійного розрахунку.

Вперше дослідження вісесиметричної деформації конічної оболонки постійної товщини в лінійній постановці була виконана Дюбуа [107]. Однією з перших робіт по стійкості конічних оболонок були дослідження Х. М. Муштарі [77, 78]. Широкі дослідження деформування і стійкості конічних оболонок, як в СРСР, так і за кордоном почалися в 50-х роках минулого століття у зв'язку з потребами практики (ракетна техніка, літакобудування), а так само появою ЕОМ. Дослідження проводилися як в лінійній, так і в геометрично нелінійній постановці.

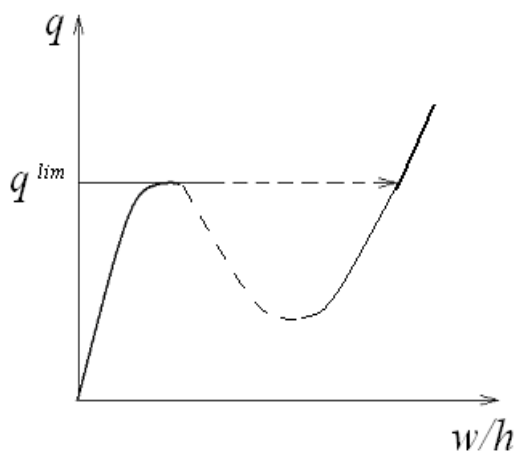


Рисунок 1.1 - Нелінійна модель втрати стійкості

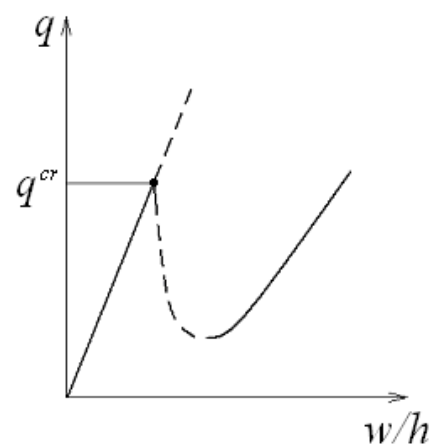


Рисунок 1.2 - Біфуркаційна модель втрати стійкості

Класичними є дослідження стійкості та НДС конічних оболонок в лінійній постановці, а так само експериментальні дослідження. Тут серед радянських вчених слід відзначити дослідження Н. А. Алумяє [2], Е. І. Григолюка [41, 42], В. З. Гришака [48, 84], А. В. Саченкова [28, 78, 89], П. В. Мюрсеппа [79], П. Е. Товстика [75], Р. В. Михасьова [74, 75], К. А. Родітелева [87]. Серед зарубіжних вчених теоретико-експериментальним дослідженням стійкості і НДС конічних оболонок займалися П. Сейд [138,139,157], Дж. Зінгер [104, 115, 116, 137, 141-151, 159], В. Вейнгартен [156-158], У. Шнелл [135, 136], П. Байлард [102], К. Шиффнер [131-134, 136].

У розвиток геометрично нелінійної теорії деформування і стійкості лінійно пружних конічних оболонок великий внесок внесли Н. А. Алумяє [2],

К. І. Балабух [7, 8], Н. В. Валішвілі [13,14], В. З. Власов [24], А. С. Вольмір [25, 26], І. І. Ворович [27], К. З. Галімов [30], Е. І. Григолюк [41, 42], Я. М. Григоренко [43-47, 61], В. В. Кабанов [41], Б. Я. Кантор [52-56], Ф. Я. Каюк [58], М. С. Корнішин [33, 64], Х. М. Муштарі [77, 78], В. В. Новожилов [82, 83], Л. І. Шкутін [98] і В. А. Шубін [100]. У цих роботах подаються постановки задач, методи та результати їх вирішення, наведено огляди, що дозволяють оцінити етапи розвитку в галузі нелінійної механіки конічних оболонок. Слід зазначити, що врахування геометричної нелінійності при розгляді деформування та стійкості оболонок суттєво ускладнює завдання визначення НДС.

За останні десятиліття на території СНД питаннями стійкості, НДС і коливань пологих конічних оболонок при різних видах навантаження, і, як правило, з використанням чисельних методів, займалися А. Н. Аверін [1], Д. В. Бабич [4-6], С. М. Булатов і В. А. Козлов [11, 12], М. О. Варяничко [15-23], Г. С. Гізатулліна [32], А. П. Грибов [3, 37-40], А. Я. Григоренко і С. А. Мальцев [43, 44], Е. В. Запорожець [34], В. А. Кожевников і С. Н. Косоруков [62], О. Н. Коновалова [63], Л. І. Шкутін [98-100], А. Н. Шихранов [97]. Деякі питання дослідження стійкості та НДС конічних оболонок відображені в роботах [36, 49, 50, 60, 93, 96, 110, 155].

Основні успіхи розвитку теорії стійкості конічних оболонок, а так само її історія, тісно пов'язані з циліндричними оболонками, вивчення поведінки яких присвячена величезна кількість публікацій. Особливо конічних оболонок, близьких до циліндрів. Зазначимо, що в ряді випадків чисельні результати досліджень узагальнювались авторами у вигляді формул, які, так чи інакше, зводили розрахунок стійкості конічної оболонки до розрахунку деякої еквівалентної, з точки зору стійкості, циліндричної оболонки. В цілому ряді робіт [102, 142, 149, 155] було показано, що критичний тиск конічної оболонки можна визначити як критичний тиск (за певним параметром) еквівалентної циліндричної оболонки. Наприклад, у роботі П. В. Мюрсеппа [79] дана формула для визначення критичного навантаження конічної оболонки,

отриманої на основі відповідної формули для циліндричної оболонки, підданої дії рівномірно розподіленого зовнішнього тиску, з урахуванням умов закріплення. Також наводиться формула для визначення числа хвиль в окружному напрямку.

Завдання стійкості замкнутих конічних оболонок при зовнішньому тиску розглядалася Н. В. Валішвілі [14]. При отриманому параметрі пологості оболонки

$$b = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)} \frac{C}{\sqrt{Rh}} \quad (1.1)$$

(де C – радіус опорного контуру, h – товщина оболонки, R – радіус оболонки, $R = C$) і його збільшенні, критичний тиск у конуса падає. Встановлено, що невісесиметричні форми рівноваги не мають характеру крайового ефекту.

Теорія і експеримент показують, що конічна оболонка, навантажена рівномірним тиском, втрачає стійкість з утворенням великої кількості хвиль в окружному напрямку за умови, що параметр тонкостінності R/h великий, тобто сама оболонка досить тонка. В роботі А. Корнеккі [119] запропонована теорія, що описує випучування такого виду, приведено гарне наближення до існуючих результатів, отриманих П. Сейдом в рамках напівбезмоментної теорії.

М. Ньюмен і Е. Л. Рейсс, ґрунтуючись на гіпотезах теорії тонких оболонок, у своїй роботі [127] виводять рівняння, що описують малі, але кінцеві вісесиметричні деформації конусів. В якості діаграми «навантаження-переміщення» прийнята добре відома немонотонна крива «навантаження – переміщення» Кармана – Цзяня (для вісесиметричної втрати стійкості сферичних куполів). Співвідношення (1.2), що пов'язують меридіональні і кільцеві деформації з переміщеннями, прийняті в наступному вигляді:

$$\bar{e}_s(s, \rho) = e_s(s) - \rho w''(s), \quad \bar{e}_\varphi(s, \rho) = e_\varphi(s) - \rho / s w'(s), \quad (1.2)$$

$$e_s(s) = u'(s) + [w'(s)]^2 / 2, \quad e_\varphi(s) = [u(s) - w(s) \operatorname{tg} \theta] / s,$$

де: s – відстань точки від полюса вздовж твірної серединної поверхні, ρ – відстань уздовж внутрішньої нормалі до серединної поверхні; u , w – переміщення серединної поверхні в напрямках s і ρ відповідно; θ – кут при основі. Штрихом позначено диференціювання по s . Всі інші деформації звертаються в нуль, або передбачаються знехтувально малими. Клас крайових задач на власні значення, розглянутих авторами, визначається диференціальними рівняннями, одержаними шляхом інтегрування одного з рівнянь Ейлера, та рівнянням спільності для серединної поверхні та відповідними граничними умовами. Рівняння Ейлера, що входить до функціонал потенційної енергії, задовольняється тотожно, а також. Потім два цих нелінійних, пов'язаних диференціальних рівняння другого порядку та граничні умови замінюються рівняннями у кінцевих різницях; отримана в результаті алгебраїчна задача вирішена за допомогою методу «прискорених» інтеграцій. Теорія і метод рішення застосовані до розрахунку замкнутої конічної оболонки, що знаходиться під дією рівномірного тиску. Розрахунки проводилися при різних значеннях параметра навантаження P і геометричного параметра k , де:

$$P(x) = \frac{P(s)}{2E} \cdot \frac{k_{s_1}^2}{htg\theta} \quad (1.3)$$

$$k = [12(1 - \nu^2)]^{1/2} \frac{S_1}{h} t g \theta \quad (1.4)$$

$P(s)$ – зовнішній тиск, $x = s_1/s$, h – товщина оболонки, s_1 – значення s в площині основи, E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона. Отримані при вирішенні цього прикладу чисельні результати, показують, що для конуса величина k лежить в інтервалі 3.5...4. Автори завершують цю цікаву роботу висновком лінеаризованого наближення для випучування замкнутого конуса і показують, що власні значення не залежать від геометричного параметра k .

Слід відзначити ряд робіт [46, 47, 153, 159], у яких розглянуто вплив умов закріплення конічної оболонки. У роботі [152] проводиться порівняння

початкового безмоментного напруженого стану, відповідного умовам класичного вільного обпирання (рухомий шарнір), з напруженим (докритичним) станом при аналогічних, але модифікованих граничних умовах, обумовлених урахуванням нелінійних ефектів. Зниження критичного тиску в останньому випадку незначне (менше 5%). Крім того розглянуто модифіковані граничні умови, відповідні обмеження осьових переміщень. В результаті виявлено суттєве зростання критичного тиску (40 – 50%).

Зазначимо, що у вищезазначених роботах [46, 47, 159] розглянуто великий клас граничних умов і кутів нахилу твірної конуса до його основи, аж до $\alpha = 5^\circ$. Тобто стосується клас менш вивчених пологих конічних оболонок, що безпосередньо близько до теми магістерської роботи. Початковий стан оболонки вважається безмоментним, а рішення завдань будувалося в рядах [159]. Як і у випадку циліндричних оболонок, обмеження зсувів уздовж утворюючих призводить до підвищення стійкості оболонок. Це підвищення для довгих і тонких оболонок становить приблизно 45%. Ослаблення обмежень зміщень по колу незначно зменшує критичний тиск. Зазначені ефекти залежать від відносної товщини конуса, його довжини і кута α . Зі зменшенням цього кута вплив обмежень зміщень по твірним зменшується, а вплив обмежень по окружності збільшується. Для кута $\alpha = 5^\circ$ зниження критичного тиску при ослабленні закріплень по колу становить 16%. Відповідність експерименту становить 60 – 140%, що пояснюється невідповідністю граничних умов у розрахунку та експерименті, а так само початковими дефектами експериментальних зразків. Крім того, в даних роботах, а також в роботі [134] були отримані наближені формули для критичного тиску, при різних граничних умовах.

Крім того, вплив граничних умов позначається на коливаннях конічних оболонок, що і представлено в роботах [46, 47] у вигляді чисельних та аналітичних досліджень з подальшим їх аналізом.

Слід зазначити, що дослідження деформування та стійкості оболонок проводилися як аналітичними, так і чисельними методами. Аналітичні методи

базуються на математичних методах вирішення крайових задач, зазвичай складних і трудомістких, та у зв'язку з складністю математичного апарату, найчастіше, обмежені досить простими геометричними формами тіл і схемами навантаження. Чисельні методи, до яких відносяться метод скінчених різниць, метод граничних елементів, метод скінчених елементів і інші, навпаки, не обмежені ні формою тіл, ні способом прикладання навантажень. Іноді важливо знати еволюцію процесу деформування (або руйнування) конструкції з тривалим у часі зовнішнім впливом, що досить часто супроводжуються великими геометричними та фізичними нелінійностями. У таких випадках обійтися без чисельних рішень доволі проблематично. В даний час, завдяки розробці і впровадженню в розрахункову практику потужних універсальних ПК, заснованих на методі скінчених елементів (МСЕ), з'явилися широкі можливості виконання уточненого розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість самих різних, як відомих, так і нових конструкцій, в тому числі і пологих тонкостінних [51].

Перша згадка про чисельне дослідження конічних оболонок методом скінчених різниць (МКР) зустрічається в роботах К. Шиффнера [131-134]. Облік нелінійності докритичного деформованого стану з подальшим використанням лінійної теорії стійкості до дослідження стійкості тонкостінних конічних оболонок, навантажених вісесиметричними навантаженнями, він розглянув у роботі [133]. Для задач такого типу (на відміну від куполів) вплив нелінійності виявився несуттєвим (близько 10%), не пояснюється невідповідність між теорією та експериментом. Крім того, малі початкові вісесиметричні недосконалості зменшують біфуркаційне навантаження. Цінність отриманих результатів є обмеженою, оскільки не були досліджені невісесиметричні початкові недосконалості та закритична поведінка. В його роботі [132] у рамках нелінійної теорії оболонок досліджено докритичний стан тонкостінних ізотропних і ортотропних конічних оболонок, навантажених вісесиметричними зусиллями. Система звичайних нелінійних диференціальних рівнянь розв'язана різницевим методом з наближенням високого порядку. Для

ізотропних конічних оболонок показана можливість отримання точного рішення лінеаризованої системи рівнянь. Визначення критичних навантажень зведено до розв'язання задачі на власні значення. Проаналізовано вплив геометричних параметрів оболонки та вісесиметричних докритичних деформацій на критичну навантаження. Отримані результати знаходяться в гарній відповідності з експериментальними даними.

Близькими до розглянутої в магістерській роботі тематиці є роботи Л. І. Шкутина [98-100] і Н. В. Валішвілі [13]. У [98] вирішена задача визначення граничного тиску при вісесиметричному нелінійному деформуванні пологих конічних оболонок. Використовувалися нелінійні рівняння теорії пологих оболонок. Для зведення нелінійної крайової задачі до послідовності лінійних задач використано метод «послідовних навантаж», запропонований Петровим В. В. Рішення лінійної крайової задачі проводилося скінченно-різницеvim методом прогонки. Розглядалося 4 різних типи закріплення основи конуса: рухомий і нерухомий шарнір і рухоме та нерухоме закладення. Результати представлені у вигляді графічних залежностей відносного граничного тиску від параметру, що характеризує пологість оболонки. На цих графіках нанесені значки, відповідні тиску проклацування пологих конічних оболонок в спеціальному експерименті, описаному в роботі [100]. У цій роботі наведені дані випробувань 53 малогабаритних зразків, отриманих гальванічним способом з міді. Для порівняння з розрахунком було обрано 16 зразків, які мали однаковий кут нахилу твірної до площини основи конуса, який дорівнює $\alpha = 5^\circ$. Умови закріплення оболонок відповідали нерухомому защемленню. Експериментальні значення граничного тиску відрізнялися значним розкидом величин. При цьому середнє значення становило близько 60% від розрахункового граничного тиску.

У монографії [13], також як і в [98], використовувалися рівняння теорії пологих оболонок. Рішення нелінійної крайової задачі проводилося на основі розробленого автором чисельного алгоритму [13]. Особливість алгоритму,

порівняно з різними варіантами методу зведення нелінійної крайової задачі до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, пов'язана з тим, що алгоритм передбачає використання спеціального параметра, що забезпечує виконання умови розв'язності системи нелінійних рівнянь в області граничних точок. Для пологих замкнутих конічних оболонок при зазначених вище 4 умовах їх закріплення, поряд з граничним тиском вісесиметричного деформування, були визначені навантаження біфуркації до невісесиметричних суміжних форм рівноваги. При цьому враховувалася моментність і нелінійність докритичного деформування. Результати чисельного визначення граничного і критичного тиску наведені у вигляді графічних залежностей від параметра пологості оболонки, а також у табличній формі.

Чисельні дослідження вісесиметричних форм втрати стійкості конічних оболонок представлені в роботах Л. І. Шкутіна [99]. Методом стрільби чисельно вирішені нелінійні крайові задачі вісесиметричного випучування конічних куполів під рівномірним нормальним тиском. Завдання сформульовані для шести системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку з незалежними полями переміщень і поворотів. Зазначимо, що розглянуті два варіанти граничних умов: нерухоме шарнірне обпирання і жорстке защемлення. Простежено розгалуження розв'язків крайових задач в залежності від параметра тиску і геометричних параметрів куполів, отримані немонотонні і розривні криві станів рівноваги, що свідчать про можливість катастрофи – моментальної втрати стійкості через сплеск. У випадку нерухомого шарнірного обпирання встановлено наявність областей багатозначності рішень не тільки при зовнішньому, але і при внутрішньому тиску. Для нерухомо защемленого тонкостінного купола проведено порівняння теоретичних і експериментальних результатів.

Застосування чисельного методу С. К. Годунова до розрахунку задач про вісесиметричну деформацію замкнутих у вершині оболонок обертання описано в роботі В. Ю. Сахарова [88]. Застосування цього методу до розрахунку

складених оболонок обертання представлено в статті Ю. А. Сисоєва та Т. І. Левицької [93].

Рішенням задач згину пологих оболонок в геометрично нелінійній постановці займалися А. П. Грибів, Ю. П. Артюхін, В. Г. Малахов [3, 37-40], використовуючи метод граничних елементів.

Чисельне дослідження показників втрати стійкості і процесу випучування прямої конічної оболонки під дією зовнішнього тиску проведено в роботі [121]. Побудована нелінійна скінчено-елементна математична модель розглянутої задачі стійкості з використанням вироджених восьми-вузлових чотирикутних оболонкових елементів і виведені визначаючі інкрементальні матричні рівняння пружної рівноваги у випученому стані. З застосуванням методу декремента в процесі навантаження зовнішнім тиском отримані біфуркаційні криві залежності переміщень і деформацій конічної оболонки від величини тиску. Результати чисельного нелінійного розрахунку МСЕ граничного тиску і закритичних прогинів зіставлені з наявними експериментальними даними, причому відзначено їх гарне узгодження.

Необхідно відзначити, що на пологі тонкостінні оболонки обертання, зокрема конічні, істотний вплив роблять неправильності геометрії і початкові недосконалості, а також неоднорідність НДС, що і розглянуто в даній роботі. Наприклад, А. Н. Шихрановим в роботі [97] проведено дослідження впливу невісесиметричних локалізованих початкових недосконалостей на напружено-деформований стан і критичне навантаження «сплеску» в пологих оболонках обертання. Модифікована двопараметрична версія методу збурень для уточненого розрахунку несиметричних систем і конструкцій описується в роботі [155]. Ставилося завдання аналізу несиметричних великих прогинів пологої сферичної оболонки. Шляхом зіставлення великих прогинів пластини і пологої сферичної оболонки з різними початковими прогинами знайдено наближений розв'язок третього порядку.

Відомо, що найкращою оцінкою застосовності різних чисельних методів і теорій є порівняння з даними фізичного експерименту. Вивчення процесів

деформування та втрати стійкості оболонок в експерименті присвячені роботи Н. А. Алумяє [2], В. Г. Выборнова і А. В. Саченкова [28, 29], В. З. Грищака [84] і Ю. Н. Ющенко [48], В. А. Кожевнікова і С. Н. Косорукова [62], К. А. Родітелева [87], И. А. Шубіна та Л. І. Шкутина [100] та інші, у тому числі роботи [32, 65, 66, 89, 116, 135]. Огляд, що відображає рівень розвитку теорії стійкості тонкостінних конічних оболонок, представлений в роботах П. Сейда [139], Дж. Зінгера [146], а також Дж. Р. Тенга [152]. Дано узагальнення відомих теоретичних результатів і порівняння їх з експериментальними даними. Обговорюються недоліки, притаманні досліджуваній галузі досліджень, та перспективи її розвитку. Необхідно відзначити, що в цих роботах розглянуті непологі конічні оболонки. У таких оболонок при зовнішньому тиску критичне навантаження виявилось менше граничного навантаження. Експериментальних робіт, що вивчають деформації пологих оболонок, для яких граничне навантаження знаходиться нижче критичної, немає.

При аналізі експериментальних досліджень, на особливу увагу заслуговують роботи В. З. Грищака. Зокрема, в монографії [84] наведено результати поведінки 48 оболонок при дії зовнішнього тиску за умов обпирання, відповідних нерухомому защемленню і вільному спиранню країв. Втрата стійкості оболонок супроводжувалася сплеском з утворенням однієї півхвилі вздовж твірної. Процес втрати стійкості відбувався в пружній стадії. Розбіжність розрахункових і експериментальних даних склало до 10%. У цій же книзі В. З. Грищак вивчався вплив початкових недосконалостей у формі серединної поверхні на несучу здатність і стійкість сталевих усічених конічних оболонок при зовнішньому тиску. Результати випробувань показали, що наявність ізольованих вм'ятин сприяє утворенню місцевих форм випинання оболонок. Було виявлено, що несуча здатність оболонок з локальними вм'ятинами, розташованими по колу, зростала порівняно з несучою здатністю «ідеальної» оболонки. Критичні навантаження місцевого випинання складають

$\approx 75 \div 85\%$ від навантажень загальної втрати стійкості (в залежності від конусності).

І. І. Трапезін у своїй роботі [94] наводить короткий опис пристрою, призначеного для вимірювання критичного тиску конічних оболонок, замкнених у вершині та (або) усічених, а також отриманих при цьому результатів. Експериментальні значення критичного тиску порівнюються з розрахунковими, отриманими на підставі формули, запропонованої автором, і формул, отриманих при рішенні рівнянь напівбезмоментної теорії для конічної оболонки методом скінчених різниць і методом Бубнова – Гальоркіна. Відзначено задовільне узгодження розрахункових і експериментальних значень критичного тиску в області непологих оболонок.

Результати експериментальних досліджень жорстко закріплених замкнених конічних оболонок різної конусності представлені в роботах В. Г. Выборнова [28, 29]. Якщо деформація конічної оболонки в окружному напрямку є переважаючою, як, наприклад, у випадку зовнішнього тиску, то формули для критичних навантажень виходять з відповідних формул для циліндричної оболонки. У разі використання формули для визначення критичного тиску циліндричної оболонки

$$q^{cr} = C_1 \frac{Eh}{l \cdot (1-\nu^2)^{3/4}} \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^{3/2} \quad (1.5)$$

(тут: E – модуль Юнга, ν - коефіцієнт Пуассона, h – товщина оболонки, R – радіус основи, l – довжина оболонки) через заміну в даній формулі $l = s_1 t$ та $R = s_1 t g \gamma$ (тут: s_1 и s_0 – відстань уздовж утворюючої від вершини конуса згідно до верхньої та нижньої основи, γ – кут конусності (кут між утворюючою та віссю конічної оболонки); $t = \ln s_1 / s_0$), для замкнутої у вершині конічної оболонки маємо $\ln s_1 / s_0 \rightarrow \infty$, і формула (1.5) приймає вигляд

$$q^{cr} = C \frac{Eh}{s_1 \cdot (1-\nu^2)^{3/4}} \cdot \left(\frac{h}{s_1 t g \gamma}\right)^{3/2} \quad (1.6)$$

З метою визначення постійної був проведений експеримент на малогабаритних зразках, виготовлених з алюмінієвої фольги, з кутом конусності $\gamma = 15^\circ, 22.5^\circ, 30^\circ, 37.5^\circ, 45^\circ, 52.5^\circ, 60^\circ, 67.5^\circ, 80^\circ$ при нерухомому жорсткому защемленні краю оболонки. Для кожного кута конусності виготовлялося по 5 оболонок. Зазначимо, що з досліджуваних оболонок в клас пологих конструкцій потрапляє серія оболонок з $\gamma = 80^\circ$. Фіксувалися радіус основи і товщина досліджуваних оболонок. При отриманні критичного експериментального тиску, осередненні даних за формулою (1.6), обчислювався коефіцієнт C . У результаті коефіцієнт вийшов рівним $C = 2.18 \div 2.74$ (максимальна похибка близько 20%). Отриманий результат можна використовувати при проведенні експерименту над усіченими конічними оболонками при зовнішньому тиску, змінюючи лише ставлення s_1/s_0 .

Результати експериментального дослідження усічених конічних оболонок кругового перерізу, виготовлених з алюмінієвої фольги, при зовнішньому тиску, наведені роботі М. В. Малєєва і А. А. Саченкова [71]. Отримані значення критичного тиску добре узгоджуються з розрахунком за формулами, наведеними в монографії Е. І. Григолюка і В. В. Кабанова [41]. Перевірка достовірності результатів проведеного експерименту здійснювалася на зразках, виготовлених із сталеві стрічки. Відмінність експериментальних даних по критичним навантаженням для випадку зовнішнього тиску склало 6 – 10%.

Експериментальному вивченню поведінки конічних оболонок при зовнішньому тиску присвячена робота Дж. Зінгера [150]. В ній представлені результати досліджень 58 алюмінієвих усічених конічних оболонок з різними геометричними параметрами при зовнішньому тиску; проведено порівняння експериментальних даних з існуючими теоріями стійкості. Встановлено, що відповідність між теоретичними та експериментальними результатами при зовнішньому тиску гірше, ніж у разі відповідного порівняння для циліндричних оболонок. Вивчено вплив граничних умов на випинання оболонок при зовнішньому тиску.

В роботі [104] представлені результати програми експериментальних досліджень випинання конічних оболонок, виготовлених з алюмінієвого сплаву і навантажених зусиллями трьох видів – осьовим стисненням, крученням і зовнішнім або внутрішнім тиском. Виконано порівняння отриманих результатів з результатами, заснованими на лінійній теорії оболонок. Удосконалення методики експериментальних досліджень дозволило провести багаторазові випробування на стійкість на одному і тому ж металевому зразку (без помітних залишкових деформацій останнього) і отримати достовірні криві взаємодії.

В експериментальному дослідженні [116] обговорюються результати випробувань майларових конічних оболонок, навантажених зовнішнім тиском. Тут же, з метою встановлення механічних властивостей майлара були проведені випробування на майларових смужках, в результаті чого була виявлена його істотна анізотропія. Це дало привід засумніватися в достовірності експериментальних даних.

На завершення цього розділу відзначимо наступне. Найбільш цікавим, з точки зору розглянутої тематики, особливо за задумом, вже згаданий раніше експеримент [100, 1966 р], І. А. Шубіна та Л. І. Шкутина. Як вже зазначалося, в роботі [100] були представлені результати випробувань при зовнішньому радіальному тиску 53 пологих кругових замкнутих конічних оболонок, які були виготовлені шляхом гальванічного осадження міді на сталеву конічну серцевину. Зовнішня поверхня оболонок оброблялася шліфуванням. Всі оболонки мали однаковий діаметр основи $2R = 138$ мм, три різних кута нахилу твірної до основи $\alpha = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ і товщину, яка змінювалася в межах $h = 0.200 \div 0.600$ мм. Випробування проводилися в спеціально розробленому пристосуванні, яке дозволяло реалізувати як пневматичне, так і гідравлічне навантаження поперечним тиском, а також нерухомі та рухомі умови жорсткого защемлення контуру оболонки. Крім того, в процесі навантаження проводилося визначення переміщень вершини оболонки, а також сканування її поверхні в окружному напрямку і автоматичний запис відхилень направляючих фотореєстратором. Все це дозволяло детально вивчити поведінку оболонки на

різних етапах її до- та закритичного деформування. Зокрема, визначалося значення тиску, при якому відбувалося утворення перших вм'ятин невісесиметричної форми випинання, тиску, при якому пояс вм'ятин замикався, величина граничного тиску (верхня критична навантаження), а також значення нижнього критичного тиску. Були отримані залежності узагальненої сили від узагальненого переміщення, що відображають всі етапи деформування оболонки, аж до її вивертання. В той же час, використовувати отримані дані для порівняння з розрахунком через великий розкид отриманих даних не представляється можливим. Основною причиною цього розкиду, на нашу думку, є не початкові геометричні недосконалості серединної поверхні, а неоднорідність пружних показників, зокрема модуля пружності матеріалу оболонок, що характерно для об'єктів, отриманих гальванічним способом.

1.2. Сучасний стан питання

Наприкінці минулого сторіччя був проведений цикл теоретико-експериментальних досліджень поведінки і випинання конічних оболонок еліптичного поперечного перерізу при різних варіантах навантаження. Цим дослідженням присвячена робота [32].

В першому десятиріччі нинішнього століття був опублікований ряд робіт М. О. Варяничко [15-23, 154]. В роботі [23] розглянуті питання стійкості пологих конічних оболонок і конструкцій, що складаються з замкнутих і усічених конічних оболонок, а так само пластин під дією зовнішнього тиску. Робота була виконана в середовищі ПК ANSYS і ПК Ліра, методом скінчених елементів. Поставлені завдання були розглянуті як лінійної, так і нелінійної (ПК ANSYS) постановках. Визначено небезпечні моделі втрати стійкості. Розглядалися граничні умови нерухомих шарніра і защемлення. У широкому діапазоні зміни геометричних параметрів ($R/h = 183 - 452$ і $\alpha < 4^\circ - 25^\circ$) були отримані нові експериментальні дані про випинання пологих замкнутих конічних оболонок. Виконано порівняння розрахункових і експериментальних даних. Було виявлено широкий клас складових конструкцій, у яких

небезпечний тиск вищий, ніж у замкнутих конічних оболонок з такими ж габаритами. Так само були встановлені параметри складових конструкцій, у яких небезпечний тиск виявився вищим, ніж у сферичних сегментів з такими ж габаритами та товщиною. Дана оцінка застосування вищевказаних ПК.

У цій же роботі, а також у статтях [65, 66] було наведено результати експериментальних досліджень стійкості 4-х серій пологих конічних оболонок при зовнішньому тиску, та виконано порівняння цих результатів з даними розрахунку розглянутих оболонок за різними методиками. Враховуючи важливість цих досліджень, дамо детальний їх опис. Експерименти проводилися на зразках, виготовлених з листів ватману (ГОСТ 957-73). В залежності від R/h зразки були розділені на 4 серії. Кут α змінювався в діапазоні $(3 \div 27)^\circ$. Результати цього порівняння наведено нижче.

На рисунку 1.3, а-б для серій 1 ($R/h = 183$) і 4 ($R/h = 452$) наведені залежності значень критичних (q^{cr}) та граничних (q^{lim}) тисків від кута нахилу твірної до основи конуса α , а так само від відносної стріли підйому ($H/2R$).

В якості експериментального критичного навантаження (q_3^{cr}) у разі невісесиметричної втрати стійкості приймалося значення тиску, при якому з'являлася перша закритична вм'ятинка. Було зазначено, що величина тиску, при якому формувалася замкнутий ланцюг вм'ятин ($q_{3,ц}^{cr}$), була вищою, ніж q_3^{cr} . При $\alpha < 8^\circ$ відмінність значень q_3^{cr} та $q_{3,ц}^{cr}$ було, як правило, незначною (не перевищувала $(1 - 2)\%$); при $8^\circ < \alpha < 12^\circ$ збільшувалась до $(5 - 10)\%$. При цьому з-за малої відмінності величин q_3^{cr} та $q_{3,ц}^{cr}$ конкретні значення q_3^{cr} не фіксувалися. У разі $\alpha > 15^\circ$ різниця між q_3^{cr} та $q_{3,ц}^{cr}$ збільшувалася, у зв'язку з чим проводився контроль величини $q_{3,ц}^{cr}$. Слід зазначити, що в групі випробувань оболонок з однаковими номінальними значеннями α мінімальна величина q_3^{cr} відповідала закритичній формі з однією вм'ятиною, а максимальна – конфігурації з максимально великою кількістю вм'ятин.

Дані експериментів нанесені на рис.1.3, а-б наступним чином: світлі кружки (q_3^{cr}) відповідають несиметричній формі випинання, темні –

вісесиметричній виворотці (q_3^{lim}). Світлими ромбами показано зафіксовані значення $q_{э,д}^{cr}$.

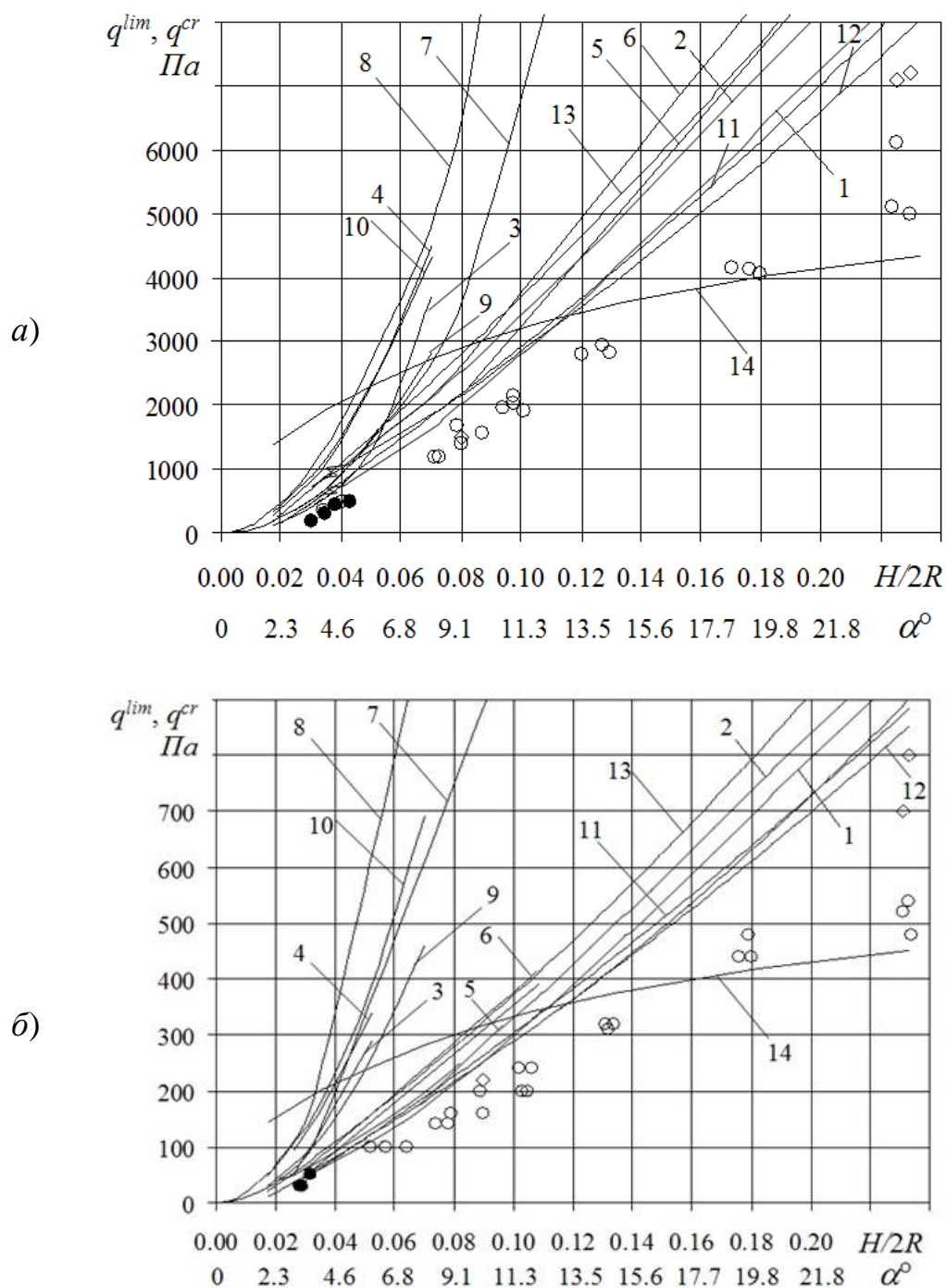


Рисунок 1.3 - Залежності значень критичного і граничного тиску, отриманих у ході виконання чисельних розрахунків, фізичних експериментів та аналітичних розрахунків, від параметру $H/2R$ (α°) для пологих конічних тонкостінних оболонок серій 1 (а) та 4 (б)

Дослідження проводилися МСЕ в середовищі ПК ANSYS. Побудова геометричної моделі замкнутої конічної оболонки здійснювалося в інтерактивному режимі за допомогою графічного редактора ПК ANSYS методами "висхідного моделювання", які в даному випадку приводили до побудови неідеальної конічної оболонки з періодичною в окружному напрямку початковим вигином.

На рисунку 1.3, (а-б) у всьому діапазоні зміни геометрії зразків мінімальним їх розрахунковим навантаженням є критичний тиск для випадку нерухомого шарнірного обпирання краю – $q_{p,н.ш}^{cr}$ (крива 1). Вплив на критичний тиск повного обмеження повороту опорного перерізу (крива 2) збільшується по мірі зменшення R/h і α . Так, для оболонок серії 1 при максимальному значенні ($\alpha \sim 25^\circ$) зростання критичного тиску, обумовлене жорстким защемленням краю, становить $\sim 6\%$, а при мініальному ($\alpha \sim 3^\circ$) – 52% , для оболонок серії 4 ці цифри відповідно становлять 3% і 26% .

Всі експериментальні значення критичного, а також граничного тиску (при $\alpha < 4^\circ$) виявилися нижче розрахункових значень $q_{p,н.з}^{cr}$ (крива 2 на рисунку 1.3, а-б), причому більша частина цих даних розташовувалася також нижче і розрахункової кривої $q_{p,н.ш}^{cr}$. В той же час є значення q_{ε}^{cr} і $q_{\varepsilon,ц}^{cr}$, які виявилися вище кривої $q_{p,н.ш}^{cr}$.

Розрахункові залежності граничного тиску, отримані при нелінійному розрахунку вісесиметричного деформування оболонок зазначено на рисунку 1.3, (а-б) наступним чином: нерухомий шарнір – крива 3, нерухома закладення – крива 4.

Експериментальні дані порівнювалися, як з результатами теоретичних досліджень, які були виконані на основі нелінійних рівнянь теорії пологих оболонок Н. В. Валішвілі [13] та Л. І. Шкутіним [99], так і на основі лінійної теорії П. Сейда [79, 137], І. І. Трапезіна [26, 94], А. В. Кармішина та інших [57].

У роботі Н. В. Валішвілі [13] чисельним методом з використанням алгоритму, розробленого автором, для різних граничних умов були отримані

залежності як граничного, так і критичного тисків пологих замкнутих конічних оболонок від параметра пологі (1.7)

$$b = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)} \sqrt{(R \sin \alpha) / h} \quad (1.7)$$

причому критичний тиск обчислювався з урахуванням докритичного нелінійного деформування оболонки. Розрахункові криві для випробуваних оболонок, отримані на основі вищенаведених залежностей, так само наведено на рисунку 1.3, (а-б): криві 5, 6, відповідають критичному тиску, криві 7, 8 – граничному тиску (криві 5, 7 – нерухомий шарнір, криві 6, 8 – нерухоме защемлення).

Аналогічні залежності для граничного тиску нелінійного деформування вісесиметричної задачі пологих конічних оболонок були отримані в роботі Л. І. Шкутіна [99]. На рисунку 1.3, (а-б) розрахункові криві для випробуваних оболонок, побудовані за цими залежностями, представлені кривими 9 і 10 (нерухомі шарнір і жорстке защемлення).

Крім того, проводилося також порівняння з відомими результатами теоретичних досліджень стійкості конічних оболонок, які отримали експериментальне підтвердження в класі непологих оболонок. До таких результатів слід віднести дослідження П. Сейда [79, 137] та І. І. Трапезіна [26, 94], проведені на основі лінійних рівнянь напівбезмоментної теорії без урахування моментності докритичного деформування.

Запропоновані в цих дослідженнях розрахункові залежності для критичного тиску добре відповідали експериментальним даним для оболонок $\alpha > 20^\circ$. Слід зазначити, що формули для критичного тиску замкнутої конічної оболонки, отримані П. Сейдом та І. І. Трапезіним, мають абсолютно однакову структуру і відрізняються числовими коефіцієнтами. Після обчислення цих коефіцієнтів, згідно з прийнятими у даній роботі [48] позначеннями, узагальнена формула для критичного тиску (q_3^{cr}) має вигляд

$$q_c^{cr} = C E \frac{(\sin \alpha)^{3/2} \cos \alpha \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2}}{(1-\nu^2)^{3/4}}, \quad (1.8)$$

де C – числовий коефіцієнт, що дорівнює $C = 2.85$ (П. Сейд) і $C = 2.8$ (І. І. Трапезин). З порівняння коефіцієнтів випливає, що різниця між розрахунком П. Сейда та І. І. Трапезіна у всьому можливому діапазоні зміни α становить 1.75%. Ця формула застосовується, як пише в [26] А. С. Вольмір, «...при куті α , не близькому до нуля, ні до $\pi/2$. Експерименти показують, що цими формулами можна користуватися при куті, що лежить в межах $20^\circ \leq \alpha \leq 80^\circ$ ». Така обмеженість застосовності формули, мабуть, є однією з причин недостатності експериментальних даних про критичних навантаженнях для пологих конічних оболонок з $\alpha \leq 20^\circ$. На рисунку 1.3, (а-г) розрахункової залежності, побудованої за формулою П. Сейда – І. І. Трапезіна, відповідають криві 11.

На рисунку 1.3, (а-р) надано також розрахункові криві для шарнірно опертих (крива 12) і затиснених (крива 13) конічних оболонок, побудовані за залежностями, наведеними в монографії А. В. Кармішина, В. А. Лясковця, В. І. Мяченкова та А. Н. Фролова [57]. Ці залежності отримані шляхом чисельного аналізу лінійних рівнянь стійкості при безмоментному докритичному стані і придатні для оболонок з будь-яким кутом конусності. Критичний тиск (q_k^{cr}), згідно з цими залежностями, визначається за формулою

$$q_k^{cr} = \xi^*(Z) q_c^{cr} \quad (1.9)$$

Тут q_c^{cr} обчислюється по формулі (1.8) при $C = 2.42$, а $\xi^*(Z)$ представляє собою числовий коефіцієнт, залежний від параметру Z

$$Z = \frac{(1-\nu^2)^{1/4} (2 \sin \alpha)^{1/2} \left(\frac{R}{h}\right)^{1/2}}{\cos \alpha} \quad (1.10)$$

і граничних умов, для визначення розміру якого використовувалися графічні залежності, наведені в [57] на рисунку 1.1.

