

**ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ БУДІВНИЦТВА
ТА АРХІТЕКТУРИ**

Навчально-науковий інститут інноваційних освітніх технологій

(повне найменування інституту, факультету)

Кафедра експлуатації та ремонту машин

(повна назва кафедри)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему *Розробка теоретичних основ переобладнання
передньопривідного автомобіля з двигуном внутрішнього згорання в
повнопривідний, напівгібридний автомобіль*

Виконав: здобувач вищої освіти

другий (магістерський)

(рівень вищої освіти)

спеціальності

274 «Автомобільний транспорт»

(шифр і назва спеціальності)

освітньої програми

ОПП «Автомобільний транспорт»

(вид та назва освітньої програми)

групи *АТз-20мп*

Костянтин БАС

(ім'я та прізвище здобувача)

Керівник *Ольга САКНО*

(ім'я та прізвище)

Рецензент *Сергій Шатов*

(ім'я та прізвище)

Оцінка захисту кваліфікаційної роботи

(сума балів, оцінка ECTS, оцінка за національною шкалою.)

Секретар ЕК / *Віталій БОГОМОЛОВ* /

(підпис)

(ім'я та прізвище секретаря ЕК)

Дніпро – 2021

**ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ БУДІВНИЦТВА
ТА АРХІТЕКТУРИ**

Інститут, факультет Навчально-науковий інститут інноваційних освітніх технологій

Кафедра експлуатації та ремонту машин

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 274 «Автомобільний транспорт»
(шифр та назва)

Освітня програма ОПП «Автомобільний транспорт»
(вид та назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри _____

к.т.н. Олександр ЛИХОДІЙ

«_____» _____ 2021 року

**З А В Д А Н Н Я
ДО ВИКОНАННЯ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ
ЗДОБУВАЧУ ВИЩОЇ ОСВІТИ**

Костянтину БАСУ

(ім'я та прізвище)

1. Тема роботи Розробка теоретичних основ переобладнання передньопривідного автомобіля з двигуном внутрішнього згоряння в повнопривідний, напівгібридний автомобіль

керівник роботи Ольга САКНО, к.т.н., доцент

(ім'я та прізвище, науковий ступінь, вчене звання)

атверджені наказом ректора від «456-КС» 27 вересня 2021 року № _____

!. Строк подання роботи до захисту «08» грудня 2021 року

3. Вихідні дані до роботи Автомобіль ЗАЗ «СЕНС»

4. Зміст кваліфікаційної роботи (перелік питань, які потрібно розробити) _____

Вступ.

1. Аналіз конфігурацій приводу гібридних транспортних засобів

2. Вибір компонентів для гібридизації бюджетного автомобіля.

3. Експериментальні дослідження гібридизованого автомобіля

4. Каскадний метод визначення контактних сил колісних екіпажів при перенесенні в просторі

Висновки

Список використаних джерел.

Додатки

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи на тему «*Розробка теоретичних основ переобладнання передньопривідного автомобіля з двигуном внутрішнього згорання в повнопривідний, напівгібридний автомобіль*» складається із 91 аркуш формату А4, на яких містяться 4-и розділи, 5 таблиць, 27 рисунків, 30 джерел інформації.

Об'єктом дослідження рух напівгібридного автомобіля за заданою траєкторією.

Предметом дослідження є контактні рушійно-керуючі сили напівгібридного автомобіля.

Мета дослідження – розробка теоретичних основ для визначення контактних рушійно-керуючих сил, які забезпечать рух напівгібридного автомобіля за заданою траєкторією з відповідною швидкістю.

Методи дослідження: при виконанні дослідження використався комплексний підхід, що включав математичне моделювання та розрахунково-теоретичні дослідження.

Наукова новизна – вперше запропоновано метод визначення контактних сил транспортного засобу за програмного руху, що дозволяє відстежувати режим руху по заданій просторовій криволінійній трасі за допомогою керуючих систем та впливати на процес регулювання швидкості руху транспортного засобу.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблена математична модель кінетики гібридизованого автомобіля на основі нелінійних диференціальних рівнянь Ейлера-Лагранжа, що дозволяє відстежувати поточний стан показників руху по заданій просторовій криволінійній трасі. Матеріали роботи впроваджено в НТУ «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) при проведенні лекцій та практичних робіт з дисципліни «Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів».

Ключові слова: НАПІВГІБРИДНИЙ АВТОМОБІЛЬ, КОНТАКТНІ СИЛИ, ДОВІЛЬНА ТРАЄКТОРІЯ, АЛГОРИТМ.

ЗМІСТ

стор.

ВСТУП.....	
1. АНАЛІЗ КОНФІГУРАЦІЙ ПРИВОДУ ГІБРИДНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ	
1.1. Послідовна схема.	
1.2. Паралельна схема	
1.3. Змішана схема.....	
Висновки за розділом 1.....	
2. ВИБІР КОМПОНЕНТІВ ДЛЯ ГІБРИДИЗАЦІЇ БЮДЖЕТНОГО АВТОМОБІЛЯ	
2.1. Попередні вимоги до компонентів приводу та накопичувача гібридного транспортного засобу	
2.2. Опис елементів гібридизованого автомобіля ЗАЗ «Сенс»	
Висновки за розділом 2.....	
3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ГІБРИДИЗОВАНОГО АВТОМОБІЛЯ	
3.1. Опис траси для проведення випробувань з витрати палива гібридизованого автомобіля при змінних дорожніх умовах.....	
3.2. Програма і методика вимірювання витрати палива гібридизованого автомобіля при змінних дорожніх умовах.....	
3.3. Схема підключення комплексу для вимірювання електричних величин та специфікація його компонентів	
3.4. Випробування витрати палива гібридизованого автомобіля при змінних дорожніх умовах.....	
Висновки за розділом 3.....	
4. КАСКАДНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ КОНТАКТНИХ СИЛ АВТОМОБІЛІВ ПРИ ПЕРЕНЕСЕННІ В ПРОСТОРІ	
4.1. Структурні схеми розташування опорних точок колісних екіпажів	
4.1.1. Одноколісний екіпаж	
4.1.2. Двоколісний екіпаж	
4.1.4. Чотириколісний автомобіль.....	

4.2. Математична модель кінетики гібридизованого автомобіля	
4.3. Розробка математичної моделі автомагістралі	
4.4. Направляюча дорожньої поверхні.....	
4.4.1. Годограф автомобіля на прямих і криволінійних ділянках автомагістралі при різних режимах руху	
4.4.2. Побудова годографа для автомагістралі без ухилу і повороту при постійній швидкості руху автомобіля.....	
4.4.4. Побудова годографа руху автомобіля при різній швидкості входу і виходу на прямолінійній, горизонтальній ділянці автомагістралі	
4.4.4. Побудова годографа руху автомобіля при рівній швидкості на вході і виході ділянки автомагістралі, що має підйом (ухил), без повороту	
4.4.5. Профіль автомагістралі на ділянці, що має підйом (ухил), без повороту, при рівній швидкості на вході і виході	
4.4.6. Побудова годографа руху автомобіля при повороті в горизонтальній площині	
4.4.7. План автомагістралі при повороті на прямий кут	
4.4.8. Побудова годографа руху автомобіля при підйомі (ухилі) і повороті по просторової магістралі	
4.4.9. Просторова траєкторія автомагістралі при підйомі (ухилі) і повороті на прямий кут	
4.5. Кінематика автомобіля на заданій ділянці траси.....	
4.5.1. Лінійна швидкість автомобіля на криволінійній ділянці.....	
4.5.2. Лінійне прискорення автомобіля на криволінійній ділянці	
4.5.3. Обчислення кривизни автомагістралі по заданому годографу руху	
4.5.4. Орієнтація природного тригранника в земній системі координат	
4.5.5 Кінематична залежність компонент швидкості руху автомобіля в зв'язаної і земної системах координат.....	
4.6. Кінетостатика колісних екіпажів наземного транспорту в класі спіралі- гвинтових трас	
4.6.1. Схема екіпажу, що має одну опорну точку	

4.6.2. Схема екіпажу, що має дві точки	
4.6.3. Схема екіпажу (автомобіля), що має чотири опорні точки	
Висновки за розділом 4.....	
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	
Додаток А	
Додаток Б	
ВІДОМІСТЬ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ МАГІСТРА	

ВСТУП

Актуальність теми. В сучасному світі відбувається впровадження гібридного приводу в серійні автомобілі. Тенденція до переходу на гібридний тип автомобілів обумовлена, в першу чергу, намаганням провідних країн світу зменшити власну залежність від постачальників нафтопродуктів. Другим важливим чинником є екологічні аспекти, які стають все більш критичними із збільшенням числа автомобілів у світі та ростом їх доступності.

Технологія традиційних автомобілів на основі двигунів внутрішнього згоряння (ДВЗ) розвинута, фактично, до свого насичення. Подальше удосконалення не може призвести до суттєвого збільшення ККД. Сучасний ДВЗ має коефіцієнт корисної дії на рівні 25-30%, що знаходиться в зоні теоретичного максимуму. Іншим нездоланим недоліком традиційного транспортного засобу є неможливість рекуперації накопленої кінетичної енергії в режимі гальмування (вся енергія перетворюється в тепло в гальмівній системі).

Між тим, використання чисто електричного транспортного засобу є економічно невиправданим. Це обумовлено відсутністю інфраструктури з заряджання акумуляторів, і, власне, самих акумуляторів достатньої ємності та потужності, необхідної для задоволення вимог споживача. Тому найбільш перспективним напрямком розробок найблизького майбутнього вважаються гібридні транспортні засоби (Hybrid electric vehicle, HEV) та гібридні транспортні засоби, що підключаються до мережі (Plug-in Hybrid electric vehicle, pHEV).

Переваги гібридних авто:

- гібридний автомобіль виділяє менше шкідливих газів при русі в міських умовах.
- гібридний привід дозволяє збільшити пробіг електромобіля, роблячи його більш пристосованим до реального життя (мова про plug-in-гібриди).
- гібридний привід деяких типів дозволяє поліпшити динаміку автомобіля, причому – що називається, малою кров'ю, без збільшення об'єму ДВС і перевитрати палива.

– більшість гібридних автомобілів комфортні при їзді в складних міських умовах. Рушаючи з місця на електроприводі, ці автомобілі рухаються дуже плавно, без ривків – особливо в корках, тягнучках, коли навіть дорогі гідромеханічні "автомати" неприємно сіпаються.

Переваги гібридних автомобілів:

– гібридний автомобіль виділяє менше шкідливих газів при русі в міських умовах.

– гібридний привід дозволяє збільшити пробіг електромобіля, роблячи його більш пристосованим до реального життя (мова про plug-in-гібриди).

– гібридний привід деяких типів дозволяє поліпшити динаміку автомобіля, причому – що називається, малою кров'ю, без збільшення об'єму ДВС і перевитрати палива.

– більшість гібридних автомобілів комфортні при їзді в складних міських умовах. Рушаючи з місця на електроприводі, ці автомобілі рухаються дуже плавно, без ривків – особливо в корках, тягнучках, коли навіть дорогі гідромеханічні "автомати" неприємно сіпаються.

Недоліки гібридних автомобілів:

– гібрид не завжди економічніший за машину з ДВС. Наприклад, багато дизельних автомобілів споживають палива менше, ніж гібридні – при цьому вони дешевші.

– автомобіль з гібридним приводом істотно дорожче звичайного, оскільки доводиться доплачувати за батарею, електродвигун, спеціальну трансмісію і електронні блоки управління.

– гібридні складніший за звичайну машину, тому йому потрібен особливий сервіс, навіть ремонт звичайних систем, не пов'язаних з електроприводом, вимагає спеціальної підготовки автомеханіків.

– машина з літій-іонною батареєю на борту сумнівна з точки зору екології. Питання утилізації акумуляторів, які рано чи пізно виходять з ладу, так і не вирішене ні в масштабах окремих країн, ні в масштабах планети.