Криві 14 на рисунку 1.3, (а-б) відповідають розрахунку критичного тиску за формулами 112 підрозділу 8.11 Будівельних норм і правил (БНіП) [90]. При цьому ні умови закріплення краю, ні кут конусності, при яких застосовується розрахунок, не обумовлюються. У той же час, у підрозділі 8.10, в якому розглядається стійкість конічної оболонки при осьовому стисненні, застосування формул обмежується конструкціями з $\alpha \geq 30^\circ$.

Аналіз представлених на рисунку 1.3, (а-б) даних показує, що ближче всього до експерименту розташовуються залежності, отримані на основі найбільш простої формули П. Сейда – І. І. Трапезіна і більш складних співвідношень для шарнірно опертих оболонок А. В. Кармішина, В. А. Лясковця, В. І. Мяченкова і А. Н. Фролова [57].

Тут слід зазначити, що в роботі Н. В. Валішвілі [13] при визначенні критичного тиску враховується нелінійність докритичного вісесиметричного деформування оболонки, тобто підхід до дослідження задачі стійкості є більш досконалим порівняно з підходом, закладеним в ПК ЛІРА і ПК ANSYS (лінійне докритичне деформування). В свою чергу розрахункова модель, закладена в розглянутому ПК, є більш досконалою, ніж модель [57] і, тим більше, формула П. Сейда – І. І. Трапезіна. У зв'язку з цим, більш високі значення критичних навантажень, отримані на основі більш досконалих підходів, викликають певне здивування. Однак, цього факту можна дати просте пояснення. В основу всіх розглянутих розрахункових моделей закладалася ідеальна оболонка. У той же час, як вже неодноразово зазначалося, відома підвищена чутливість критичного навантаження пологої оболонки до різноманітних малих збурень і, в першу чергу, до початкових недосконалостей форми серединної поверхні. Цей чинник, на нашу думку, і визначив розташування кривих у розглянутому полі «критичний тиск-стріла підйому оболонки».

З приводу розрахунків П. Сейда та І. І. Трапезіна можна відзначити наступне. Недостатність цієї розрахункової моделі очевидна (напівбезмоментна теорія), оскільки вона не дозволяє навіть врахувати повною мірою такі важливі

особливості задачі, як граничні умови. Тим не менш, для непологих оболонок (при $\alpha > 25^\circ$) розглянутий розрахунок добре узгоджується з експериментом. Причиною ж цього є те, що для ідеальних оболонок цей розрахунок дає занижені результати, які дійсно виявляються ближче до експерименту, оскільки експериментальні критичні навантаження виявляються нижче можливих, з-за впливу на них різних недосконалостей.

Завершуючи порівняння експерименту з теорією, можна відзначити, що розрахунок за формулами БНіП далекий як від експерименту, так і від розглянутих теорій, причому не тільки кількісно (при малих α значення розрахункового та експериментального критичного тиску різняться в кілька разів), але і якісно (при малих α розрахунок істотно завищує навантаження випинання, що особливо небезпечно, при великих α – занижує).

Поряд з наведеними вище результатами досліджень [23], також були виконані аналітичні дослідження нелінійних переміщень, великих прогинів і умов проклацування при випинанні тарільчатої пологої оболонки обертання. Результати цих досліджень представлені в роботах [122, 123]. В цих роботах розглядається вплив рівномірно розподіленої осьового навантаження на пологу усічену конічну оболонку при вільному обпиранні, шарнірному і жорсткому закріпленні зовнішнього кругового контуру. Використовується модифікована процедура ітераційного методу розрахунку. Виведена розрахункова формула другого наближення для визначення верхнього і нижнього критичного навантаження оболонок розглянутого типу з урахуванням різних граничних умов. Проаналізовано вплив геометричних параметрів усічених конічних оболонок на показники нелінійного пружного випинання з проклацуванням.

Зазначимо, що, поряд з використанням чисельних методів при дослідженні питань стійкості конічних оболонок з особливостями, в роботі [49] розглянуто енергетичний метод, що дозволяє визначити критичні навантаження, не обчислюючи переміщень докритичної форми рівноваги. Ідея методу полягає в поданні повної потенційної енергії оболонки через

переміщення елементарних об'ємів та їх похідних. Функції переміщень визначаються з умови мінімуму повної потенційної енергії деформації оболонки. Маючи функції переміщень, визначається повна потенційна енергія оболонки і наближено вирішується варіаційна задача. Такий підхід дозволяє досліджувати вплив отвору в оболонці на її стійкість. Обчислення показують, що результати, отримані енергетичним методом, практично збігаються з рішенням, отриманим методом скінченного елемента.

У статтях Я. М. Григоренко і В. А. Цибульника [46, 47] розглянуто клас задач про напружено-деформований стан конічних оболонок змінної в окружному напрямку товщини під дією поверхневого навантаження на основі точних рівнянь моментної теорії тонких оболонок при довільних граничних умовах на торцях. Рішення цих рівнянь базується на застосуванні дискретних рядів Фур'є. Двовимірна крайова задача шляхом розкладання функцій в ряди Фур'є по окружній координаті на безперервному та дискретному множинах точок зводиться до системи звичайних диференціальних рівнянь з відповідними граничними умовами, яка розв'язується стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації.

В експериментальній роботі М. Маалі, Х. Шовкаті, С. Махді [124] були випробувані на стійкість зразки пологих і непологих конічних оболонок з початковими недосконаlostями поверхні, навантажених рівномірним гідростатичним тиском. На зразки наносилися одна або дві вм'ятини вздовж твірної, з амплітудою складової від однієї до трьох товщини оболонки. Для пологих зразків величина експериментальної навантаження випинання становила від 88% до 119% від теоретичного значення. Локальні недосконаlostі у пологих зразків приводили до більш вираженого ефекту збільшення жорсткості. Початкові недосконаlostі не завжди приводили до зниження навантаження, при якій відбувалася втрата стійкості.

В роботі [110] досліджується поведінка усічених конічних оболонок та пологих конічних кришок при дії зовнішнього нормального тиску, який виникає внаслідок зливу рідини або вітру. Поведінка оболонок розглядається як

в емпіричних нелінійних експериментах, так і за допомоги чисельних методів. Досліджується вплив двох параметрів на механізм втрати стійкості: параметр L/R , що є відношенням довжини утворюючої до радіусу основи, та параметр R/t , що є відношенням радіусу до основи до товщини оболонки. В роботі досліджуються шість зразків усічених конусів та чотири зразки пологих конічних кришок. Також, додатково розглядалися скінчено-елементні моделі оболонок у чисельному експерименті з метою дослідження їх втрати стійкості в пружній та пластичній стадії роботи матеріалу. Окрім цього, було досліджено чутливість до початкових геометричних несиметричних недосконалостей. Адекватність отриманих результатів перевірялась шляхом порівняння результатів чисельного експерименту з результатами, отриманими внаслідок аналітичного дослідження. Результати роботи направлені на підтвердження та узагальнення даних для непідкріплених усічених конусів та пологих конічних кришок повномасштабних моделей.

Тонкостінні конічні та циліндричні оболонки при осьовому стисканні часто демонструють реакцію відгуку при біфуркації. Методи, основані на ітераціях Ньютона, не можуть надійно відстежувати реакцію відгуку у зв'язку з надзвичайно різким кутом повороту біля граничної точки. Оригінальний метод Койтера-Ньютона також натикається на труднощі з досягненням повного відгуку після деформування за граничною точкою. У роботі [121] пропонується удосконалений метод Койтера-Ньютона для відстеження траєкторії після згинання циліндрів та конусів у рамках методу моделювання зменшеного порядку. Метод многочленного гомотопічного продовження (ММГП) використовується для більш точного та ефективного рішення нелінійної моделі малого порядку. Спрощена кінематика Грина-Лагранжа (СКГЛ), яка розглядає перерозподіл напружень після згинання, інтегрується в конструкцію моделі зменшеного порядку для отримання точних результатів для оболонок з вигином. Надані чисельні результати демонструють, що покращений метод – це надійна та ефективна технологія для дослідження повного відгуку для випадку різкої зміни рівноважного стану.

Сталеві циліндричні резервуари складаються з тонкостінних оболонок, і, як типові тонкостінні конструкції, вони дуже чутливі до випинання при зовнішньому тиску, особливо тоді, коли вони порожні або частково заповнені рідиною. У роботі [136] приведені результати дослідження впливу спіральних сходів на поведінку при втраті стійкості сталевих циліндричних резервуарів для рідини, що знаходяться під дією як вітрового, так і вакуумного тиску. Було зроблено висновок, що, підбираючи правильне периферійне розташування сходів, беручи до уваги регіональних домінуючий напрямок вітру, проектувальники можуть використовувати значне посилення жорсткості конструкції, виникаючого внаслідок наявності сходів, у якості запасу міцності. Інакше кажучи, гвинтові сходи діють як діагональний елемент жорсткості на стінці резервуару. Але, на відміну від випадку вітрового навантаження, сходи майже не оказують впливу на опір до випинання баків від вакууму, хоча значно змінюють режим втрати стійкості резервуару при дії вакууму.

В роботі [126] представлено формулу загальної теорії стрижнів (ЗТС), розроблену для аналізу пружного випинання ізотропних конічних оболонок постійної товщини під дією осевого стискання. Підхід ЗТС забезпечує загальне рішення для аналізу першого та другого порядку з використанням елементів стрижнів, спроможних описувати глобальні та локальні деформації. Кінематичні співвідношення теорії тонких оболонок значно спрощуються положеннями о нульових деформаціях мембранних здвигів та поперечному розтягу, до того, як вони будуть використані для оцінки зміни енергії деформування. Через зміну поперечного перерізу, характерного для конічних оболонок, механічні та геометричні властивості більше не постійні вздовж осі стрижня, як це має місце бути з циліндрами та призматичними тонкостінними конструкціями. Це формулювання підтверджується порівнянням результатів ЗТС та значень, отриманих за допомогою аналізу скінченних елементів оболонки.

В роботі [109] представлено розрахункове моделювання та дані о сталевих резервуарах при дії тепла, викликаного пожежею. В цьому

дослідженні моделювання обмежується структурною поведінкою резервуару з акцентом на термічне випинання оболонки. Два резервуари, які постраждали від пожежі у Баямоне, Пуерто-Ріко, у 2009 році, детально досліджуються: невеликий резервуар з самонесучою конічною кривою та великий резервуар, в якому конічна криша підтримується набором стропил та колон. Результати демонструють, що для резервуару, який пустий, достатньо низької температури, щоб викликати статичне випинання оболонки. В докритичному стані є можливим спостереження термічне розширення; в критичному стані переміщення обертаються та спостерігаються переміщення по внутрішньому напрямку оболонки в закритичному рівноважному стані. Параметричні дослідження проводяться для розуміння впливу товщини оболонки, рівня рідини, що зберігається у резервуарі, площі під дією вогню в окружному напрямку, та градієнту температури по товщині оболонки. Форми втрати стійкості порівнюються з реальним випинанням резервуарів, які підверглися дії відкритого вогню.

Усічені тонкостінні конічні оболонки часто використовуються як перехідні частини між циліндрами різних діаметрів, наприклад, як перехідний елемент корпусу ракетного обладнання. Випинання таких чутливих до недосконалостей структур є важливим моментом, який необхідно враховувати на етапі проектування. Існуючі вимоги до проектування, NASA SP-8007 для циліндрів та NASA SP-8019 для конусів, від 1960 років, до сих пір застосовуються в аерокосмічній індустрії та включають в себе консервативні понижуючі коефіцієнти втрати стійкості. Ці консервативні понижуючі коефіцієнти не враховують важливі механічні властивості ламінованих композитних матеріалів, такі як послідовність нанесення шарів. Так чи інакше, потрібен новий підхід у проектуванні, який дозволить отримати максимальну вигоду від застосування композитних матеріалів з врахуванням особливостей промислових методів. В роботі [161] розглядається підхід з одиничним пертурбаційним навантаженням (ПОПН), який є альтернативним запропонованням для детермінованої процедури проектування тонкостінних

циліндрів та конусів при осьовому стисканні з врахуванням геометричних недосконалостей. В дослідженні розглядаються експерименти по згинанню усічених конусів з посиленого вуглецевого волокна з посиленою вуглеводною волокнистою структурою з додатковим боковим навантаженням, виконанням DLR для перевірки SPLA, застосовуваного до цього типу структур. Три геометрично ідентичних конуси з різною прокладкою були спроектовані, виготовлені та досліджені. Під час тестування використовувалась система кореляції цифрових зображень та отримувались дані про зменшення навантаження. Результати експерименту порівнювались з результатами скінчено-елементного аналізу.

Важливість урахування геометричних недосконалостей для циліндричних та конічних тонкостінних структур, що можуть випучуватися, вже була визнана першими авторами, що розробляють нові формулювання. Станом на сучасність, аналітики досі використовують методи основані на нижніх емпіричних межах, таких, як NASA SP-8007 для розрахунку необхідних понижуючих коефіцієнтів, що включають в себе важливі механічні властивості ламінованих композиційних матеріалів, таких як послідовність розташування шарів. Необхідні нові підходи до проектування, які дозволять використовувати усі переваги композитних матеріалів. Підхід до теорії одиничних пертурбацій (SPLA), новий детермінований підхід, запропонований вперше Гюне, вивчається для непідкріплених композитних конічних структур різної геометрії, покриттям та шарами. Можливості SPLA для прогнозування KDF порівнюються з підходом NASA. SPLA використовувався для геометрично ідеальних структур та оболонок з геометричними недосконалостями двох типів: дефекти серединної поверхні та недосконалостями товщини. Дослідження [118] робить внесок у проект DESICOS Європейського союзу (ЄС), ціллю якого є розробка менш консервативних керуючих принципів проектування для тонкостінних конструкцій, чуттєвих до недосконалостей.

В роботі [113] проводились експерименти осьового стиснення алюмінієвих конічних оболонок, пів-кути вершин яких змінювались від 6.84 до

65.35°; відношення середнього діаметру до товщини (D/t) змінювалося від 22.32 до 79.29. Испити проводилися на установці молоткового поступового руху. Представлені типові залежності їх деформації, зміни товщини оболонки по довжині, криві навантаження-деформування, здатність поглинання енергії та середні навантаження випинання, отримані з експерименту. Оцінюється вплив цих параметрів на моду випинання оболонок та поглинання енергії. Оболонки моделювалися у чисельному експерименті з застосуванням коду для скінчених елементів FORGE2. Матеріал був змодельований як жорстко-в'язко-пластичний. Порівнюються експериментальні та розрахункові результати. Приводяться типові контури еквівалентної деформації, еквівалентної швидкості деформації, різних компонентів напружень та розподілу швидкостей. Реакція ударів оболонок порівнюється з їх статичним відгуком.

В роботі [151] проведено аналіз втрати стійкості однорідних і неоднорідних ортотропних тонкостінних усічених конічних оболонок при осьовому навантаженні і великих деформаціях. По-перше, керуючі відносини отримані з використанням теорії великих деформацій з кінематичною нелінійністю фон Кармана-Доннелла. Потім отримані і пораховані аналітичні рішення модифікованої стійкості типу Доннелла і сумісності неоднорідних ортотропних тонкостінних усічених конічних оболонок при великих деформаціях. Нарешті, досліджуються впливу неоднорідності, ортотропії і зміни геометрії оболонки на нелінійну осьову поздовжнє навантаження. Порівняння результатів цього дослідження з результатами в літературі підтверджує справжній аналіз.

В роботі [102] досліджувалася збіжність SE-моделі з використанням різних типів і розмірів скінчених елементів. Тонкостінна конічна трубка була змодельована з використанням елемента плоскої оболонки в програмному забезпеченні LS-DYNA при динамічному осьовому ударі. Проаналізовано поглинання енергії і пікове навантаження тонкостінної трубки з використанням різних сходяться розмірів осередків і пористих мод. Важливість проведення дослідження збіжності сітки була показана в цій статті, так як вибір

неправильного розміру сітки призводить до серйозної помилки в результатах. Однак використання іншого типу сітчастого режиму при одному і тому ж розмірі осередку було визнано несуттєвим для результату. Збіжність груп розмірів зачеплення додатково вивчали з використанням різних параметрів, таких як складання елементів і число точок інтеграції товщини. Було виявлено, що відмінності в результатах невеликі серед використовуваних конвергентних розмірів сітки.

Комбіновані резервуари з усіченими конічними кривлями, що складаються з зовнішньої тонкої сталеві оболонки та внутрішньої бетонної стіни, стають звичайним явищем. Такі складові конічні резервуари виграють завдяки високій стійкості до випинання від стискання меридіональними силами бетонних стін і ефективності сталевих оболонок при напруженнях розтягнення. Базуючись на відсутності інформації в літературі і практичних посібниках про сейсмічному поведінці і конструкції таких структур, робота [108] є першим всебічним дослідженням, що присвячений сейсмічному аналізу композиційних конічних резервуарів. Проводиться чисельне дослідження з використанням власної розробленої моделі, яка враховує гідродинамічний тиск, що виникає в результаті вібрації міститься рідини. Модель також враховує взаємодію між рідиною і коливаннями структури. У цій моделі як сталеві, так і бетонні стіни моделюються окремо з використанням елементів оболонки, а спеціальний з'єднувальний елемент включений для обліку сполучних штифтів. Модель здатна проводити як вільну вібрацію, так і сейсмічний аналіз для складової системи резервуар-рідина з урахуванням ефекту ковзання. Модель використовується для оцінки його використання спрощеної методики в сейсмічному аналізі і розробці таких структур. Для вивчення сейсмічної поведінки цих структур розглядається реальний складовий конічний резервуар. Наведено хронології максимальних значень напружень на бетонних і сталевих стінах, сил біля основи і сил в шпильках при різних землетрусах. Ці значення порівнюються з подібними, отриманими від гідростатичного тиску для оцінки важливості включення сейсмічних навантажень при аналізі таких структур.

В роботі [119] досліджено випинання двох з'єднаних ізотропних конічних шарнірно закріплених оболонок при осьовому стисненні. Керуючі рівняння отримані з використанням тонкостінної теорії пологої оболонки типу Доннелла і теореми про мінімальну потенційну енергію. Умови безперервності в сполучній секції конусів є придатними виразами для результуючих напружень і деформацій. Рівняння вирішуються шляхом прийняття тригонометричного відгуку в кільцевому і рядовому рішеннях в меридіональному напрямку. Результати підтверджені в порівнянні з наявними результатами в літературі. Досліджено ефекти пів-кутів вершини і меридіональних довжин на несучу здатність, форму втрати стійкості і число хвиль в окружному напрямку. Крім того, представлено застосування результатів цього дослідження для оцінки несучої здатності цих структур.

В роботі [131] вводиться простий аналітичний метод для визначення власних частот ламінованих конічних і циліндричних оболонок з довільними граничними умовами. Застосовуваними рівняннями руху є рівняння тонкостінної оболонки теорії Доннелла. Рівняння вільних вібрацій вирішуються з використанням методу просторового стану і рішенням рядів в меридіональному напрямку. Результати порівнюються і перевіряються за допомогою доступних спеціальних результатів в літературі. Досліджено вплив ефектів розтягування-вигину, пів-кута вершини, меридіональної довжини, товщини оболонки, напрямків волокон композитних шарів і послідовностей шарів на власну частоту конічних і циліндричних оболонок.

У дослідженні [118] розглядаються експерименти по випинанню усічених конусів зі зміцненого вуглецевого волокна (CFRP) при осьовому стисненні, виконані за методом DLR для перевірки високоточних моделей. Три геометрично ідентичних конуса з різною прокладкою були спроектовані, виготовлені і випробувані. Перед випробуванням товщина конусів вимірювалася ультразвуковим контролем, а геометрія вимірювалася з використанням системи 3D-сканування на основі фотограмметрії. Під час тестування система корекції цифрових зображень використовувалася для

контролю деформацій, вимірювань тензо-датчиків і даних про зменшення навантаження. Моделювання дефектів середньої поверхні, товщини оболонки і товщини шару включено в аналіз скінчених елементів (АСЕ) випробовуваних конструкцій, а результати експерименту порівнюються з результатами АСЕ.

Було проведено квазістатичний осьовий стиск тонкостінного композитного усіченого конуса, армованого скловолокном / епоксидною смолою (GFRP) для вивчення стійкості конічних оболонок [120]. Порожні зруйновані конічні зразки зі скловолокна (GFRP) з напів-кутом вершини в діапазоні від 15 до 27 ° були виготовлені з використанням випадкового нарізаного шару, простого тканого Ровінгова поперечного шару [0/90] і односпрямованого кутового шару [$\pm 6^\circ$] орієнтованих матів до необхідних розмірів шляхом ручного укладання. Квазістатичне осьове навантаження на стиск прикладалося до малого кінця конічного зразка зі швидкістю 2 мм / хв при використанні універсальної випробувальної машини (UTM). З результатів експерименту були проаналізовані характеристики деформації навантаження тонких композитних конічних оболонок GFRP, і результати були підтверджені за допомогою пакета аналізу скінчених елементів ABAQUS®. Крім того, вивчався вплив орієнтації шару і товщини ламінованої стінки на здатність поглинати енергію для кожного конічного зразка GFRP. Був також досліджений режим поздовжньої деформації колапсу і подрібнених зон композитних конічних оболонок GFRP для ідентифікації механізмів колапсу, що беруть участь в тонких волокнистих / полімерних композитних ламінованих конічних зразках при квазістатичному осьовому стисканні.

Оболонки являють собою тонкостінні конструкції, стабільність і робочі характеристики яких визначаються геометричним випинання. Стійкість до випинання оболонкових структур була вивчена за допомогою багатьох аналітичних і експериментальних досліджень. В експериментальному дослідженні вельми важливо визначити фактичну несучу здатність конструкції, так як критичне навантаження зазвичай ховається за втратою стійкості внаслідок великих деформацій, а також ефектів початкових недосконалостей.

Виходячи з цього, основна мета роботи [150] полягає в оцінці застосовності методів побудови Southwell, Massey, Modified і Meck для прогнозування точних критичних навантажень конічної оболонки з різними геометричними властивостями. З цією метою несучі здібності декількох зразків для випробувань визначаються за допомогою застосування вищезазначених методів побудови графіків, а також для розгляду даних випробувань для напружень, деформацій і переміщень, порівнюються з чисельними і аналітичними прогнозами. Виходячи з результатів цього дослідження, відповідність екстраполяції численних, а також аналітичних результатів для навантажень з урахуванням розглянутих зразків конічних оболонок, цілком задовільна, що, в свою чергу, вказує на можливість застосування методів екстраполяції при експериментальному визначенні несучої здатності при осьовому стисненні оболонкових структур.

Поведінка при втраті стійкості в результаті низької осьового удару і характеристики поглинання енергії тонкостінних алюмінієвих конічних (АС) і скло / епоксидних композитних алюмінієвих конічних гібридних усічених оболонок (CWAC) вивчалися за допомогою методів експериментальної і чисельної обробки даних [120]. У зв'язку з цим, за допомогою методу ручного укладання були виготовлені алюмінієві і гібридні конічні зразки з пів-кутом вершини $15-24^\circ$ з необхідною товщиною і орієнтацією волоконного шару. Випробування осьового удару проводилися при різних швидкостях переміщень на кожному зразку АС і CWAC за допомогою установки для випробування на ударну навантаження з низькою швидкістю, щоб оцінити здатність кожного зразка поглинати енергію від ударного навантаження. Проаналізовано вплив інерції, швидкості деформації, додавання ламінатів GFRP на алюмінієву оболонку і орієнтацію волоконного шару GFRP в сторону характеристик короткочасність різних категорій усічених конусів. Ударне випробування за низької швидкості були також змодельовані за допомогою методів аналізу скінчених елементів (MSE) програмного забезпечення ABAQUS®, щоб передбачити і порівняти критичність кожної категорії моделі зразка з

експериментальними результатами. Отримані результати випробувань на ударну в'язкість і поведінку колапсу аналізу МСЕ відповідають експериментальним результатам.

На основі експериментальних спостережень [162] тканинного композиту з сітчастою поверхнею при осьовому стисненні виявлені механізми великих деформацій конічної оболонки з плоским верхом. Відповідно, запропонована модель пружної і жорстко-пластичної моделі для опису процесу колапсу і прогнозування характеристик зміщення навантаження. У жорстко-пластичному аналізі враховуються енергії, що розсіюються при вигині уздовж пластичних шарнірних ліній і при розтягуванні тонкостінних сегментів між пластичними шарнірними лініями. Отримано аналітичні вирази, що описують взаємозв'язку навантаження і переміщення в процесі великих деформацій. Показані за допомогою типових чисельних прикладів ефекти апікального кута конічної оболонки з плоским верхом на його здатність до поглинання енергії. Представлені відповідні розподіли деформацій на конічній оболонці через деформацію вигину і деформацію мембранну. Спостерігається задовільна відповідність між теоретичними прогнозами та експериментальними даними.

1.3. Висновки по розділу 1

На основі аналітичного огляду літератури, наведеного вище, можна зробити наступні висновки:

1. З наведеного огляду виходить, що найбільш повно, як теоретично, так і експериментально, вивчено НДС та стійкість непологих усічених і замкнутих конічних оболонок при зовнішньому тиску. Дослідження ж пологих конічних оболонок залишається менш великим. В теоретичних роботах комплексні дослідження лінійної та геометрично нелінійної задачі стійкості виконані не в повному обсязі.

2. Дослідження пологих конічних оболонок при дії зовнішнього тиску та неоднорідного НДС проводилося лише для випадків, коли неоднорідність в окружному напрямку НДС оболонки була обумовлена наявністю періодичних в

окружному напрямку вмітин на поверхні оболонки. В цьому випадку, дослідження процесу деформування та стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок при періодично дискретному закріпленні краю та зовнішньому тиску є необхідним у зв'язку з поширеністю даного типу закріплення наряду з однорідним неперервним закріпленням краю.

3. Процес деформування та втрати стійкості пологих конічних оболонок при наявності комбінованого навантаження також слід дослідити більш детально у зв'язку малою кількістю досліджень на дану тему, а саме одночасну дію зовнішнього однорідного тиску та прикладеної у точці сили.

4. Процес деформування та втрати стійкості пологих конічних оболонок при дії вітрового навантаження теж має бути дослідженим більш детально у зв'язку з відсутністю моделей та схем розподілення тиску від вітрового навантаження по поверхні оболонки у нормативних документах.

5. Очевидно, що дослідження впливу граничних умов і впливу характеру, згідно якому прикладається навантаження, доцільно виконати з використанням сучасних програмних комплексів, які базуються на МСЕ, а саме ПК ANSYS або ЛІРА та ЛІРА-САПР. Ефективність їх використання підтверджується роботами [15-22].

Сказане вище дозволяє зробити висновок про теоретичну і практичну важливість дослідження задач про деформування та втрату стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок при дії зовнішнього тиску за умови неоднорідного НЛС з використанням чисельного середовища ПК ANSYS.

1.4. Список використаних джерел в розділі 1

У розділі 1 використані джерела [1-8, 11-30, 32-34, 36-58, 60-66, 71, 74, 75, 77-79, 82-84, 87-90, 93, 94, 96-100, 102, 104, 107-110, 113, 115, 116, 118-124, 126, 127, 131-139, 141-155, 157-159, 161, 162]. Їх найменування представлені у загальному списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА ЧИСЕЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМУВАННЯ І СТІЙКОСТІ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК У СЕРЕДОВИЩІ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ANSYS

Як вже зазначалося, розглядається ПК базується на методі скінчених елементів. Рішення задач у середовищі ПК, що базуються на МСЕ, складається з наступних основних етапів:

1. Вибір типу скінченого елемента (СЕ).
2. Створення геометричних і скінченно-елементної моделі.
3. Завдання граничних умов і навантажень.
4. Вибір типу аналізу.
5. Проведення розрахунків.
6. Аналіз результатів.

2.1. Вибір типу скінченого елемента

Сучасні ПК мають розвинені бібліотеки скінчених елементів. Елементи оболонок є спеціальним класом елементів, призначеним для ефективного моделювання тонкостінних конструкцій. Чітких правил про межі застосування елементів оболонок не існує. Тип СЕ визначає, серед іншого, застосовність елемента до тієї чи іншої галузі розрахунків (на міцність, теплового тощо), характерну форму елемента, а також двовимірність або тривимірність елемента.

Для створення тривимірної розрахункової моделі конічної оболонки в середовищі ПК ANSYS використовувався чотирикутний СЕ SHELL 281 з 8 вузлами (вузли розташовані в серединній площині), кожен з яких має 6 ступенів свободи: переміщення в напрямку відповідних осей вузлової системи координат і повороти навколо осей X , Y і Z вузлової системи координат (рис.2.1). Цей елемент добре підходить для розрахунку тонкостінних оболонок і застосовується при вирішенні лінійних і нелінійних задач з великими

деформаціями і поворотами. Елемент має властивості лінійної теорії пружності. З пружних матеріалів застосовні ізотропні, ортотропні та анізотропні.

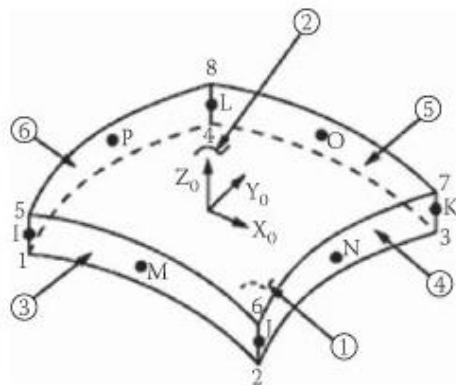


Рисунок 2.1 – Геометрія чотирикутного оболонкового CE SHELL 281 [101]

Головна відмінність даного елемента полягає в наявності 4 додаткових вузлів, що припадають на одного на середину кожного ребра. Дана особливість дозволяє використовувати цей елемент у завданнях з великими кривизнами серединної поверхні.

При вирішенні завдань вісесиметричного лінійного та нелінійного деформування, поряд з описаним вище, використовувався також вісесиметричний CE SHELL 208 (рис.2.2), представлений в бібліотеці CE ПК ANSYS.

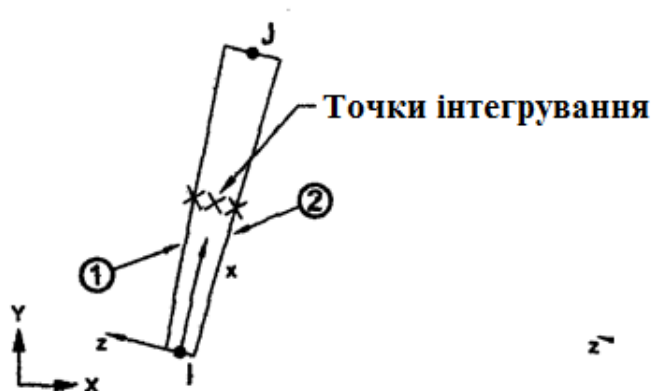


Рисунок 2.2 – Геометрія вісесиметричного CE SHELL 208 [101]

Елемент має два вузли з трьома ступенями свободи у кожному вузлі: переміщення в напрямку осей X і Y і поворотом навколо осі Z . Елемент призначений для моделювання скінчених деформацій у вісесиметричних моделях; поперечні дотичні деформації вважаються малими.

Двовимірний розрахунковий план конічної оболонки (відповідно до наявності симетрії розглядалася половина конструкції), розбитий на СЕ з рівномірно розподіленим тиском і умовами закріплення, відповідними жорсткій обробці, інтерпретації ЕОМ має вигляд, представлений на рис.2.3.

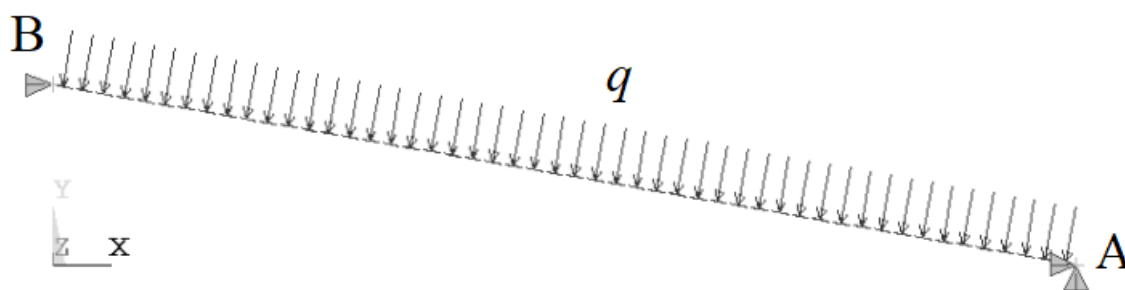


Рисунок 2.3 – Розрахункова плоска схема конуса, виконана у середовищі ПК ANSYS з використанням вісесиметричного елемента SHELL 208

Використання вісесиметричної моделі суттєво зменшує час моделювання і розрахунку порівняно з еквівалентною тривимірною моделлю.

Після вибору типу СЕ задавалися їх константи – властивості, специфічні для даного типу елемента. У разі чотирикутних СЕ задавалася товщина (однакова в кожному вузлі). Властивості матеріалу призначалися лінійними та ізотропними.

2.2. Створення геометричної та скінчено-елементної моделі оболонок

Кінцевою метою розрахунку, що виконується за допомогою МСЕ, є створення повторного математичного опису фактично існуючої технічної системи, тобто розрахункова модель повинна бути точною математичною моделлю фізичного прототипу.

2.2.1. Геометрична модель

Можливі різні способи побудови геометричної моделі. В даній роботі використовувалося безпосереднє створення простої моделі (ідеальний конус) в середовищі ПК ANSYS.

Тут потрібно відзначити, що поверхню у геометричному моделюванні визначається вектор-функцією від двох параметрів, заданих на прямокутній або трикутній області.

У середовищі ПК ANSYS використовувалися прийоми «висхідного моделювання» в наступному порядку: задавалися ключові точки, потім пов'язані з ними лінії, поверхні. Цей метод розглядається в літературі, як більш потужний і універсальний і вважається кращим, оскільки є можливість призначення засобів контролю розміру та необхідної форми елементів.

При створенні геометричної моделі замкнутої конічної оболонки (рис.2.4) з орієнтацією на CE SHELL 281 графічний редактор ПК ANSYS за замовчуванням будує її з чотирьох частин (панелей) (рис.2.5).

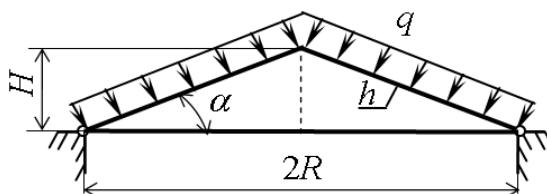


Рисунок 2.4 – Розрахункова схема замкнутої пологої конічної оболонки при зовнішньому тиску та нерухомому шарнірному спиранню контуру

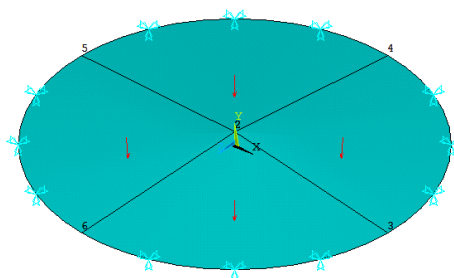


Рисунок 2.5 – Модель ідеальної пологої конічної оболонки (4 панелі) при нерухомому шарнірному спиранні контуру

Враховуючи вищевикладене, ідеальна замкнута конічна оболонка будувалася шляхом обертання утворює навколо осі оболонки. Ця модель замкнутих конічних оболонок використовувалася, як при лінійних, так і нелінійних розрахунках.

2.2.2. Скінчено-елементна модель

Одним з найбільш важливих етапів у скінченно-елементному аналізі є розбиття моделі на СЕ. Розрахункова модель МСЕ оболонок будувалася за допомогою генератора сіток ПК.

У ПК ANSYS процес розбиття сітки СЕ за існуючої геометричної моделі є складним завданням і безпосередньо пов'язаний з вибором типу розрахунку і характером рішення. У розглянутому ПК передбачено чотири способи генерації сітки: використання методу екструзії, створення впорядкованої сітки, створення довільної сітки (автоматично) і адаптивна побудова.

Побудова впорядкованої сітки вимагає попереднього розбиття моделі на окремі складові частини з простою геометрією, а потім вибору таких атрибутів елемента і відповідних команд управління якістю сітки. Створювана ПК ANSYS упорядкована сітка може складатися з шестигранних, чотирикутних і трикутних елементів. Для отримання трикутної сітки програма виділяє області моделі, призначені для нанесення впорядкованої сітки, створює спочатку чотирикутну сітку, а потім перетворює її в сітку з трикутних елементів.

Побудова впорядкованої сітки змінного розміру можливо тільки для поверхонь, обмежених чотирма лініями. При більшому числі обмежуючих ліній можна виконати операцію їх конкатенації.

При побудові сітки можливо також зазначення загального розміру елемента, розподіл граничної лінії, вказівка розмірів в околиці заданих геометричних точок, коефіцієнтів розтягування або стиснення далеко від кордонів, завдання обмеження на кривизну і можливість завдання «жорстких» точок (тобто завдання точного положення вузла разом з розмірами сітки в такій точці).

Порівняно з довільною сіткою упорядкована плоска сітка може містити тільки чотирикутні або трикутні елементи.

Мережа будувалася регулярної та прямокутної в плані (див. рис.2.6, а та 2.6, б). Розмір скінченного елемента також узгоджується з рекомендаціями, приведеними в документації комплексу, де вказується, що при обліку великих переміщень поворот елемента не повинен перевищувати 30° . На перших етапах розрахунку для всіх оболонок число СЕ (N) приймалося рівним 192 (рис.2.6, а). З метою отримання достовірних результатів сітка послідовно густішала шляхом наближеного подвоєння N . Остаточні розрахунки проводилися при N , збільшення якого вдвічі призводило до зміни критичного тиску не більше ніж на 0.7% (коли залежність критичного тиску від N стабілізувалася). При цьому в залежності від значень параметрів R/h , α , а також R в остаточних розрахунках приймалося $N = 3888$ (рис.2.6, б). У всіх випадках для оболонки однієї геометрії N приймалося близьким. При створенні сітки СЕ програмним комплексом автоматично проводиться процедура перевірки форми елементів і видається відповідна діагностична інформація.

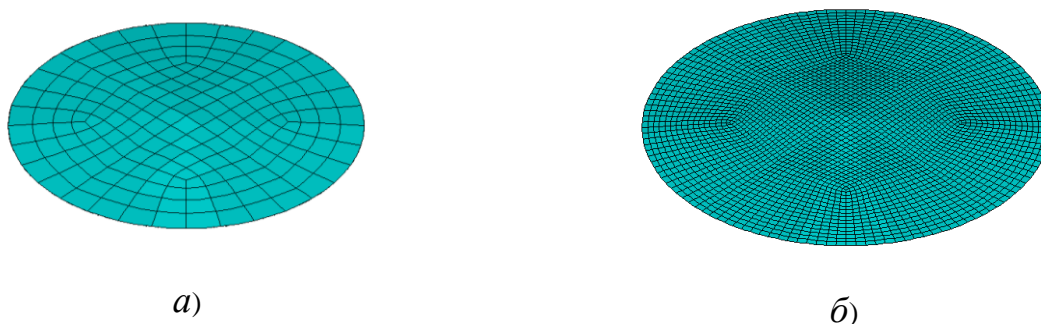


Рисунок 2.6 – СЕ-модель конічної оболонки: а) $N = 192$; б) $N = 3888$

2.3. Задавання граничних умов та навантажень

Під навантаженнями в ПК ANSYS розуміються як зовнішні сили, так і граничні умови у формі обмежень на переміщення. Для досліджуваних конструкцій при проведенні міцнісного аналізу обмеження ступенів свободи

проводилося на твердотільній моделі (обмеження переміщень і поворотів вузлів прикладався по лінії), які автоматично передавалися на скінченно-елементну модель при ініціалізації процедури чисельного рішення. Для всіх досліджуваних конструкцій реалізувалося чотири типи умов закріплення:

- 1) нерухоме защемлення (обмежувалися переміщення в напрямку осей X , Y і Z , а також повороти навколо осей X , Y і Z глобальної системи координат);
- 2) рухоме защемлення (обмежувалися переміщення в напрямку осі Z , а також повороти навколо осей X , Y і Z глобальної системи координат);
- 3) нерухомий шарнір (обмежувалися переміщення в напрямку осей X , Y і Z глобальної системи координат);
- 4) рухомий шарнір (обмежувалися переміщення в напрямку осі Z глобальної системи координат).

З метою обмежень зміщень оболонки, як єдиного цілого, у разі рухливості краю, обмежувався поворот і зміщення в напрямках осей X , Y і поворот щодо осі Z вершини конуса.

В якості зовнішнього навантаження до поверхонь, що утворюють конічну оболонку, прикладався нормальний до поверхні оболонки рівномірно розподілений тиск і сила, прикладена в точці поверхні оболонки. На рис.2.5 представлена комп'ютерна модель конічної оболонки при нерухомому шарнірному спиранні і дії зовнішнього тиску (вказані рівнодіючі поверхневого навантаження на кожному сегменті).

2.4. Вибір типу розрахунку

Наступним етапом після розбиття розрахункової моделі на СЕ, коректного завдання граничних умов і прикладання навантажень, є вибір типу розрахунку. ПК ANSYS дозволяє виконувати розрахунки задач механіки деформованого твердого тіла різного типу. Стосовно до досліджуваних конструкцій проводилися розрахунки статичного НДС та розрахунки на стійкість. Такий вибір типів розрахунку обумовлений особливостями поведінки пологих оболонок при зовнішньому тиску. Як зазначалося раніше, в класі

пологих конічних оболонок при дії зовнішнього тиску, порушення працездатності конструкції відбувається, в основному, внаслідок втрати стійкості при напруженнях, вельми далеких від показників умовної текучості матеріалу. Причому, як правило, вважають, що втрата стійкості пологої оболонки відбувається внаслідок досягнення граничної точки в процесі її деформування. Для ідеальної конічної оболонки величина граничного навантаження в цьому випадку може бути отримана в результаті нелінійного статичного розрахунку. Однак, в залежності від геометрії конструкції, умов закріплення і, в першу чергу, від ступеня її пологі (кута нахилу твірної до основи – α , див. рис.2.4) можливий також і інший механізм випинання, пов'язаний зі зміною вихідного вісесиметричного деформування оболонки несиметричну форму. Критичний тиск в цьому випадку може бути визначено при вирішенні лінійної задачі стійкості на основі підходу Ейлера (біфуркаційна модель). Тому при оцінці несучої здатності пологих конструкцій необхідно виконувати як нелінійний, так і біфуркаційний розрахунки.