Кожна провідна компанія – виробник автомобілів у світі проводить активні дослідження в галузі гібридних транспортних засобів. Незважаючи на це, у світі відсутня єдине уявлення щодо оптимальної топології гібридного транспортного засобу. Відсутній також універсальний підхід щодо вибору оптимальних параметрів компонентів силової установки (потужність двигуна внутрішнього згоряння та електродвигуна, ємність та потужність акумуляторної батареї), які забезпечують максимальну економічність транспортного засобу за умов прийнятних первинної вартості і експлуатаційних витрат.

Необхідна розробка наукового підходу щодо проектування приводу гібридного транспортного засобу бюджетного класу із оптимальними техніко-економічними показниками.

Таким чином, тема магістерської роботи є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Матеріали магістерської роботи є узагальненням досліджень, що виконані у межах:

- комплексних цільових програм, концепцій та наказів: «Національна транспортна стратегія України на період до 2030 року» (Розпорядження Кабінету міністрів України від 30 травня 2018 р. № 430-р); «Про затвердження Правил експлуатації колісних транспортних засобів» (Наказ Міністерства інфраструктури України від 26.07.2013 р., №550); Програма розвитку транспортного комплексу міста Дніпра на 2017-2022 роки Департаменту транспорту та транспортної інфраструктури Дніпровської міської ради;

- науково-дослідних робіт «Гібридизація вітчизняного бюджетного автомобіля» (№ держреєстрації 0112U000868) та ГП -478 «Розробка технології переобладнання передньопривідного автомобіля в повнопривідний гібридний» (№ держреєстрації 0115U002299).

- плану науково-дослідних робіт кафедри автомобілів та автомобільного господарства НТУ «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) за темою «Дослідження енергетичних та динамічних процесів, що протікають у гібридному силовому агрегаті транспортного засобу та оптимізація його характеристик, розробка технічних рішень гібридизації серійного транспортного засобу».

Мета дослідження. Розробка теоретичних основ для визначення контактної рушійно-керуючих сил, які забезпечать рух напівгібридного автомобіля за заданою траєкторією з відповідною швидкістю.

Об'єкт дослідження – рух напівгібридного автомобіля за заданою траєкторією.

Предмет дослідження – контактні рушійно-керуючі сили напівгібридного автомобіля.

Методи дослідження – при виконанні дослідження використався комплексний підхід, що включав математичне моделювання та розрахунково-теоретичні дослідження.

Задачі дослідження:

1. Аналіз конфігурації приводу гібридних транспортних засобів.
2. Вибір компонентів для гібридизації бюджетного автомобіля.
3. Визначення залежності компонент швидкості руху автомобіля в зв'язаній і земній системах координат.
4. Визначення контактних сил автомобілів при перенесенні у просторі.

Наукова новизна отриманих результатів. Вперше запропоновано метод визначення контактних сил транспортного засобу за програмного руху, що дозволяє відстежувати режим руху по заданій просторовій криволінійній трасі за допомогою керуючих систем та впливати на процес регулювання швидкості руху транспортного засобу.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблена математична модель кінетики гібридизованого автомобіля на основі нелінійних диференціальних рівнянь Ейлера-Лагранжа, що дозволяє відстежувати поточний стан показників руху по заданій просторовій криволінійній трасі. Матеріали магістерської роботи впроваджено в НТУ «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) при проведенні лекцій та практичних робіт з дисципліни «Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів».

Апробація результатів магістерської роботи. Результати магістерської роботи були оприлюднені на Міжнародній науково-методичній конференції

«Інноваційні технології у військовій освіті» (Військова академія, м. Одеса, 25 червня 2021 р.) та Міжнародної науково-практичної конференції присвяченої 90-річчю кафедри автомобілів ім. А.Б. Гредескула Харківського національного автомобільно-дорожнього університету "Новітні технології в автомобілебудуванні, транспорті та при підготовці фахівців" (м. Харків, 27-29 жовтня 2021 р.)

Публікації. Основні результати досліджень опубліковано у 8 роботах, з яких 3 – у виданнях, що входять до міжнародної наукометричної бази даних Scopus, 3 – в міжнародних виданнях, 2 у фахових виданнях України, 2 тези доповідей у міжнародних науково-технічних конференціях.

Результати роботи можуть бути використані для гібридизації передньопривідних автомобілів з ДВЗ та розробки приводів та систем керування автомобілів.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ КОНФІГУРАЦІЙ ПРИВОДУ ГІБРИДНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

1.1. Послідовна схема

За принципом взаємодії електричної і паливної складових авто, гібридні приводи прийнято розділяти на три види: послідовний, паралельний і послідовно-паралельний. Також існує ще один тип гібридної трансмісії, який називається під'єднуємий, але його не виділяють в окрему групу, а приписують до паралельних ГТЗ. Використання тієї чи іншої конфігурації гібридного транспортного засобу накладає певні вимоги до накопичувача електричної енергії, тому розглянемо кожен з них окремо, а після проаналізуємо необхідні параметри батареї.

Послідовна схема - найпростіша гібридна конфігурація. Послідовна конфігурація силового агрегату поєднує в собі двигун внутрішнього згорання і електромотор, що саме по собі є традиційним для всіх видів гібридів.

Однак її відмінною рисою є те, що ДВЗ використовується тільки для приводу генератора, а вироблювана останнім електроенергія заряджає акумуляторну батарею і живить електродвигун, який і обертає ведучі колеса (рис. 1.1). Це позбавляє від необхідності використання коробки передач і зчеплення спільно з ДВЗ. Для підзарядки акумулятора також використовується рекуперативне гальмування. Свою назву схема одержала тому, що потік потужності надходить на ведучі колеса, проходячи ряд послідовних перетворень [1].

Від механічної енергії, що виробляється ДВЗ в електричну, що виробляється генератором, і знову в механічну. При цьому частина енергії неминуче втрачається. Послідовний гібрид дозволяє використовувати ДВЗ малої потужності, причому він постійно працює в діапазоні максимального ККД, або ж його можна зовсім відключити. При відключенні ДВЗ електродвигун і батарея в змозі забезпечити необхідну потужність для руху. Тому вони, на відміну від ДВЗ, повинні бути більш потужними, а, тому, продуктивність всього електропривода визначає батарея. Вона

повинна мати велику ємність і забезпечувати достатню потужність, що б приводити в рух автомобіль. Відповідно вартість такої батареї буде висока.

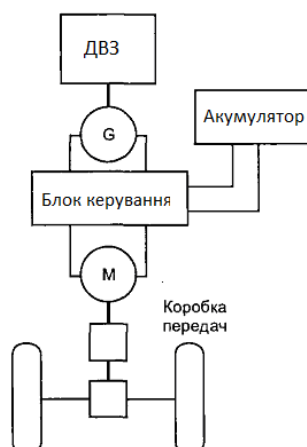


Рис. 1.1. Послідовна схема компоновання автомобіля з гібридною силовою установкою

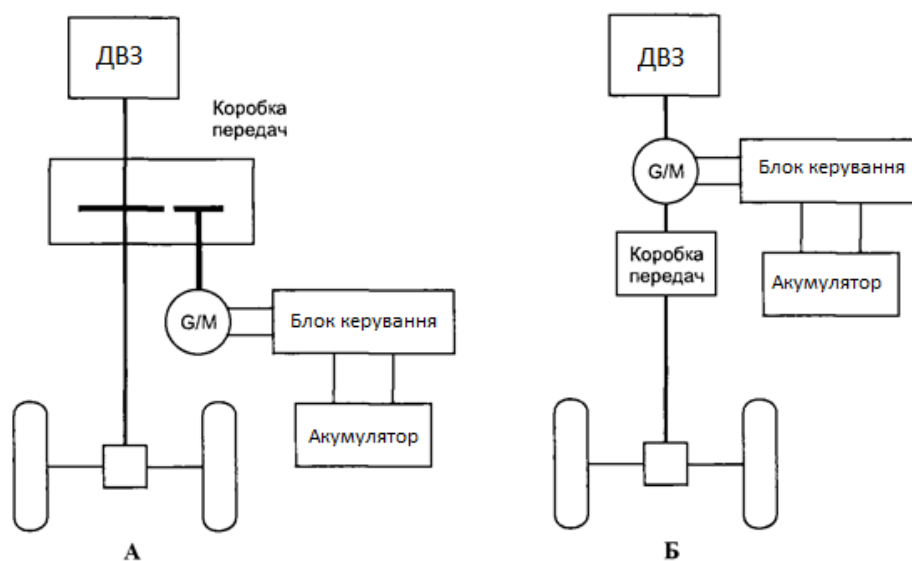
Найбільш ефективна послідовна схема при русі в режимі частих зупинок, гальмувань і прискорень, русі на низькій швидкості, тобто в міському циклі. Тому її використовують у міських автобусах та інших видах міського транспорту. За таким принципом працюють також великі кар'єрні самоскиди, де необхідно передати великий обертальний момент на колеса, та немає необхідності у високих швидкостях руху.

1.2. Паралельна схема

На відміну від розглянутої вище послідовної схеми, паралельна схема компоновання автомобіля з гібридною силовою установкою припускає, що обидва двигуни спільно обертають тягові колеса автомобіля. В електричній силовій установці функції двигуна і генератора енергії рекуперативного гальмування виконує один пристрій - оборотний електродвигун, або мотор-генератор (G/M). При цьому загальноприйнята реалізація такої схеми можлива двома шляхами (рис. 1.2).

Тут тягові колеса приводяться до руху як ДВЗ, так і електродвигуном (який повинен бути оборотним, тобто може працювати як генератор). Для їх узгодженої

паралельної роботи використовується комп'ютерне керування. При цьому зберігається необхідність у звичайній трансмісії, і двигуну доводиться працювати в неефективних перехідних режимах.



А - з підключенням електромотора через трансмісію; Б - з розташуванням електромотора на осі

Рис. 1.2. Паралельна схема компонування автомобіля з гібридною силовою установкою

Момент, що надходить від двох джерел, розподіляється в залежності від умов руху: в перехідних режимах (старт, прискорення) на допомогу ДВЗ підключається електродвигун, а в усталених режимах і при гальмуванні він працює як генератор, заряджаючи акумулятор. Таким чином, в паралельних гібридах більшу частину часу працює ДВЗ, а електродвигун використовується для допомоги йому. Тому паралельні гібриди можуть використовувати меншу акумуляторну батарею, в порівнянні з послідовними. Так як ДВЗ безпосередньо пов'язаний з колесами, то і втрати потужності значно менші, ніж в послідовному гібриді.

Подібна конструкція досить проста, але її недоліком є те, що оборотна машина паралельного гібрида не може одночасно приводити в рух колеса і заряджати батарею. Паралельні гібриди ефективні на шосе, але малоефективні в місті. Незважаючи на простоту реалізації цієї схеми, вона дозволяє значно поліпшити як екологічні параметри, так і ефективність використання ДВЗ [1, 2].

Прихильником такої схеми гібридів є компанія "Хонда". Їх гібридна система отримала назву Integrated Motor Assist (Інтегрований помічник двигуна). Вона передбачає, створення бензинового двигуна зі збільшеним ККД. І тоді, коли ДВЗ працює не в оптимальному режимі, на допомогу йому приходять електричний мотор. У цьому випадку система не вимагає великої і дорогої батареї, і, отже, собівартість такого автомобіля виявляється нижче [2].

1.3. Змішана схема

Змішана (послідовно-паралельна) схема компонування автомобіля з гібридною силовою установкою, як це випливає з назви, здатна функціонувати як послідовно, так і паралельно, залежно від режиму руху автомобіля. Причина появи цієї схеми полягає в бажанні позбутися основного істотного недоліку паралельної схеми - необхідності обертати ДВЗ під час рекуперативного гальмування і руху тільки на електродвигуні. Очевидно, що домогтися цього можливо за рахунок введення різних додаткових вузлів і агрегатів: окремого генератора, додаткового зчеплення, специфічних КПП і так далі. Отже, негативною стороною такого підходу стане складність конструкції і збільшення маси. У той же час реалізація змішаної схеми дозволить значно розширити режими руху, при яких використовується тільки електродвигун. З тієї ж причини збільшиться можливість вилучення малоефективних режимів роботи ДВЗ [3,4].