2.4.1. Лінійна задача біфуркації

Значення критичного тиску (q^{cr}) і закритичні форми біфуркаційної моделі втрати стійкості досліджуваних оболонок визначалися з урахуванням лінійного докритичного деформування на основі технічної теорії оболонок з використанням стандартних опцій ПК ANSYS.

При реалізації лінійної задачі у ПК ANSYS виконувався лінійний статичний розрахунок з урахуванням моментності докритичного деформування, а потім проводилася процедура визначення власного значення (q^{cr}) і власної форми досліджуваних оболонок. Для отримання закритичних форм в ПК ANSYS використовувався метод ітерацій в підпросторі, який застосовується для отримання власних форм у великих симетричних задачах. Також, з лінійного динамічного розрахунку визначено частоти і форми власних поперечних коливань низької частоти спектра. Розрахунок власного значення у середовищі ПК ANSYS проводився за методом Ланцоша.

2.4.2. Геометрично нелінійний розрахунок.

Для визначення граничного тиску (q^{lim}) в ПК ANSYS виконувався розрахунок нелінійного деформування конструкції. Використовувалися нелінійні рівняння теорії оболонок Міндіна-Рейснера, що враховує зсувні деформації (the first-order shear-deformation theory referred to as Mindlin-Reissner shell theory). Для завдань з істотною нелінійністю в роботах О. Зенкевича [51], Хейслера, Стриклина [91, 92] рекомендується використовувати метод Ньютона-Рафсона (рис.2.7, а). Цей метод вважається найбільш точним з існуючих. У даному методі навантаження поділяється на серію приростів навантаження. Перед кожним рішенням метод Ньютона-Рафсона оцінює вектора неув'язки навантажень, що з'являється внаслідок відмінності між відновленими зусиллями (навантаженнями, відповідними елементним напругам) та доданими навантаженнями. Далі комплекс виконує лінійний розрахунок, використовуючи неув'язки навантажень, і перевіряє наявність збіжності. Якщо критерії збіжності не задовольняються, нев'язка вектора навантаження обчислюється повторно, матриця жорсткості оновлюється, і обчислюється нове рішення. Ця ітераційна процедура триває до збіжності розрахунку. При встановленні критеріїв збіжності ставиться завдання визначення збіжності для конкретного навантаження і величини відхилення одночасно. Необхідно відзначити, що часто величини кутових переміщень на кілька порядків менше, ніж переміщення, що відповідають поступальному руху. У ПК ANSYS передбачена установка перевірки збіжності для сил, моментів, зсувів або поворотів, а також комбінації цих елементів. Важливо пам'ятати, що збіжність, заснована на силі, є абсолютним критерієм збіжності, в той час як збіжність, заснована на зсуві, є відносним критерієм очевидною збіжності. Тому використовувалася похибка збіжності, заснована на силі, моменті і лінійному переміщенні.

В окремих нелінійних статичних розрахунках при використанні тільки одного методу Ньютона-Рафсона, окремі елементи матриці жорсткості наближалися до нескінченності, викликаючи серйозні проблеми збіжності. Подібне відбувалося в окремих завданнях нелінійних розрахунків стійкості, в

яких конструкція повністю переходила в новий стійкий стан. У цьому випадку використовувався альтернативний ітеративний метод обчислень, методом оптимальної довжини дуги (Arc-length-метод), який допоміг уникнути точок біфуркації і лінії розвантаження (рис.2.7, б).

Використання методу Arc-length, який є найбільш поширеним методом продовження по параметру, доцільно у разі переходу конструкції в новий стійкий стан. В даному випадку матриця жорсткості стає сингулярною, що робить неможливим застосування методу Ньютон-Рафсона. Зазначений метод використовується практично у всіх сучасних розрахункових комплексах як методу, що дозволяє отримати картину докритичної та закритичної поведінки тонкостінних оболонок.

Ключовими параметрами цього методу є величини Δl_{max} і Δl_{min} (MAXARC і MINARC в позначеннях документації ПК). Ці величини визначають мінімальний і максимальний радіус пошуку рішення щодо кривої рівноважних станів на графічній залежності « $q - w$ », де q – це значення прикладеного тиску до поверхні оболонки у кожен конкретний момент, а w – це значення переміщення точки у будь-якій місці на поверхні оболонки, і частіше всього за цю точку приймається вершина оболонки.

Особливістю нелінійного розрахунку зазначеним методом є чутливість величини граничного навантаження до величини максимального кроку навантаження Δl_{max} , що задається в якості початкового параметра розрахунку.

Зменшення цього параметра, з одного боку, призводить до істотного збільшення часу розрахунку, з іншого, підвищує його точність. Крім того, занадто велике значення величини Δl_{max} може призвести, у разі пошуку рішення в закритичній області кривих рівноважних станів, до зворотного переходу на докритичну гілку деформування і продовженню розрахунку за гілки докритичного навантаження, але у зворотному напрямку від початкового. Таким чином, весь процес розрахунку інвертується, результатом чого стає втрачений час комп'ютерного ресурсу, який відводиться на виконання завдання, і розрахунок буде вестись нескінченно.

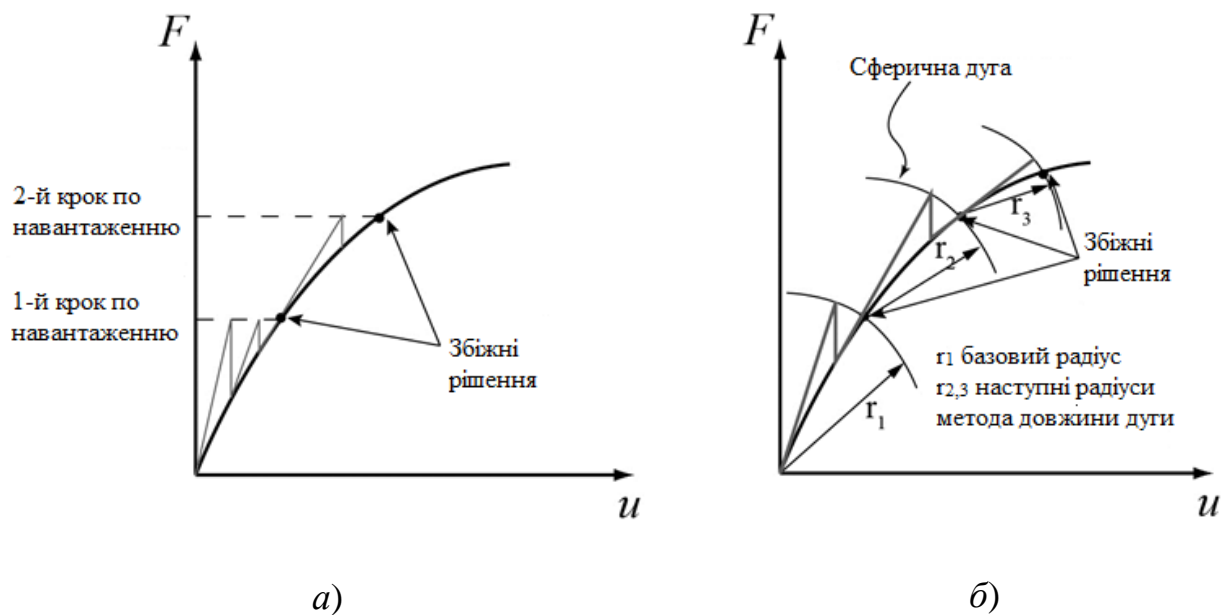


Рисунок 2.7 – Покрокове наближення з використанням методу Ньютона-Рафсона: повне ітераційне рішення (2 кроки навантаження) (а) і метод довжини дуги (б)

Така петля вказує на наявність нижнього критичного значення, існування якої пов'язане з процесом розвантаження. На практиці подальша процедура рішення задачі, в такому випадку, полягає в послідовному зменшенні кроку прирощення по навантаженню, аж до того моменту, коли в межах заданого радіусу дуги стане можливим тільки перехід на висхідну стійку гілку. Зазначимо також, що розмір скінченного елемента в даному випадку відіграє важливу роль. Розмір елемента достатній для розрахунку НДС на етапі докритичного деформування та отримання значення граничної точки, може виявитися недостатнім для розрахунку в закритичній області та суттєво знизити ймовірність збіжності завдання. Іншими словами, у випадку необхідності оцінки поведінки системи (в тому числі, в закритичній області деформування), слід проводити оцінку збіжності рішення в залежності від обраного розміру скінченного елемента.

В результаті проведення нелінійного розрахунку при поетапному навантаженні оболонки будувалися залежності поперечних її переміщень (u_z) від величини тиску q , на основі аналізу яких визначалося значення граничного

тиску, відповідного «проклацування» оболонки до закритичного рівноважного стану. На рис.2.8 показана типова залежність « $q - u_z$ » для центральної точки оболонки з кутом нахилу твірної до площини підстави $\alpha = 2^\circ$.

Криві 1 і 3 відповідають докритичним станам рівноваги. При постійному навантаженні $q = q^{lim}$ відбувається проклацування оболонки до гілки закритичних вісесиметричних рівноважних станів (крива 2). Шлях проклацування вказаний стрілкою.

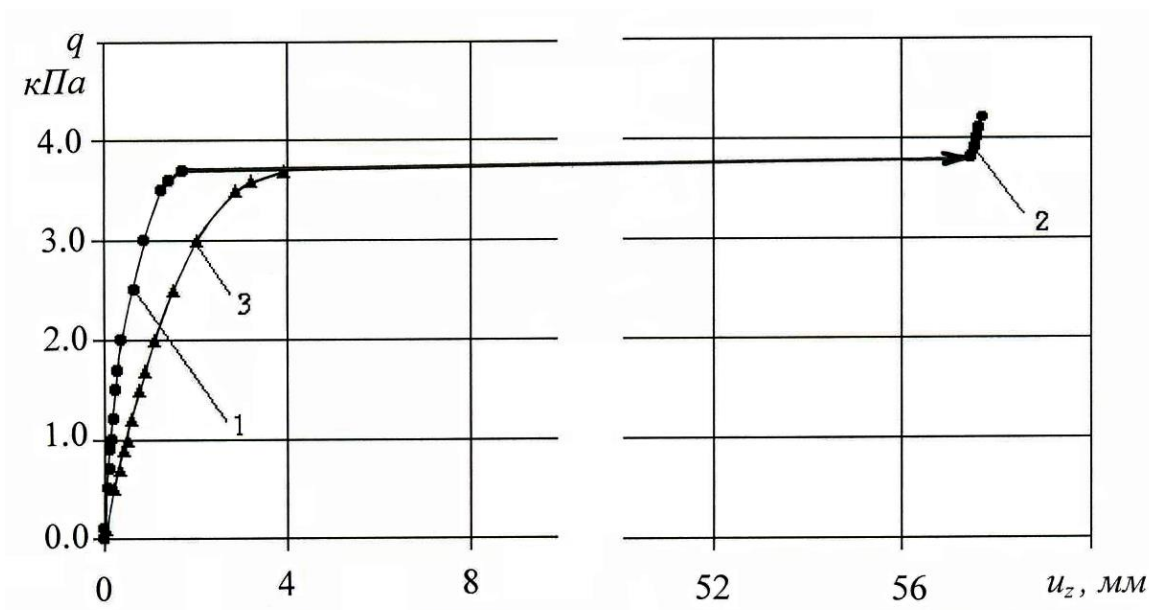


Рисунок 2.8 – Типова залежність « $q - u_z$ », отримана при нелінійному аналізі вісесиметричного деформування оболонки

2.5. Висновки по розділу 2

На основі приведенного вище описання та аналізу методик розрахунку тонкостінних оболонок в цілому та пологих конічних тонкостінних оболонок у частності, можливо зробити наступні висновки:

1. Підтверджено, що скінченими елементами, адекватними цим завданням, в ПК ANSYS є наступні елементи: універсальний чотирикутний SE SHELL 281 для розв'язання лінійної та геометрично нелінійної задачі стійкості; вісесиметричний SE SHELL 208 для розв'язання геометрично нелінійної задачі. У зв'язку з цим, моделювання геометричної та скінчено-елементної моделі

пологої конічної оболонки у середовищі ПК ANSYS виконується наступним чином – шляхом обертання утворюючої навколо осі обертання створюється ідеальна тривимірна модель оболонки (застосування CE SHELL 281) або шляхом створення двовимірної моделі оболонки у вигляді відрязку прямої (застосування CE SHELL 208).

2. Отримано найбільш ефективну кількість CE та їх щільність розташування на CE-моделі оболонки з метою отримання точних результатів розрахунку за мінімальних затрат машинного часу на розрахунки лінійних та геометрично нелінійних задач деформування поверхні оболонки. На основі отримання стабільних результатів розрахунку визначено ефективні параметри скінчено-елементної моделі (розміри і число CE) досліджуваних пологих пружних оболонок, які використовувались при вирішенні задач деформування і стійкості при зовнішньому тиску і силі.

3. Виконано аналіз двох методів розрахунку задач геометрично нелінійного деформування, а саме метод Ньютона-Рафсона і метод оптимальної довжини дуги, що дозволяють знайти рішення з необхідною точністю при проведенні даних типів розрахунків у середовищі ПК ANSYS.

Сказане вище дозволяє зробити висновок про широку можливість для застосування ПК ANSYS при розрахунках задач лінійної статичної втрати стійкості (біфуркації) та задач геометрично нелінійного деформування пологих конічних тонкостінних оболонок з необхідною точністю результатів.

2.6. Список використаних джерел у розділі 2

У розділі 2 використані джерела [51, 91, 92, 101]. Їх найменування представлені у загальному списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 3

ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ЗОВНІШНЬОМУ ТИСКУ ТА ПЕРІОДИЧНО НЕОДНОРІДНОМУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОМУ СТАНІ (ЧИСЕЛЬНИЙ ТА ФІЗИЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ)

Даний розділ присвячений експериментальному дослідженню стійкості пружних замкнених конічних кругових оболонок при дії зовнішнього однорідного тиску та періодично дискретного закріплення краю з ціллю виявлення особливостей їх випинання та оцінки застосування до розрахунку реальних конструкцій різних теорій, в першу чергу, теорії та методи розрахунку, закладених в основу ПК ANSYS.

3.1. Загальні положення

В роботах [117, 118] на основі експериментальних досліджень деформування та стійкості поздовжньо стиснених пружних ізотропних кругових циліндричних оболонок при наявності періодичної в окружному напрямку неоднорідності напружено-деформованого стану (НДС), було зроблено висновок про існування для таких оболонок явища, названого «статичним резонансом». Неоднорідність НДС гладких оболонок була обумовлена періодичною неоднорідністю поздовжніх стискаючих зусиль, періодичними вм'ятинами серединної поверхні оболонки (для випадку осьового стискання) [117]. При осьовому стисканні поздовжньо підкріплених оболонок неоднорідність докритичного НДС була обумовлена різностороннім розташуванням підкріплення [117]. Дослідження поведінки тонкостінних пологих конічних оболонок при дії зовнішнього тиску та періодичному неоднорідному НДС також приведено у роботі [105], результати якої є основою даного розділу дисертаційної роботи.

Суть «статичного резонансу» полягає у наступному. Максимальні докритичні переміщення та мінімальні граничні навантаження при статичному стисканні оболонок реалізуються у випадку, коли змінюваність

неоднорідності її НДС в окружному напрямку співпадала або була близькою до змінюваності першої форми власних поперечних коливань оболонки при відсутньому навантаженні. Наявність «статичного резонансу» отримало підтвердження в чисельних дослідженнях описаних вище задач, виконаних у середовищі програмного комплексу (ПК) ANSYS [117].

В чисельному дослідженні [118] (ПК ANSYS) було знайдено аналог «статичного резонансу» для пологої конічної оболонки, навантаженої зовнішнім тиском. Неоднорідність НДС у цих оболонках була обумовлена періодичними в окружному напрямку великими (більше 10 товщин) недосконаlostями серединної поверхні. На відміну від задач, розглянутих раніше, «статичний резонанс» у цих оболонках реалізовувався не для граничного, а для критичного тиску лінійної задачі. Цей «резонанс», як і раніше, реалізовувався при змінюваності НДС, співпадаючої зі змінюваністю першої форми поперечних коливань оболонки за відсутності навантаження.

Ціль даного розділу полягає у дослідженні у середовищі ПК ANSYS впливу на НДС та стійкість при рівномірному зовнішньому тиску пологої конічної оболонки періодичної дискретності закріплення її краю, а також ефекту статичного резонансу, обумовленого періодичною неоднорідністю НДС [105]. У ході виконання чисельного аналізу виконувалося три типи розрахунків: 1) лінійний біфуркаційний розрахунок зі знаходженням значень критичного тиску q^{cr} та відповідних форм втрати стійкості; 2) динамічний розрахунок по знаходженню перших форм та частот власних коливань оболонки за умови відсутності навантаження; 3) геометрично нелінійний розрахунок з визначенням НДС оболонки, а також значень граничного тиску q^{lim} та відповідних форм втрати стійкості. Усі розрахунки виконувалися як для оболонки з періодично дискретним закріпленням краю (ділянки нерухомого шарнірно закріплення чергувалися з такими ж по довжині ділянками рухомого шарнірного закріплення), так і при однорідному нерухомому та рухомому шарнірному закріпленню. Число ділянок рухомого

та нерухомого шарнірного закріплення краю оболонки (n) змінювалося від 1 до 14 з кроком 1.

3.2. Методика чисельного експерименту

Як вже зазначалося раніше, чисельне дослідження [105] проводилося у середовищі ПК ANSYS (ANSYS Inc. Academic Research, Mechanical Analysis, Release 14.5). Розглядалися три серії пологих тонкостінних замкнених конічних оболонок (рис.3.1) з наступними показниками: товщина усіх оболонок приймалась рівною $h = 5$ мм; радіус основи $R = 2000$ мм (параметр тонкостінності $R/h = 400$); кут нахилу утворюючої оболонки до її основи: $\alpha = 2^\circ$ (серія 1), $\alpha = 4^\circ$ (серія 2), $\alpha = 10^\circ$ (серія 3); відповідна висота оболонок: $H = 56$ мм, 112 мм, 282 мм. Матеріал оболонок – сталь X18H9н (де літера н означає нагартована) з наступними механічними характеристиками: модуль пружності $E = 200$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, умовна межа текучості $\sigma_{02} = 800$ МПа, щільність матеріалу $\rho = 7850$ кг/м³ (в розрахунках 1 та 3 власна вага конструкції не враховується).

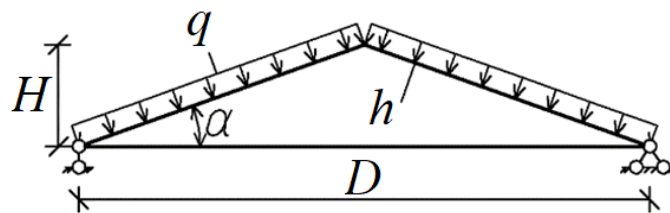


Рисунок 3.1 – Розрахункова схема оболонки з рухомим та нерухомим закріпленням краю, де: H – висота оболонки, q – зовнішній нормальний рівномірний тиск, h – товщина оболонки, $D = 2R$ – діаметр основи конусу, α – кут нахилу утворюючої

Моделювання періодично неоднорідного НДС оболонок відбувалося в наступному порядку: 1) шляхом обертання утворюючої відносно осі симетрії оболонок (вісь Y) створювались геометричні просторові моделі розглянутих конструкцій; 2) моделі ділилися на однакові сектори, число яких

приймалося рівним $2n$ (значення n змінювалися від 4 до 14 з кроком 1) (рис.3.2, б); 3) на краю криволінійної ділянки кожного сектора задавалися граничні умови, що по чергово відповідали нерухомому та рухомому шарнірному закріпленню; 4) прикладався зовнішній нормальний рівномірний тиск q ; 5) шляхом розбиття поверхні секторів на скінченні елементи (СЕ) SHELL 281 (зі стандартної бібліотеки СЕ ПК ANSYS) формувалася скінчено-елементна модель оболонки (рис.3.3, а). Слід зазначити, що при нерухомому шарнірному закріпленні переміщення краю оболонки повністю обмежувалося по осям X , Y , Z , при рухомому шарнірному закріпленні – тільки по вертикальній осі Y .

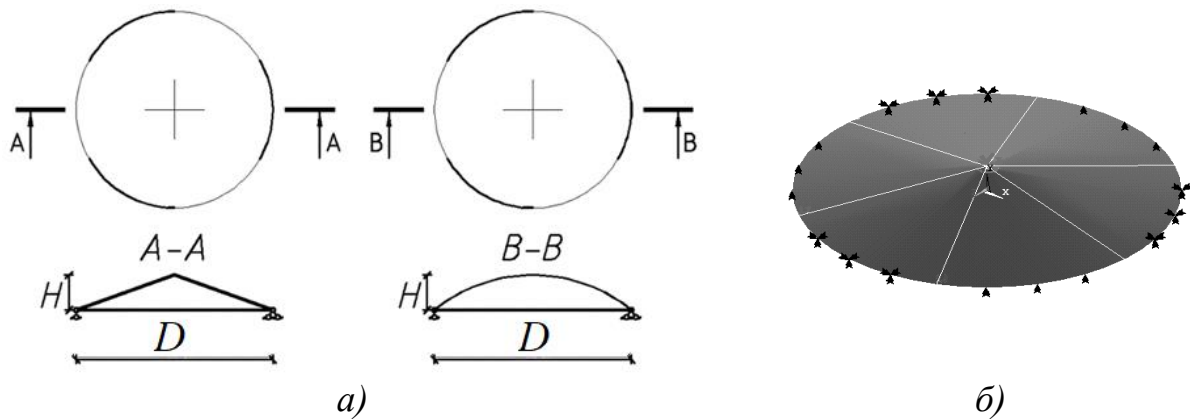


Рисунок 3.2 – Схема оболонки з періодично дискретним закріпленням краю (а) при $n = 3$ (жирна лінія – нерухоме шарнірне закріплення, тонка – рухоме шарнірне закріплення), а також тривимірна модель оболонки в ПК ANSYS (б)

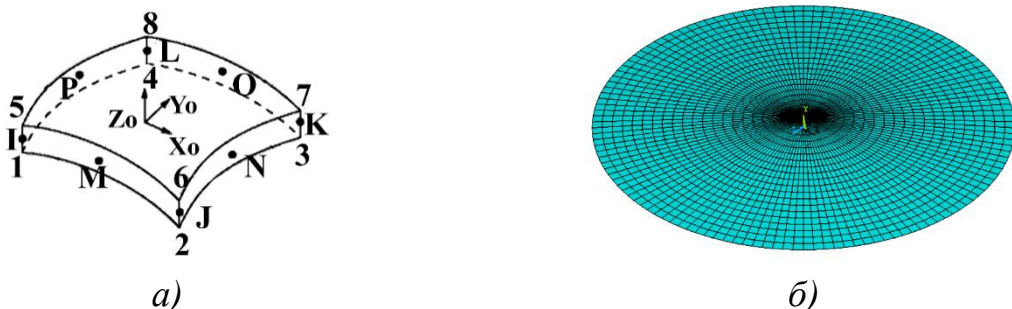


Рисунок 3.3 – Скінченний елемент SHELL 281 (а) та скінчено-елементна модель оболонки (б) у чисельному середовищі ПК ANSYS

Створення SE моделі пологої конічної оболонки виконувалося за допомоги вбудованої функції ПК ANSYS, котра розбиває поверхню оболонки на скінчені елементи. При цьому задавалися основні параметри, від яких залежить створення SE моделі, а саме: розмір SE, тип SE сітки (упорядкована або адаптивна), форма елементу сітки (трикутна або чотирикутна). Густина SE сітки моделі впливає на величину отриманих значень переміщень поверхні оболонки та величину критичного q^{cr} та граничного q^{lim} тисків. У зв'язку з цим, густина SE сітки задавалася так, що подальше її згущення змінювало показники характерних значень тиску не більше за 0.5%. В підсумку, застосовувалися такі SE моделі оболонок, у яких кількість SE складало $N=4096$ (в залежності від величини n).

3.3. Результати чисельного аналізу

В рамках розрахунків 1 та 2 для трьох серій оболонок з періодично змінним рухомим-нерухомим шарнірним закріпленням краю ($n = 1-14$), а також при однорідному рухомому (0) та нерухомому ($n=\infty$) шарнірному закріпленні були отримані величини критичного тиску q^{cr} та відповідні форми втрати стійкості (m – число хвиль в окружному напрямку), а також перші форми (k – кількість хвиль в окружному напрямку) та частоти ω власних коливань оболонок. Значення q^{cr} , m , ω та k для оболонок серій 1-3 приведені відповідно в табл.3.1-3.

Рішення геометрично нелінійної задачі полягало в побудуванні залежності рівноважних станів поперечних переміщень оболонки, в першу чергу, її вершини (w_y) від величини зовнішнього тиску q . На рис.3.4 представлені характерні залежності « $q-w_y$ » для 6 оболонок серії 2 ($\alpha = 4$) при різній кількості нерухомих закріплень n . Тут криві 1-6 відповідають оболонкам: 1 – при $n = \infty$, 2 – при $n = 12$; 3 – при $n = 8$; 4 – при $n = 2$; 5 – при $n = 4$; 6 – при $n = 0$. Для усіх розглянутих кривих максимальне значення тиску на висхідній рівноважній гілці « $q-w_y$ » представляє собою значення граничного тиску q^{lim} . При q^{lim} , у випадку незмінного тиску, відбувається

«стрибкоподібний» перехід до несуміжної форми рівноваги оболонки (висхідній закритичній стійкій гілці рівноважних станів оболонки), тобто до «виворотки». Отримані значення граничного тиску q^{lim} для оболонок серій 1-3, включаючи оболонки з $n = \infty$ та $n = 0$, приведені у табл.1-3 відповідно. Як на стадії висхідного докритичного деформування, так і на інших ділянках кривих рівноважних станів проводилася візуалізація та знаходження компонентів НДС оболонок при різних значеннях тиску q .

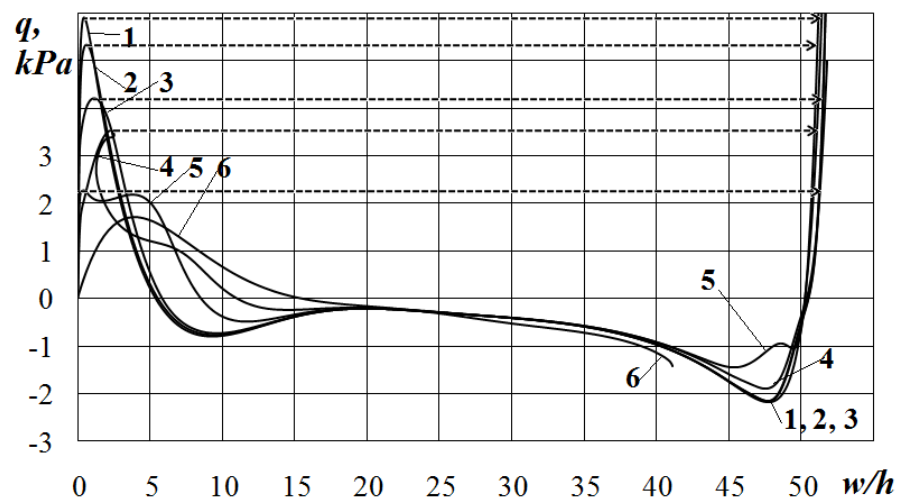


Рисунок 3.4 – Залежності « $q - w_y$ » для 6 оболонок серії 2 ($\alpha = 4$)

На основі табличних даних для розглянутих трьох серій оболонок були побудовані графічні залежності значень критичного та граничного тиску від кількості ділянок закріплення « q^{cr} , q^{lim-n} », які приведено відповідно на рисунках 3.5–3.7 для серій пологих конічних тонкостінних оболонок №1, №2 та №3 у приведеній відповідності.

На графіках (рис. 3.5-3.7) значення критичного тиску q^{cr} представлені трикутними маркерами, значення граничного тиску q^{lim} – круглими маркерами. Для кращого візуального сприймання отриманих результатів маркери з'єднані між собою відрізками прямих. Графічні залежності представляють собою набір дискретних значень, тобто результати отримані тільки для конкретних значень n , і необхідні значення не можуть бути

розрахованими для проміжних значень. Величини критичного та граничного тиску для оболонок з нерухомим шарнірним закріпленням краю ($q_{n=\infty}^{cr}$ та $q_{n=\infty}^{lim}$) представлені на графіках горизонтальними штриховими лініями.

Таблиця 3.1 – Результати розрахунку оболонок серії 1 ($R/h = 400, \alpha = 2^\circ$)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	∞
q^{cr}, kPa	1.03	0.82	0.99	1.05	1.08	1.13	1.13	1.14	1.17	1.25	1.28	1.29	1.29	1.29	1.30	1.32
m	3	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
ω, Hz	10.9	10.4	12.7	14.1	14.0	14.7	15.1	15.2	15.3	15.3	15.4	15.4	15.4	15.5	15.5	15.7
k	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
q^{lim}, kPa	0.41	0.55	0.73	0.67	0.79	0.96	1.10	1.10	1.21	1.28	1.33	1.37	1.39	1.40	1.41	1.45

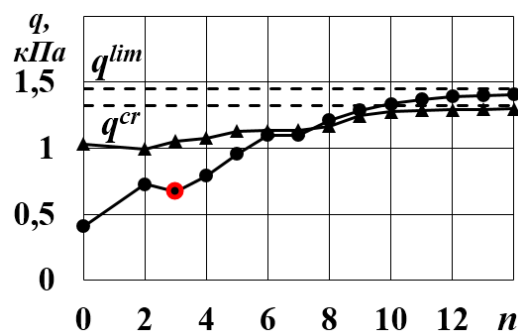


Рисунок 3.5 – Залежності « $q^{cr}, q^{lim} - n$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок серії 1.

Таблиця 3.2 – Результати розрахунку оболонок серії 2 ($R/h = 400, \alpha = 4^\circ$)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	∞
q^{cr}, kPa	2.58	2.13	2.87	2.99	3.05	3.12	3.23	3.26	3.23	3.20	3.19	3.33	3.41	3.44	3.46	3.59
m	4	2	4	4	4	5	5	5	4	4(5)	5	5	5	5	5	5
ω, Hz	16.1	16.5	18.3	19.7	21.2	21.6	21.6	22.2	22.7	22.8	22.9	22.9	23.0	23.1	23.2	23.4
k	2	2	2(3)	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
q^{lim}, kPa	1.71	2.01	3.53	2.56	2.28	2.75	3.28	3.77	4.23	4.61	4.91	5.16	5.36	5.51	5.62	5.93

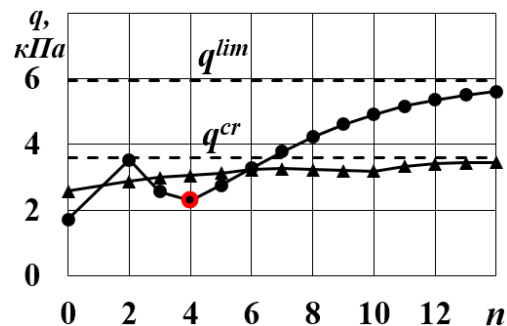
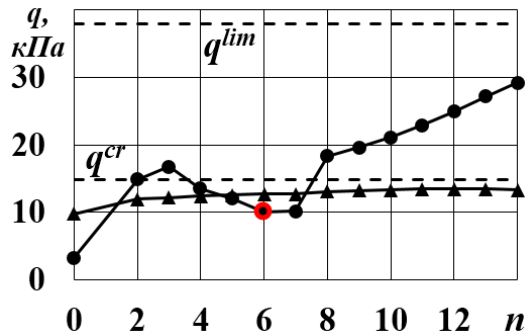


Рисунок 3.6 – Залежності « $q^{cr}, q^{lim} - n$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок серії 2.

Таблиця 3.3 – Результати розрахунку оболонок серії 3 ($R/h = 400, \alpha = 10^\circ$)

n	0	1	2	3	4	5	<u>6</u>	7	8	9	10	11	12	13	14	∞
q^{cr}, kPa	9.82	8.20	12.0	12.2	12.4	12.6	12.8	12.7	13.1	13.2	13.3	13.5	13.5	13.5	13.5	14.8
m	6	2	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	<u>7</u>
ω, Hz	27.8	28.5	29.9	32.7	34.8	36.1	37.1	37.6	38.1	38.5	38.7	39.1	39.2	39.4	39.5	40.2
k	3	1	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	<u>5</u>
q^{lim}, kPa	3.32	9.84	14.9	16.8	13.5	12.1	<u>10.1</u>	10.1	18.3	19.6	21.1	22.9	25.0	27.2	29.2	38.0

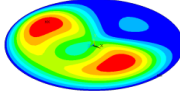
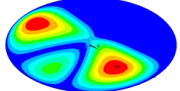
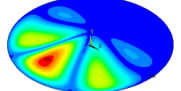
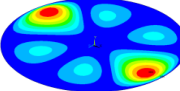
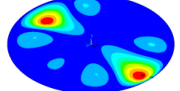
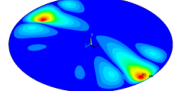
Рисунок 3.7 – Залежності « $q^{cr}, q^{lim} - n$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок серії 3.

Як видно з табл.3.1-3 та залежності, приведених на рис.3.5-7, для розглянутих трьох серій оболонок область реалізації граничного тиску q^{lim} в діапазоні від $q_{n=0}^{lim}$ до $q_{n=\infty}^{lim}$ суттєво перевищує область реалізації критичного тиску ($q_{n=1}^{cr} - q_{n=\infty}^{cr}$). При цьому для усіх серій оболонок область реалізації q^{lim} включає в себе область реалізації q^{cr} . По мірі збільшення кута α відносні розміри області реалізації q^{cr} суттєво зменшуються, при цьому при збільшенні кута α область реалізації q^{cr} зміщується до нижньої межі області реалізації q^{lim} .

В цілому, при збільшенні числа дискретних нерухомих закріплень n значення q^{cr} та q^{lim} зростають. Однак, як для q^{cr} , так і для q^{lim} , виділяються області, в яких при збільшенні n значення q^{cr} та q^{lim} знижуються. Зокрема, для розглянутих трьох серій оболонок мінімальне значення q_{min}^{cr} реалізується не при однорідному рухомому закріпленні краю ($n = 0$), а у випадку $n = 1$. Цей мінімум критичного тиску носить локальний характер. Обумовлений він високим ступенем концентрації напружень на межі двох ділянок рухомого та

нерухомого шарнірного закріплення. Очевидно, що великі напруження в області оболонки з ослабленими граничними умовами ініціюють більш ранній процес біфуркації в цій області, у порівнянні з випадком однорідного рухомого закріплення.

Таблиця 3.4 – Перші форми власних коливань та випинання лінійної задачі стійкості конічної оболонки при зовнішньому тиску для оболонки при кількості дискретних закріплень $n = 1$

Кут α	2°	4°	10°
Перша форма власних коливань			
Перша форма втрати стійкості лінійної задачі			

В таблиці 3.4 для цих оболонок представлені перші форми власних коливань та випинання лінійної задачі стійкості. Тут область рухомого шарнірного закріплення охоплює нижню ліву половину основи оболонки, що чітко відображається формою коливань, які охоплюють саме цю область (ослаблених умов закріплення). Для форм втрати стійкості, отриманих у результаті рішення лінійної задачі (біфуркації), також має місце бути асиметрія відносно лінії, що проходить через межі ділянок різного закріплення конусу. Проявляється ця асиметрія в більшому ступені при збільшенні кута α . Зниження $q_{n=1}^{cr}$ у порівнянні з $q_{n=0}^{cr}$ для оболонок серій 1, 2 та 3 є досить суттєвим та складає відповідно 14.8%, 17.4% та 12.8%.

При $n > 1$ залежності « q^{cr-n} » носять висхідний характер з незначними випуклістю та флуктуаціями окремих точок, котрі зменшуються по мірі збільшення кута α . Зокрема, залежність « q^{cr-n} » для оболонок серії 3 близька до лінійної. Збільшення q^{cr} при цьому порівняно незначне, що обумовлено малою областю реалізації q^{cr} . При максимальній кількості нерухомих закріплень краю ($n = 14$) значення q^{cr} стають меншими величин, що реалізуються при однорідному нерухомому шарнірному закріпленню

оболонки. Ця різниця для пологих конічних оболонок для серії №1, 2, 3 складає відповідно 1.5%, 3.6% та 8.4%.

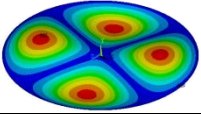
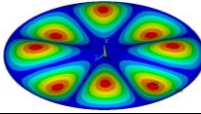
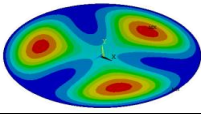
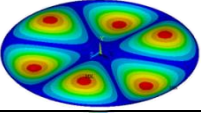
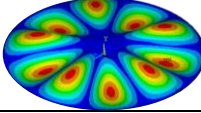
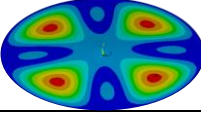
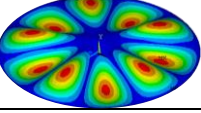
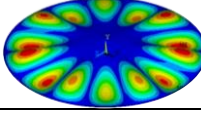
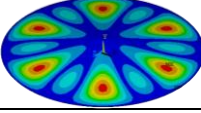
Характер залежності « q^{lim-n} » для трьох серій, отриманих в результаті геометрично нелінійного розрахунку, більш складний. По-перше, відзначимо, що, у порівнянні з лінійним рішенням, дискретність закріплення краю оболонки приводить до значно більшого зниження значень граничного тиску при $n = 14$ ($q_{n=14}^{lim}$) у порівнянні з $q_{n=\infty}^{lim}$, котре для серій 1, 2 та 3 склало відповідно 2.8%, 5.2% та 23%. Окрім цього, ці залежності також мають проміжний мінімум. Цей мінімум (q_{min}^{lim}), на відміну від q_{min}^{cr} , не є абсолютним та реалізується для оболонок різної геометрії при різних значеннях $n > 2$. Найбільш важливим є той факт, що знайдені області зниження граничного тиску q_{min}^{lim} представляються собою мінімальне значення небезпечних (з точки зору стійкості) тисків для розглянутих оболонок. Так, для оболонок серій 2 та 3 при $n \geq 1$ небезпечним становиться критичний тиск q^{cr} , котрий достатньо легко знаходиться при рішенні лінійної задачі. Однак, наявність локальних мінімумів на представлений графічній залежності для граничного тиску змінює ситуацію: небезпечними становляться саме граничні тиски q^{lim} . Причому область, в якій небезпечними є значення граничного тиску нелінійної задачі стійкості, включає в себе по 3 різні ділянки навантаження: серія 2: $n = 3-5$; серія 3: $n = 5-7$.

Як було зазначено у вступній частині статті, описане вище явище отримало назву «статичного резонансу», котрий був знайдений у фізичних та чисельних експериментах у кругових циліндричних та конічних оболонок при періодично неоднорідному в окружному напрямку НДС. В даному випадку мінімальне (резонансне) значення граничного тиску q_{min}^{lim} є самим небезпечним. Для оболонок серій 1, 2 та 3 (рис.5, 6 та 7) «статичний резонанс» реалізується при $n = 3, 4$ та 6 (на рисунках 3.5, 3.6 та 3.7 маркери, що відповідають резонансу, виділені розміром). Величина цього тиску на 36%, 25% та 21% менше критичного тиску лінійної задачі q^{cr} для відповідних

оболонок 1, 2 та 3 серій. В таблицях 3.1–3.3 значення n , при яких спостерігається явище статичного резонансу, а також значення граничного тиску q_{min}^{lim} виділені жирним шрифтом та підкреслені.

Відмітимо також, що в роботах [66-69] статичний резонанс пов'язувався тільки зі збігом (або приблизно) змінюваності докритичного НДС в окружному напрямку зі змінюваністю першої форми власних поперечних коливань ненавантаженої оболонки k . В розглянутому випадку статичний резонанс реалізується в строгій відповідності змінюваності НДС оболонки в окружному напрямку, рівній пів-сумі (s) змінюваності першої форми власних поперечних коливань ненавантаженої оболонки k та змінюваності першої форми її втрати стійкості m при дії зовнішнього тиску, отриманої при рішенні лінійної задачі стійкості для випадку однорідного нерухомого шарнірного закріплення краю. У зв'язку з цим, в таблицях 3.1–3 величини m та k при $n=\infty$ виділені жирним курсивом. Описані форми (m та k), а також резонансна змінюваність НДС (s) для оболонок трьох серій приведені в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Перші форми власних коливань (k) та форми втрати стійкості (m) при рішенні лінійної задачі стійкості конічної оболонки та для випадку статичного резонансу (s) (геометрично нелінійний розрахунок)

Кут α	Перший тон власних коливань ($n=\infty$)	Число хвиль k ($n=\infty$)	Перша форма втрати стійкості, лінійна задача ($n=\infty$)	Число хвиль m ($n=\infty$)	Форма втрати стійкості при статичному резонансі (q_{min}^{lim})	Змінюваність s при статичному резонансі $s = \frac{k+m}{2}$
2°		2		4		3
4°		3		5		4
10°		5		7		6

Очевидно, що визначним фактором виникнення статичного резонансу є періодична неоднорідність, в першу чергу, докритичного НДС, що обумовлена періодичною дискретністю закріплення краю оболонки. Як зазначалося раніше, проводилася візуалізація НДС оболонок при різних значеннях тиску q , як на стадії висхідного «докритичного» деформування, так і на інших ділянках кривих рівноважних станів. Нижче, в якості прикладів, приведені найбільш цікаві в плані унікальності зовнішнього вигляду графічної залежності « $q^{lim}-w/h$ » для пологих конічних оболонок серії №2, і ці результати розрахунків оболонок представлені у наступному порядку: випадок з кількістю періодично дискретних закріплень $n = 8$ представлена на рисунку 3.8, $n = 2$ на рисунку 3.9, $n = 4$ на рисунку 3.10. Окрім цього, додатково до кожної графічної залежності додається відповідна таблиця з формами деформованої оболонки в основних точках на графічній залежності « $q^{lim}-w/h$ » з метою наглядної візуалізації НДС пологої конічної оболонки у конкретний момент процесу деформування оболонки. В деяких випадках, вводяться додаткові точки для візуалізації з метою пояснити перехід між формами деформованої поверхні пологої конічної оболонки.