У схему паралельного гібрида додається окремий генератор і ділянку потужності (планетарний механізм). У результаті гібрид набуває рис послідовного гібрида: автомобіль рушає і рухається на малих швидкостях тільки на електротязі. На високих швидкостях і при русі з постійною швидкістю підключається ДВЗ. При високих навантаженнях (прискорення, рух в гору і т.п.) електродвигун додатково підживлюється від акумулятора, тобто ГТЗ працює як паралельний. Завдяки наявності окремого генератора, що заряджає батарею, електродвигун використовується тільки для приводу коліс і за рекуперативного гальмування. Планетарний механізм передає частину потужності ДВЗ на колеса, а іншу частину

на генератор, який або живить електродвигун, або заряджає батарею. Комп'ютерна система постійно регулює подачу потужності від обох джерел енергії для оптимальної експлуатації при будь-яких умовах руху. У цьому типі гібрида більшу частину часу працює електродвигун, а ДВЗ використовується тільки в найбільш ефективних режимах. Тому його потужність може бути нижче, ніж в паралельному гібриді [5].

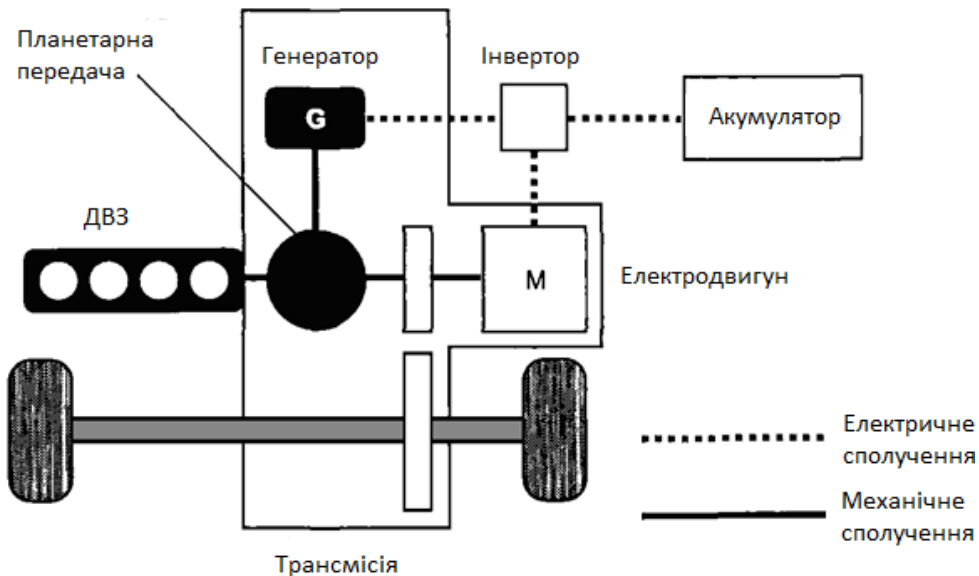


Рис. 1.3. Послідовно -паралельна (змішана) схема компоновання автомобіля з гібридною силовою установкою

До недоліків послідовно-паралельного гібрида слід віднести більш високу вартість через те, що він потребує окремого генератора, більшого блоку батарей, і більш продуктивної і складної комп'ютерної системи керування.

Висновки за розділом 1

Для переобладнання типового легкового автомобіля в напівгібридний транспортний засіб найбільш раціонально використовувати паралельну конфігурацію. Паралельна топологія дозволяє реалізувати усі переваги гібридного електричного авто і, водночас, не вимагає встановлення електродвигуна великої потужності та ваги.

РОЗДІЛ 2

ВИБІР КОМПОНЕНТІВ ДЛЯ ГІБРИДИЗАЦІЇ БЮДЖЕТНОГО АВТОМОБІЛЯ

2.1. Попередні вимоги до компонентів приводу та накопичувача гібридного транспортного засобу

Задаємося вихідними параметрами ГТЗ і промодельовано тахограмою руху ГТЗ в міському циклі на відстані в 1 км. В якості ГТЗ буде служити переобладнаний, за схемою паралельної трансмісії що підключається, автомобіль ZAZ Sens - легкий передньопривідний автомобіль з кузовом седан. На задню вісь даного автомобіля встановлені трифазні безколекторні мотор-колеса фірми KellyController та перетворювачі до них.

Вихідні дані для моделювання [6]:

1. Повна максимальна допустима вага ГТЗ – 1400 кг.
2. Відстань міського циклу – 1000 м.
3. Максимальна швидкість на ділянці руху – 80 км/час.
4. Час розгону до 100 км / год – 12 с.
5. Час не екстреного гальмування від 100 км / год до 0 км / год – 12 с.
6. Номінальна потужність встановлених двигунів (мотор-коліс)– 14 кВт.
7. Коефіцієнт корисної дії мотор-коліс – 82 %.
8. Електропривод працює в режимі підтримки моменту.
9. Кратність максимального моменту електропривода до номінального- 4, номінальний момент електропривода - 100 Нм.
10. Номінальний струм кожного перетворювача – 100 А.

Всі види механічного руху автомобіля тісно пов'язані з діючими силами. Надаючи вплив на автомобіль, сили визначають характер руху, форму траєкторії, зміну швидкості, прискорення. При вивченні динамічності автомобіля вважають, що його можливості обмежені лише потужністю двигуна і зчепленням ведучих

коліс з дорогою. Решту обмежень, що накладаються, наприклад, вимогами безпеки руху або комфортабельності, не враховують [7].

Найбільший вплив на динаміку рівномірного і прямолінійного руху автомобіля надають 3 сили: сила опору коченню коліс, сила опору повітряного середовища, сила опору руху на підйом.

Для розрахунку розгінних характеристик автомобіля слід враховувати силу опору розгону (силу інерції). Причому, на даному етапі можна не враховувати вплив моменту інерції обертових мас усередині автомобіля (ротор, шестірні коробки передач, приводні півосі), внаслідок їх незначної маси щодо маси всього автомобіля.

Розглянемо всі діючі сили:

Опір коченню коліс автомобіля. Тертя кочення пояснюється тим, що при перекочуванні одного тіла по іншому обидва тіла деформуються і на це витрачається робота. Чим сильніше деформація, тим більше сила тертя кочення. Завдяки пружності шини значно зменшується тряска під час руху, але одночасно збільшується опір коченню.