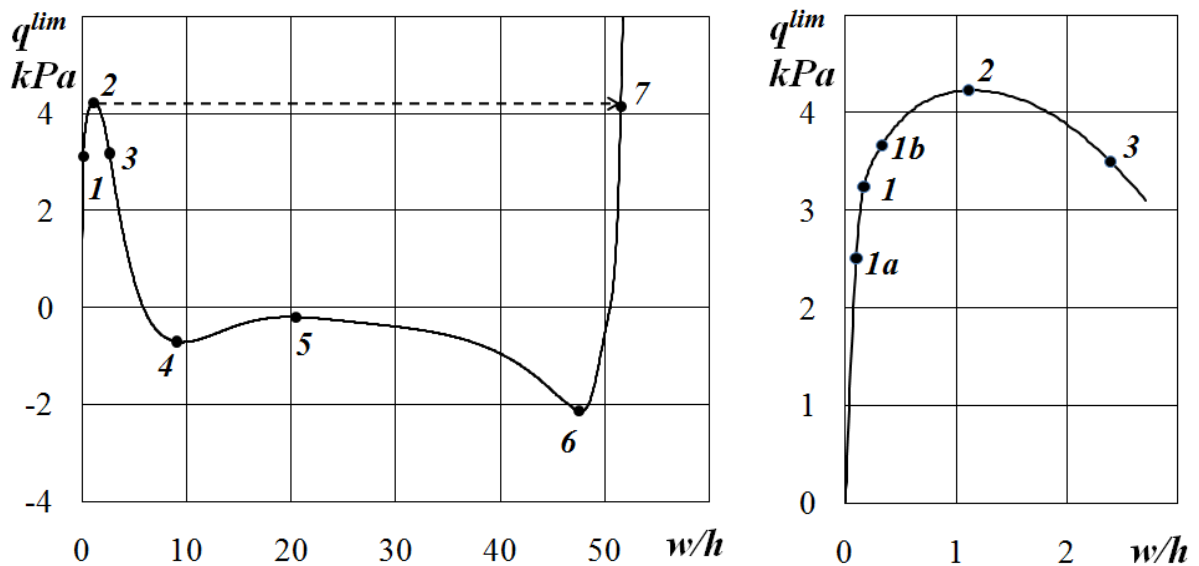
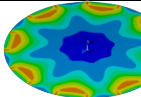
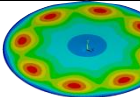
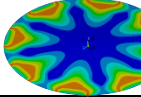
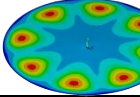
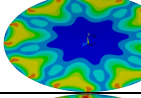
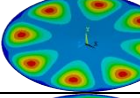
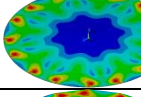
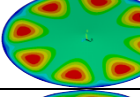
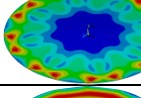
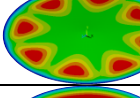
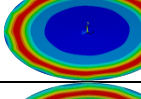
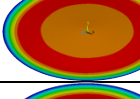
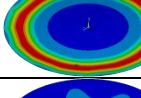
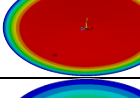
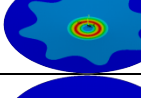
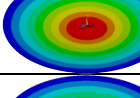
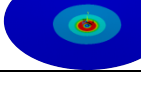
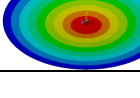


Рисунок 3.8 – Залежність граничного тиску від відносного переміщення « $q^{lim}-w/h$ » для оболонки серії 2 при $n = 8$ (кожна точка 1-7 має відповідне графічне відображення у табл.3.6)

Таблиця 3.6 – Ізополя напружень та загальних переміщень поверхні пологої конічної тонкостінної оболонки серії 2 при $n = 8$

Точка	σ_{mis}^{max} , МПа	Ізополя напружень за Мізесом	w_{max}/h	Ізополя загальних переміщень
1a	27.9		0.4	
1	49.0		0.82	
1b	85.6		1.52	
2	178		3.3	
3	233		4.86	
4	231		9.22	
5	218		11.4	
6	482		47.9	
7	547		51.6	

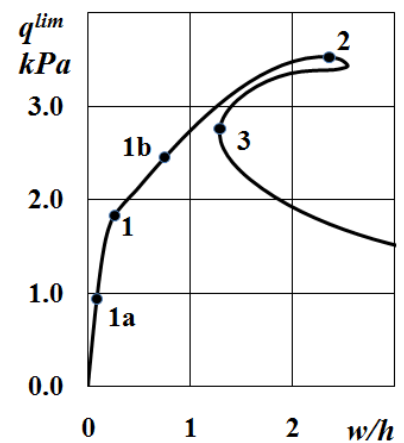
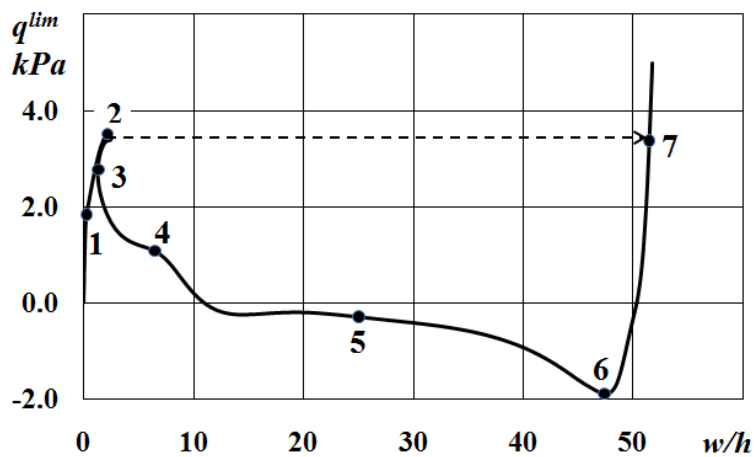
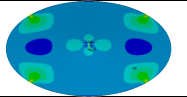
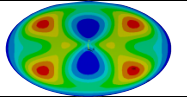
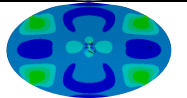
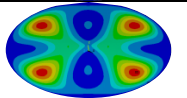
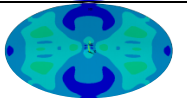
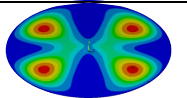
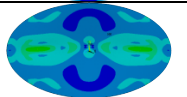
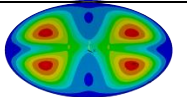
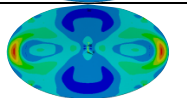
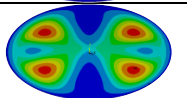
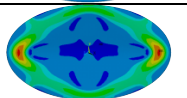
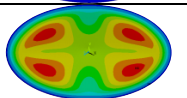
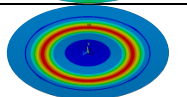
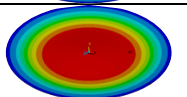
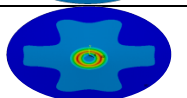
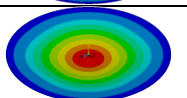
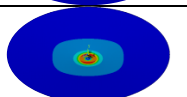
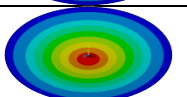


Рисунок 3.9 – Залежність граничного тиску від відносного переміщення « q^{lim} – w/h » для оболонки серії 2 при $n = 2$ (кожна точка 1-7 має відповідне графічне відображення у табл.3.7)

Таблиця 3.7 – Ізополя напружень та загальних переміщень поверхні пологоді конічної тонкостінної оболонки серії 2 при $n = 2$

Точка	σ_{mis}^{max} , МПа	Ізополя напружень за Мізесом	w_{max}/h	Ізополя загальних переміщень
1a	32.9		0.24	
1	52.8		0.88	
1b	139		2.76	
2	254		5.78	
3	153		4.04	
4	277		10.2	
5	229		25.3	
6	499		47.7	
7	527		51.6	

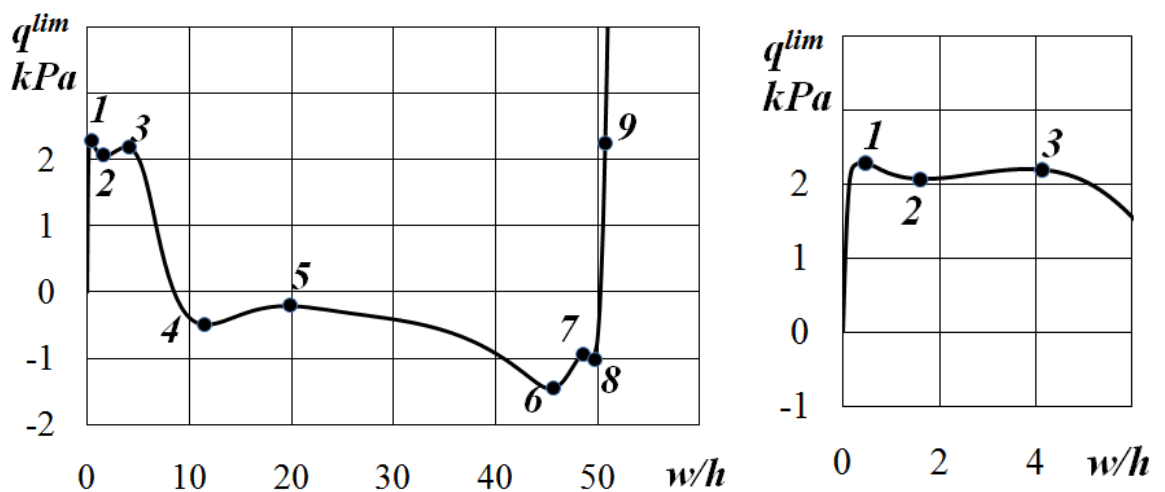
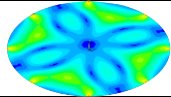
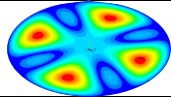
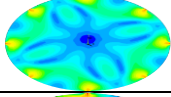
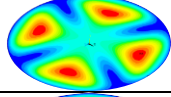
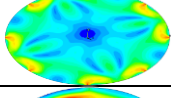
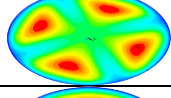
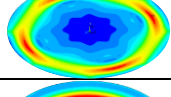
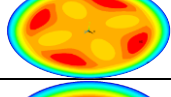
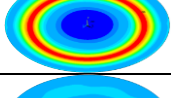
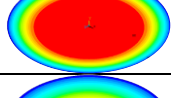
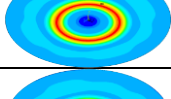
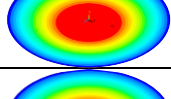
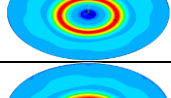
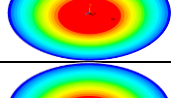
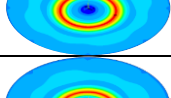
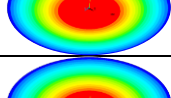
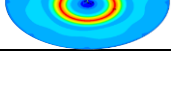
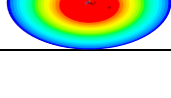


Рисунок 3.10 – Залежність граничного тиску від відносного переміщення « $q^{lim}-w/h$ » для оболонки серії 2 при $n = 4$ (кожна точка 1-7 має відповідне графічне відображення у табл.3.8)

Таблиця 3.8 – Ізополя напружень та загальних переміщень поверхні пологої конічної тонкостінної оболонки серії 2 при $n = 4$

Точка	σ_{mis}^{max} , МПа	Ізополя напружень за Мізесом	w_{max}/h	Ізополя загальних переміщень
1	92		0.45	
2	166		1.75	
3	216		4.1	
4	246		12	
5	201		19.8	
6	283		47.5	
7	284		48.1	
8	295		49.9	
9	305		51.5	

На рис.3.8, 3.9 та 3.10 представлені залежності « $q-w_y$ » для оболонок серії 2 ($\alpha=4^\circ$) з числом ділянок нерухомого закріплення $n = 8, 2$ та 4 , на котрих відмічені точки візуалізації НДС оболонки. Також дані таблиці, де для зазначених точок представлені ізополя загальних еквівалентних напружень за Мізесом (σ_{Mis}) та ізополя загальних переміщень, а також дані значення максимальних напружень по Мізесу (σ_{Mis}^{max}) та відносних максимальних прогинів (w_{max}/h) розглянутих оболонок.

Попередньо відмітимо, що в «дограничному» рівноважному стані при однорідному рухомому шарнірному закріплення краю ($n = 0$), навантаженої зовнішнім однорідним тиском, НДС оболонки є вісесиметричним. У випадку розглянутого періодично дискретного закріплення при достатньо великій

кількості закріплень (серія 2, $n = 8$) великі згинальні та мембранні напруження, а також переміщення, концентруються ближче до краю оболонки (рис.3.8). Причому охоплюють тільки периферійну частину її поверхні, не проникаючи до центру. Аналогічна картина має місце також на нестабільній гілці залежності « $q-w_y$ ». До того ж, при високих значеннях тиску, поряд зі змінюваністю НДС, що визначається кількістю ділянок закріплення $n = 8$, чітко проявляється подвоєна змінюваність НДС (в даному випадку $2n = 16$), що обумовлена концентрацією напружень у країв оболонки. Великі переміщення також реалізуються у краю оболонки. В «заграничній» стадії деформування, при малому тиску та прогині, НДС оболонки є близьким до вісесиметричного. Максимальні напруження σ_{Mis}^{max} виникають у краю оболонки. По мірі збільшення прогину, а потім і тиску, ці напруження різко зростають та зміщуються до її вершини. При високих значеннях тиску, близьких до q^{lim} , значення σ_{Mis}^{max} реалізуються в околиці вершини (полюсу) оболонки.

Для оболонки з $n = 2$ (рис.3.9) на висхідній ділянці залежності « $q-w/h$ » чітко проявляються дві гармоніки зміни напруженого стану в окружному напрямку. Перша відповідає концентрації напружень у країв двох ділянок закріплення (4 краї), друга відповідає двом ділянкам навантаження, що створює бісиметричність напруженого стану.

На відміну від першої гармоніки, яка обмежувалася периферією оболонки, друга гармоніка розповсюджувалась до центру оболонки. Ця гармоніка домінувала і на нестабільній ділянці залежності « $q-w/h$ » аж до зміни знаку тиску q . Це, як видно, обумовило складну конфігурацію нестабільної гілки залежності « $q-w/h$ » для двох ділянок навантаження. Як і в розглянутому раніше випадку закріплення краю оболонки, в «заграничній» стадії деформування при малому тиску та переміщеннях, НДС оболонки стає близьким до вісесиметричного. При цьому напруження σ_{Mis}^{max} , котрі виникають у краю оболонки, при збільшенні прогину і тиску різко зростають

та зміщуються до вершини оболонки. При цьому ізополя порівняно низького напруженого стану на решті частини оболонки залишаються бісиметричними.

На рис.3.10 приведена візуалізація НДС оболонки серії 2 на різних рівнях при $n = 4$ (випадок статичного резонансу). Тут на всіх рівнях «дограничного» навантаження, як і раніше, виділяються дві гармоніки зміни НДС, обумовлені числом закріплень ($n = 4$) та концентрацією напружень у краю ($2n = 8$). Як і в розглянутому раніше варіанті закріплення гармоніка $2n$ реалізується тільки на периферії оболонки. Гармоніка n пронизує оболонку від краю до її вершини, що і приводить до різкого зниження граничного тиску q_{min}^{lim} . До характерної ознаки статичного резонансу можна віднести також заграничну поведінку залежності « $q-w/h$ » в околицях граничної точки – локальний мінімум (точка 2) та максимум (точка 3). По причині низького граничного тиску q_{min}^{lim} на «заграничній» висхідній рівноважній гілці напруження σ_{mis}^{max} є набагато (більш, ніж удвічі) менше, ніж у оболонки при однорідному її закріпленні.

3.4. Дослідження деформування малогабаритних паперових зразків у ході виконання фізичного експерименту

3.4.1. Методика експерименту

Програма дослідження включала іспити однієї серії замкнених конічних оболонок (загалом 33 зразки), де параметр тонкостінності $R/h = 402$ та кут нахилу утворюючої $\alpha = 10^\circ$. Іспити оболонок проводилися для різної кількості n періодично дискретних закріплень краю. Ділянки шарнірно-нерухомого закріплення (коли обмежуються лінійні переміщення краю оболонки в усіх напрямках) чергувалися з різними по довжині ділянками шарнірно-рухомого підкріплення (коли переміщення з площини основи обмежуються).

Експерименти проводилися в лабораторіях Придніпровської державної академії будівництва та архітектури на малогабаритних зразках, виготовлених з паперу для креслення марки «В», ГОСТ 597-73 «Папір для креслень. Технічні умови».

При вираженій, хоча і незначній ортотропії властивостей. Папір для креслення відрізняється достатньо високо. Стабільністю та однорідністю показників пружності, міцності та геометрії аркушу. Відносні пружні її характеристики (відношення границі міцності до модуля пружності) вище, ніж у високоміцних сталей та інших металів, що розширяє можливості експерименту в пружній стадії деформування. Найбільш важливою властивістю паперу є його відмінна здатність до обробки, котра обумовила достатньо прості технології виготовлення якісних зразків та підготовки їх до іспитів, а також ефективні методики навантаження та виміру, що реалізуються без суттєвих матеріальних трат. Саме ці властивості аркушу паперу обумовили можливість проведення дійсного експерименту в цілому.

Основні механічні властивості матеріалу: модулі пружності $E_x = 6.9 \times 10^3$ МПа, $E_y = 3.4 \times 10^3$ МПа, коефіцієнти Пуассона $\nu_x = 0.3$, $\nu_y = 0.15$, границя міцності $\sigma_{x,\epsilon} = 45$ МПа, $\sigma_{y,\epsilon} = 45$ МПа (де індекси x , y відповідають головним напрямкам ортотропії аркушу паперу). Товщина аркушу складає $h = 0.23$ мм. Ця величина для використаної партії паперу була практично незмінною. Щільність аркушу складає 200 г/м². Таким чином, усі зразки однієї серії мали однакову товщину $h = 0.23$ мм, однаковий діаметр основи $d = 185$ мм.

Технологія виготовлення зразків та підготовки їх до іспитів включала: розмітку та отримання плоскої заготовки, виготовлення власне зразка та закріплення його на стенді для іспитів.

Заготовка представляла собою плоску розвертку конусу (сектор круга) з двома припусками. Перший припуск – полоса шириною 3 мм, що примикає до однієї з прямолінійних кромek розвертки конусу, призначена для влаштування клейового шву «внахлест», розташованого вздовж утворюючої

конусу. Другий припуск – полоса шириною 9 мм, що прилягає до криволінійної кромки розвертки, призначений для фіксації оболонки на стенді для іспитів. Для вільного вигину цієї полоси вона розділялась на рівну кількість ділянок, в залежності від кількості підкріплень оболонки. При розмітці заготовка на аркуші орієнтувалася таким чином, щоб головний напрям ортотропії паперу з мінімальними показниками пружності та міцності співпадало з віссю симетрії розвертки конусу. Заготовка вирізалася з аркушу по розмітці звичайними ножицями.

Оболонка згиналась по розмітці та фіксувалась у заданому положенні повздовжнім клейовим швом «внахлест». Клей БФ4 попередньо наносився, згідно з розміткою, на з'єднувальні поверхні розвертки та припуску. Після склеювання з'єднання опресовувалося металевою пластиною поверх дерев'яної заготовки конусу, виконаної на надточному фрезерувальному станку з чисельним програмним керуванням.

Необхідно зазначити, що в процесі деформації вигину при виконанні технологічної операції згортання конусу з плоского листа в оболонці виникають напруження, котрі зростають по мірі віддалення від основи конусу та у вершині в області максимальної кривизни перевищують границю пружності матеріалу. Проте, експериментальна (шляхом розрізання оболонки в області високих напружень) та теоретична (на основі даних о кривизні поверхні) оцінки показали, що у всіх випадках зона пластичних деформацій дуже незначна, а зона максимальних напружень мала та, що саме важливе, не охоплюється хвилеутворенням при втраті стійкості. Звідси можна зробити висновок о незначному впливі початкових технологічних напружень на величину критичного навантаження.

Для реалізації необхідних умов закріплення зразка елементи припуску у основи конусу відгиналися до рівня площини та приклеювалися клеєм БФ4 до торцевої поверхні приладу для іспитів. Зовнішня сторона елементів припуску та уся оболонка покривалися зверх-тонкою (порядку 5 мікрон) полімерною плівкою з метою забезпечення герметичності. Для забезпечення

рівномірного відгину елементів припуску ще на етапі виготовлення зразків, папір на межі припуску та розвертки конусу надрізався жалом циркуля на глибину $(0.3-0.4)h$. Реалізоване таким чином закріплення відповідало нерухомому та рухомому шарнірам з обмеженням трьох лінійних переміщень (нерухомий шарнір) або одного лінійного переміщення вздовж осі обертання конуса (рухомий шарнір).

На рис.3.11 приведені фото оболонок серії з різною кількістю періодично дискретних підкріплень n , зафіксованих на фланці стендового пристрою. Чітко видно з'єднувальний шов зразка, випуски періодично дискретних підкріплень, полімерна надтонка плівка та фланець стендового пристрою, що представляє собою полий металевий циліндр з герметично перекритим нижнім торцем та вільним верхнім торцем-фланцем, до площини якого приклеюється зразок. Внутрішній діаметр циліндра відповідає діаметру основи конічної оболонки ($2R$), а ширина фланця дещо більше ширини припуску, що забезпечує фіксацію зразка. Висота циліндра складала 350 мм.

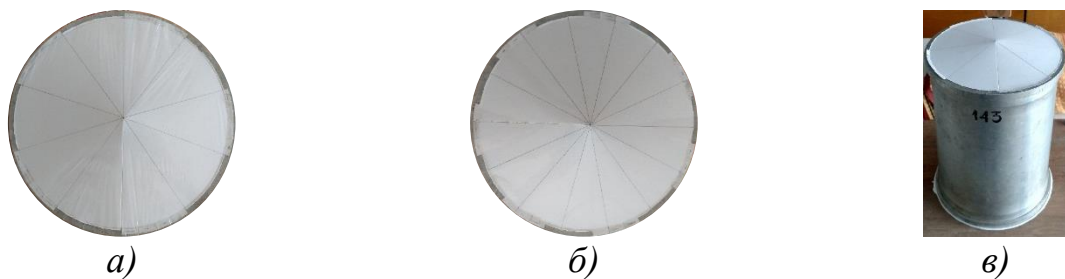


Рисунок 3.11 – Фотографії пологих конічних оболонок, закріплених на стенді для іспитів у випадку: а) кількість періодично дискретних закріплень $n = 5$, вид зверху; б) $n = 7$, вид зверху; в) $n = 4$, фото оболонки та стенду

Навантаження зразків зовнішнім однорідним нормальним тиском забезпечувалося повітрям, завдяки вакуумуванню внутрішнього простору оболонки. Схема іспитів представлена на рис.3.12. Вакуумування забезпечувалося завдяки функціонуванню простого та ефективного пристрою. Полий циліндр, до якого приклеєна оболонка, з'єднується

жорсткою трубкою з набагато більшою ємкістю з водою, з якої проводиться злив води. При зливі води з великої ємності, у її верхній частині утворюється область розрідженого повітря. Завдяки тому, що циліндр та ємність з водою з'єднанні в одну систему, у порожнині циліндру також виникає область розрідженого повітря. Роль ресивера грає металевий циліндр у зв'язку з великою різницею об'ємів циліндра та оболонки (9.4 дм^3 проти 0.43 дм^3 , різниця приблизно у 22 рази).

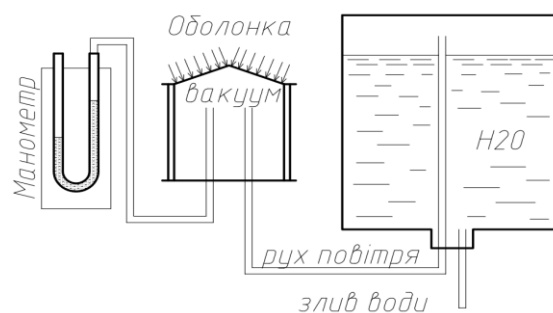


Рисунок 3.12 – Схема проведення фізичного експерименту по дослідженню процесу деформування та стійкості оболонок при періодично неоднорідному в окружному напрямку НДС та зовнішньому тиску

Зміна тиску в порожнині ресивера, котре відповідало зовнішньому тиску, що діє на оболонку, вимірювалось водним U-подібним манометром з точністю до 10 Па . Процес навантаження відбувався зі швидкістю приблизно 1 Па/с . Реєстрація втрати стійкості проводилася як візуально, так і за допомогою відеокамери, що розташовувалась перед стендом для іспитів з оболонкою та манометром. Отже, на кожному відео реєструвалися значення тиску по манометру та відповідна форма деформованої оболонки.

3.4.2. Фізичний експеримент

Втрата стійкості оболонок проходила з утворенням локалізованих в окружному напрямку періодично розташованих вм'ятин з одною півхвилею вздовж утворюючої. Процес втрати стійкості, як правило, був розтягнений у часі. Спочатку «м'яко», без зміни тиску, формувалися одна або дві-три малі

закритичні вм'ятини з центрами, розташованими на рівні однієї третьої від основи конусу. Деформації конусів розвивалися в пружній стадії, про що свідчать результати повної розгрузки оболонки (при відсутності зовнішнього тиску оболонки поверталися до початкового стану). При зростанні зовнішнього тиску розмір вм'ятин збільшувалися впродовж усього процесу навантаження оболонки аж до моменту, коли вм'ятини об'єднувалися у замкнуту закритичну періодичну конфігурацію. Накоплення та розвиток закритичних вм'ятин супроводжувалося виникненням та зростанням пластичних деформацій у зразків серії.

Згідно з описаною послідовним процесом втрачали стійкість майже всі оболонки окрім оболонки з певною кількістю періодично дискретних закріплень ($n = 6, 7, 8$). При $n = 6, 7, 8$ втрата стійкості відбувалася значно швидше, ніж у інших оболонках, при подібній швидкості навантаження зовнішнім тиском. Втрата стійкості відбувалася миттєво з утворенням замкнутого ланцюга вм'ятин. Несуча здатність цих оболонок була найнижчою у серії (295, 255 та 265 Па відповідно, див. табл.3.9).

Таблиця 3.9 – Значення тиску випинання q^{exp} , отриманого у ході виконання фізичного експерименту для серії пологих конічних оболонок

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	∞
q^{exp}, Pa	330	335	345	345	295	255	265	315	340	340	350	350	350	390

Тут необхідно зазначити роль в розглянутому процесі випинання з'єднувального шва. Очевидно, що шов порушує геометричну та жорстку симетрію оболонки. З однієї сторони, це приводить до збільшення радіальної жорсткості прилеглої ділянки оболонки, з іншої, «наводить» початкові додаткові недосконалості. Усе це впливає, в принципі, на докритичне деформування оболонки та, як наслідок, критичний тиск. Однак цей вплив проявляється в достатньо вузькій області, що прилягає до шва. Оскільки практично у всіх іспитах утворення перших закритичних вм'ятин проходило

у зонах, віддалених від шва, можна вважати, що вплив шва на величину тиску, при якому утворюються перші закритичні вм'ятини, настільки малий, що ним можна знехтувати.

Збільшення тиску в закритичному стані (після утворення замкненого ланцюга вм'ятин) призводило до зростання прогинів в області вм'ятин, а також до збільшення їх розмірів, як в окружному, так і в радіальному напрямках. При цьому кривизна оболонки в області зовнішніх випин збільшувалась, у результаті чого останні трансформувались в ребра, що розмежували вм'ятини. Наступне збільшення тиску приводило до перебудови закритичної форми зі зміною числа вм'ятин, котра також закінчувалася вісесиметричною виверткою. В усіх оболонках наявна недеформована центральна частина, на межі якої сформувалась зона з великою радіальною кривизною (ребро). У зв'язку з наявністю з'єднувального шва, форма ребра в плані відрізнялася від кругової та була витягнута у напрямку шва. Мінімальний поперечний розмір недеформованої центральної частини склав $0.2R$.

У якості експериментального критичного навантаження у випадку невісесиметричної втрати стійкості приймалося значення тиску, при якому утворювалася перша вм'ятина. Відмітимо, що в групі іспитів оболонок мінімальна величина критичного тиску відповідала закритичній формі з однією вм'ятиною, а максимальна – форма з найбільшою кількістю вм'ятин.

У ході виконання чисельного експерименту в середовищі ПК ANSYS було виконано моделювання процесу навантаження оболонки зовнішнім однорідним нормальним до поверхні оболонки тиском за умови періодично дискретного в окружному напрямку закріплення краю пологої конічної тонкостінної оболонки. Періодичне дискретне закріплення обумовлює неоднорідний напружено-деформований стан оболонки, та саме процес деформування та втрати стійкості пологої конічної тонкостінної оболонки за таких умов є ціллю даного дослідження в рамках проведення чисельного та фізичного експериментів.

3.4.3. Дослідження поведінки пологих конічних оболонок у середовищі ПК ANSYS (чисельне моделювання).

У ході чисельного дослідження та фізичного експерименту були отримані наступні дані, що відображені у табл.3.7: 1) значення критичного тиску (q^{cr}) та кількість хвиль в окружному напрямку (m) у відповідній йому формі втрати стійкості; 2) значення граничного тиску (q^{lim}) та кількість вм'ятин (m') у відповідній йому формі втрати стійкості; 3) значення небезпечного тиску, отриманого у ході проведення фізичного експерименту (q^{exp}), з порівнянням несучої здатності оболонки (q^{exp}/q^{min}), отриманими як у експерименті, так і при чисельному моделюванні (мінімальний тиск між q^{cr} та q^{lim} – це q^{min}); 4) кількість хвиль (k) першого тону власних коливань оболонок з частотою (ω).

Таблиця 3.10 – Значення критичного (q^{cr}), граничного (q^{lim}) тиску (чисельне моделювання), несучої здатності оболонки (фізичний експеримент) (q^{exp}) для оболонок розглянутої серії ($R/h = 402$, $2R = 185 \text{ mm}$, $\alpha = 10^\circ$)

n	$q^{cr}, \text{Па}$	m	$q^{lim}, \text{Па}$	m'	$\omega, \text{Гц}$	k	$q^{exp}, \text{Па}$	q^{exp}/q^{min}
0	390	-	300	1	–	–	–	–
2	408	6	443	2*	359	4	330	0,809
3	416	6	574	3*	394	4	335	0,805
4	423	7	459	4*	419	4	345	0,816
5	428	7	412	5*	434	5	345	0,837
6	434	7	346	6	446	5	295	0,852
7	433	7	343	7	453	5	255	0,743
8	445	7	681	8	458	5	265	0,596
9	450	7	742	9	463	5	315	0,700
10	454	7	799	10	466	5	340	0,748
11	458	7	851	11	470	5	340	0,742
12	460	7	902	12	472	5	350	0,760
13	460	7	950	13	474	5	350	0,761
14	454	7	997	14	475	5	350	0,771
∞	502	8	1322	1	248	5	390	0,777

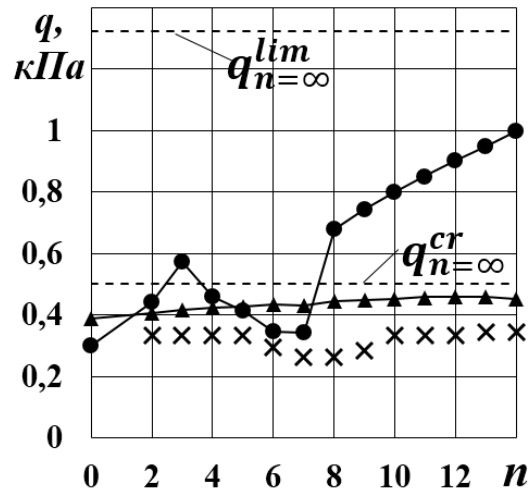


Рисунок 3.13 – Залежності « q^{cr} , q^{lim} , q^{exp} – n » для розглянутих пологих конічних оболонок серії з максимальними пружними характеристиками ($E = 6.9$ МПа, $R/h = 402$, $2R = 185$ mm, $\alpha = 10^\circ$), де: трикутний маркер – критичний тиск q^{cr} , круглий маркер – граничний тиск q^{lim} , хрестоподібний маркер – значення тиску q^{exp} , отриманого експериментально

Розглянемо результати чисельного дослідження, проведеного у середовищі ПК ANSYS, та фізичного експерименту з малогабаритними паперовими зразками пологих конічних оболонок, представлені у табл.3.10 та на рис.3.13. Поступове збільшення кількості періодично дискретних закріплень n має різний вплив зміну значень критичного та граничного тисків. Щоб зрозуміти цей вплив, розглянемо залежності « q^{cr} , q^{lim} – n ».

Значення критичного тиску q^{cr} поступово зростають при послідовному збільшенню кількості періодично дискретних закріплень n , та сама залежність « q^{cr} – n » не має локальних аномальних відхилень по типу «ям» та «пагорбів» (різке зменшення або збільшення значень тиску). В той же час, значення граничного тиску q^{lim} не мають постійної тенденції до зростання при збільшенні кількості дискретних закріплень n . Залежність « q^{lim} – n » має зону аномального відхилення від тенденції постійного росту у вигляді «ями», коли значення граничного тиску q^{lim} стають меншими, ніж значення критичного тиску q^{cr} . Окрім різкого падіння значень тиску, можливо

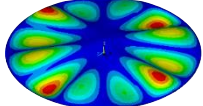
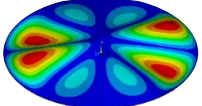
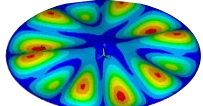
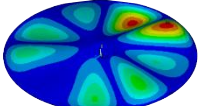
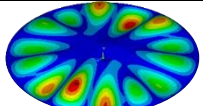
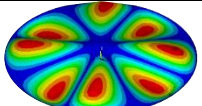
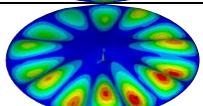
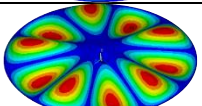
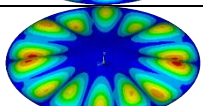
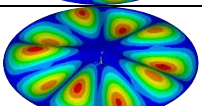
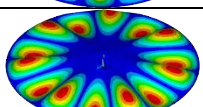
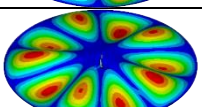
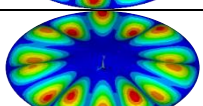
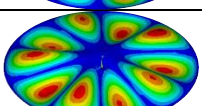
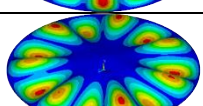
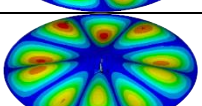
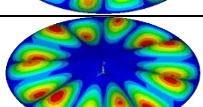
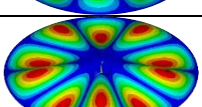
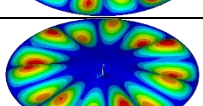
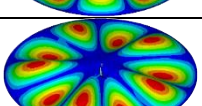
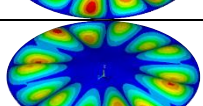
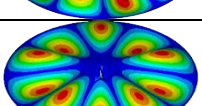
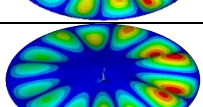
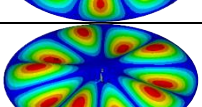
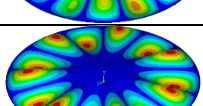
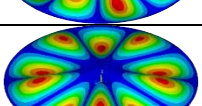
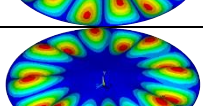
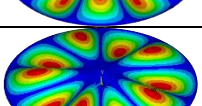
спостерігати зміну механізму втрати стійкості пологих конічних оболонок при кількості періодично дискретних закріплень $n = 5, 6, 7$.

Подібне падіння несучої здатності оболонок при певній кількості періодично дискретних закріплень n можливо спостерігати не тільки при чисельному моделюванні поведінки оболонок, але також у ході виконання фізичного експерименту. Аномалія у вигляді падіння несучої здатності оболонок спостерігається при кількості періодично дискретних закріплень $n = 6, 7, 8$ (що явно спостерігається на графіках).

Було проведено порівняння результатів, отриманих у ході виконання чисельного моделювання, з результатами фізичного експерименту. У табл.3.10 приведено параметр q^{exp}/q^{min} , який описує реальну несучу здатність оболонок від розрахункової. Як видно, найбільша точність між розрахунковими даними та експериментальними у випадку $n = 6$ ($q^{exp}/q^{min}=0.852$ або 85.2%), тоді як найменша точність спостерігається при $n = 8$ ($q^{exp}/q^{min}=0.596$ або 59.6%). З метою наступного порівняння застосовності ПК ANSYS до розрахунку пологих конічних оболонок при періодично неоднорідному НДС розрахуємо осереднене арифметичне значення точності, яке складає 0.766, або 76,6% - тобто, значення реальної несучої здатності зразків оболонок складає 0.766 від розрахункової несучої здатності, отриманої у середовищі ПК ANSYS).

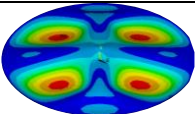
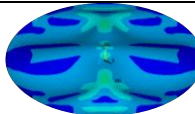
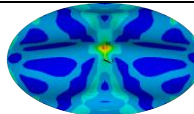
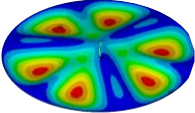
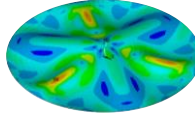
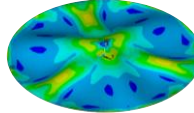
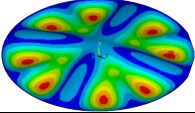
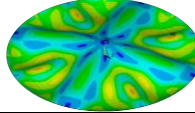
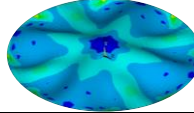
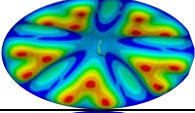
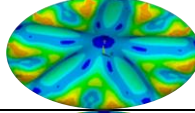
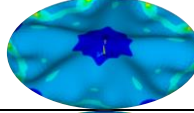
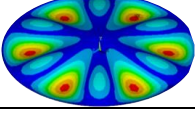
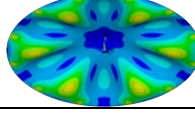
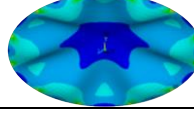
Подібна поведінка оболонок при неоднорідному в окружному напрямку НДС та зовнішньому тиску обумовлена ефектом «статичного резонансу», суть якого полягає у збільшенні докритичних деформацій та різкому падінні несучої здатності оболонки. Ефект «статичного резонансу» спостерігається у випадку, коли змінність періодично неоднорідного в окружному напрямку НДС дорівнює пів-сумі змінності першого тону власних коливань ненавантаженої оболонки та змінності першої формі біфуркаційної втрати стійкості оболонки при дії зовнішнього тиску. В обох випадках, розрахунок проводиться для пологої конічної тонкостінної оболонки з однорідним шарнірно-нерухомим закріпленням краю.

Таблиця 3.11 – Значення критичного тиску q^{cr} та відповідні йому форми втрати стійкості для пологих конічних оболонок, а також перший тон власних коливань ненавантажених оболонок.

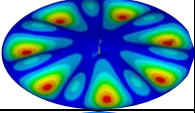
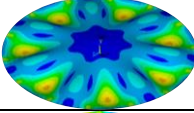
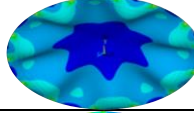
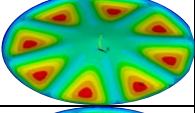
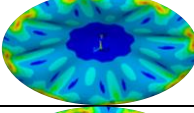
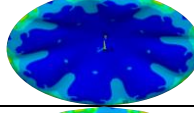
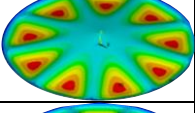
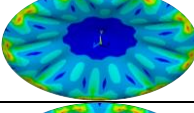
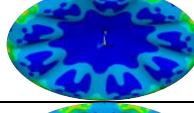
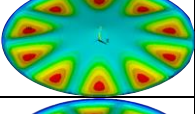
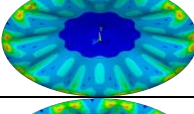
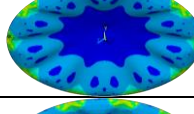
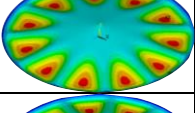
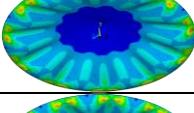
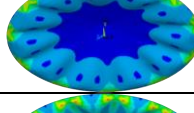
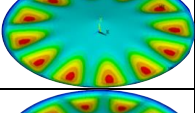
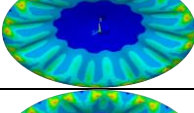
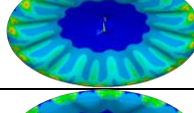
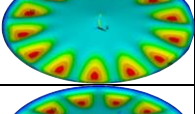
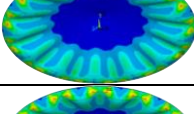
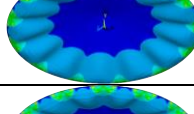
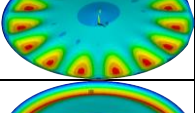
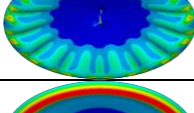
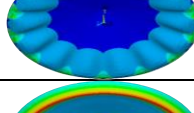

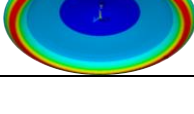
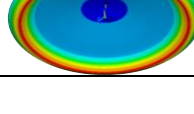
n	Форма втрати стійкості при q^{cr}	Значення критичного тиску q^{cr} , Па	Змінюваність m	Перший тон власних коливань	Змінюваність k
2		408	6		4
3		416	6		4
4		423	7		4
5		428	7		5
6		434	7		5
7		433	7		5
8		445	7		5
9		450	7		5
10		454	7		5
11		458	7		5
12		460	7		5
13		460	7		5
14		454	7		5
inf		502	8		5

У ході виконання геометрично нелінійного розрахунку у середовищі ПК ANSYS було отримано значення граничного тиску q^{lim} та відповідну йому форму втрати стійкості. Форма втрати стійкості для кожної оболонки представлена в ізометричній проекції для зручної оцінки кількості вм'ятин в окружному напрямку та їх напрямку. Деформована форма оболонки представлена у трьох варіантах відображення даних: 1) форма втрати стійкості при граничному тиску (q^{lim}), що представлена у вигляді розподілення максимальних сумарних переміщень (ω_{sum}) кожної точки поверхні оболонки відносно глобальної системи координат $XOYZ$; 2) розподілення еквівалентних напружень за Мізесом по зовнішній/внутрішній поверхні оболонки; 3) розподілення еквівалентних напружень за Мізесом по серединній поверхні оболонки. Представлені форми та області розподілення напружень та деформацій дозволяють оцінити НДС пологої конічної оболонки.