Силу опору коченню коліс визначають динамометром під час буксирування автомобіля по дорозі.

Залежність між опором коченню коліс і масою автомобіля можна описати наступною формулою:

$$F_{\kappa} = G \cdot f \quad (1.1)$$

де $G = m \cdot g = 1400 \text{ кг} \cdot 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 13720, \text{ Н}$ — вага автомобіля;

$f = 0.015$ — коефіцієнт тертя кочення коліс автомобіля для дороги з асфальтобетонним покриттям.

Опір повітря руху автомобіля. При русі автомобіль штовхає повітря перед собою. При цьому повітря не може миттєво зрушити з місця і його тиск перед лобовою частиною автомобіля зростає. Одночасно з цим повітря не може миттєво заповнити порожнечу позаду автомобіля, створюючи область зниженого тиску (рис.2.1). Ці різниці в тиску і створюють силу, протидіючу руху.

Дана сила тим більше, чим вище швидкість руху і значніше лобова площа автомобіля.

Сила F_{ω} опору повітря також залежить значною мірою від форми кузова автомобіля - його обтічності.

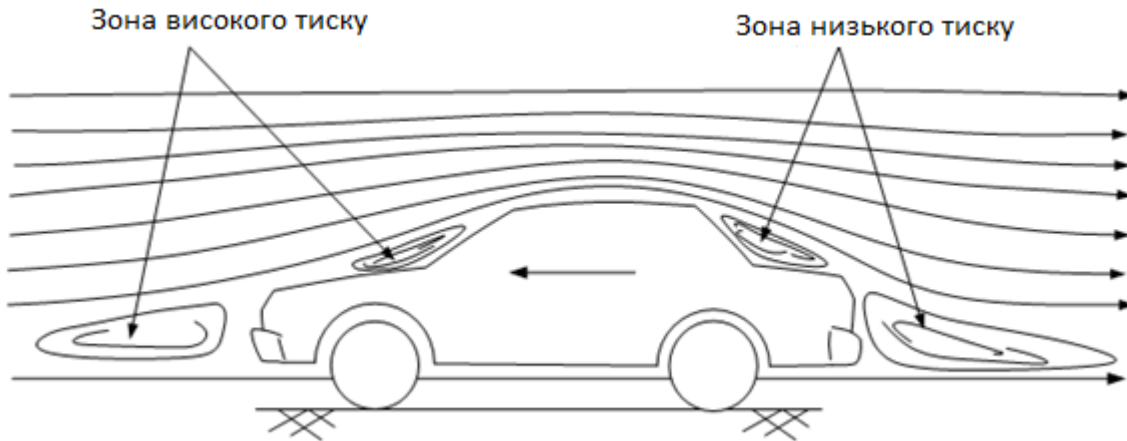


Рис. 2.1. Схема обтікання автомобіля потоками повітря

Силу опору повітряного середовища можна знайти з формули:

$$F_{\omega} = S \cdot v^2 \cdot C_x \quad (1.2)$$

де S – лобова площа автомобіля, м.

v – швидкість руху автомобіля, м/с.

C_x – коефіцієнт аеродинамічного опору кузова автомобіля. Для кузова ZAZ Sens даний коефіцієнт дорівнює 0.32 [8].

Розрахуємо площу поперечної проекції автомобіля S .

Площу лобової частини можна умовно розбити на площу двох фігур без отримання значної розрахункової похибки (рис. 2.2). Розрахуємо всі величини в масштабі використовуваного зображення лобової частини автомобіля, а потім приведемо їх до дійсних.

Площа прямокутника:

$$S_n = a \cdot b = 37 \cdot 77.41 = 2864, \text{ мм}^2 \quad (1.3)$$

Площа трапеції:

$$S_m = \frac{(a+b)}{2} \cdot h = \frac{(61.18+40.47)}{2} \cdot 16.12 = 819, \text{мм}^2 \quad (1.4)$$

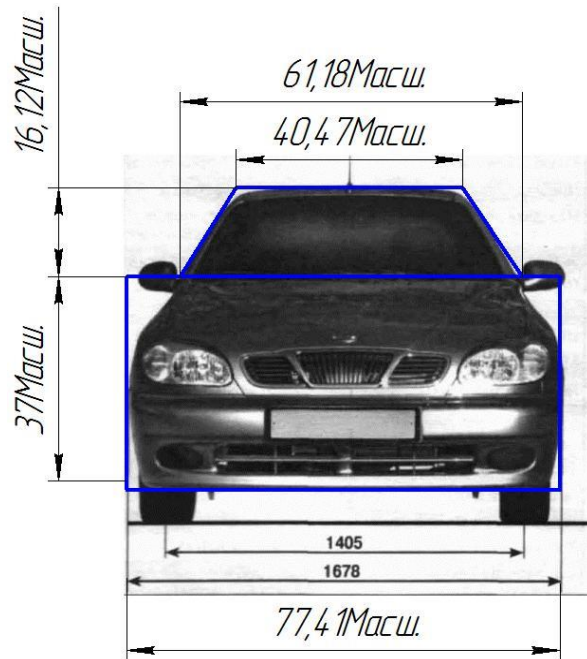


Рис. 2.2. Масштабовані розміри лобової частини автомобіля ZAZ Sens

Загальна площа фігур:

$$S_\phi = S_n + S_m = 2864 + 819 = 2683, \text{мм}^2 \quad (1.5)$$

Площа лобової частини автомобіля:

$$S_n = \frac{S_\phi \cdot \left(\frac{1678}{77.41}\right)^2}{10^6} = \frac{2683 \cdot \left(\frac{1678}{77.41}\right)^2}{10^6} = 1.26, \text{м}^2 \quad (1.6)$$

Опір руху на підйом. При русі на підйом необхідно витратити деяку додаткову силу Fh . Пов'язано це з подоланням сили земного тяжіння (рис. 2.3).