Таблиця 3.12 – Форми втрати стійкості конічних оболонок при граничному тиску q^{lim} та розподілення еквівалентних напружень σ^{Mis}

n	Форма втрати стійкості при q^{lim}	Значення граничного тиску q^{lim} , Па	Екв. напр. по Мізесу на зовнішній поверхні оболонки	Значення макс. напружень, МПа	Екв. напр. по Мізесу по серединній поверхні оболонки	Значення макс. напружень, МПа
2		443		25,4		9,99
3		574		13,6		6,73
4		459		7,27		5,88
5		412		4,53		4,31
6		346		2,84		2,70

Продовження таблиці 3.12

n	Форма втрати стійкості при q^{lim}	Значення граничного тиску q^{lim} , Па	Екв. напр. по Мізесу на зовнішній поверхні оболонки	Значення макс. напружень, МПа	Екв. напр. по Мізесу по серединній поверхні оболонки	Значення макс. напружень, МПа
7		343		3,03		2,80
8		681		29,7		22,2
9		742		29,6		19,3
10		799		29,8		16,6
11		851		29,2		15,9
12		902		28,1		15,6
13		950		26,3		15,2
14		997		24,0		14,5
∞		1322		9,47		5,65

Розглянемо форми втрати стійкості, які приведено у табл.3.12. Вісесиметрична форма втрати стійкості відповідає оболонці з однорідним шарнірно нерухомим закріпленням краю, тоді як невісесиметрична форма з різною кількістю періодичних в окружному напрямку вм'ятин належить оболонкам з періодично дискретним закріпленням краю. Вм'ятини на поверхні оболонок розташовані на ділянках з нерухомим шарнірним закріпленням краю. Кількість вм'ятин в окружному напрямку чітко дорівнює кількості періодично дискретних закріплень n за умови, коли $n > 5$ (для даної

серії розглянутих оболонок). У випадку, коли $n \leq 5$, характер розподілення вм'ятин в окружному напрямку залишається таким же, але сама форма вм'ятин відрізняється від попередніх. Можливо спостерігати великі вм'ятини, рівних кількості періодично дискретних закріплень n , але ці вм'ятини мають у своєму складі дві (при $n = 2 \dots 4$) або три (при $n = 5$) локальні вм'ятини.

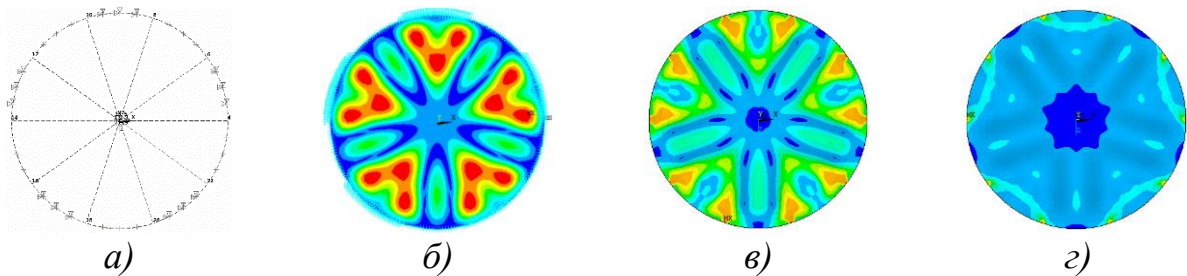


Рисунок 3.14 – Результати для пологої конічної оболонки ($n = 5$):

- а) граничні умови закріплення краю пологої конічної оболонки;
- б) форма втрати стійкості при досягненні прикладеного до поверхні пологої конічної оболонки тиску, рівного за значенням до граничного тиску (q^{lim});
- в) розподілення еквівалентних напружень по Мізесу на зовнішній поверхні;
- г) розподілення еквівалентних напружень по Мізесу на серединній поверхні

Розглянемо випадок оболонки з кількістю періодично дискретних закріплень $n = 5$. Як вже зазначалося вище, вм'ятини на поверхні оболонки (рис.3.14, б) розташовані на ділянках за нерухомим шарнірним закріпленням краю (рис.3.14, а). Три локальні вм'ятини явно виділяються всередині кожної великої вм'ятини, та розташовані наступним чином – дві вм'ятини розташовані близько до краю ділянки, коли нерухоме шарнірне закріплення переходить у рухоме шарнірне закріплення, та одна вм'ятини розташована приблизно посередині утворюючої оболонки, яка з'єднує вершину та середину ділянки з нерухомим шарнірним закріпленням. Загалом ці три локальні вм'ятини розташовані на одній кривій, яка поєднує границі ділянок з різним типом закріплення краю та середину утворюючої конуса. Подібним

чином розподіляються еквівалентні напруження за Мізесом на зовнішній (рис.3.14, в) та серединній (рис.3.14, г) поверхні конічної оболонки. Найбільші мембранні напруження (рис.3.14, г) розташовані вздовж кривої, що з'єднує кінці ділянки з нерухомим шарнірним закріпленням, до того ж, крива проходить близько до краю оболонки. Подібним чином розподіляються напруження сумарні напруження (мембранні та згинальні) (рис.3.14, в), але сама крива віддалена від краю оболонки та проходить приблизно через середину утворюючої оболонки. Відзначимо, що вищеописаний характер розподілення напружень та деформацій на поверхні властивий для оболонок при $n \leq 5$ (у рамках проведеного чисельного експерименту), як видно у табл.3.12. При збільшенні кількості періодично дискретних закріплень $n > 5$, три локальні вм'ятини знаходяться достатньо близько, щоб виродитися у одну велику вм'ятину. Цей процес можливо спостерігати, аналізуючи форми втрати стійкості при граничному тиску q^{lim} та розподілення еквівалентних напружень σ^{Mis} на поверхні оболонки. До того ж, якщо на формі деформованої оболонки ми бачимо виродження трьох локальних вм'ятин у одну велику, то епюри еквівалентних напружень по Мізесу демонструють наявність трьох точок найбільших значень напружень (табл.3.12). Для оболонок з $n > 5$, при поступовому збільшенню n , ділянки з найбільшими напруженнями зміщуються ближче до краю оболонки.

Окрім чисельного розрахунку у середовищі ПК ANSYS серії пологих конічних тонкостінних оболонок з максимальними пружними характеристиками ($E = 6.9 \text{ МПа}$), також було проведено розрахунок серії з осередненими пружними характеристиками ($E = 5.3 \text{ МПа}$), результати якого приведені на рис.3.15 у вигляді залежності « $q^{cr}, q^{lim}, q^{exp} - n$ ». Залежності для двох серій з максимальними та осередненими характеристиками подібні за зовнішнім виглядом, окрім цього, усі залежності мають також наявність локальних аномальних ділянок падіння несучої здатності пологих конічних тонкостінних оболонок, але при осереднених пружних характеристиках

розрахункова несуча здатність нижча за експериментальні дані, що незадовільно в умовах реального проектування.

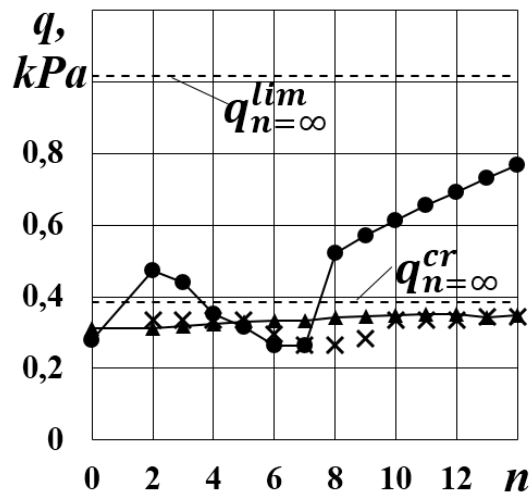


Рисунок 3.15 – Залежності « q^{cr} , q^{lim} , $q^{exp} - n$ » для розглянутих пологих конічних оболонок серії з осередненими пружними характеристиками ($E = 5.3 \text{ МПа}$, $R/h = 402$, $2R = 185 \text{ мм}$, $\alpha = 10^\circ$), де: трикутний маркер – критичний тиск q^{cr} , круглий маркер – граничний тиск q^{lim} , хрестоподібний маркер – значення тиску q^{exp} , отриманого експериментально

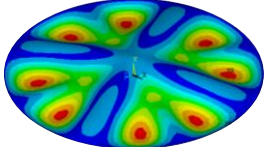

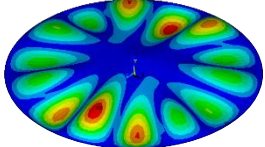
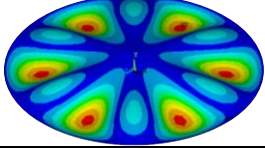
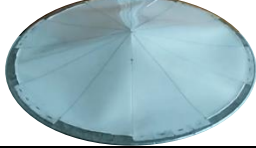
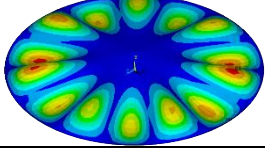
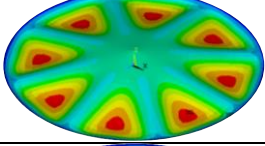

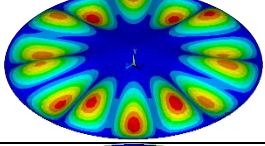
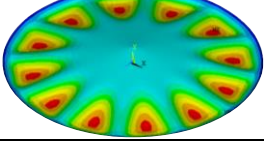

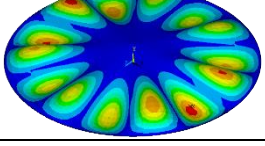
3.4.4. Оцінка застосування ПК ANSYS до розрахунку реальних оболонок (порівняння експериментальних та розрахункових даних)

Під час проведення розрахунків приймалося наступне ствердження, що відбувалося пружне деформування матеріалу оболонки. Для розрахунку застосовувалися як реальні показники матеріалу, так і осереднені.

Особливість побудови скінчено-елементних моделей оболонок полягала у наступному. Кількість скінчених елементів приймалася близькою до $N \sim 4096$ у зв'язку з різною кількістю періодично дискретних закріплень, вплив яких полягає у розмежуванні оболонки на сектори в окружному напрямку. До того ж, дана кількість скінчених елементів є оптимальною для оболонок серії – подальше збільшення кількості СЕ (згущення СЕ-сітки) не призводить до значних змін у результатах розв'язку (зміна менше 1.5%).

Геометрію оболонок можна вважати практично ідентичною у зв'язку з тим, що виготовлялися вони з однакових заготовок, які клеїлися на дерев'яній основі. При максимальних та осереднених пружних характеристиках матеріалу для усієї серії оболонок визначалися значення критичного та граничного тиску для граничних умов, які приймалися відповідно до умов постанови експерименту оболонок з періодично дискретним закріпленням. Ділянки шарнірно нерухомого закріплення змінювалися рівними по кількості та довжині ділянками шарнірно рухомого закріплення. Окрім цього, знаходилася форма втрати стійкості, яка відповідала критичному та граничному тиску та кількість хвиль (m, m') в окружному напрямку.

Таблиця 3.13 – Форми втрати стійкості оболонок серії 1 при досягненні граничного q^{lim} та критичного q^{cr} тиску, а також при втраті стійкості в експериментальному дослідженні (q^{exp})

n	Форма втрати стійкості при q^{lim}	Форма втрати стійкості в експерименті при q^{exp}	Форма втрати стійкості при q^{cr}
4			
6			
8			
1 2			

У попередньому підрозділі було приведено результати, отриманих у ході виконання фізичного експерименту та чисельного моделювання (табл.3.7), та виконано порівняння шляхом введення параметру q^{exp}/q^{min} . Найбільша,

середньо-арифметична та мінімальна точність розрахункового значення несучої здатності оболонки відносно експериментальних даних складала 85.2%, 76.6% та 59.6% відповідно, що є гарним результатом в умовах реального проектування. Але необхідно розглянути декілька моментів стосовно пружних характеристик матеріалу, який моделювався у чисельному експерименті.

По-перше, в чисельному моделюванні матеріал пологих конічних оболонок вважався ізотропним, де пружні характеристики для двох серій приймалися рівними $E = 6.9 \text{ МПа}$ (серія 1) та $E = 5.3 \text{ МПа}$ (серія 2). В реальності, матеріал оболонок є ортотропним, пружні характеристики якого дорівнюють $E_x = 6.9 \times 10^3 \text{ МПа}$, $E_y = 3.4 \times 10^3 \text{ МПа}$. Порівнюючи результати чисельного моделювання двох серій оболонок з експериментальними даними стає можливим зробити наступне підсумування: розрахунок несучої здатності оболонки з ізотропним матеріалом при найбільших пружних характеристиках дає гарну відповідність з експериментальними даними (76.6% в середньому), тоді як розрахунок оболонок з ізотропним матеріалом при осереднених пружних характеристиках не може бути застосованим в реальному проектуванні у зв'язку з заниженим значенням несучої здатності оболонки у порівнянні з фізичним експериментом.

По-друге, модель пологої конічної оболонки в чисельному експерименті є ідеальною, на відміну від зразків, виготовлених для експерименту з паперу для креслень. Недосконалість викликані наявністю повздовжнього з'єднувального шва та мікро-деформаціями оболонки, що виникають при виготовленні зразків шляхом згинання плоского листа. У зв'язку з цим, середня точність 76.6% прогнозування несучої здатності реальної оболонки на базі даних для ідеальної моделі задовільна в умовах реального проектування.

Отже, приведені вище результати підтверджують подальшу можливість застосування ПК ANSYS для розрахунку несучої здатності реальних зразків пологих конічних тонкостінних оболонок, а також для аналізу їх процесу

деформування та втрати стійкості як в лінійній постановці, так і в геометрично нелінійній. Додатково слід відмітити високу ступінь відповідності результатів чисельного моделювання до результатів фізичного експерименту – від 76.6% до 85.2%.

3.5. Висновки до розділу 3

У ході виконання чисельного дослідження процесу деформації та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при зовнішньому тиску та періодично неоднорідному напружено-деформованому стані, отримано наступні висновки:

1. Доведено, що однією з причин, які обумовлюють періодично неоднорідний НДС пологих кругових тонкостінних оболонок при рівномірному зовнішньому тиску, є періодична дискретність закріплення її краю. Як приклад, нерухоме закріплення на часті довжини периметра може чергуватися з такими самими по довжині ділянками шарнірно рухомого закріплення, що реалізується в ряді випадків на практиці. У класі тонкостінних конусів ($R/h = 400$) при кутах $\alpha = 2^\circ - 10^\circ$ небезпечними для оболонок при нерухомому шарнірному закріпленні основи є критичні тиски лінійної задач стійкості q^{cr} , котра легко вирішується аналітично або програмно з використанням простих ПК. Однак, у випадку неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки, обумовленому періодично неоднорідним закріпленням краю (нерухоме шарнірне закріплення замінюється рухомим шарнірним), можливий прояв ефекту статичного резонансу. Результатом цього резонансу може бути заміна небезпечних навантажень: критичний тиск лінійної задачі стійкості q^{cr} заміниться граничним тиском геометрично нелінійної задачі q^{lim} . Очевидно, що рішення геометрично нелінійної задачі набагато складніше, ніж лінійної.

2. Вдосконалено методику прогнозування виникнення статичного резонансу для пологих конічних оболонок при зовнішньому тиску з періодично неоднорідним в окружному напрямку НДС на основі рішення

двох значно простіших лінійних задач. Зокрема, статичний резонанс реалізується при змінності НДС конічної оболонки в окружному напрямку, яка відповідає пів-сумі числа хвиль першої форми власних коливань ненавантаженої оболонки та числа хвиль при рішенні лінійної задачі стійкості цієї оболонки при зовнішньому рівномірному тиску. В обох випадках ці розрахунки необхідно проводити за умови однорідного нерухомого шарнірного закріплення краю оболонок.

3. Отримано дані, що підтверджують високу ступінь відповідності результатів чисельного моделювання процесу деформування та втрати стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок до результатів експериментального дослідження поведінки малогабаритних зразків пологих конічних оболонок при неоднорідному НДС. Середня точність результатів 76.6% (відповідність між експериментальними даними для малогабаритних зразків та чисельним розрахунком) підтверджує, що ПК ANSYS можливо застосовувати для розрахунку несучої здатності реальних конструкцій та прогнозування впливу ефекту статичного резонансу на їх поведінку.

4. Досліджено у ході виконання чисельного моделювання та фізичного експерименту поведінку пологих конічних тонкостінних оболонок, виконаних з паперу для креслень, при періодично неоднорідному в окружному напрямку НДС та при дії зовнішнього тиску. Досліджено вплив зміни кількості періодично дискретних закріплень краю оболонки на значення критичного та граничного тиску при чисельному моделюванні та на несучу здатність оболонок у ході фізичного експерименту. Підтверджено наявність ефекту «статичного резонансу» як у ході чисельного моделювання, так і в ході виконання фізичного експерименту. Ефект «статичного резонансу» спостерігається при такій змінності періодично неоднорідного в окружному напрямку НДС, що дорівнює півсумі змінності першого тону власних коливань ненавантаженої оболонки та змінності першої форми біфуркаційної втрати стійкості оболонки при дії зовнішнього тиску. В обох

випадках розглядається оболонка з однорідним шарнірно нерухомим закріпленням краю.

5. Отримано наступні результати, які дозволяють зробити висновок щодо області небезпечних граничних тисків: поряд з мінімальним (резонансним) значенням граничного тиску, потрапляє ряд значень граничного тиску q^{lim} , котрі для оболонки являються небезпечними навантаженнями. Тому необхідно уходити від цієї області в сторону якомога більшого збільшення змінюваності НДС у порівнянні з резонансною змінюваністю, тобто збільшувати число нерухомих закріплень. При розглянутому дискретному закріпленні краю оболонки у випадку малої кількості закріплень при малих кутах нахилу утворюючої до площини основи α , при визначенні небезпечного навантаження необхідно орієнтуватись на значення граничного тиску q^{lim} геометрично нелінійної задачі, при великих α – на значення критичного тиску q^{cr} лінійної задачі біфуркації.

Вищесказане дозволяє заключити висновок про теоретичну та практичну важливість та цінність дослідження задач процесу деформації та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при зовнішньому тиску та періодично неоднорідному напружено-деформованому стані у лінійній та геометрично нелінійній постановці, та підтверджує можливість використання ПК ANSYS для рішення цих задач у його чисельному середовищі.

3.6. Список використаних джерел у розділі 3

У розділі 3 використані джерела [66-69, 105, 117, 118]. Їх найменування представлені у загальному списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 4
ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ
ОБОЛОНОК ТА СФЕРИЧНИХ СЕГМЕНТІВ ПРИ ДІЇ
КОМБІНОВАНОГО НАВАНТАЖЕННЯ У СЕРЕДОВИЩІ
ПК ANSYS

4.1. Загальні положення

Тонкостінні пологі конічні пружні замкнуті металеві оболонки та сферичні сегменти здобули широке застосування в промисловому та цивільному будівництві, аерокосмічній, хімічній і нафтопереробній сфері, в якості деталей машин і механізмів. Як вже зазначалося раніше, часткове або повне порушення працездатності конструкцій даного типу може привести до значних проблем, тому слід проводити детальне дослідження поведінки конічних оболонок та сферичних сегментів при дії різних типів навантажень.

Пологі тонкостінні оболонки являють собою один з основних елементів резервуарів – кришку, яка розраховується на дію комбінованого навантаження, що складається з трьох частин: 1) умовно рівномірно розподілений тиск атмосферних осадів (сніг, ожеледь) та атмосферних явищ (вітер, буде розглянуто у відповідному розділі дисертаційної роботи); 2) постійна сконцентрована дія ваги додаткових елементів на кривлі резервуару (труби, драбини, елементи кріплення вище розташованих конструкцій); 3) тимчасова дія монтажних або експлуатаційних навантажень (вага робітника).

В рамках чисельного дослідження комбіноване навантаження на пологу тонкостінну оболонку буде представлено у вигляді взаємної дії двох складових: рівномірно розподіленого тиску певної величини та сконцентрованої у точці сили. Рівномірно розподілений тиск представляє собою дію атмосферних опадів, таких, як сніговий покрив, ожеледь, ожеледь зі снігом, тоді як сконцентрована у точці сила є представленням дії ваги робітника, яких може знаходитися на поверхні конструкції. Дана модель навантаження базується на можливих умовах експлуатації реальних конструкцій.

4.2. Мета дослідження

Метою даного розділу є дослідження деформування та стійкості пологої конічної оболонки при впливі комбінованого навантаження (рівномірно розподілений тиск та сконцентрована у точці сила), створення розрахункової схеми для аналізу напружено-деформованого стану пологої тонкостінної оболонки у середовищі ПК ANSYS. Розрахункова модель бере за основу базові принципи, що представлені у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи (зі зміною №1)», і обрані принципи набувають розвитку з застосуванням сучасного програмного забезпечення для більш детального розрахунку. Моделювання та аналіз дії снігового навантаження у комбінації з прикладеною у точці силою на НДС пологої конічної тонкостінної оболонки буде виконуватись для шести основних снігових районів та буде проведено порівняння діючих на оболонку навантажень з її несучою здатністю.

Дослідження процесу деформації та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при дії комбінованого навантаження буде виконуватись у два етапи, що дозволить нам додатково виконати порівняльний аналіз серій чисельних іспитів з малою та великою кількістю іспитів – 5 та 20 оболонок відповідно. Метою порівняльного аналізу є наступне – оцінити раціональну кількість оболонок у серії іспитів з точки зору затрат ресурсів (людських та машинних) на визначення найбільш небезпечних варіантів комбінованого навантаження та точності визначення меж пливу точки розташування сили на несучу здатність оболонки в цілому.

4.3. Постановка задачі

Чисельний аналіз задачі стійкості пружних замкнутих пологих конічних оболонок та сферичних сегментів проводився шляхом їх розрахунку в широкому діапазоні зміни геометрії у середовищі ПК ANSYS. Відношення радіусу основи оболонок до їх товщини складало $R/h = 100 \div 500$. Кут нахилу твірної конуса до площини його основи становив $\alpha = 4$ та 10° , товщина оболонок $h = 4$ мм. Щодо сферичних сегментів, то їх конструкція була подібна

до конструкції пологих конічних оболонок наступними параметрами: радіус основи оболонок та їх висота були рівними, але радіуси кривизни поверхонь відрізнялися. Матеріал оболонок – легована сталь (X18H9н, модуль Юнга $E = 2 \times 10^5$ МПа; коефіцієнт Пуассона – $\nu = 0.3$; умовна межа текучості – $\sigma_{02} = 800$ МПа). Навантаження здійснювалося рівномірно розподіленим по всій поверхні конуса зовнішнім поперечним тиском (q) та сконцентрованою у точці силою (F). Граничні умови оболонок при виконанні розрахунку приймалися як шарнірно-нерухоме закріплення. Верхня частина оболонки усічена та має у своєму складі круглу горизонтальну пластину. Радіус верхньої пластини підібрано таким чином, щоб несуча здатність оболонки не відрізнялася від несучої здатності неусіченої пологої конічної оболонки на величину, більшу за 0.5%.

Моделювання дії комбінованого навантаження пологої конічної оболонки рівномірним зовнішнім тиском, нормальним до поверхні оболонки, та прикладеною у точці силою, вектор дії якої паралельний до осі обертання оболонки, проводилося у середовищі ПК ANSYS з застосуванням чотирикутного скінченного елемента SHELL 281. Застосування CE SHELL 281 дозволяє створити просторову модель оболонки, що, у свою чергу, дає змогу проводити дослідження процесу деформації та втрати стійкості з розрахунком не тільки симетричних відносно осі обертання оболонки форм втрати стійкості, але й несиметричних. Комбіноване навантаження рівномірним тиском та прикладеною у точці силою призводить до неоднорідного НДС, тому поява несиметричних форм втрати стійкості при розрахунку лінійної задачі стійкості прогнозується з високою долею вірогідності.

Комбіноване навантаження пологої конічної тонкостінної оболонки представлено у вигляді одночасної дії зовнішнього однорідного рівномірного тиску, нормального до поверхні оболонки, та прикладеної у точці силою, вектор дії якої паралельний осі обертання оболонки. Сама точка прикладання сили змінює своє положення у просторі, але не у часі – тобто розглядається

серія випадків комбінованого навантаження, які відрізняються одне від одного лише точкою прикладання сили, що дозволяє нам виконувати лінійний статичний розрахунок процесу деформації та втрати стійкості пологої конічної оболонки без необхідності виконувати моделювання динамічного впливу від переміщення точки прикладання сили.

Відстань між точкою прикладання сили та вершиною оболонки розраховується за проекцією цих точок на площину основи оболонки за умови, що точка прикладання сили не співпадає з вершиною та не лежить на краю оболонки. Окрім цього, вводиться додаткове обмеження на мінімальний крок зміни відстані $\Delta L = 0.1$ м, що обумовлено необхідністю враховувати щільність скінчено-елементної сітки у середовищі ПК ANSYS, а також дозволяє виконати більш детальний аналіз впливу розташування точки прикладання сили на несучу здатність оболонки в цілому. У зв'язку з вищевказаним, величина L належить до інтервалу $\Delta L \leq L \leq (R - \Delta L)$, що набуває для даної серії оболонок наступного виду: $0.1 \leq L \leq 1.9$ (м).

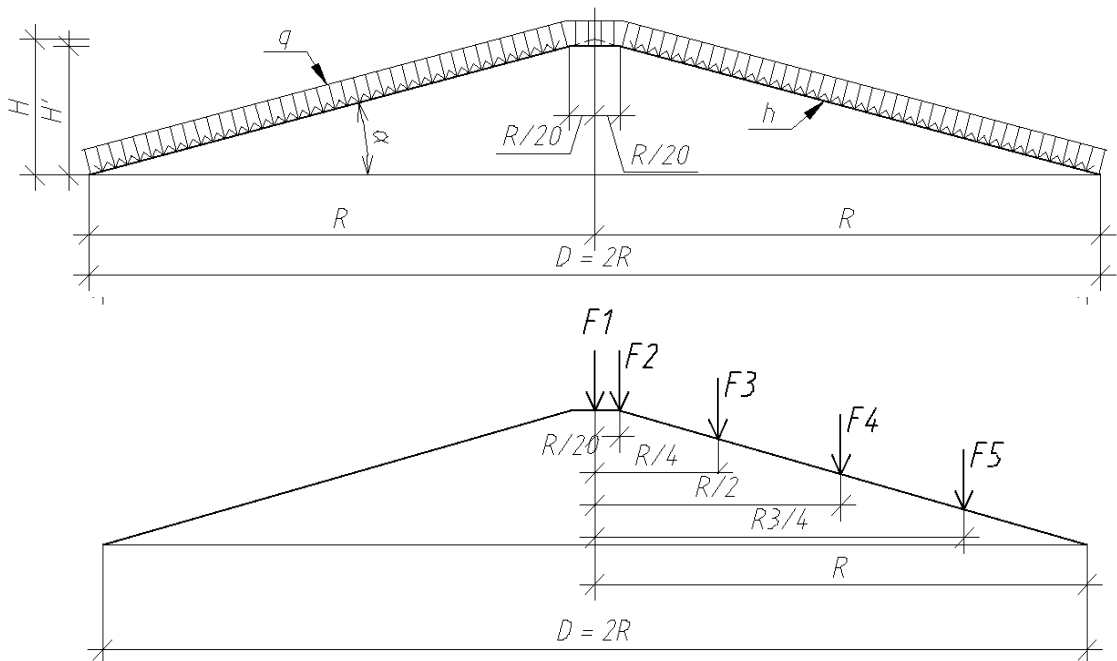


Рисунок 4.1 – Розрахункова схема пологої конічної оболонки з комбінованим навантаженням – сила, сконцентрована у точці, та рівномірно розподілений тиск. F1-5 – точки прикладання сили.

Як вже зазначалось раніше, дослідження процесу деформації та втрати стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок при комбінованому навантаженні рівномірним тиском та прикладеною у точці силою відбувається у два етапи. На першому етапі серія іспитів пологих конічних оболонок буде складатись з 5 випадків навантаження, при якому точка прикладання сили буде розташована у наступних місцях: у вершині оболонки; на краю круглої пластини, яка знаходиться у верхній частині оболонки; на відстані в $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ радіусу основи від вершини оболонки. На другому етапі буде проведено введення 15 додаткових точок розташування сили для уточнення розрахунків.

Снігове навантаження пологої конічної оболонки в рамках чисельного дослідження представлено у вигляді зовнішнього рівномірного тиску q^{snow} . Відповідно до ДБН В.1.2–2:2006 «Навантаження та впливи», територія України розділена на 6 районів в залежності від характеристичного значення ваги снігового покриву, яке змінюється від 0.8 до 1.8 $кПа$ (рис.4.2). Як видно, лише на частині південних територій України спостерігається вага осадків в межах 1.0 $кПа$, тоді як на решті території характеристичне значення ваги снігового покриву складає від 1.2 до 1.8 $кПа$ ($\sim 120 \dots 180 \text{ кг/м}^2$). В подальшому чисельному дослідженні поведінки оболонок при комбінованому навантаженні, значення рівномірного тиску, що діє на оболонку, буде прийнято рівним 1.8 $кПа$ з відповідними коефіцієнтами надійності C , що дозволяє зменшити кількість варіантів комбінацій навантаження, для яких буде необхідно виконати розрахунки в середовищі ПК ANSYS. Окрім цього, розрахунок пологих конічних оболонок на максимальне значення снігового навантаження дозволяє абстрагуватись від географічного місцерозташування досліджуваних оболонок та спиратись на результати дослідження при прогнозуванні поведінки конструкцій з застосуванням пологих тонкостінних оболонок в будь-якій точці України (за винятком територій зі складними умовами). Для випадків навантаження, де необхідно враховувати коефіцієнти надійності у зв'язку з підвищеним ступенем відповідальності, виконується додатковий уточнюючий розрахунок з врахуванням нових даних.

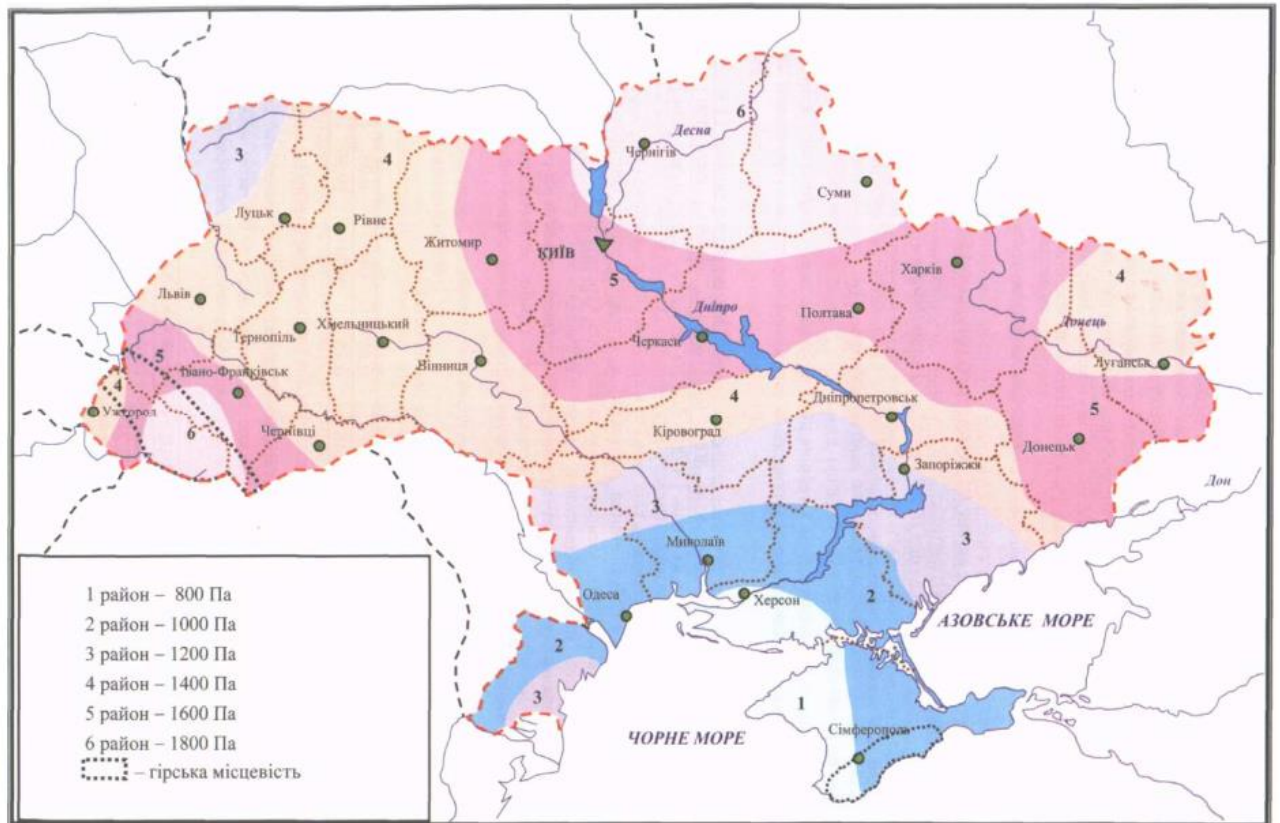


Рисунок 4.2 – Карта районування території України за характеристичними значеннями ваги снігового покриву

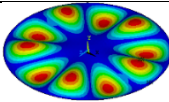
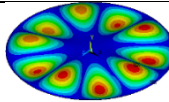
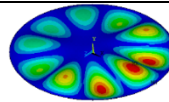
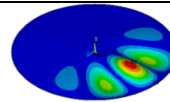
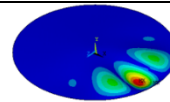
Другою частиною комбінованого навантаження виступає сила, сконцентрована у точці, яка відображає собою дію ваги людини або конструкції на пологу конічну оболонку. Наявність сили в комбінованому навантаженні впливає тип НДС, який буде однорідним або неоднорідним. У випадку однорідного НДС, сила прикладається у вершині та спрямована вздовж осі обертання оболонки. У випадку неоднорідного НДС, точка прикладання сили знаходиться на утворюючій оболонки на певній відстані від її вершини. В рамках числового дослідження, характеристичне значення сили приймається рівним середній вазі людини (80 – 100 кг), що має з собою оснастку та інструмент (до 20 кг). Окрім цього, сила як компонент комбінованого навантаження може виступати в якості моделі впливу конструкцій на поверхні оболонки, тому у ході подальшого дослідження буде приведено рекомендації щодо максимального значення ваги конструкцій в різних місцях на оболонці,

опираючись на розрахункову несучу здатність, отриману завдяки використанню чисельного середовища ПК ANSYS.

4.4. Лінійне рішення (CE SHELL 281)

Як вже зазначалося раніше, результатом розв'язання лінійної задачі є критичний тиск q^{cr} , а також відповідна форма втрати стійкості оболонки, яка представлена у вигляді регулярних вм'ятин і випин, розташованих по всій поверхні оболонки та витягнутих вздовж її твірної. Лінійний біфуркаційний розрахунок базується на результатах лінійного статичного розрахунку з малими лінійними докритичними деформаціями. Значення критичного навантаження, при якому оболонка втрачає несучу здатність, можливо отримати за допомогою ПК ANSYS. Процедура розрахунку значення критичного тиску q^{cr} має певну послідовність дій, які необхідно виконати задля обробки результатів моделювання у чисельному середовищі ПК ANSYS. Значення критичного навантаження знаходиться шляхом перемноження значення прикладеного навантаження у статичному лінійному розрахунку на коефіцієнт k^{fact} , який можливо отримати завдяки рішенню лінійної біфуркаційної задачі стійкості. Для випадку комбінованого навантаження, критичним вважається те навантаження, яке має мінімальний множник k^{fact} . Якщо до оболонки прикладається тиск зі значенням 1 Па , то перемноженні прикладеного тиску q на k^{fact} призводить до того, що значення критичного тиску q^{cr} буде відповідати значенню k^{fact} . Форми втрати стійкості для пологих конічних оболонок при комбінованому навантаженні, а також значення критичного тиску q^{cr} в залежності від розташування точки прикладання сили, приведені у табл.4.1.

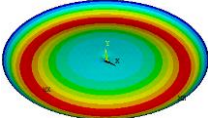
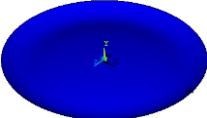
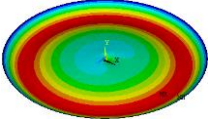
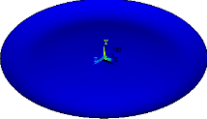
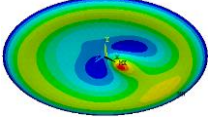
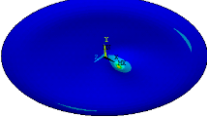
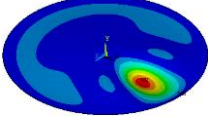
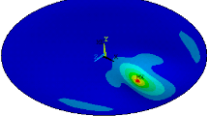
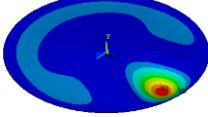
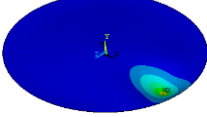
Таблиця 4.1 – Форми втрати стійкості для пологих конічних оболонок при комбінованому навантаженні тиском та силою приведені.

Форма втрати стійк-ті					
$q^{cr}, \text{кПа}$	3501	3501	3448	2558	2289
Точка дії сили	F1	F2	F3	F4	F5

4.5. Геометрично нелінійне рішення (CE SHELL 281)

При вирішенні геометрично нелінійної задачі досліджувалося деформування і випинання оболонки, шляхом побудови залежності переміщень оболонки (прогинів), в першу чергу, її вершини, а так само окремих точок її поверхні від величини тиску q . При цьому виконується перевірка того, щоб значення граничного навантаження, при якому відбувається втрата стійкості оболонки та перехід до несуміжної форми рівноваги, було вищим за значення критичного навантаження. В рамках даного чисельного експерименту, відбувалася перевірка несучої здатності пологих конічних оболонок при навантаженні їх розрахунковою вагою снігового покриву для шостого регіону (1.8 кПа) та вагою людини з оснасткою (1.2 кН). Результати розрахунків пологих конічних оболонок з параметрами $R/h = 400$, $R = 2$ м, $\alpha = 4^\circ$ наведено у табл.4.2.

Таблиця 4.2 – Форми деформованих оболонок та розподілення максимальних еквівалентних напружень за Мізесом при дії комбінованого розрахункового навантаження (нормальний однорідний тиск та сила у точці)

Точка прикладання сили	Форма деформованої оболонки	w_{max}	Еквівалентні напруження за Мізесом	σ_{max}^{Mis} , МПа
F1		0.1		170
F2		0.2		115
F3		0.3		103
F4		1.4		113
F5		1.4		123

4.6. Аналіз результатів чисельного експерименту

У ході дослідження процесу деформації та втрати стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок при дії снігового навантаження проводилося два типи розрахунків – лінійний розрахунок втрати стійкості (біфуркація) та розрахунок геометрично нелінійного процесу деформування. Отримані значення відповідно критичного q^{cr} та граничного q^{lim} тиску будуть порівнюватись зі значеннями тиску від снігового навантаження з метою перевірки, що несуча здатність оболонки здатна витримати дію снігового покриву для всіх регіонів України. Окрім цього, проводиться порівняння значень максимальних еквівалентних напружень за Мізесом зі значенням умовної межі текучості $\sigma^{02} = 800 \text{ МПа}$. Значення максимальних еквівалентних напружень за Мізесом в оболонках ($R/h = 400$, $R = 2 \text{ м}$), навантажених нормальним рівномірним тиском q_{snow} , в залежності від снігового району, в якому розташовані розглянуті оболонки, приведені у табл.4.3.

Таблиця 4.3 – Значення максимальних напружень за Мізесом для пологих конічних оболонок ($R/h = 400$, $R = 2 \text{ м}$), навантажених нормальним рівномірним тиском q_{snow}

$R/h=400$	$q_{snow}, \text{кПа}$	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	$q^{lim}, \text{кПа}$	$q^{cr}, \text{кПа}$
$\sigma_{Mises}, \text{МПа}$	$\alpha=10^\circ$	1.77	2.21	2.65	3.09	3.53	3.98	38.7	14.7
	$\alpha=4^\circ$	4.24	5.30	6.36	7.42	8.48	9.54	5.92	3.59

Як видно з отриманих результатів, максимальні еквівалентні напруження за Мізесом досягають значення 8.48 МПа для оболонки з $\alpha=4^\circ$ та 3.98 МПа для оболонки з $\alpha=10^\circ$, і не перевищують умовну межу текучості сталі Х18Н9н ($\sigma_{02} = 800 \text{ МПа}$), тобто робота матеріалу оболонки відбувається в межах лінійного пружного деформування. Очевидно, що найбільше значення напружень спостерігається у оболонках, які розташовані у районі з найбільшим характеристичним значенням ваги снігу (1.8 кПа), яке, в свою чергу, не перевищує несучу здатність оболонок, отриману за допомогою чисельного

моделювання у ПК ANSYS: для оболонки з $\alpha=4^\circ$ несуча здатність складає 3.59 кПа, для оболонки з $\alpha=10^\circ$ – 14.7 кПа.

Після проведення серії іспитів з навантаження оболонки тиском, що відповідає вазі снігового покриву у різних регіонах України, розглянемо результати серії іспитів з 5 зразків пологих конічних оболонок при комбінованому навантаженні зовнішнім однорідним тиском та прикладеною у точці силою. На рисунку 4.3 приведена графічна залежність « $q^{cr} - L$ », що відображає зміну значень критичного тиску q^{cr} в залежності від точки прикладання сили F .