Якщо позначити силу тяжіння автомобіля через G , а кут між віссю дороги і горизонтальною площиною через α , то внаслідок розкладу сил:

$$F_h = G \cdot \sin \alpha \quad (1.7)$$

Підйоми і спуски на автомобільних дорогах прийнято характеризувати не кутом α , а так званим ухилом, рівним відношенню висоти h підйому до його основи b .

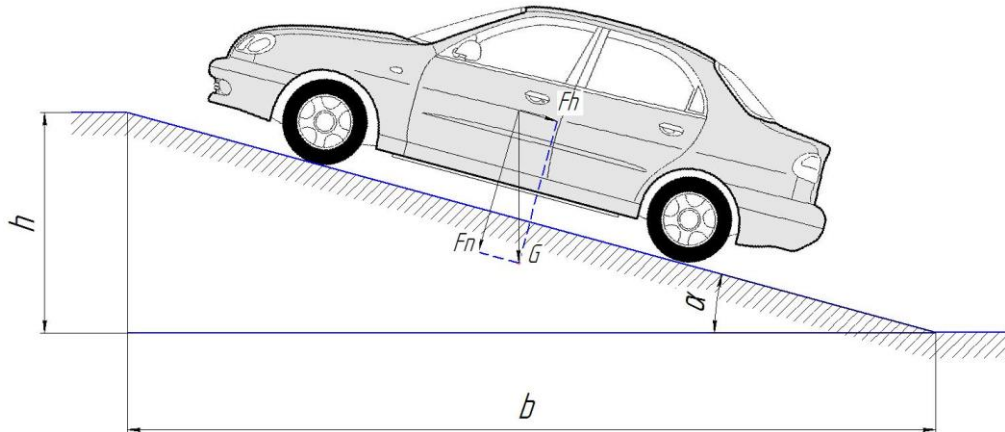


Рис. 2.3. Схема розподілу сил діючих на автомобіль при підйомі

Тоді ухил дорівнює:

$$\frac{h}{b} = \operatorname{tg} \alpha \quad (1.8)$$

Зазвичай ухили на автомобільних дорогах не перевищують 0,26 - 0,28. Через те, що у реальному житті існують дороги з найрізноманітнішими ухилами, то для розрахунків усереднимо дану величину і приймемо ухил рівним 0.1.

У разі рівномірного руху автомобіля на підйом сила тяги повинна дорівнювати сумі сил опору коченню, опору повітря і опору руху на підйом:

$$F_{res} = F_k + F_w + F_h \quad (1.9)$$

Використовуючи математичний пакет Mathcad, розрахуємо і побудуємо графік залежності сили опору руху від швидкості (рис. 2.4), а також побудуємо діаграму швидкості, прискорення, зусилля, потужності при русі ГТЗ в міському циклі на відстань 1000 м (рис. 2.5, рис. 2.6).

Задавшись ідеальною тахограмою міського циклу з лінійним розгоном і постійним прискоренням, при якому ГТЗ від початку свого руху до повної зупинки проходить відстань 1 км; максимальна швидкість при цьому повинна бути в межах 80 км/год; час розгону до 100 км/год складає 12 с, як і час гальмування ГТЗ в звичайних умовах, було виявлено, що максимальна потужність, необхідна від приводу автомобіля в такому циклі, становить 90 кВт,

при цьому еквівалентна потужність не буде перевищувати 28.5 кВт. Енергія, що запасається, становить близько $E_3 = 346$ кДж.

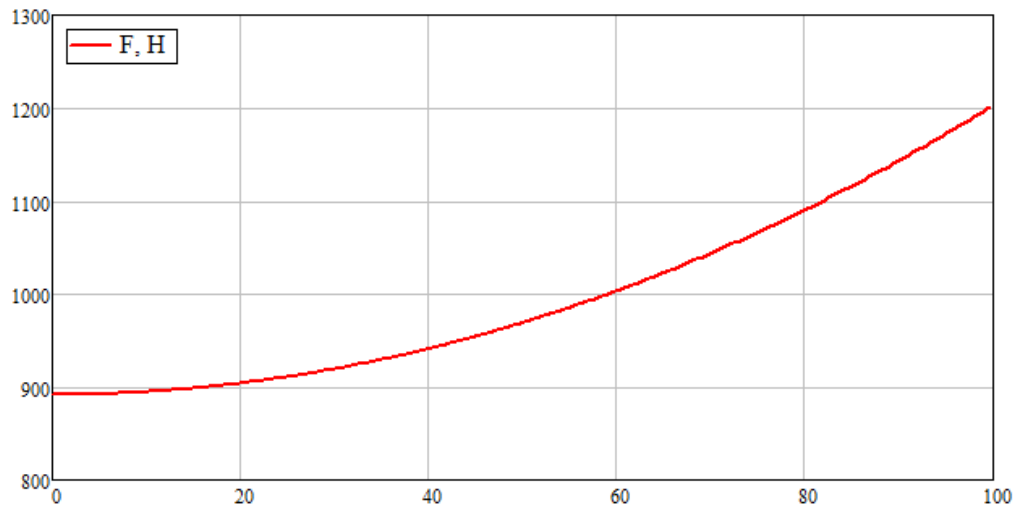


Рис. 2.4. Сила опору руху ГТЗ

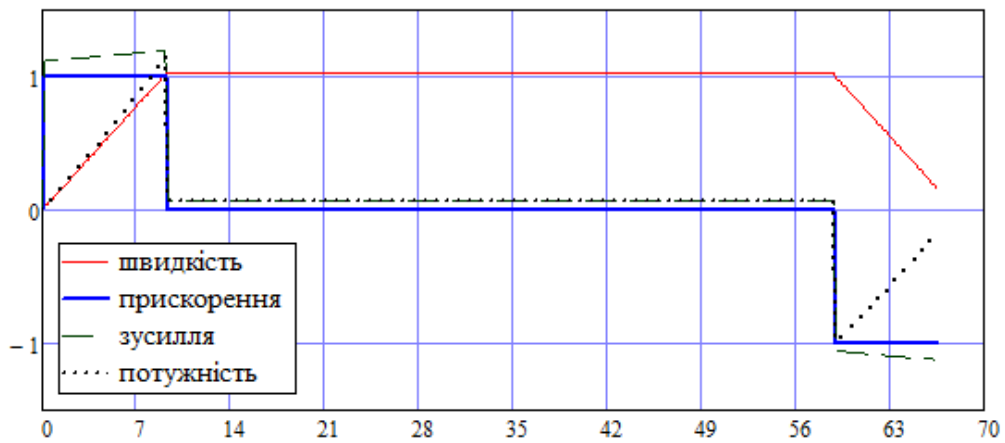


Рис. 2.5. Діаграма швидкості, прискорення, посилення, потужності у відносних одиницях