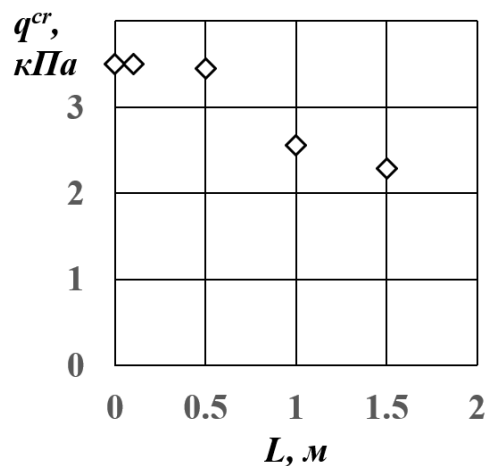


Рисунок 4.3 – Графік залежності « $q^{cr}-L$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок, що належать до серії з п'яти зразків ($R = 2 м, R/h = 400, L = 0, 0.1, 0.5, 1.0$ та $1.5 м, \alpha = 4^\circ$)

Отримана залежність « $q^{cr} - L$ » має нелінійний характер з кількома характерними ділянками, що відповідають різним ступеням впливу розташування точки прикладання сили при комбінованому навантаженні. Чітко виділяється ділянка з практично відсутнім впливом ($0 \leq L \leq 0.5 м$) та ділянка з різким зростанням впливу розташування точки прикладання сили з поступовою стабілізацією значення несучої здатності оболонки ($0.5 \leq L \leq 1.5 м$).

У результаті виконання розрахунку серії оболонок №1 ($R = 2 м, R/h = 400, L = 0.1...1.9 м, \alpha = 4^\circ$) та №2 ($R = 2 м, R/h = 400, L = 0.1...1.9 м, \alpha = 10^\circ$) було

отримано значення критичного тиску q_{cr} в залежності від розташування точки прикладання сили F . Отримані дані знаходяться у таблиці 4.5 та приведені у вигляді графіків залежності « $q^{cr}-L$ » на рисунку 4.4, а) та б). Залежність « $q^{cr}-L$ » відображає, як було вказано раніше, значення несучої здатності оболонки, отриманої у результаті рішення лінійної задачі втрати стійкості, і відповідає значенню q_{cr} – критичного тиску. На приведених графіках, значення критичного тиску q_{cr} позначено ромбічними маркерами, що не з'єднуються лінією, бо значення тиску отримані тільки для певних точок розташування сили F .

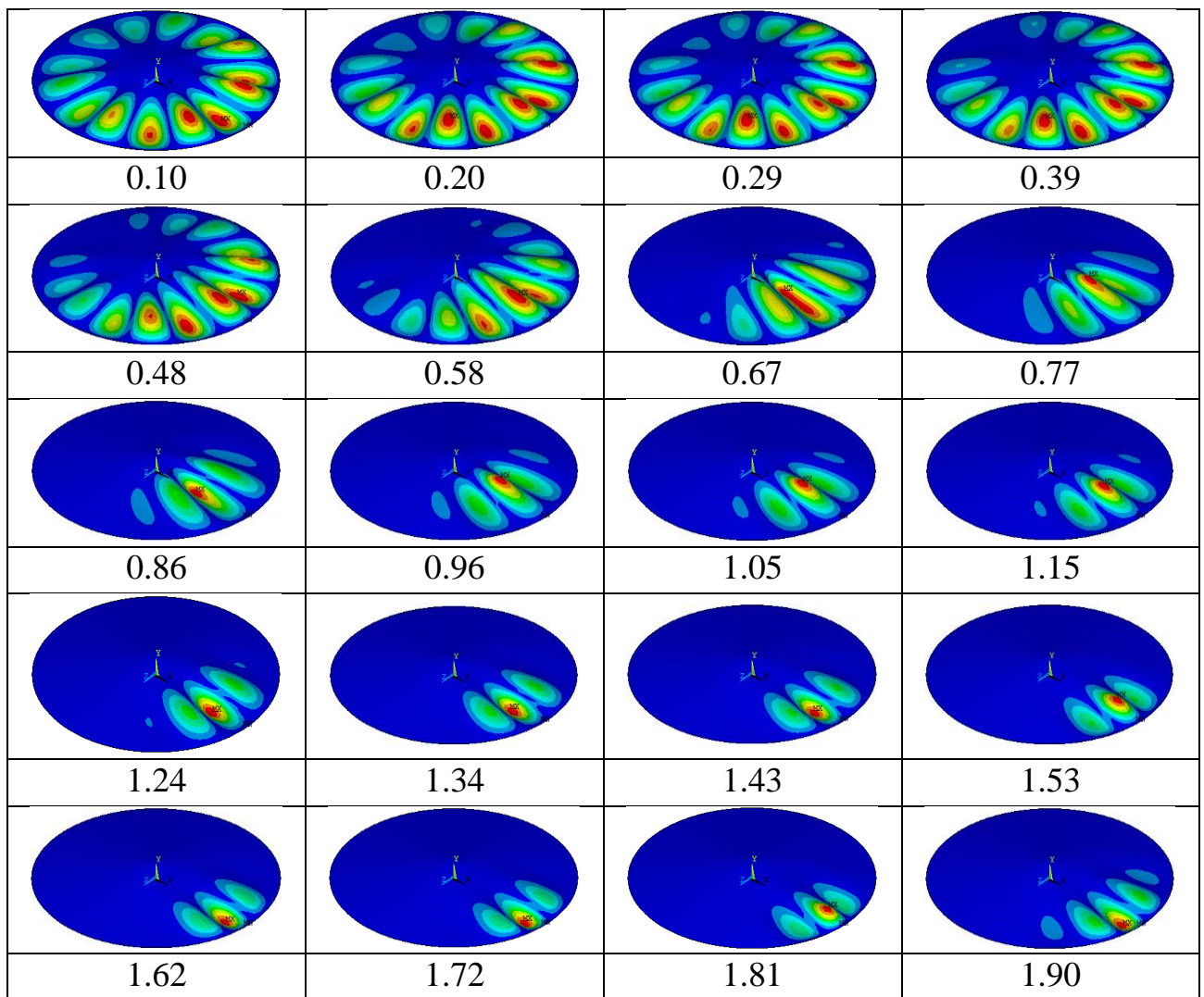
Таблиця 4.5 – Значення критичного тиску q^{cr} для пологих конічних оболонок серії №1 ($\alpha = 4^\circ$) та №2 ($\alpha = 10^\circ$)

$L, м$	$q^{cr}, кПа$		$L, м$	$q^{cr}, кПа$	
	$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 10^\circ$		$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 10^\circ$
0.10	3.5	14.51	1.05	2.48	8.39
0.20	3.49	14.46	1.15	2.36	7.73
0.29	3.49	14.41	1.24	2.27	7.21
0.39	3.48	14.32	1.34	2.21	6.81
0.48	3.45	14.17	1.43	2.20	6.55
0.58	3.37	13.74	1.53	2.24	6.44
0.67	3.23	12.68	1.62	2.36	6.53
0.77	3.04	11.35	1.72	2.56	6.98
0.86	2.83	10.17	1.81	2.89	8.21
0.96	2.64	9.19	1.90	3.32	11.22

Отримані залежності « $q^{cr}-L$ » мають нелінійний характер розподілення значень q в залежності від параметру L та три чітко виражені області впливу точки прикладання сили F на загальну несучу здатність оболонки. Умовні межі кожної з трьох областей належать до наступних інтервалів: а) область мінімального впливу точки розташування сили, де значення критичного тиску q_{cr} практично не знижується (або знижується повільно), і дана область розташована в інтервалі $0.1 \leq L \leq 0.5$ (м); б) область зростання впливу точки розташування сили, де значення критичного тиску q_{cr} різко зменшується, і дана

область розташована в інтервалі $0.5 \leq L \leq 1.5$ (м); в) область зменшення впливу точки розташування сили, де значення критичного тиску q_{cr} різко збільшується, і дана область розташована в інтервалі $1.5 \leq L \leq 1.9$ (м). Межі кожної області визначені по осередненим значенням залежності « $q_{cr}-L$ » для двох серій оболонок з похибкою ± 0.05 м. Найменша несуча здатність оболонок для кожної серії спостерігається на межі області (б) та (в), тобто на моменті, де вплив сили при комбінованому навантаженні пологої конічної оболонки є найбільшим.

Таблиця 4.6 – Форми втрати стійкості для серії №1 пологих конічних оболонок ($R = 2$ м, $R/h = 400$, $L = 0.1 \dots 1.9$ м, $\alpha = 4^\circ$)



В таблицях 4.5-4.6 приведені отримані значення критичного тиску q_{cr} та відповідні їм форми втрати стійкості для випадків з різними точками

прикладання сили F , де відмітимо наступне. При поступовому зміщенні точки прикладання сили, окрім падіння несучої здатності оболонки, спостерігається зміна характеру розташування хвиль на поверхні оболонки для першої форми втрати стійкості при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації). Для форм втрати стійкості, що відповідають області (а) з мінімальним впливом сили на несучу здатність оболонки, характерне розподілення хвиль по всій поверхні оболонки з мінімальним зміщенням в сторону точки прикладання сили. Для форм втрати стійкості, що відповідають областям (б) та (в) зі значним впливом сили на несучу здатність оболонки, характерне суттєво неоднорідне розташування хвиль по поверхні оболонки з концентрацією хвиль в області навколо точки прикладання сили.

Виходячи з даних в таблиці 4.5, відмітимо, що вплив точки розташування сили на несучу здатність оболонки починає збільшуватись в той момент, коли розташування хвиль першої форми втрати стійкості переходить від рівномірного розповсюдження по поверхні оболонки до концентрації навколо точки прикладання сили. Цей факт дозволяє виділити безпечні області, в яких дія сили при комбінованому навантаженні не має впливу на несучу здатність оболонки, і небезпечні області, де необхідно враховувати дію сили у зв'язку з прогнозованим різким падінням несучої здатності оболонки. Безпечною областю є область (а), для якої точка розташування сили віддалена в плані від вершини оболонки на відстань, не більшу за $(0.25 \pm 0.02)R$. Для випадків, коли точка прикладання сили належить до областей (б) та (в), необхідно враховувати суттєвий вплив дії сили на несучу здатність оболонки.

Розглянемо розташування меж областей (а), (б) та (в) в залежності від куту нахилу утворюючої оболонки α для двох серій оболонок. Графічні залежності « $q^{cr}-L$ » (рис.4.4) візуально відрізняються не тільки значеннями несучої здатності оболонки, але й розташуванням екстремумів, що відповідають мінімальній несучій здатності. Якщо для серії оболонок №1 ($\alpha = 4^\circ$) мінімальне значення несучої здатності дорівнювало $q^{cr} = 2.20 \text{ кПа}$ при

відстані $L = 1.43$ м, то для серії оболонок №2 ($\alpha = 4^\circ$) мінімальне значення несучої здатності дорівнювало $q^{cr} = 6.44$ кПа при відстані $L = 1.53$ м.

Поступове збільшення куту нахилу утворюючої оболонки α призводить до поступового зміщення екстремуму з мінімальним значенням на графічній залежності « $q^{cr}-L$ » по напрямку від вершини оболонки до її краю. Подібний ефект практично не спостерігається для межі між ділянками (а) та (б), тобто між ділянками з мінімальним впливом розташування точки прикладання сили на несучу здатність оболонки та ділянкою різкого зростання впливу розташування точки прикладання сили.

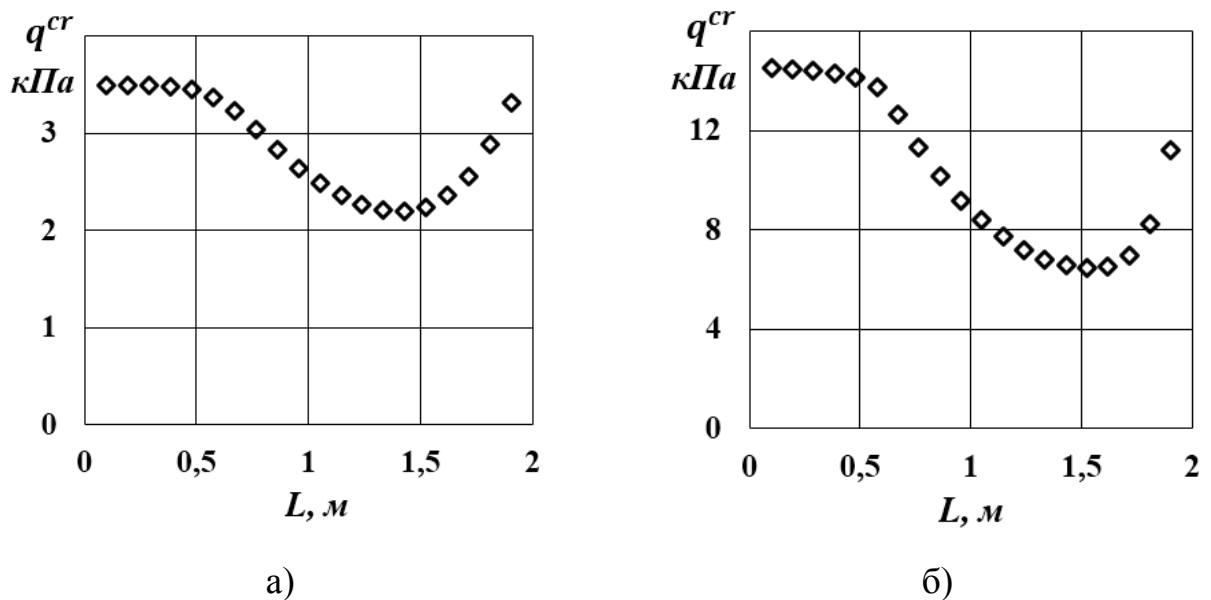


Рисунок 4.4 – Графіки залежності « $q^{cr}-L$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок: а) серії №1 ($R = 2$ м, $R/h = 400$, $L = 0.1 \dots 1.9$ м, $\alpha = 4^\circ$) та б) серії №2 ($R = 2$ м, $R/h = 400$, $L = 0.1 \dots 1.9$ м, $\alpha = 10^\circ$)

Окрім визначення областей впливу дії сили на величину несучої здатності пологої конічної оболонки, отримані дані в результаті виконання серії чисельного експерименту, а саме форми втрати стійкості при комбінованому навантаженні, дозволяють чітко визначити розташування хвиль біфуркації по поверхні оболонки. Зазначимо, що поверхня оболонки ідеальна та не має елементів повздовжнього або поперечного підкріплення. У зв'язку з цим

виникає необхідність у додаткових розрахунках та проектуванні конструкції у вигляді пологої конічної оболонки таким чином, щоб у роботу включалася якомога більша частина поверхні оболонки. Одним з можливих варіантів зменшення впливу дії сили завдяки влаштуванню вищевказаних елементів підкріплення, якщо неможливо перемістити точку прикладання сили F . У такому випадку можливо прогнозувати підвищення несучої здатності оболонки для тих комбінацій навантаження, де точка прикладання сили розташована в областях Б) $0.5 \leq L \leq 1.5$ (м) або В) $1.5 \leq L \leq 1.9$ (м).

Додатково слід розглянути зменшення значення несучої здатності оболонок, що відповідає значенню критичного тиску q^{cr} , для серій з різною кількістю іспитів, а саме етапу №1 (5 іспитів) та №2 (20 іспитів). Зменшення несучої здатності оболонок буде порівнюватись зі значенням несучої здатності оболонки у тому випадку, коли точка прикладання сили розташована біля вершини та саме значення несучої здатності найбільше у серії.

У результаті лінійного біфуркаційного розрахунку пологих конічних оболонок для етапу №1, що складається з 5 випадків розташування прикладеної у точці сили, маємо наступне: відбувається поступове падіння несучої здатності пологої конічної оболонки по мірі віддалення точки прикладання сили від вершини до основи вздовж утворюючої, та значення несучої здатності оболонки змінюється від 3.5 кПа до 2.29 кПа. У відсотковому відображенні, падіння значення критичного тиску на 34.6%, несуча здатність оболонки залишається забезпеченою при навантаженні розрахунковою вагою снігового покриву та вагою людини з оснасткою.

У результаті лінійного біфуркаційного розрахунку пологих конічних оболонок для етапу №2, що складається з 20 випадків розташування прикладеної у точці сили, отримано уточнену та більш детальну залежність « $q^{cr}-L$ » для двох серій оболонок – серія №1 ($R = 2$ м, $R/h = 400$, $L = 0.1 \dots 1.9$ м, $\alpha = 4^\circ$) та серія №2 ($R = 2$ м, $R/h = 400$, $L = 0.1 \dots 1.9$ м, $\alpha = 10^\circ$). Для серії №1 значення несучої здатності оболонки змінюється з 3.5 кПа на 1.43 кПа, та загальне падіння несучої здатності у відсотковому значенні складає 37.1%. Для

серії №2 значення несучої здатності змінюється з 14.51 кПа на 6.44 кПа, та загальне падіння несучої здатності у відсотковому значенні складає 55.6%.

У результаті геометрично нелінійного розрахунку деформування пологих конічних оболонок було виконано моделювання поведінки розглянутих оболонок при дії комбінованого навантаження нормальним однорідним тиском (сніговий покрив) та сконцентрованою у точці силою (людина з оснасткою). Основний критерій розрахунку – оболонка не повинна втратити стійкість при досягненні розрахункового значення комбінованого навантаження та максимальні еквівалентні напруження в оболонці не повинні перевищувати умовну межу текучості сталі X18H9н (800 МПа). Як видно з отриманих даних (табл. 4.2), максимальні еквівалентні напруження не перевищують умовну межу текучості та максимальні переміщення в оболонці не перевищують значення у 1.5 товщини оболонки. При досягненні розрахункового значення комбінованого навантаження оболонка не втрачає несучої здатності.

4.7. Висновки по розділу 4

У ході виконання чисельного дослідження процесу деформації та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні рівномірним зовнішнім нормальним до поверхні оболонки тиском та прикладеною у точці силою, вектор дії який паралельний до осі обертання оболонки, отримано наступні висновки:

1. Досліджено поведінку пологих тонкостінних конічних оболонок за умови комбінованого навантаження рівномірним зовнішнім тиском, що відтворює дію снігового покриву (значення прикладеного тиску базується на нормативних значеннях) та дію ваги людини з оснасткою або спеціальних конструкцій загальною вагою не більше за 150 кг. Отримані дані підтверджують той факт, що для розглянутих оболонок забезпечено їх несучу здатність для застосування по всій території України з врахуванням моделі та характеру прикладених до оболонки навантажень. Розрахункові моделі враховують лише статичні навантаження без динамічних розрахунків.

2. Отримано залежності « $q^{cr}-L$ » для двох досліджених серій оболонок першого та другого етапу, що мають криволінійний вигляд та складаються з трьох ділянок, які обумовлюють різну ступінь впливу сили при комбінованому навантаженні тиском та силою та відображають значення несучої здатності досліджуваних оболонок для різних випадків розташування точок прикладання сили. Кожна ділянка для залежності « $q^{cr}-L$ » описує практично відсутній, суттєвий зростаючий або затухаючий вплив розташування точки прикладання сили на загальну несучу здатність оболонок двох серій.

3. Досліджено вплив кількості досліджуваних оболонок на детальність отриманої залежності « $q^{cr}-L$ », що дозволяє оптимізувати кількість розрахунків, які необхідно виконати для будування повної залежності « $q^{cr}-L$ ». Збільшення кількості випадків навантаження рекомендується проводити для тих точок прикладання сили, які розташовані від вершини на відстані від $0.25R$ до $0.75R$, де R – радіус основи оболонки, тоді як зменшення кількості випадків навантаження слід виконувати тоді, коли точка прикладання сили розташована від вершини на відстані $\leq 0.25R$ або $\geq 0.75R$.

4. Досліджено вплив розташування точки прикладання сили при комбінованому навантаженні тиском та силою на загальний вигляд форми втрати стійкості при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації) та задачі геометрії нелінійного деформування пологих конічних тонкостінних оболонок. При віддалені точки прикладання сили від вершини на величину, більшу за $0.25R$, де R – радіус основи оболонки, найбільші за амплітудою випини та вм'ятини розташовуються в області точки прикладання сили, тоді як при розташуванні точки прикладання сили ближче, ніж $0.25R$, форма втрати стійкості досить близька до симетричної відносно осі форми втрати стійкості при навантаженні оболонки лише зовнішнім нормальним до поверхні оболонки тиском.

5. Підтверджено можливість застосування ПК ANSYS для розрахунку у його чисельному середовищі задач процесів лінійного та геометрично нелінійного деформування пологих конічних тонкостінних оболонок при дії

комбінованого навантаження рівномірним зовнішнім нормальним до поверхні оболонки тиском та прикладеною у точці силою, що змінює своє положення у просторі вздовж утворюючої оболонки. Завдяки цьому можливо застосування ПК ANSYS для аналізу неоднорідного НДС вже існуючих споруд та конструкцій, або тих, що проектуються, у складі яких є пологі тонкостінні конічні оболонки.

Вищесказане дозволяє заключити висновок про теоретичну та практичну важливість та цінність дослідження задач процесу деформації та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при дії комбінованого навантаження тиском та прикладеною у точці силою у лінійній та геометрично нелінійній постановці, та підтверджує можливість використання ПК ANSYS для рішення цих задач у його чисельному середовищі.

4.8. Список використаних джерел в розділі 4

У розділі 4 використані джерела [10]. Їх найменування представлені у загальному списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 5

ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ТА СФЕРИЧНИХ СЕГМЕНТІВ ПРИ ДІЇ ВІТРУ У СЕРЕДОВИЩІ ПК ANSYS

5.1. Загальні положення

Тонкостінні пологі конічні пружні замкнуті металеві оболонки та сферичні сегменти здобули широке застосування в промисловому та цивільному будівництві, аерокосмічній, хімічній і нафтопереробній сфері, в якості деталей машин і механізмів. Як вже зазначалося раніше, часткове або повне порушення працездатності конструкцій даного типу може привести до значних проблем, тому слід проводити детальне дослідження поведінки конічних оболонок та сферичних сегментів при дії різних типів навантажень, що сприятиме подальшому проектуванню конструкцій.

Одним з основних типів впливу на будівлю чи спорудження є вітровий вплив. Вітрове навантаження слід враховувати як на етапі монтажу конструкції, так і на етапі експлуатації споруди. Вітровий вплив відноситься до тимчасових впливів, що діють на будівлю із змінною величиною, що змінюється у часі і напрямку впливу на будівлю.

Згідно ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», при визначенні вітрового навантаження для будівель і споруд складної конструктивної або геометричної форми (включаючи вантові і висячі покриття, оболонки, антени і полотна) необхідно проводити спеціальні динамічні розрахунки для визначення впливу пульсаційної складової навантаження, а в необхідних випадках – обдування моделей в аеродинамічній трубі. Процес динамічного та квазістатичного розрахунку вітрового впливу можливо проводити як ручним методом, так і з використанням програмних комплексів (ANSYS, ABAQUS, LIRA, СКАД).

Для подальшого аналізу НДС пологих конічних тонкостінних оболонок на дію вітрового навантаження встановлено два розрахункових значення:

- 1) граничне розрахункове значення для розрахунку несучої здатності будівлі, яка обмежена міцністю матеріалу конструкції;
- 2) експлуатаційне розрахункове значення для перевірки можливості експлуатації будівлі при даному типу впливу.

Вітровий вплив на споруду слід розглядати як сукупність:

- а) нормального тиску, прикладеного до зовнішньої поверхні споруди або елемента;
- б) сил тертя, спрямованих по дотичній до зовнішньої поверхні і віднесених до площі її горизонтальної (для шедових або хвильових покриттів, кривель з ліхтарями) або вертикальною (для стін з лоджіями і подібних конструкцій) проекції;
- в) нормального тиску, прикладеного до внутрішньої поверхні споруд з вітропроникними огорожами і прорізами, які відкриваються або постійно відкриті.

Сукупність зазначених сил може бути подана у формі нормального тиску, обумовленого загальним опором споруди в напрямку осей x і y та умовно прокладеного в проекції споруди на площину, перпендикулярну до відповідної осі.

В рамках числового дослідження стійкості тонкостінної пологої конічної оболонки, вплив вітрового навантаження буде усереднено і зведено до нормального поперечного тиску згідно тригонометричної залежності

$$q = f(\alpha), \quad (5.1)$$

де f – тригонометрична функція $f = \cos(\alpha)$.

Отримана залежність (5.1) є відтворенням дії вітрового навантаження у першому наближенні, а саме відображає дію наступних компонентів – зона з позитивним значенням тиску (притискання) та негативним значенням тиску (відрив). Зона притискання знаходиться у точці моменту першої зустрічі повітряних мас з поверхнею оболонки, тоді як зона відриву знаходиться на протилежній стороні оболонки. Більш детальний аналіз створеної моделі у першому наближенні буде розкрито у наступних підрозділах.

5.2. Мета дослідження

Метою даного розділу є дослідження деформування та стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок та сферичного сегменту при впливі вітрового навантаження, створення розрахункової схеми для знаходження значення критичного навантаження, а також аналіз методів розрахунку вітрового впливу в ПК ANSYS. Дослідження процесу деформування та стійкості пологих тонкостінних оболонок буде проводитись з застосуванням моделі прикладання зовнішнього неоднорідного тиску на поверхню оболонки, що описується залежністю (5.1). Після аналізу отриманих у результаті розрахунку лінійної задачі стійкості (біфуркації) та задачі геометрично нелінійного деформування, буде виконано оцінку можливості застосування залежності (5.1) для моделювання дії вітрового навантаження на пологі тонкостінні оболонки, що представлені пологими тонкостінними конусами та сферичними сегментами.

5.3. Постановка задачі

Чисельний аналіз задачі стійкості пружних замкнутих пологих конічних оболонок проводився шляхом їх розрахунку в широкому діапазоні зміни геометрії. При цьому відношення радіусу основи оболонки до її товщини змінювалося в межах $R/h = 100 \div 500$. Кут нахилу твірної конуса до площини його основи становив $\alpha = 2, 4, 10$ та 15° , товщина оболонок $h = 4 \div 20$ мм. Матеріал оболонок – легована сталь (X18H9н, модуль Юнга $E = 2 \times 10^5$ МПа; коефіцієнт Пуассона – $\nu = 0.3$; умовна межа текучості – $\sigma_{02} = 800$ МПа). Навантаження здійснювалося нерівномірно розподіленим по всій поверхні конуса зовнішнім поперечним тиском (q), який змінюється в окружному напрямку згідно тригонометричної залежності ($f = \cos(\alpha)$). Граничні умови оболонок при виконанні розрахунку приймалися як шарнірно-нерухоме закріплення.

Слід зазначити, що, в залежності від кута α і умов закріплення оболонки, можливі два механізми втрати стійкості, які відображаються двома

розрахунковими моделями. Лінійна модель (біфуркація), що відображує зміну вихідного вісесиметричного деформування оболонки суміжними формами невісесиметричної рівноваги, і нелінійна модель, що пов'язана з переходом оболонки до несуміжних форм рівноваги, які, згідно з традиційними поглядами на проблему, для пологої оболонки являють собою «виворотку». У результаті виконання двох вищезазначених розрахунків, буде отримано значення тиску, при якому відбувається втрата стійкості оболонок, що аналізуються.

Відповідно до нормативних вимог, представлених у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», вітрове навантаження розкладається на складові в залежності від виду конструкції і ряду інших чинників – тип поверхні конструкції, наявність допоміжних елементів конструкції, наявність у структурі конструкції елементів, що пропускають вітер (вікна та щілини, які можуть відкриватися періодично або бути постійно відкритими, світло-аераційні ліхтарі, пористі та ґратчасті конструкції, огорожувальні та загороджувальні конструкції, елементи радіо- і телевізійного зв'язку та інші допоміжні елементи). Вітрове навантаження розкладається на три складові – тиск, що діє по нормалі до поверхні оболонки, сила тертя від руху повітряних мас по дотичній до поверхні оболонки і внутрішній тиск при наявності в конструкції елементів, що пропускають вітер.

Вимоги ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи» поширюються на будівлі і споруди простої форми (до яких відносяться і пологі конічні оболонки), висота яких не перевищує 200 м. Згідно з нормативним документом, для аналізу вітрового впливу враховуються два розрахункових значення навантаження: граничне та експлуатаційне. Значення граничного розрахункового тиску буде прийматись ліміт для мінімальної несучої здатності пологих тонкостінних оболонок, що будуть отримані при подальшому їх моделюванні та розрахунку процесу деформування та стійкості раніше зазначених оболонок. Слід зазначити, що, окрім саме розрахункових значень вітрового навантаження на оболонку, необхідно також враховувати усі коефіцієнти надійності в залежності від типу за призначення конструкцій,

аналіз яких буде виконуватись з застосуванням розробленої моделі вітрового навантаження.

Значення граничного та експлуатаційного розрахункового вітрового навантаження розраховується за наступними формулами:

$$W_m = \gamma_{fm} W_0 C \quad (5.2)$$

$$W_e = \gamma_{fe} W_0 C \quad (5.3)$$

У формулах (5.2-5.3): W_m – граничне розрахункове вітрове навантаження; W_e – експлуатаційне розрахункове вітрове навантаження; γ_{fm} , γ_{fe} – коефіцієнти надійності; W_0 – значення вітрового навантаження для певного регіону України; C – коефіцієнт, який розраховується окремо, відповідно до вимог. За умови, що оболонка знаходиться в несприятливих умовах (регіон з найбільшим значенням W_0 , місцевість I типу, висотність будівлі до 50 м), граничне та експлуатаційне значення вітрового навантаження становить $W_m = \pm 880$ Па, $W_e = \pm 220$ Па. Знак значення тиску визначає напрямок дії вітру по нормалі до поверхні оболонки (рис.5.1).

В рамках проведеного експерименту, вплив вітрового навантаження на пружну пологу конічну тонкостінну оболонку враховувався у вигляді нормального до поверхні оболонки тиску, який змінюється в окружному напрямку згідно з наведеною раніше залежністю (5.1) у вигляді функції $q = f(\alpha) = \cos(\alpha)$. Параметр α у тригонометричній залежності (5.1) відповідає куту між віссю дії вітрового потоку на оболонку та проекцією утворюючої оболонки на поверхню основи. Нульовою координатою для розрахунку значення прикладеного до поверхні оболонки тиску, що відтворює собою дію вітрового навантаження, приймається точка зустрічі конструкції оболонки з повітряними масами, що рухаються. На рисунку 5.1 початком відліку для розрахунку значення прикладеного тиску за залежністю (5.1) виступає точка А. У зв'язку з цим, найбільші позитивні значення прикладеного до поверхні тиску будуть відповідати області поряд з точкою А, тоді як найбільші негативні значення тиску будуть відповідати області поряд з точкою В. Зміна інтенсивності

прикладеного до поверхні оболонки тиску буде відповідати залежності (5.1), та схема навантаження оболонки неоднорідним тиском буде симетричною відносно прямої АВ, що відображено на рисунку 5.2.

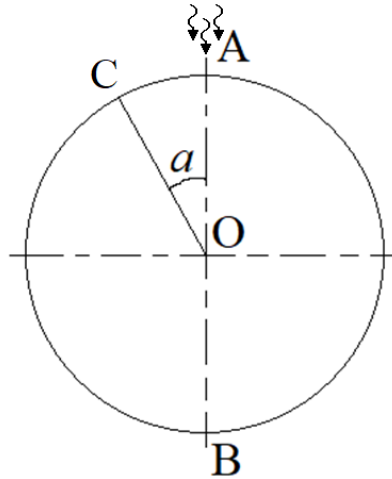


Рисунок 5.1 – Схема розташування проекції утворюючої пологої тонкостінної конічної оболонки відносно напрямку дії повітряних мас, що рухаються, де: АВ – вісь потоку повітряних мас, ОС – проекція утворюючої на площину основи оболонки

Опираючись на схему, представлену на рисунку 5.1, перейдемо до наступного етапу моделювання впливу вітрового навантаження на поверхню оболонки. Як вже було сказано раніше, окружність з радіусом OA та центром у точці O представляє собою схему основи пологої конічної тонкостінної оболонки, а OC – проекцію основи оболонки на площину її основи. В рамках даного дослідження, зовнішній нормальний до поверхні оболонки тиск приймається як результат взаємодії повітряних мас, що рухаються навколо конструкції пологої конічної оболонки. Сам рух повітряних мас представлений як однорідний ламінарний потік, який створює зони з підвищеним тиском у області зустрічі оболонки з потоком та зниженим тиском на протилежному боці оболонки. Завдяки такому спрощенню, аеродинамічними властивостями повітряних мас, що рухаються, стає можливим знехтувати, що дозволяє

опиратись при дослідженні процесу деформування та стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок на залежність (5.1).

Повертаючись до процесу моделювання вітрового навантаження на поверхню пологої конічної оболонки, розглянемо нормальну складову вітрового навантаження. В точці зустрічі поверхні оболонки з повітряними масами, що рухаються, нормальна складова вітрового навантаження має максимальне значення, і поступово зменшується її абсолютне значення при збільшенні кута між віссю вітрового потоку АВ та утворюючою ОС, але цей процес відбувається лише до певної межі. Коли значення кута α стає більшим за 90° , величина нормальної складової вітрового навантаження на поверхню оболонки збільшується, але змінює свій знак на негативний – тобто спостерігається розрідження повітря з негативним значенням тиску на поверхню оболонки. Результиуюча схема розподілення інтенсивності нормальної складової тиску вітрового навантаження на поверхню оболонки в кожній конкретній точці поверхні оболонки в залежності від кута між проекцією утворюючої оболонки та віссю потоку повітряних мас, що рухаються, представлені на рисунку 5.2.

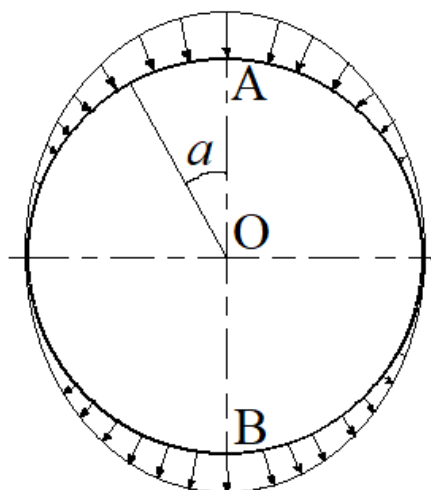


Рисунок 5.2 – Схема розподілення інтенсивності прикладеного по нормалі до поверхні оболонки зовнішнього тиску, інтенсивність якого змінюється від точки А до точки В у відповідності з залежністю (5.1)

Наступним етапом в розробці моделі вітрового навантаження на оболонку у першому наближенні є введення додаткових коефіцієнтів, які змінять співвідношення максимальних значень тиску на ділянках з позитивним та негативним тиском. Дані коефіцієнти присутні на рисунку 5.3, а саме коефіцієнти C_{e1} та C_{e2} . Згідно з логікою застосування вказаних коефіцієнтів у нормативних документах, прикладений до поверхні оболонки тиск зменшується або збільшується на величину, значення якої відповідає значенню коефіцієнтів. У цьому випадку, за основу приймається значення розрахункового граничного або експлуатаційного тиску, яке змінюється на величину коефіцієнтів C_{e1} та C_{e2} відповідно. Для розробки моделі вітрового навантаження на пологу конічну оболонку буде застосовано подібний принцип, але з додатковими змінами.

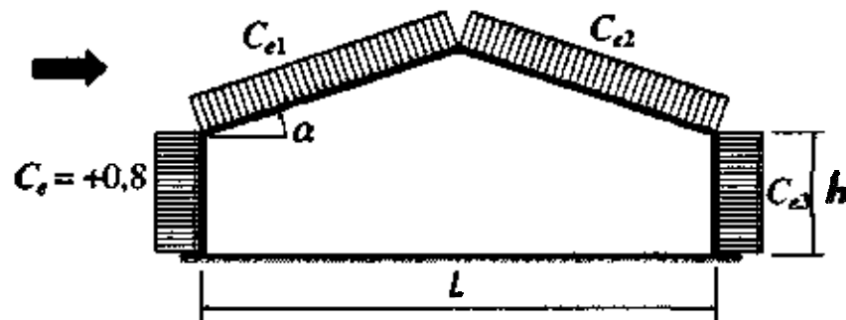


Рисунок 5.3 – Схема розподілення інтенсивності тиску від вітрового навантаження на споруду з двох-скатною покрівлею

Вищевказані зміни полягають у наступному. На відміну від нормативних документів, де значення прикладеного до поверхні оболонки тиску зменшується на величину коефіцієнтів C_{e1} та C_{e2} , які приведені на рисунку 5.3, для моделювання вітрового навантаження у середовищі ПК ANSYS значення прикладеного до поверхні тиску у області з позитивним тиском буде відноситись до значення тиску в області з негативним тиском так, як відносяться між собою коефіцієнти C_{e1} та C_{e2} . За основу береться значення прикладеного у точці А тиску, після чого відбувається поступова зміна значення прикладеного тиску до точки В.

Наступний етап після введення коефіцієнтів C_{e1} та C_{e2} полягає у тому, що необхідно розглянути та врахувати розподілення інтенсивності нормальної складової вітрового навантаження на поверхню оболонки по всій довжині утворюючої оболонки. Зміна інтенсивності нормальної складової вітрового навантаження залежить від двох безрозмірних коефіцієнтів k_1 та k_2 , які по своєму значенню можуть бути як рівними для ситуації з постійним значенням інтенсивності нормальної складової, так і різними. Коефіцієнт k_1 описує значення інтенсивності нормальної складової тиску на тому кінці утворюючої, що знаходиться на основі оболонки, тоді як коефіцієнт k_2 описує значення інтенсивності нормальної складової на іншому кінці утворюючої, тобто у вершині пологої конічної тонкостінної оболонки.

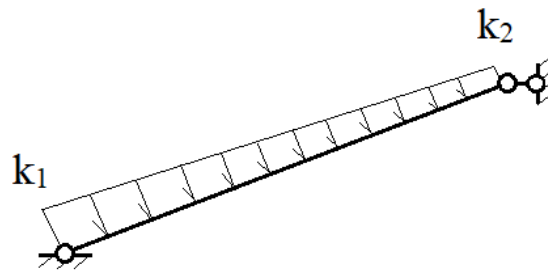


Рисунок 5.4 – Схема розподілення інтенсивності нормальної складової тиску вітрового навантаження по всій довжині утворюючої конічної оболонки

Необхідність введення коефіцієнтів k_1 та k_2 обумовлена тим фактом, що полого конічна оболонка має не прямокутний профіль поперечного перерізу площиною, яка проходить через вісь обертання оболонки, а трикутний, що приводить до більшої обтічності конструкції вітровим потоком. У зв'язку з цим фактом, інтенсивність нормальної складової тиску від вітрового навантаження на поверхню пологої конічної оболонки приймається не як постійна величина, а змінна, значення інтенсивності якої зменшується при переміщенні точки, в якій розраховується інтенсивність нормальної складової тиску, від основи оболонки до її вершини. Приведені вище спрощення також обумовлені тим фактом, що в

нормативних документах України [10, 90] відсутні моделі навантаження конічних пологих тонкостінних оболонок, тому, в рамках даного дослідження, розрахункова модель вітрового навантаження на пологу конічну оболонку буде створюватись на основі вже існуючих моделей. Введення коефіцієнтів k_1 та k_2 має у своїй основі відповідні коефіцієнти C_{e1} та C_{e2} , які враховуються для розрахунку вітрового навантаження на навіси, а саме для схеми навантаження №1, яка приведена на рисунку 5.5. Різниця між схемою вітрового навантаження на навіс (рис. 5.5) та на будівлю з двох-скатною кривою (рис.5.3) суттєва, бо у випадку навісів повітряні маси рухаються над та під конструкцією, а у випадку будівлі – лише над. Але, при моделюванні схеми вітрового навантаження на пологу конічну оболонку, таке поєднання є адекватним, бо воно здатне описати зменшення інтенсивності нормальної складової тиску вітрового навантаження на оболонку в області її вершини внаслідок більшої обтічності верхньої частини оболонки у порівнянні з нижньою.

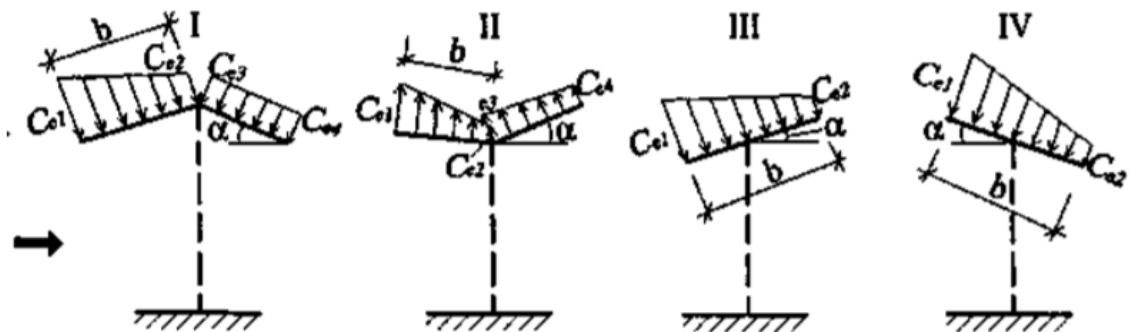


Рисунок 5.5 – Схема вітрового навантаження, що діє на навіси з кутом нахилу α та шириною b

Підсумовуючи все вищевказане, ми маємо наступну характеристику схеми розподілення інтенсивності першої складової вітрового навантаження – тобто його нормальної складової тиску на поверхню оболонки – значення прикладеного до поверхні оболонки тиску змінюється в окружному напрямку, починаючи з точки зустрічі оболонки з вітровим потоком (точка А, рис.5.2) до

протилежної до неї сторони (точка В, рис.5.2) відповідно до залежності (5.1), та у напрямку вздовж утворюючої від основи до вершини оболонки (рис.5.4), з врахуванням відповідних коефіцієнтів C_{e1} та C_{e2} (рис.5.3), k_1 та k_2 (рис.5.4). Значення вказаних коефіцієнтів приймається по відповідним таблицям в нормативних документах в залежності від кута нахилу α утворюючої оболонки до її основи [10, 90].

Друга складова – сила тертя, спрямована по дотичній до поверхні оболонки, має малий вплив на оболонку у зв'язку з високим ступенем пологості оболонки і ідеалізованої гладкої поверхні оболонки, а також відсутністю різних допоміжних елементів на поверхні оболонки. Тому подальший вплив сил тертя від руху повітряних мас по дотичній до поверхні оболонки не буде враховуватися.

Третя складова – внутрішній тиск у зв'язку з вітропроникністю конструкції, – не враховується з причини відсутності даного показника у випробуваної оболонки. Модельована оболонка є ідеальною і не має у своєму складі отворів, щілин, пористих матеріалів або ґратчастих конструкцій.

Таким чином, вітровий тиск моделюється в розрахунках як нормальний до поверхні оболонки тиск, що змінюється в окружному напрямку згідно до тригонометричної залежності (5.1) з врахуванням усіх вищевказаних коефіцієнтів та доповнень.

Моделювання оболонки в ПК ANSYS проводилося наступним чином: 1) шляхом обертання утворюючої навколо головної осі Y створювалася ідеальна модель оболонки, розділена на 16 ділянок (рис.5.6, а); 2) кожна ділянка розбивалася на рівну кількість скінчених елементів, загальним числом 2816 скінчених елементів (176 SE на кожен ділянку) (рис.5.6, б); 3) до кожної ділянки прикладається тиск, який має максимальне значення на умовному «піку» прикладеного вітрового навантаження і зменшується відповідно до тригонометричної залежності в окружному напрямку (рис.5.6, в).

При створенні моделі пологої конічної тонкостінної оболонки в середовищі ПК ANSYS використовується чотирикутний скінчений елемент

CE SHELL 281, який має вісім основних точок та шість ступенів свободи в кожній.

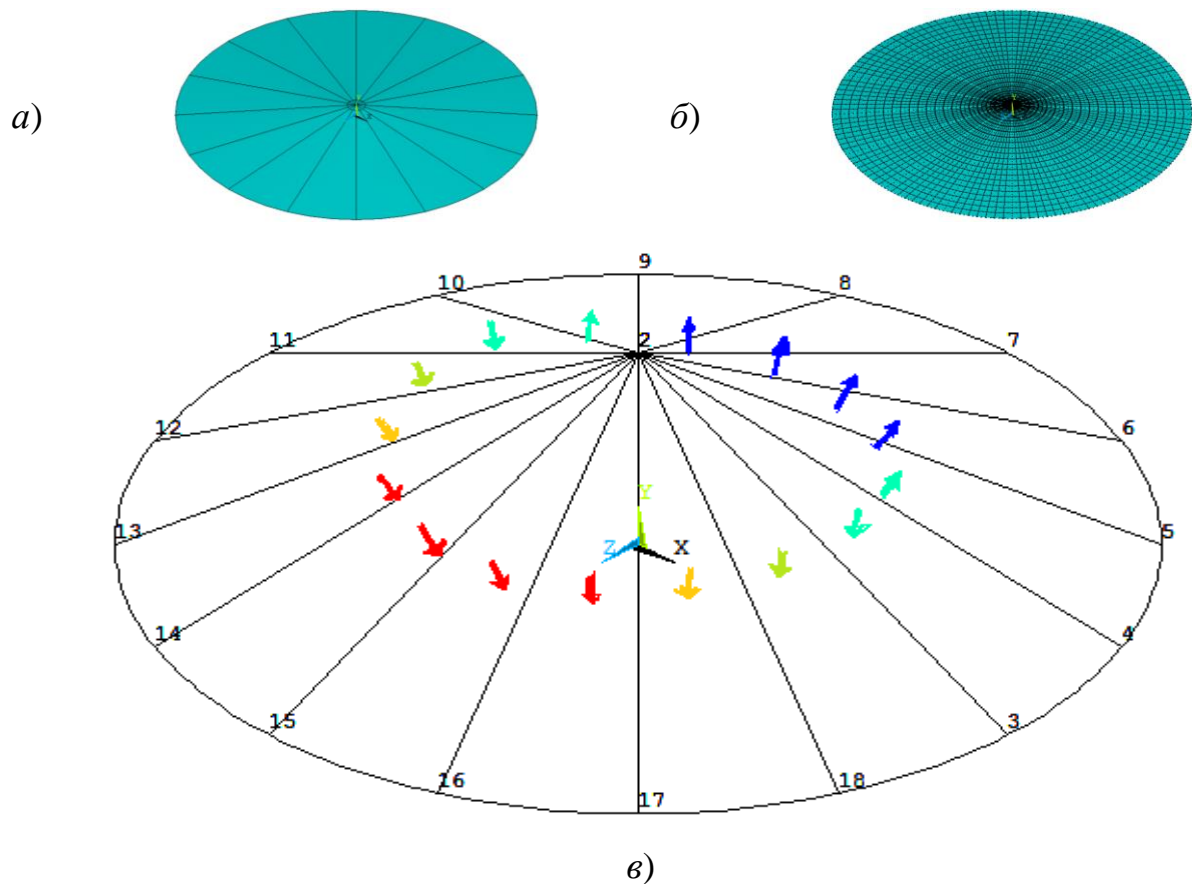


Рисунок 5.6 – Процес моделювання пологої конічної оболонки у середовищі ПК ANSYS з наступними етапами: а) геометрична модель оболонки; б) скінчено-елементна модель оболонки; в) розрахункова модель у першому наближенні розподілення інтенсивності тиску на поверхню оболонки при вітровому навантаженні

Фінальний вигляд розрахункової моделі, що відтворює дію вітрового навантаження на поверхню пологої конічної оболонки у першому наближенні, представлено на рисунку 5.6. Для представленої моделі (рис.5.6, в), вісь потоку повітряних мас паралельна до осі оболонки Z та має напрям від т.15 до т.7, у зв'язку з чим обумовлено розподілення величини та напрямку дії нормальної складової тиску від вітрового навантаження для кожної з ділянок пологої конічної оболонки.

5.4. Лінійне рішення (CE SHELL 281)

Результатом розв'язання лінійної задачі втрати стійкості (біфуркації) є критичний тиск q^{cr} (рис.5.7, а), що представляє собою мінімальну величину тиску спектру власних значень лінійної задачі стійкості, а також відповідна форма випинання у вигляді нерегулярних вм'ятин і випин, витягнутих вздовж твірної (рис.5.7, б).

При моделюванні вітрового впливу на конічну пологу тонкостінну оболонку слід розуміти, що місце розташування найбільших вм'ятин і випин збігається з місцем розташування тиску, що має найбільше значення у відповідності до залежності (5.1) та у відповідності до розрахункової моделі навантажень, представленої на рисунку 5.6.

При рішенні задачі на власні значення у середовищі ПК ANSYS враховується лінійне докритичне деформування оболонки, що реалізовано наступним чином. На першому етапі виконується лінійний статичний розрахунок НДС оболонки та реакцій в опорах від одиничного навантаження, представленого у вигляді тиску величиною 1 Па. Отримані результати передаються на другий етап, де виконується рішення лінійної задачі стійкості (біфуркації), з врахуванням даних про НДС оболонки та реакцій в опорах. Результатом рішення лінійної задачі стійкості (біфуркації), як вже зазначалося вище, виступає значення критичного тиску q^{cr} та відповідна йому форма втрати стійкості.

У зв'язку з тим, що розподілення інтенсивності тиску, прикладеного до поверхні оболонки, має непостійний характер, то інтерпретація результатів, що отримані в середовищі ПК ANSYS при розрахунку лінійної задачі стійкості (біфуркації), відбувається дещо іншим від розглянутої у попередніх розділах процедури інтерпретації результатів. Якщо в попередніх розділах (№3 та №4) до поверхні оболонки було прикладено однорідний рівномірний тиск і значення критичного тиску відповідало значенню прикладеного до поверхні оболонки тиску, то в даному розділі значення критичного тиску відповідає значенню тиску на схемі навантаження оболонки для тих ділянок, де величина

прикладеного тиску найбільша – тобто несуча здатність оболонки відповідає по своєму значенню тиску на ділянці з найбільшим по значенню прикладеним до її поверхні тиском, а для інших ділянок значення прикладеного до поверхні тиску відповідно менше настільки, наскільки відрізняються значення тиску на схемі навантаження оболонки.

Розглянемо результати рішення лінійної задачі стійкості (біфуркації) в середовищі ПК ANSYS для пологих тонкостінних конічних оболонок з параметром тонкостінності $R/h = 100, 200, 300, 400$ та 500 , кутом нахилу утворюючої до основи $\alpha = 4^\circ$ та 10° , які представлені в таблиці 5.1.

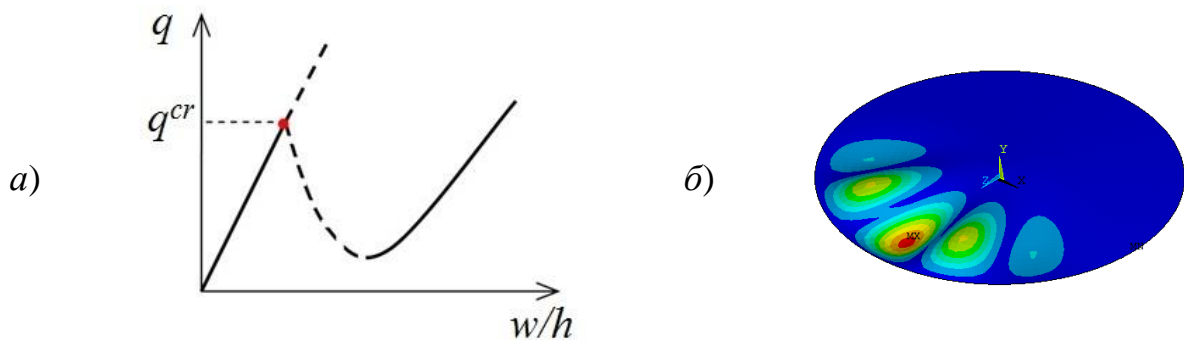


Рисунок 5.7. Лінійна задача визначення критичного тиску (а) та форми втрати стійкості (б)

Таблиця 5.1 – Значення критичного навантаження q_{cr} в залежності від відношення радіуса основи до товщини оболонки R/h .

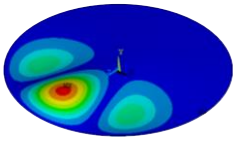
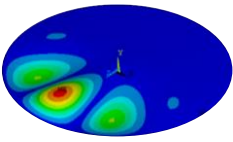
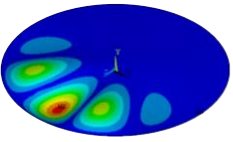
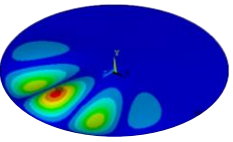
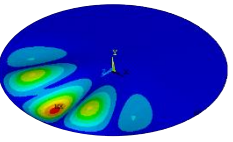
α	R/h	500	400	300	200	100
4°	$q_{cr}, \text{кПа}$	2.4	3.36	5.25	9.76	29.31
10°	$q_{cr}, \text{кПа}$	9.34	16.21	33.56	91.85	550.10

В таблиці 5.1 відображені величини критичного тиску q_{cr} в залежності від параметра тонкостінності конструкції R/h для оболонки з кутом підйому утворюючої над горизонтальною площиною $\alpha = 4^\circ$ і 10° . Слід відзначити збільшення значення критичного тиску в 12 разів для оболонки з $\alpha = 4^\circ$ і в 59 разів для оболонки з $\alpha = 10^\circ$ при зміні параметра тонкостінності конструкції від 500 до 100. Враховуючи те, що усі моделі пологих конічних оболонок, які були

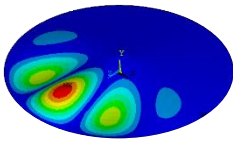
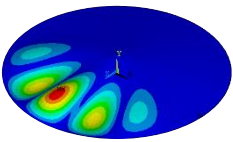
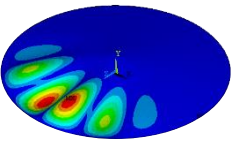
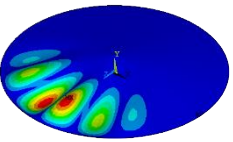
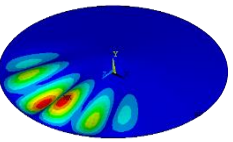
створені у середовищі ПК ANSYS, мали постійне значення радіусу $R = 2 \text{ м}$, то порядок зміни параметру R/h відповідає порядку зміни товщини стінки оболонки h , та, у свою чергу, загальної маси конструкції. Аналіз даних результатів буде проведено у відповідному підрозділі цього розділу.

Форми втрати стійкості, отримані при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації), для оболонок з параметрами $\alpha = 10^\circ$ та $R/h = 100, 200, 300, 400$ та 500 , приведені у таблиці 5.2, а також відповідні їм значення q^{cr} критичного тиску.

Таблиця 5.2 – Форми втрати стійкості (ФВС), отримані при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації), для пологих конічних оболонок з параметрами $\alpha = 4^\circ$ та $R/h = 100, 200, 300, 400$ та 500 .

ФВС					
R/h	100	200	300	400	500
q^{cr} , кПа	29.30	9.76	5.25	3.36	2.40

Таблиця 5.3 – Форми втрати стійкості (ФВС), отримані при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації), для пологих конічних оболонок з параметрами $\alpha = 10^\circ$ та $R/h = 100, 200, 300, 400$ та 500 .

ФВС					
R/h	100	200	300	400	500
q^{cr} , кПа	550.10	91.85	33.56	16.21	9.34

Розглянемо більш детально приведені результати розрахунків лінійної задачі стійкості (біфуркації) для пологих конічних оболонок з кутом нахилу утворюючої $\alpha = 4^\circ$ та 10° у таблицях 5.2 та 5.3 відповідно. Умовні вм'ятини та випини поверхні пологих конічних оболонок розташовані не по всій поверхні

оболонок, а згруповані з однієї сторони – тієї, де прикладене до поверхні оболонки вітрове навантаження притискає оболонку всередину. Також відрізняється кількість випин та вм'ятин як для оболонок з різним кутом нахилу утворюючої, так і для різних параметрів R/h . Для пологих конічних оболонок з кутом нахилу утворюючої $\alpha = 4^\circ$ загальна кількість вм'ятин та випин при збільшенні параметру R/h від 100 до 500 змінюється від 3 до 5, а для оболонок з кутом $\alpha = 10^\circ$ - від 5 до 6. Самі вм'ятини та випини при збільшенні параметру R/h розташовані більш щільно для оболонок з $R/h = 500$ у порівнянні з оболонками з параметром $R/h = 100$.

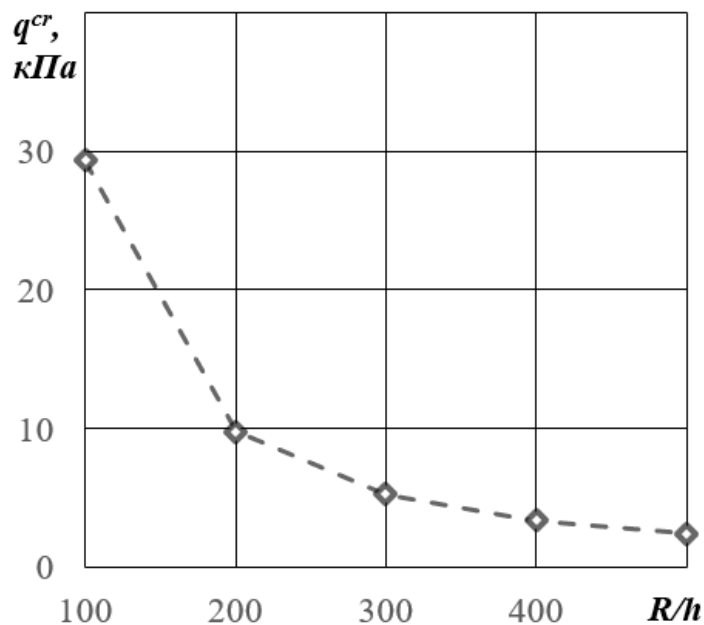


Рисунок 5.8 – Графічна залежність « $q^{cr} - R/h$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок з параметрами: $\alpha = 4^\circ$ та $R = 2$ м

У пологих конічних оболонок з кутом нахилу утворюючої $\alpha = 4^\circ$ загальна кількість вм'ятин та випин залишається непарним для усіх оболонок серії, але у оболонок з кутом нахилу утворюючої $\alpha = 10^\circ$ загальна кількість вм'ятин та випин з непарного перетворюється на парне при $R/h = 300, 400$ та 500 . Розглянемо детальніше форми втрати стійкості оболонки з кутом нахилу утворюючої $\alpha = 10^\circ$ для випадків $R/h = 100$ та $R/h = 500$. У оболонки з

параметром $R/h = 100$ кількість вм'ятин дорівнює 5, але, при цьому, з них 3 мають найбільшу величину та займаються найбільші ділянки, а дві останні в декілька разів менше як по величині, так і по площі, що вони займають. У оболонки з $R/h = 500$ кількість вм'ятин на одну більше і дорівнює 6, але усі вони мають приблизно рівну площу, що вони займають, та їх величини більш близькі одна до одної. Загальна площа, яку займаються вм'ятини та випини на поверхні оболонки з $R/h = 500$ така сама, як і площа тих трьох найбільших вм'ятин і випин на поверхні оболонки з $R/h = 100$.

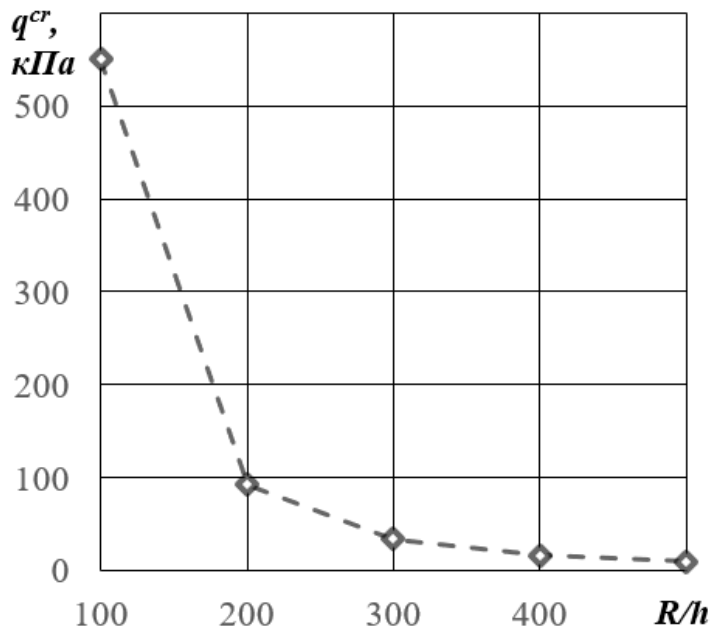


Рисунок 5.9 – Графічна залежність « $q^{cr} - R/h$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок з параметрами: $\alpha = 10^\circ$ та $R = 2$ м

На рисунках 5.8 та 5.9 представлені графічні залежності « $q^{cr} - R/h$ » для серій пологих конічних тонкостінних оболонок з кутами нахилу утворюючої $\alpha = 4^\circ$ та $\alpha = 10^\circ$ відповідно, і параметр R/h для них змінюється від 100 до 500 з кроком 100. Значення критичного тиску q^{cr} представлені у вигляді ромбоподібних маркерів, та з'єднані маркери між собою штриховою лінією лише для більш комфортного візуального сприйняття даних, бо проміжні значення несучої здатності для пологих конічних оболонок з параметрами R/h ,

відмінних від раніше вказаних, не розраховувалися. При необхідності виконати оцінку значень критичного тиску q^{cr} пологих конічних оболонок, параметр R/h яких знаходиться між вже розрахованими параметрами, необхідно буде виконати додаткові розрахунки задачі стійкості в середовищі ПК ANSYS або виконати прогнозування значень критичного тиску за допомоги нелінійної інтерполяції, опираючись на дані для сусідніх значень R/h на графіку залежності « $q^{cr} - R/h$ ».

5.5. Геометрично нелінійне рішення (CE SHELL 281)

Результатом рішення нелінійної задачі процесу деформування та втрати стійкості є граничний тиск q^{lim} , що представляє собою величину, при якій відбувається перехід від початкової до суміжної форми рівноваги оболонки, що супроводжують великі відносно товщини стінки оболонки переміщення (більш, ніж $0.5t$, де t – товщина стінки оболонки), а також відповідна форма втрати стійкості у вигляді вм'ятин і випин поверхні оболонки (рис.5.10).

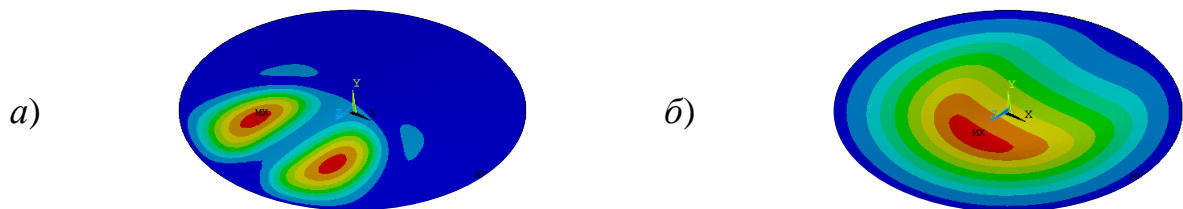
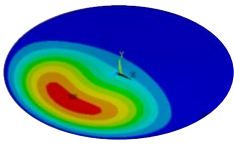
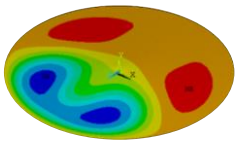
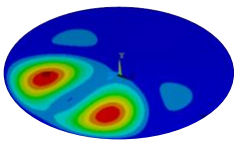
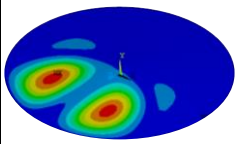
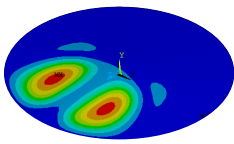


Рисунок 5.10 – Форми деформованої поверхні пологої конічної оболонки ($\alpha = 4^\circ$ $R/h = 500$) при значенні прикладеного до поверхні тиску $q = q^{lim}$ на докритичній (а) і висхідній закритичній (б) рівноважних гілках

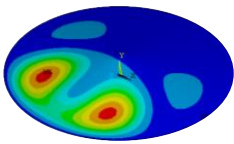
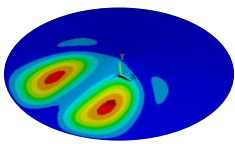
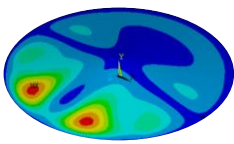
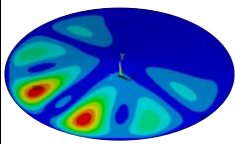
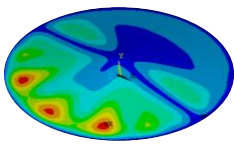
Дослідження процесу деформування та стійкості оболонки при дії вітрового навантаження у ході рішення задачі геометрично нелінійного деформування здійснювалося за двома варіантами. Перший варіант передбачає моделювання вітрового тиску як статичний тиск на оболонку згідно до раніше прийнятої залежності (5.1). В такому випадку, рішення нелінійної задачі

стійкості проводиться згідно з методом Ньютона-Рафсона, який закладений в основу програмного комплексу ПК ANSYS. Другий варіант передбачає моделювання вітрового тиску шляхом використання вбудованих функцій ПК ANSYS, які дозволяють задавати вітровий вплив не як статичне навантаження, а як потік газу, де оболонка піддається аеростатичному тиску при русі повітряної маси. У цьому випадку задаються фізичні характеристики повітряної маси, такі як щільність, в'язкість і швидкість руху повітряної маси.

Таблиця 5.4 – Форми втрати стійкості (ФВС), отримані при рішенні задачі геометрично нелінійного деформування для пологих конічних оболонок з параметрами $\alpha = 4^\circ$ та $R/h = 100, 200, 300, 400$ та 500 .

ФВС					
R/h	100	200	300	400	500
$q^{lim},$ кПа	123.10	25.99	11.09	7.03	4.63

Таблиця 5.5 – Форми втрати стійкості (ФВС), отримані при рішенні задачі геометрично нелінійного деформування для пологих конічних оболонок з параметрами $\alpha = 10^\circ$ та $R/h = 100, 200, 300, 400$ та 500 .





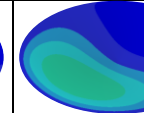
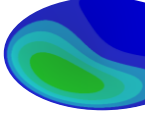
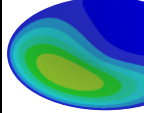
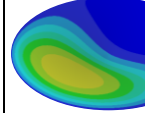
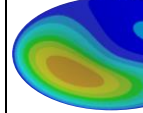
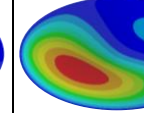
ФВС					
R/h	100	200	300	400	500
$q^{lim},$ кПа	612.7	178.8	33.82	16.21	9.62

При розв'язанні нелінійної задачі відповідно до першого варіанту постановки нелінійної задачі були отримані значення граничного тиску q^{lim} . З метою детального аналізу отриманих значень нелінійної задачі для пологих конічних оболонок, у таблицях 5.4 та 5.5 приведені значення граничного тиску для оболонок заданої геометрії, а також відповідні їм форми втрати стійкості.

В таблицях 5.4 та 5.5 відображені величини граничного тиску q^{lim} в залежності від параметра R/h , який змінюється в межах $R/h = 100...500$, для оболонок з кутом нахилу твірної відносно площини основи $\alpha = 4^\circ$ і 10° . Слід відзначити значне збільшення величини граничного тиску в 26 разів для оболонки з $\alpha = 4^\circ$ і в 63 рази для оболонки з $\alpha = 10^\circ$ при зміні параметру R/h від 500 до 100. Значення граничного тиску q^{lim} перевищують значення граничного та експлуатаційного вітрового навантаження, отриманого по нормативним формулам (5.2–5.3).

У ході виконання розрахунків другого етапу, вдалося виконати моделювання впливу тиску від вітрового навантаження на пологу конічну тонкостінну оболонку використовуючи вбудовану функцію ПК ANSYS, яка дозволяє проводити розрахунок оболонки в потоці газу. Протягом всього процесу розрахунку деформацій пологої конічної оболонки при дії на неї потоку газу, який рухається горизонтально, перпендикулярно осі обертання твірної оболонки і паралельно площині основи оболонки, відбувається плавне деформування поверхні оболонки. Покроковий процес деформації поверхні оболонки відображено в таблиці 5.6, де показано форми оболонки від повністю ненавантаженої до повністю навантаженої. Інтенсивність руху потоку описує швидкість потоку – від 0 для штилю та 1 для ураганного вітру..

Таблиця 5.6 – Деформування поверхні пологої конічної оболонки в процесі переходу від ненавантаженої до повністю навантаженої тиском від повітряних мас, що рухаються, з інтенсивністю від штилю (0) до урагану (1)

Форма оболонки					
Інтенсивність руху потоку	0.00	0.11	0.22	0.33	0.44
Форма оболонки					
Інтенсивність руху потоку	0.55	0.66	0.77	0.89	1.00

5.6. Аналіз результатів чисельного експерименту

Як вже зазначалося раніше, у ході виконання дослідження процесу деформування та втрати стійкості пологих конічних оболонок при дії тиску від вітрового навантаження у середовищі ПК ANSYS було отримано наступні дані. Результатом рішення лінійної задачі стійкості (біфуркації) являють собою значення критичного тиску q^{cr} з відповідною формою втрати стійкості. Результатом рішення задачі геометрично нелінійного деформування являють собою значення граничного тиску q^{lim} з відповідною йому формою втрати стійкості. Окрім цього, дослідження процесу геометрично нелінійного деформування пологої конічної оболонки проводилося у два етапи. Перший етап полягав у моделюванні дії на оболонку статичного навантаження з розподіленням інтенсивності прикладеного до поверхні тиску відповідно до залежності (5.1), а другий етап – у моделюванні дії на поверхню пологої конічної оболонки дії повітряного потоку, інтенсивність дії якого змінювалась від повного штилю до урагану, як відображено у таблиці 5.6.

Значення критичного тиску q^{cr} представлені у таблицях 5.2 та 5.3 для пологих конічних оболонок з кутами нахилу утворюючої $\alpha = 4^\circ$ та 10° відповідно, а значення граничного тиску q^{lim} представлені у таблицях 5.4 та 5.6 для тих же серій зразків пологих конічних оболонок. Відповідні їм форми втрати стійкості також представлені у названих таблицях. Тепер перейдемо до детальнього аналізу отриманих результатів.

Загальний вигляд залежності « $q^{cr}-R/h$ » та « $q^{lim}-R/h$ » – низхідна крива, тобто значення критичного q^{cr} та граничного q^{lim} тисків зменшуються при поступовому збільшенні параметру R/h , що є логічним та загальновідомим фактом – при постійному значенні радіусу основи R та α – куту нахилу утворюючої оболонки відносно площини її основи, збільшення значення товщини стінки оболонки h приводить до збільшення несучої здатності оболонки, і навпаки – зменшення товщини стінки оболонки h приводить до падіння несучої здатності оболонки. Залежність « $q^{cr}-R/h$ » та « $q^{lim}-R/h$ » близька

до гіперболи за своїм зовнішнім виглядом, що підтверджується нерівномірним зменшенням значень несучої здатності пологої конічної оболонки відповідно до даних, приведених у таблицях 5.2 – 5.5. Найбільш різкі падіння несучої здатності спостерігаються для тих пологих конічних оболонок, у яких параметр $R/h = 100, 200$ та 300 . У свою чергу, зменшення несучої здатності при переході від пологих конічних оболонок з параметром $R/h = 300, 400$ та 500 набагато менше. Розглянемо відносну величину падіння несучої здатності двох серій пологих конічних оболонок – кут $\alpha = 4^\circ$ (серія №1) та $\alpha = 10^\circ$ (серія №2), порівнюючи значення критичного q^{cr} та граничного q^{lim} тисків для оболонок з параметром $R/h = 100$ та 500 , з округленням до нижнього цілого. Для оболонок серії №1 відносне падіння значення критичного q^{cr} тиску складає 12 разів, граничного q^{lim} тиску – 26 разів. Для оболонок серії №2 відносне падіння значення критичного та граничного тиску складає 58 та 63 рази відповідно. Звісно, різниця між кутами нахилу утворюючої α двох серій пологих конічних оболонок значна, що і відображається у величинах відносного падіння значень критичного q^{cr} та граничного q^{lim} тисків – 12 та 26 разів для першої серії, 58 та 63 для другої серії відповідно. Але слід розглянути більш детально і порівняти між собою значення критичного тиску для двох серій оболонок для усіх п'яти значень параметру R/h .

Вибір значень саме критичного q^{cr} тиску для подальшого порівняння обумовлений тим, що вони менші по своєму модулю за значення граничного тиску q^{lim} для обох серій оболонок, тому саме значення критичного тиску q^{cr} визначають значення несучої здатності пологих конічних оболонок в рамках даного чисельного дослідження їх процесу деформування та втрати стійкості.

Отже, падіння несучої здатності пологих конічних оболонок серії №1 при поступовому збільшенні параметру R/h від 100 до 200 складає 3.01 рази, від 200 до 300 – 1.86 рази, від 300 до 400 – 1.56 рази та від 400 до 500 – 1.4 рази. Для пологих конічних оболонок серії №2 падіння несучої здатності оболонок складає 5.99, 2.74, 2.07 та 1.74 рази відповідно. Отримані відносні величини падіння несучої здатності опираються на дані, представлені у таблицях 5.2-5.3, і

отримані шляхом порівняння значення несучої здатності оболонки на попередньому кроці з наступним. Додатково слід приймати до уваги відносне падіння власної ваги пологих конічних оболонок – загальне падіння маси оболонки у 5 разів при переході від оболонки з параметром $R/h = 100$ до оболонки з $R/h = 500$, тобто збільшення або зменшення несучої здатності пологої конічної оболонки відбувається більш різкими темпами, ніж зміна власної ваги оболонки. Відносна величина зменшення або збільшення власної ваги оболонки отримана наступним чином – при постійній геометрії оболонки, окрім товщини або радіусу основи, відношення між параметрами R/h для двох оболонок виступає відношенням між їх власною вагою, приймаючи до уваги ідеалізовану геометрію оболонок та нехтуючи затратами матеріалу на з'єднання елементів конструкції оболонки між собою та іншими елементами споруд та конструкцій, з якими взаємодіє полого конічна оболонка – наприклад, стінки силосу або силовий каркас машин та механізмів. Графіки залежності значення граничного q^{lim} та критичного q^{cr} тиску від параметру R/h розглянутих двох серій оболонок приведені на рисунку 5.11, де трикутним маркером відображені значення критичного тиску q^{cr} , а квадратними – граничного тиску q^{lim} . Маркери з'єднані між собою лініями для більш чіткого візуального сприйняття.

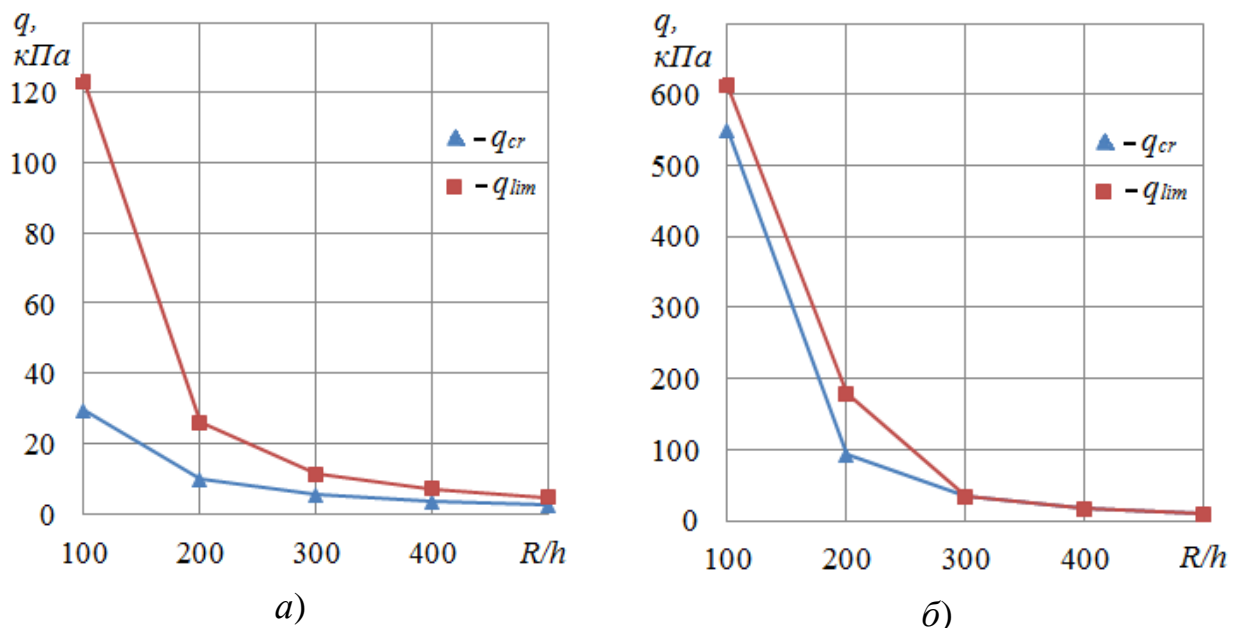


Рисунок 5.11 – Залежність « $q_{cr}, q_{lim} - R/h$ » для оболонок з $\alpha = 4^\circ$ (а) та $\alpha = 10^\circ$ (б)

Далі, розглянемо модель втрати стійкості при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації) та задачі геометрично нелінійного процесу деформування оболонки. Загальний вид деформованої поверхні оболонки – наявність вм'ятин та випин, які згруповані з певною періодичністю в області притискання на поверхні пологої конічної оболонки, і ця область розташована у області зустрічі вітрового потоку з поверхнею оболонки, про що свідчать форми втрати стійкості, приведені у таблицях 5.2 – 5.5, які отримано при моделюванні впливу вітрового навантаження як статичного навантаження, так і в таблиці 5.6, які отримано при моделюванні вітру як потоку газів, у якому знаходиться досліджувана полого конічна оболонка.

Відміна між формами втрати стійкості пологих конічних оболонок, отриманих різними методами, полягає у наступному. Форма втрати стійкості, отримана в результаті рішення лінійної задачі стійкості (біфуркації), має найбільшу кількість вм'ятин та випин. Форма втрати стійкості, отримана при рішенні задачі геометрично нелінійного процесу деформування оболонки, має меншу кількість вм'ятин та випин, але ця різниця складає не більше двох, максимум трьох вм'ятин та випин в цілому. І, нарешті, форма деформованої поверхні оболонки при моделюванні розглянутої пологої конічної тонкостінної оболонки у потоці повітря, що рухається вздовж оболонки, має найменшу кількість вм'ятин, і складається з однієї великої вм'ятини зі сторони області зустрічі поверхні оболонки з повітряним потоком.

На відміну від кількості вм'ятин та випин на кожній з форм, загальна площа, яку займають вм'ятини та випини на поверхні пологих конічних оболонок, залишається практично незмінною. Також не змінюється область розташування вм'ятин та випин на поверхні оболонки, що підтверджує адекватність отриманих результатів та відповідає попереднім очікуванням від результатів чисельного експерименту, проведеного у середовищі ПК ANSYS.

Далі, розглянемо створену модель розподілення інтенсивності тиску від вітрового навантаження на поверхню пологої конічної тонкостінної оболонки, що приведена на рисунках 5.2 та 5.4, що, у свою чергу, опирається на

тригонометричну залежність (5.1) з врахуванням додаткових коефіцієнтів зі схем на рисунках 5.3 та 5.4. Загальний вигляд розподілення інтенсивності прикладеного до поверхні оболонки тиску описано у попередніх підрозділах цього розділу, і звучить він наступним чином. Значення прикладеного до поверхні оболонки тиску змінюється від найбільшого позитивного (притискання) до найбільшого негативного (відрив) при зміщенні точки, де розраховується значення та знак прикладеного до поверхні тиску, від області зустрічі пологої конічної оболонки з потоком повітря до протилежної сторони, а також інтенсивність прикладеного до поверхні оболонки тиску зменшується при русі вздовж утворюючої оболонки від основи оболонки до її вершини.

Описана модель розподілення інтенсивності прикладеного тиску створена у першому наближенні, та має у свої основі спрощену модель розподілення інтенсивності тиску від вітрового навантаження для сфер та циліндрів [10]. Дана модель дозволяє оцінити характер деформацій та форми втрати стійкості попередньому аналізу реальних конструкцій, до складу яких входять пологі конічні тонкостінні конструкції, або конструкцій та споруд, що проектуються.

Додатково слід відмітити два моменти, що пов'язані з подальшим покращенням та розвитком моделі вітрового навантаження на полого конічну тонкостінну оболонку при дії вітрового навантаження. По-перше, дана модель створена для моделювання впливу вітрового навантаження на поверхню пологої конічної оболонки у першому наближенні, тобто можливе її подальше уточнення та розвиток зі спрощеної моделі до більш складного вигляду, враховуючий турбулентний рух потоку повітря. По-друге, для врахування турбулентності при русі повітряного потоку вздовж пологої тонкостінної конічної оболонки, необхідно провести серію фізичних іспитів в аеродинамічній трубі пологих конічних оболонок з високим параметром відношення радіусу основи R до товщини стінки оболонки h . Параметр R/h у цьому випадку повинен бути більшим за 500, ідеальним же варіантом буде оболонка з параметром $R/h = 1000$ або 2000, у зв'язку з низьким значенням несучої здатності та легшим спостереженням за процесом її деформування.

5.7. Адаптація отриманих результатів в умовах, наближених до реальних до діючих норм.

В даній роботі, згідно до нормативних документів, було прийнято положення, згідно з яким вітровий вплив на пологу тонкостінну конічну оболонку розкладається на складові, серед яких: 1) складова, що діє по нормалі до поверхні оболонки, 2) складова, що діє по дотичній до поверхні оболонки, 3) складова, що створює внутрішній тиск усередині конструкції. В рамках проведеного експерименту було прийнято рішення розглядати виключно нормальну до поверхні складову у зв'язку з ідеалізацією випробуваної моделі оболонки.

На рисунку 5.12 схематично зображено узагальнену нормальну і дотичну складову вітрового впливу на поверхню оболонки з метою наочної демонстрації вищесказаного допущення.

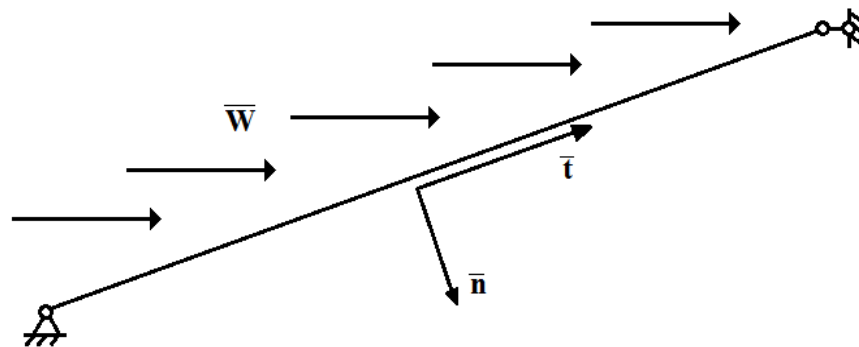


Рисунок 5.12 – Схематичне зображення узагальнених нормальної та дотичної складової тиску від вітрового навантаження на поверхню пологої тонкостінної конічної оболонки; схема приведена для половини перерізу по утворюючій оболонки площиною, що проходить через вісь оболонки

При необхідності адаптації отриманих в результаті проведення чисельного експерименту значень критичного і граничного тиску, що діють на оболонку по нормалі до поверхні, слід керуватися наступною нижчезазначеною залежністю (5.4), а для визначення швидкості потоку повітряних мас, що

проходять вздовж пологої конічної оболонки слід керуватися залежністю (5.5). До того ж, приведені залежності застосовуються для аналізу та прогнозування дії вітрового навантаження на поверхню пологої конічної оболонки, спираючись на результати розрахунків за створеною моделлю вітрового навантаження у першому наближенні, яка описана у попередніх підрозділах даного розділу.

$$W = n / \cos(90^\circ - \alpha - \beta), \quad (5.4)$$

де W – величина вітрового тиску, що діє на оболонку,

n – нормальна складова вітрового тиску,

α – кут нахилу твірної оболонки до площини підстави,

β – кут нахилу вітрового впливу відносно площини підстави оболонки.

Також, з метою інтерпретації отриманих величин критичного і граничного тиску до діючих норм, слід керуватися першим наближенням за Савицьким Г. А. для опису властивостей вітрового впливу [88]:

$$W = \rho * V * V, \quad (5.5)$$

де W – сила вітрового впливу на 1 м^2 поверхні,

ρ – густина повітряного потоку,

V – швидкість вітрового потоку.

Слід зазначити, що перше наближення (5.5) відноситься до вітрового впливу, що надає тиск на поверхню, яка перпендикулярна до осьової лінії вітрового потоку. Тоді як залежність вітрового тиску від нормальної складової (5.4) дає нам змогу приблизно оцінити величину значення вітрового тиску, що впливає на конічну оболонку, залежність (5.5) дозволяє нам виявити наближену швидкість чинного вітрового потоку, при якому є можливим реалізація втрати стійкості досліджуваної моделі оболонки.

Таким чином, використовуючи дані залежності є можливим інтерпретувати отримані результати чисельного експерименту для оболонок заданої геометрії з метою їх подальшого порівняння та аналізу в рамках експериментів, що проводяться в реальних і наближених до реальних умов.

5.8. Висновки по розділу 5

У ході виконання чисельного дослідження процесу деформації та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при дії вітрового навантаження на поверхню оболонки, змодельованого у програмному середовищі ПК ANSYS, отримано наступні висновки:

1. Отримано модель навантаження (у першому наближенні) та схему розподілення інтенсивності нормальної складової тиску від вітрового навантаження на поверхню пологої конічної тонкостінної оболонки. Дана модель описується тригонометричною залежністю $q = f(\alpha) = \cos(\alpha)$, де α – це кут між проекцією утворюючої оболонки на площину основи оболонки та віссю потоку повітряних мас, що рухаються горизонтально вздовж пологої конічної оболонки. Дана модель дозволяє розрахувати інтенсивність прикладеного до поверхні тиску у будь-якій точці на поверхні оболонки, та описує зміну значення та знаку прикладеного до поверхні оболонки тиску як в окружному напрямку, так і при русі вздовж утворюючої оболонки від її основи до вершини.

2. Досліджено процес деформування та втрати стійкості пологої конічної тонкостінної оболонки при дії вітрового навантаження як в статичній постановці, при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації) та задачі геометрично нелінійного деформування, так при аеродинамічному моделюванні дії потоку повітряних мас в середовищі ПК ANSYS. Виконано порівняльний аналіз отриманих результатів рішення вищевказаних задач – усі форми втрати стійкості, отримані при рішенні задач деформування як у статичній постановці, так і при аеродинамічному моделюванні у середовищі ПК ANSYS, узгоджуються між собою та подібні за характерними признаками, які полягають у наступному. Розташування вм'ятин та випин на поверхні пологих конічних оболонок та загальна площа, яку вони займають, співпадають для усіх оболонок кожної серії, а відмінність полягає лише у кількості вм'ятин та випин і, як наслідок, щільності їх розташування. Отримані результати свідчать про те, що саме рішення лінійної задачі стійкості (біфуркації) є ключовим розрахунком при визначенні несучої здатності пологої конічної оболонки при дії вітру.

3. Розроблено процедуру адаптації результатів, отриманих завдяки застосуванню моделі вітрового навантаження на поверхню оболонки, до нині існуючих норм та правил, з метою їх адекватної інтерпретації та якісного аналізу результатів розрахунку процесу деформування та втрати стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок. Завдяки цьому є можливість виконувати аналіз як інтенсивності прикладеного до поверхні оболонки тиску у результаті дії вітрового навантаження, так і прогнозування швидкості руху повітряних мас, при яких допускається втрата стійкості пологої конічної оболонки, опираючись на результати лінійної задачі стійкості (біфуркації).

4. Виконано аналіз залежності несучої здатності пологих конічних оболонок від параметру R/h та відповідний вплив на значення власної ваги вказаних пологих конічних оболонок. При зменшенні величини параметру R/h від 500 до 100 спостерігається поступове збільшення як несучої здатності пологої конічної оболонки, так і величини власної ваги. Слід звертати увагу на те, що значення несучої здатності оболонки зростає з більшою інтенсивністю, ніж значення власної ваги, що також дозволяє оцінити раціональність зміни параметру R/h з огляду на значення несучої здатності пологої конічної оболонки та власною вагою конструкції, яка впливає на ряд сторонніх параметрів, таких, як собівартість виробництва, транспортування, монтаж та подальша експлуатація конструкції, що проектується.

Вищесказане дозволяє заключити висновок про теоретичну та практичну важливість та цінність дослідження задач процесу деформації та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при дії вітрового навантаження, та підтверджує можливість використання ПК ANSYS для рішення цих задач у його чисельному середовищі.

5.9. Список використаних джерел у розділі 5

У розділі 5 використані джерела [10, 79, 88, 90]. Їх найменування представлені у загальному списку використаних джерел.

ВИСНОВКИ

У дисертації зроблено теоретичне узагальнення і запропоновано нове рішення науково-практичної задачі встановлення нових якісних і кількісних даних про деформацію і випучування при зовнішньому тиску пружних пологих замкнутих кругових конічних оболонок при неоднорідному НДС періодично дискретному та однорідному закріпленні краю оболонки (рухомий та нерухомих шарнір). Основні найважливіші висновки за результатами роботи:

1. Досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих тонкостінних оболонок за умови періодично неоднорідного в окружному напрямку НДС при дії зовнішнього однорідного нормального тиску у ході виконання чисельного моделювання. Причиною періодично неоднорідного НДС виступала періодична дискретність закріплення краю розглянутих оболонок, яка полягала у наступному – ділянки з шарнірно нерухомим закріпленням чергувалися з рівними за довжиною та кількістю ділянками з шарнірно рухомим закріпленням краю, що, в певних випадках, реалізується на практиці. У класі тонкостінних конусів ($R/h = 400$) при кутах $\alpha = 2^\circ - 10^\circ$ небезпечними для оболонок при нерухомому шарнірному закріпленні основи є критичні тиски лінійної задачі стійкості q_{cr} , котра легко вирішується аналітично або програмно з використанням простих ПК. Однак, у випадку неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки, обумовленому періодично неоднорідним закріпленням, з високим ступенем вірогідності проявляється ефект статичного резонансу. Результатом цього резонансу може бути заміна небезпечних навантажень: критичний тиск лінійної задачі стійкості q_{cr} заміниться граничним тиском геометрично нелінійної задачі q_{lim} .

2. Досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок при періодично неоднорідному в окружному напрямку НДС при дії зовнішнього нормального однорідного тиску у ході виконання серії фізичних експериментів. Експерименти проводилися над малогабаритними зразками пологих конічних оболонок, виконаних з паперу для креслень. Підтверджено наявність ефекту статичного резонансу, який

проявляється в рамках фізичного експерименту у вигляді різкого падіння несучої здатності зразків зі збільшенням докритичних деформацій. Осереднена відповідність між значеннями несучої здатності оболонок, отриманими у ході виконання експериментів та чисельного моделювання, складає 76%, що є показником задовільної відповідності.

3. Знайдено та описано залежність (на основі даних чисельного моделювання та серії фізичних експериментів), яка дозволяє прогнозувати виникнення статичного резонансу для пологих кінцевих оболонок при зовнішньому тиску з періодично неоднорідним НДС на основі рішення двох значно простіших лінійних задач. Зокрема, статичний резонанс реалізується при змінності НДС кінцевої оболонки в окружному напрямку, яка відповідає пів-сумі числа хвиль першої форми власних коливань ненавантаженої оболонки та числа хвиль при рішенні лінійної задачі стійкості цієї оболонки при зовнішньому рівномірному тиску. В обох випадках ці розрахунки необхідно проводити за умови однорідного нерухомого шарнірного закріплення краю оболонок. ПК ANSYS можливо застосовувати для розрахунку несучої здатності реальних конструкцій та прогнозування впливу ефекту статичного резонансу на їх поведінку.

4. Досліджено процес деформування та випучення пологих тонкостінних оболонок при дії комбінованого навантаження зовнішнім нормальним однорідним тиском та сконцентрованою у точці силою, що змінює своє місце розташування у просторі відносно утворюючої оболонки, у ході виконання чисельного моделювання у середовищі ПК ANSYS. При комбінованому навантаженні рівномірний нормальний зовнішній тиск відтворює собою дію снігового навантаження, а сконцентрована у точці сила – дію ваги людини або будь-якої конструкції, що влаштовується на оболонці. Знайдено залежності несучої здатності оболонок в залежності від розташування точки прикладання сконцентрованої сили, завдяки чому є можливість прогнозувати поведінку пологих тонкостінних оболонок за умов комбінованого навантаження.

5. Створено лінійну та нелінійну модель розрахунку стійкості оболонки при впливі вітрового навантаження, згідно до яких відбувався розрахунок під час дослідження. Створено перше нелінійне наближення для моделювання вітрового навантаження як статичний тиск, що характеризує нелінійну дію потоку вітру на розглянуту оболонку. Розглянуто поведінку оболонки при розв'язанні нелінійної задачі в двох варіантах – шляхом моделювання вітрового впливу як у вигляді статичного тиску, так і у вигляді потоку газу. Наведені залежності критичного і граничного тиску в залежності від параметра тонкостінних R/h для оболонок заданої геометрії, а також відповідні форми втрати стійкості. Визначено механізм втрати стійкості для пологих конічних тонкостінних оболонок при параметрі $R/h = 100...500$ і $\alpha = 4^\circ$ і 10° . Отримані результати порівняні з даними у нормативних документах України, завдяки чому можливо стверджувати, що подібних розрахункових моделей для конічних оболонок не приведено у розглянутих ДБН.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аверин А. Н. Расчет прочности пологой оболочки в системе MAPLE. *Науч. вестн. Воронежск. гос. архит.-строит. ун-та. Серия «Соврем. методы стат. и динам. расчета зданий и сооруже-й»*. Выпуск № 1, 2004. С. 100-107.
2. Алумяэ Н. А. Об определении состояний равновесия круговой конической оболочки при осесимметричных нагрузках. *Прикладная математика и механика*. Том 7, Выпуск №5, 1953. С. 23-26.
3. Артюхин Ю. П. Развитие метода граничных элементов в линейных и нелинейных задачах теории пластин и оболочек. *Тр. 18 Междунар. конф. по теории оболочек и пластин*, Том 3, 1997. С. 3-9.
4. Бабич Д. В. О связи критических значений давления для всесторонне обжатых выпуклых оболочек вращения с интегральными геометрическими параметрами. *Прикл. мех.* Выпуск № 7, 1998. С. 49-56.
5. Бабич Д. В. Устойчивость конических оболочек с малыми искривлениями. *Прикл. мех.* Выпуск № 2, 1999. С. 36-40.
6. Бабич Д. В. О связи критических нагрузок радиально обжатых оболочек нулевой гауссовой кривизны с интегральными геометрическими параметрами. *Доп. Нац. АН України*. Выпуск № 8, 1999. С. 47-51.
7. Балабух Л. И. Изгиб и кручение конических оболочек. *Тр. ЦАГИ*. Выпуск №577, 1946. С. 64.
8. Балабух Л. И. Расчет на прочность конических кессонов. *Тр. ЦАГИ*. Выпуск № 640, 1947. С. 55.
9. Балабух Л. И., Колесников К. С. и др. Основы строительной механики ракет М.: Высшая школа, 1969. 496 с.
10. Бессмертный Я. О., Красовський В. Л. Аналіз деформування та стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні рівномірним тиском та сконцентрованою у точці силою у середовищу програмного комплексу ANSYS. *Bulletin of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*. Issue №79, 2020. P. 27-33.

11. Булатов С. Н. Решение некоторых прикладных задач теории конических оболочек сложной геометрии. *Пробл. машиностр. и надеж. машин.* Выпуск № 5, 2000. С. 102-108.
12. Булатов С. Н. Напряженно-деформированное состояние конической оболочки сложной геометрии. *Тр. 18 Междунар. конф. по теории оболочек и пластин*, 29 сент. - 4 окт., Том 3, 1997. С. 24-29.
13. Валишвили Н. В. Методы расчета оболочек на ЭЦВМ М.: Машиностроение, 1976. С. 278.
14. Валишвили Н. В. Неосесимметричные задачи пологих оболочек вращения при конечных перемещениях. *Труды X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин.* Тбилиси: Изд-во «Мецниерба». Том 1, 1975. С. 539-551.
15. Варяничко М. А., Красовский В.Л. Поведение пологих усеченных конических оболочек при внешнем поперечном давлении. *«Теоретические основы строительства».* Выпуск №12, 2004. С. 611-616.
16. Варяничко М. А. Влияние условий закрепления на несущую способность пологих осесимметричных покрытий при внешнем давлении. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури.* Выпуск №10, 2004. С. 25-31.
17. Варяничко М. А. Деформирование и выпучивание пологого осесимметричного покрытия при внешнем давлении. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури.* Выпуск №9, 2004. С. 23-32.
18. Варяничко М. А., Стукалова И. А. К вопросу определения критического давления пологих замкнутых упругих конических оболочек. *Теоретичні основи будівництва.* – Выпуск №15, 2007. С. 687-690.
19. Варяничко М. А., Стукалова И. А. Несущая способность пологих осесимметричных составных оболочек при внешнем давлении. *Тези доповідей.* Харків: Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут». 2004. С. 69.

20. Варяничко М. А. Опасные нагрузки для пологих конических оболочек при внешнем давлении. В сб. *V межд. симп. «Безопасность жизнедеятельности в XXI веке»*. 2005. С. 62-63.
21. Варяничко М. А. Устойчивость при внешнем давлении пологих конструкций, состоящих из конических оболочек. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. Выпуск №3, 2005. С. 24-32.
22. Варяничко М. А. Лихачева О. В., Заярная Е. В. Влияние характера приложения нагружения на критическое давление осесимметричных пологих тонкостенных конструкций *Theoretical Foundations of Civil Engineering* Warsaw, 2008. P. 373 376
23. Варяничко М. А. Деформирование и устойчивость упругих составных пологих тонкостенных осесимметричных конструкций при внешнем давлении: дис. канд. техн. наук. 05.23.17 Днепропетровск, 2007. С.155.
24. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложение к технике М.: Гостехиздат, 1949. С.756.
25. Вольмир А. С. Гибкие пластины и оболочки М.: Гостехиздат, 1956. С.419.
26. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем М.: Наука, 1967. С.984.
27. Ворович И. И., Лебедев Л. П. О корректности задачи статики нелинейной теории упругих пологих оболочек *Прикл. мат. и мех.* 4. Том 62, 1998. С. 678-682.
28. Выборнов В. Г., Сваченков А. В. Теоретическое и экспериментальное исследование устойчивости конических оболочек. В кн.: *Исследования по теории пластин и оболочек*. Казань: Изд-во Казанского ун-та. Выпуск VI-VII, 1968. С. 451-480.
29. Выборнов В. Г. Экспериментальное исследование устойчивости замкнутых конических оболочек под действием равномерного внешнего давления. В кн.: *Исследования по теории пластин и оболочек*. Казань: Изд-во Казанского ун-та. Выпуск V, 1967. С. 286-297.

30. Галимов К. З. Основы нелинейной теории тонких оболочек Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1975. С.326.
31. Гениев Г. А., Чаусов Г. А. Некоторые вопросы нелинейной теории устойчивости пологих металлических оболочек М., Стройиздат. Выпуск13, 1954 С. 51.
32. Гизатуллина Г. С. Исследование устойчивости усеченных конических оболочек эллиптического поперечного сечения при различных типах нагружения : автореф. дис. на здобуття ступеня кандидата техн. наук 01.02.04. “Механика деформируемого твердого тела”– Казань, 1999. С. 17.
33. Голованов А. И., Корнишин М. С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек Казань: Казанский физ.-тех. институт, 1989. С.269.
34. Горлач С. Поведение пологой конической оболочки, расположенной на упругом основании, при внешнем давлении *Theoretical Foundations of Civil Engineering* Warsaw 2005. P. 107-112.
35. Городецкий Д. А., Барабаш М. С., Водопьянов Р. Ю. Программный комплекс ЛИРА-САПР® 2013. Учебное пособие К.-М.: Электронное издание, 2013г. С.376.
36. Гречанинов И. П. Расчет на устойчивость пологих оболочек. *Труды 36 чтений, посвященных разработСЕ научного наследия и развитию идей К. Э. Циолковского*, Калуга, 18-20 сент., 2002. С. 109-113.
37. Грибов А. П. Исследование нелинейного деформирования пластин и пологих оболочек методом граничных элементов *Вестн. УлГТУ*. Выпуск №1, 1999. С. 52-62.
38. Грибов А. П. Решение задач нелинейного деформирования пологих оболочек методом граничных элементов *Тр. 18 Междунар. конф. по теории оболочек и пластин*, Саратов, 29 сент. 4 окт., 1997. С. 49-54.
39. Грибов А. П., Малахов В. Г. Алгоритм расчета гибких пологих оболочек с использованием прямого метода граничных элементов. *Тр. 18 Междунар.*

- конф. по теории оболочек и пластин*, Саратов, 29 сент. 4 окт., 1997. С. 54-59.
40. Грибов А. П., Столяров Н. Н., Куканов Н. И. Об одном алгоритме расчета пластин и пологих оболочек методом граничных элементов *Вестн. УлГТУ*. Выпуск №2, 2000. С. 47-54.
41. Григолюк Э. И., Кабанов В. В. Устойчивость оболочек М.: Наука, 1978. С.359.
42. Григолюк Э. И., Мальцев В. П., Мяченков В. И. Об одном методе решения задач устойчивости и колебаний оболочек вращения. *Механика твёрдого тела*. Выпуск №1, 1971. С. 9-19
43. Григоренко А. Я., Мальцев С. А. Решение задач о свободных колебаниях конических оболочек переменной толщины. *Доповіди Національної академії наук України*. Выпуск №7, 2009. С. 63-69.
44. Григоренко А. Я., Мальцев С. А. О свободных колебаниях ортотропных конических оболочек переменной в двух направлениях толщины. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*. Выпуск №11, 2009. С. 60-66.
45. Григоренко Я. М., Мукоед А. П. Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ Киев: Вища школа, 1983. С.286.
46. Григоренко Я. М., Цыбульник В. А. Анализ напряженно-деформированного состояния конических оболочек переменной в двух направлениях толщины при различных граничных условиях и сохранении веса. *Прикл. мех.* Выпуск № 3, 2006. С. 70-79.
47. Григоренко Я. М., Цыбульник В. А. К решению задачи статики конических оболочек переменной в окружном направлении толщины с применением дискретных рядов Фурье. *Прикл. мех.* Выпуск № 9, 2005. С. 26-37.
48. Грищак В. З., Ющенко Ю. Н. Экспериментальное исследование устойчивости конических оболочек при растяжении и внешнем давлении. *Теория оболочек и пластин. Всесоюзная конференция по теории оболочек и пластин*. Ростов-на-Дону, 1973. С. 280-284.

49. Евдокимов Е. В., Сафронов В. С., Туркин И. К. Исследование несущей способности конических оболочечных конструкций с вырезом. *Материалы 10 Международного симпозиума "Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред"*, Ярополец, 9-13 февр., 2004. С. 75-76.
50. Запорожец Е. В. Расчет методом конечных элементов осесимметричного изгиба гибких конических оболочек. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. Выпуск №3, 2004. С. 24-29.
51. Зенкевич О. С. Метод конечных элементов в технике и машиностроении. М.: Мир, 1975. С.544.
52. Кантор Б. Я. Закрытая осесимметричная деформация пологой конической оболочки Сб. *Самолетостроение и техн. возд. флота*. Выпуск №12, 1967. С. 73-77.
53. Кантор Б. Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек Киев: *Наук. думка*, 1971. С. 136.
54. Кантор Б. Я., Афанасьева Л. М. Деформация гибкой конической оболочки переменной толщины. *Инж. журн. Механика твердого тела*. Выпуск №3 1968. С. 154-157.
55. Кантор Б. Я. Вариационно-сегментный метод в нелинейной теории оболочек Киев: *Наук. думка*, 1982. С.135.
56. Кантор Б. Я. Миткевич В. М., Шишкина Э. С. К расчету тонкостенных конструкций вращения методом конечных элементов Харьков, 1976. С.59.
57. Кармишин А. В., Лясковец В. А., Мяченков В. И., Фролов А. Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций М.: *Машиностроение*. 1975. С.376.
58. Каюк Я. Ф. Геометрически нелинейные задачи теории пластин и оболочек К.: *Наук. думка*, 1987. С.208.
59. Клименко Ф. Є., Барабаш В. М., Стороженко Л. І. Металеві конструкції Львів: Світ, 2002. С.312.

60. Клочков Ю. В., Николаев А. П., Гуреева Н. А. Совершенствование расчетов оболочек МКЭ в нелинейной постановке *Изв. вузов. Машиностр.* Выпуск № 5, 2003. С. 15-22.
61. Коваленко А. Д., Григоренко Я. М., Ильин Л. А. Теория тонких конических оболочек и её приложение в машиностроении Киев: *Изд-во АН УССР*, 1963. С.287.
62. Кожевников В. А., Косоруков С. Н. Несущая способность сферических и конических оболочек при осесимметричном нагружении *Межотраслевая научно-практическая конференция "Снежинск и наука"*. Снежинск: Изд-во СФТИ, 2000. С. 55-57.
63. Коновалова О. Н. Моделирование изгиба составных пластин и пологих оболочек при различных краевых условиях опирания: автореф. дис. на здобуття ступеня кандидата техн. наук : спец. 05.13.16 "Применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях (по отраслям наук)". Тюмен. гос. ун-т. Тюмень, 1999. С. 23.
64. Корнишин М. С. Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения М.: Наука, 1964. С. 192.
65. Красовский В. Л. Устойчивость пологих конических оболочек при внешнем давлении в физическом и численном эксперименте. *Новини науки Придніпров'я. Серія „Інженерні науки"*. Выпуск №2, 2005. С. 20-31.
66. Красовский В. Л., Варянично М. В. Экспериментальное и теоретическое исследование устойчивости замкнутых пологих конических оболочек при внешнем давлении эксперименте. *Теоретичні основи будівництва.-* Выпуск №13, 2005. С. 175-188.
67. Красовский В. Л. О явлении «статического резонанса» в тонкостенных цилиндрических оболочках. *Новини науки Придніпров'я.* Выпуск №6, 2004. С. 54-64.
68. Красовский В. Л., Колесников М. В., Шмидт Р. «Статический резонанс» в цилиндрических оболочках при периодически неоднородном сжатии

- (эксперимент и численное исследование). *Theoretical foundations of civil engineering.*— Warsaw: WP. Issue №16, 2008. P. 189-200.
69. Красовский В. Л., Колесников М. В., Шмидт Р. Численный анализ устойчивости тонкостенных цилиндров с периодическими в окружном направлении несовершенствами геометрии. *Theoretical foundations of civil engineering.*— Warsaw: WP. Issue №17, 2009. P. 157-164.
70. Лессиг Е. Н., Лилеев А. В., Соколов А. Г. Листовые металлические конструкции М.: Стройиздат, 1970. С.488.
71. Малеев М. В., Саченков А. А. Устойчивость конических и цилиндрических оболочек эллиптического сечения *Труды XV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин.* Казань: Изд-во КГУ, 1990. С. 319-323.
72. Маневич А. И., Ракша С. В. Связанная потеря устойчивости тонкостенных стержней (идеи, методы и некоторые результаты исследований). *Теоретические основы строительства.* Выпуск №10, 2002. С. 764-774.
73. Михасев Г. И. О локальной потере устойчивости замкнутой в вершине некруговой конической оболочки с произвольным краем при равномерном внешнем давлении. *Деп. в ВИНТИ,* Выпуск №4354, 1984. С.15.
74. Михасев Г. И., Шабашова Г. П. Некоторые двумерные задачи устойчивости жестко защемленных конических оболочек. *Деп. в ВИНТИ,* Выпуск №2682, 1987. С.19.
75. Михасев Г. И., Товстик П. Е. Устойчивость конических оболочек под действием внешнего давления. *Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела.* Выпуск №4, 1990. С. 99-104.
76. Моссаковский В. И., Ободан Н. И., Прокопало Е. Ф. Влияние геометрической нелинейности на разрушение тонкостенных конструкций с трещинами. *Докл. АН СССР.* Выпуск №5, 1989. С. 1079-1081.
77. Муштари Х. М., Галимов Х. М. Нелинейная теория упругих оболочек Казань: Таткнигоиздат, 1957. С.431.
78. Муштари Х. М., Савченков А. В. Об устойчивости цилиндрических и конических оболочек кругового сечения при совместном действии осевого

- сжатия и внешнего нормального давления. *Прикладная математика и механика*. Том 18, Выпуск №6, 1954. С. 667-674.
79. Мюрсепп П. В. Об определении критических нагрузок конических и цилиндрических оболочек. *Теория пластин и оболочек*. Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1964. С. 676-680.
80. Красовский В. Л. Варяничко М. А., Карасёв А. Г. Отчёт о научно-исследовательской работе: Оценка применимости программных комплексов для расчёта пологих оболочек и решение на их основе прикладных задач (№ госрегистрации 0107U001036) Днепропетровск, ГВУЗ ПГАСА, 2009. С.144.
81. Наумова Н. В. Расчет оболочечных конструкций методом конечных элементов в пакетах ADINA и ANSYS: Учебное пособие Изд-во Санкт-Петербургского Университета, 2004. С.51.
82. Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости М.; Л.: Гостехиздат, 1948. С.212.
83. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек Л.: Судостроение, 1962. С.324.
84. Преображенский И. Н., Грищак В. З. Устойчивость и колебания конических оболочек М.: Машиностроение, 1986. С.240.
85. Прокопало Е. Ф. Устойчивость круговых цилиндрических панелей при осевом сжатии. *Theoretical foundations of civil engineering*. Выпуск №11, 2003. Р. 227-230.
86. Прокопало Е. Ф. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек при внешнем давлении, линейно изменяющемся вдоль образующей. *Строительная механика и расчет сооружений*. Выпуск №6, 1988. С. 61-64.
87. Родителей К. А. Экспериментально-теоретическое исследование устойчивости гладких конических оболочек под внешним давлением М.: "Отд. науч.-исслед. информ." Выпуск №3, 1956. С.63.
88. Савицкий Г. А. Ветровая нагрузка на сооружения. М. *Стройиздат*. Выпуск № 9. 1972. С. 32-39.

89. Саченков А. В. Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек. *Исследования по теории пластин и оболочек*. Казань: Изд-во КГУ, Выпуск 6, 1968. С. 391-433.
90. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции / Госстрой СССР. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1990. С.96.
91. Стриклин Дж., Хейслер В., Риземанн В. Оценка методов решения задач строительной механики, нелинейность которых связана со свойствами материала и (или) геометрией. *Ракетная техника и космонавтика*. Выпуск №3, 1973. С. 46-56.
92. Стриклин Дж., Хейслер В., Стеббинс Ф. Разработка и оценка методов решения геометрически нелинейных задач строительной механики. *Ракетная техника и космонавтика*. Выпуск №13, 1972. С. 32-43.
93. Сысоев Ю. А., Левицкая Т. И. Расчет составных оболочек вращения со шпангоутами сложной формы. *Проблемы прочности*. Выпуск №6, 1998. С. 63-68.
94. Трапезин И. И. Экспериментальное определение величин критического давления для конических оболочек. *Расчеты на прочность*. М.:Машиностроение, Выпуск №6, 1960. С. 217-230.
95. Чашников Н. В. Дискретные периодические сплайны с векторными коэффициентами и поверхности Кунса: дис. канд. ф.-м. наук : 01.01.07. 2010. С. 113.
96. Черняев С. П. Сравнение двух видов потери устойчивости оболочек вращения при осевом сжатии. *Вестник С.-Петербург. ун-та*. Сер. 1. Выпуск № 2. 2003. С. 104-112, 115.
97. Шихранов А. Н. Численный анализ нелинейного деформирования пологих оболочек вращения с неосесимметричными несовершенствами формы. *Тр. 18 Междунар. конф. по теории оболочек и пластин*, Саратов, 29 сент. 4 окт., 1997. С. 127-131.

98. Шкутин Л. И. Определение критической величины давления для пологих конических оболочек. *Труды VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин*. М.: Наука, 1966. С. 849-852.
99. Шкутин Л. И. Численный анализ осесимметричных форм выпучивания конических оболочек. *Прикладная механика и техническая физика*. Том 42, Выпуск №6, 2001. С. 159-165.
100. Шубин И. А. Экспериментальное исследование устойчивости пологих конических оболочек при статическом нагружении давлением. *Прикладная механика*. Том 2, Выпуск №6, 1966. С. 63-70.
101. ANSYS Inc. Academic Research, Release 13.0, Help System, Mechanical Analysis Guide.
102. M. Ahmad, K.A. Ismail, F. Mat Convergence of finite element model for crushing of a conical thin-walled tube. *Procedia Engineering*, Volume 53, 2013, P. 586-593.
103. Bathe K. J. Finite Element Procedures Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996.
104. Bercovits A., Weller T., Singer J. Buckling of unstiffened conical shells under combined loading and axial compression, torsion, and external or internal pressure. *Techno res. & Devel. foundation*, Haifa Dept. Aeron. Engng. TAE, 48. 1966. P. 1-29.
105. Charrot P., Gregory J. A pentagonal surface patch for computer aided geometric design. *Computer Aided Geometric Design*. Vol. 1. Issue № 1, 1984 P. 87-94.
106. Coons S. Surfaces for computer aided design of space forms Technical report, MIT, 1967.
107. Dubois F. Über die Festigkeit der Kegelschale Technische Hochschule in Zürich, 1917.
108. Ahmed A. Elansary, Ashraf A.El Damatty Seismic analysis of liquid storage composite conical tanks. *Engineering Structures*, Volume 159, 15 March 2018. P. 128-140.

109. Luis A. Godoy, Jean C. Batista-Abreu Buckling of fixed-roof aboveground oil storage tanks under heat induced by an external fire. *Thin-Walled Structures*, Volume 52, March 2012. P. 90-101.
110. B.S. Golzana, H. Showkatib Buckling of thin-walled conical shells under uniform external pressure. *Thin-Walled Structures* Volume 46, Issue 5, May 2008. P. 516-529.
111. Gouraud H. Continuous shading of curves surfaces. *IEEE Transaction on computers*. Issue №6, 1971. P. 623-628.
112. Gregory J., Lau V., Zhou J. Smooth parametric surfaces and n-sided patches. In book: *Computation of Curves and Surfaces*. Kluwer Academic Publishers. 1990. P. 457-498.
113. Gupta K., Venkatesh N. Experimental and numerical studies of impact axial compression of thin-walled conical shells. *International Journal of Impact Engineering* Volume 34, Issue 4, April 2007. P. 708-720
114. Heckbert P. Graphics Gems IV *Academic Press*, 1994.
115. Hoff N. J. Buckling of circular conical shells under external pressure. *Proc. IUTAM Symp. Of the theory of thin elastic shells*. North Holland publ.co., 1960. P. 389-414.
116. Ishai O., Weller T., Singer J. Mechanical properties of Mylar polyester and the buckling of Mylar conical shells. *Techno res. & Devel. foundation, Haifa Dept. Aeron. Engng.* TAE, 48. 1966. P. 30-48.
117. Krasovskyy V. L., Varianichko M. V. "Static resonance" in elastic thin-walled cylinders. *Book of abstracts of the annual scientific conference "GAMM 2004"*. Dresden. 2004. P.139-140.
118. Khakimova R., Wilckens D., Reichardt J., Zimmermann R., Degenhardt R. Buckling of axially compressed CFRP truncated cones: Experimental and numerical investigation. *Composite Structures* Volume 146, 20 June 2016. P. 232-247.

119. Shakouri M., Kouchakzadeh M. A. Stability analysis of joined isotropic conical shells under axial compression. *Thin-Walled Structures*, Volume 72, November 2013. P. 20-27.
120. Kothiresan M., Manisekar K., Manikandan V. Crashworthiness analysis of glass fibre/epoxy laminated thin-walled composite conical frusta under axial compression. *Composite structures*, Volume 108, February 2014. P. 584-599.
121. Liang K., Ruess M. Nonlinear buckling analysis of the conical and cylindrical shells using the SGL strain based reduced order model and the PHC method. *Aerospace Science and Technology* Volume 55, August 2016. P. 103-110.
122. Dong L. Snap-buckling of dished shallow shells under uniform loads. *Appl. Math. and Mech. Engl. Ed.* № 1, 1997. P. 29-36.
123. Dong L, Shanlin C. Snap-buckling of dished shallow shells under line loads. *Appl. Math. and Mech. Engl. Ed.* №3, 1998. P. 227-235.
124. Maali M., Showkati H., Mahdi S. Investigation of the buckling behavior of conical shells under weld-induced imperfections. *Thin-Walled Structures*. Vol. 57, 2012. P. 13-24.
125. Manevich A. I. The theory of initial postbuckling behavior of stiffened shells in the light of experimental data. *Stability of structures. IX symposium. Zakopane*, 2000. P. 181-188.
126. Nedelcu M., GBT formulation to analyse the buckling behaviour of isotropic conical shells. *Thin-Walled Structures*, Volume 49, Issue 7, July 2011. P. 812-818.
127. Newman M., Reiss E. L. Nonlinear axisymmetric deformations of conical shells. *Journal Soc.indust. appl. math.* Vol.12, Issue№. 2, 1964. P. 386-402.
128. Nielson G. The Side-Vertex Method for Interpolation in Triangles. *Journal of Approximation Theory*. Issue № 25, 1979. P. 318-336.
129. Qu R., Ye J. Approximation of Minimum Energy Surfaces Using Optimal Twists. *Mathl. Comput. Modelling*. Vol. 28. Issue № 11, 1998. P. 41-48.

130. Roth A., Juhasz I., Schicho L., Hoffmann M. A cyclic basis for closed curve and surface modeling. *Computer Aided Geometric Design*. Vol. 26, Issue № 5, 2009. P. 528-546.
131. Shakouri M., Kouchakzadeh M. A. Analytical solution for vibration of generally laminated conical and cylindrical shells. *International journal of mechanical sciences*, Volumes 131-132, October 2017. P. 414-425.
132. Schiffner K. Spannungs und stabilitätsuntersuchungen an dünnwandigen kugelschalen bei axialsymmetrischen rand-bedingungen (On the prebuckling state and the stability behavior conditions). *Diss. TH Aachen*, 1965. Deutsche luft-u. Raumfahrt, Forsch. Ber. DLR FB-66-24. 1966. P.75
133. Schiffner K. Untersuchung des stabilitätsverhaltens dünnwandiger kugelschalen unter axialsymmetrischen belstung mittels einer nichtlinearen Schalentheorie. *Jb. 1965 der WGLR*. Braunschweig: Vieweg, 1966. P. 448-453.
134. Schiffner K. Stress and stability investigations on thin-walled conical shells for axially symmetric boundary conditions. *NASA TM-X-59676*. 1967. P. 74.
135. Schnell W. Die dünnwandige kegelschale unter axialund innendruck. *Deutsche Versuche-Anstalt für Luftfahrt, DVL-Ber.*, 1962, Nr. 217, Teil I: Z. Flugwiss. 1962, Bd. 10, Nr. N/5 P. 154-160.
136. Shokrzadeh A. R., Sohrabi M. R. Strengthening effects of spiral stairway on the buckling behavior of metal tanks under wind and wacuum pressures. *Thin-Walled Structures*, September 2016. P. 437-447.
137. Sedelbeck R. L. Further experimental studies of buckling of electroformed conical shells. *AIAA Journal*. Vol. 8. Issue №. 8, 1970. P. 1532-1534.
138. Seide P. A Donnell type theory for asymmetrical bending and buckling of thin conical shells. *Trans.ASME, Ser.E (Journal Applied Mechanics)*. Vol. 24. 1957. P. 547-552.
139. Seide P. A survey of buckling theory and experiment for circular conical shells of constant thickness. *NASA TN D-1510*. 1962. P. 401-426.

140. Sofiyev A. H., Kuruoglu N. Buckling analysis of nonhomogeneous orthotropic thin-walled truncated conical shells in large deformation. *Thin-Walled Structures*, Volume 62, January 2013. P. 131-141.
141. Mohamed N. S., Gupta N. K., Velmurugan R., Shanmugapriyan N. Optimization of thin conical frusta for impact energy absorption. *Thin-Walled Structures*, Volume 46, Issue 6, June 2008. P. 653-666.
142. Singer J. Buckling of clamped conical shells under external pressure. *AIAA Journal* Vol. 4. Issue 2, 1966. P. 328-337.
143. Singer J. Buckling of conical shells under axisymmetrical external pressure. *International journal mechanic science*. Vol. 3. 1961. P. 330-339.
144. Singer J. Correlation of the critical pressure of conical shells with that of equivalent cylindrical shells. *AIAA Journal*. Vol. 1. Issue №. 11, 1963. P. 2675-2676.
145. Singer J. Donnell-type equations for bending and buckling of orthotropic conical shells. *Trans.ASME, Ser.E (Journal Applied Mechanics)*. Vol. 30. Issue №. 6, 1963. P. 303-305.
146. Singer J. On the importance of shell buckling experiments. *Appl. Mech. Rev* 6, Vol.52. 1999. P. 17-25.
147. Singer J. Buckling of isotropic, orthotropic and ring-stiffened conical shells. *Israel inst.technol. TAE*, 30. 1963. P. 43.
148. Singer J. The effect of axial constraint on the instability of thin conical shells under external pressure. *Trans.ASME, Ser.E (Journal Applied Mechanics)*. Vol. 29. 1962. P. 212-214.
149. Spagnoli A., Chryssanthopoulos M. K. Elastic buckling and postbuckling behaviour of widely-stiffened conical shells under axial compression. *Engineering Structures*, Volume 21, Issue 9, September 1999. P. 845-855.
150. Ghazijahani T. G., Zirakian T. Determination of buckling loads of conical shells using extrapolation techniques. *Thin-Walled Structures*, Volume 74, January 2014. P. 292-299.

151. Sofiyev A. H., Kuruoglu N. Buckling analysis of nonhomogeneous orthotropic thin-walled truncated conical shells in large deformation. *Thin-Walled Structures* Volume 62, January 2013. P. 131-141.
152. Guang T. J. Buckling of thin shells: Recent advances and trends. *Applied Mechanics Review*. Vol. 49, Issue №4, April 1996. P.112
153. Thurston G. A. Effect of boundary conditions on the buckling of conical shells under hydrostatic pressure. *Trans.ASME, Ser.E (J.Appl.mech.)*. Vol. 32. Issue № 1, 1965. P. 208-209.
154. Varianichko M. A. Resistance of flat structures made of conical shells. *Stability of structures. XIth Polish symposium*. 2006. P. 463-471.
155. Wang X. Non-symmetrical large deformation of a shallow thin conical shell. *Appl. Math. and Mech.* Engl. Ed. N10. 1998. P. 917-928.
156. Weingarten V. I. Stability of internally pressurized conical shells under torsion. *AIAA Journal* Vol. 2, Issue № 10, 1964. P. 1782-1788.
157. Weingarten V. I. Buckling of thin-walled truncated cones. *NASA SP-8019*. 1968. P. 32.
158. Weingarten V. I. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined external pressure and axial force. *AIAA Journal*. Vol. 3. Issue №. 5, 1965. P. 913-920.
159. Weller T. Influence of in-plane boundary conditions on buckling of ring-stiffened cylindrical shell. *Department of Aeronautical Engineering, Technion-Israel Institute of Technology, Haifa, Israel* October, 1970
160. Wilson E. L. An eigensolution strategy for large systems. *Computers and Structures*. 1983 Vol. 16, №. 1-4. P. 259-265.
161. Zimmermann R., Khakimova R., Wilckens D. Buckling of axially compressed CFRP truncated cones with additional lateral load: Experimental and numerical investigation. *Composite Structures Volume 157*, 2016. P. 436-447
162. Xue P., Yu T. X., Tao X. M. Flat-topped conical shell under axial compression. *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 43, Issue 9, September 2001. P. 2125-2145

ДОДАТОК.**СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА****Наукові праці, у яких опубліковані основні результати дисертації**

1. **Бессмертний Я. О.**, Красовський В. Л. Аналіз деформування та стійкості пологих конічних оболонок на базі вдосконаленої моделі вітрового навантаження у середовищі ANSYS. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*: Збірник наукових праць. Випуск 83, 2021. С.20-27.

2. Karasev A. G., Varianychko M. V., **Bessmertnyi Y. O.**, Krasovsky V. L., Karasev G. G. Numerical analysis of experimental research on buckling of closed shallow conical shells under external pressure. *Journal of theoretical and applied mechanics*. Issue №58, 2020. P.117-126. (Scopus)

3. **Бессмертний Я. О.**, Красовський В. Л. Аналіз деформування та стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні рівномірним тиском та сконцентрованою у точці силою у середовищі програмного комплексу ANSYS. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*: Збірник наукових праць. Випуск 79, 2020. С.27-33.

4. Krasovsky V. L., Lykhachova O. V., **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. *Shell structures: theory and applications (SSTA 2017)*. 2017. P.251-254. (Scopus)

5. **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow conical shells under external pressure and periodically discrete border fixation. *Вісник Запорізького національного університету*: Збірник наукових статей. Випуск 2, 2017. С.14-19.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. **Bessmertnyi Y. O.** Behaviour of thin-walled shallow conical shells in case of non-homogeneous stress-strain state. *Сучасні проблеми механіки та математики*. Збірник наукових праць. Том 3, Львів, 2018. С.43-44.

7. Krasovsky V. L., **Bessmertnyi Y. O.** Buckling of shallow conical shells in case of external pressure and periodic non-uniform stress-strain state. *Proceedings of the stability of structures XV-th SYMPOSIUM*, Zakopane, September 17-21, 2018. P.83-84.

8. **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow conical shells with periodically discrete edge fixation. *Proceedings of Interuniversity scientific conference of young scientists*. Dnipro, March 30-31, 2017. P.40-41.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації

9. **Бессмертний Я. О.** Поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні та неоднорідному напружено-деформованому стані. *Міжнародний електронний науковий журнал «Наука онлайн»*. Випуск 5, 2019. С.1-10.

10. **Бессмертний Я. О.** Поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при вітровому навантаженні та неоднорідному напружено-деформованому стані. *Міжнародний науковий журнал "Інтернаука"*. Випуск 7, 2019. С.73-77.
<https://doi.org/10.25313/2520-2057-2019-7-4942>