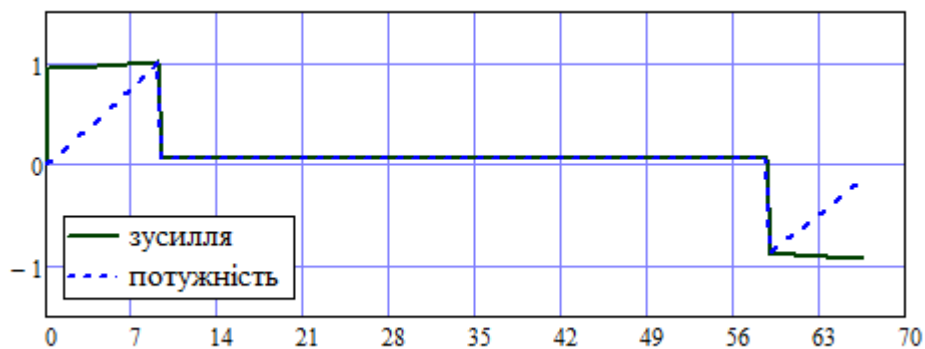


Рис. 2.6. Діаграма зусилля і потужності в абсолютних одиницях

Враховуючи, що необхідна потужність зростає від 0 до 90 кВт практично лінійно по ходу набору швидкості, а трансмісія автомобіля разом з силовим агрегатом «МЕМЗ-307», потужністю 40 кВт, налаштована на режим підтримання сталості потужності, то оптимальним режимом роботи електропривода буде режим підтримки сталості моменту [9]. При такому режимі роботи електропривод не буде виробляти істотного надлишку потужності на початку розгону, і доповнювати її недолік при наборі швидкості. Так само такий режим дозволить найбільш повністю і економічно використовувати ресурси електропривода при цьому, не перевантажуючи його (рис.2.7).

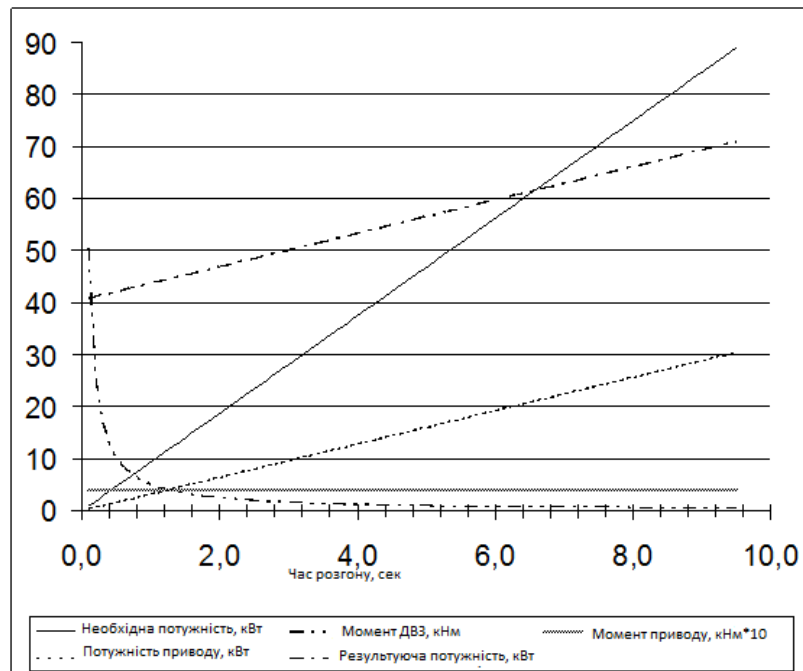


Рис. 2.7. Графік потужностей і моментів силових агрегатів ГТЗ

Виходячи з рис.2.7, на початковому етапі розгону внаслідок надлишку потужності, виробленої ДВЗ, форма тахограми втратить лінійність, однак на етапі попереднього вибору, припустимо, що потужність електропривода змінюється лінійно в міру розгону. Тоді максимальна потужність електропривода дорівнює:

$$P_{ЭМ} = \frac{V \cdot 1000m}{3600c \cdot r} \cdot \lambda \cdot M_H = \frac{80 \cdot 1000}{3600 \cdot 0.285} \cdot 4 \cdot 100 = 31200, Bm \quad (1.10)$$

де $V = 80, км/час$ - номінальна швидкість руху автомобіля;

$r = 0.285, m$ - радіус колеса, з урахуванням встановлених покришок R175/70;

$\lambda = 4$ - перевантажувальна здатність електропривода;

$M_H = 100, Nm$ - номінальний момент електропривода.

Тоді еквівалентна потужність електропривода на етапі розгону дорівнює:

$$P_{\text{э}} = \frac{P_{\text{эм}}}{2} = \frac{31200 \text{ Вт}}{2} = 15.6 \text{ кВт} \quad (1.11)$$

Розрахуємо кількість енергії споживаної електроприводом на етапі розгону:

$$E_p = \frac{P_{\text{э}} \cdot t_p}{\eta} = 180 \cdot 10^3, \text{ Дж} \quad (1.12)$$

де $t_p = 9.5, c$ - час розгону до 80 км/год.

Кількість енергії, що генерується під час рекуперативного гальмування, розрахуємо з обмеження потужності рекуперації. Потужність рекуперації за рекомендаціями виробників дорівнює номінальній потужності електропривода.

Тоді рекуперативна енергія дорівнює:

$$E_T = P_{\text{эН}} \cdot t_T = 126 \cdot 10^3, \text{ Дж} \quad (1.13)$$

де $P_{\text{эН}} = 14, \text{ кВт}$ - номінальна потужність встановленого електропривода;

$t_T = 9, c$ - час гальмування автомобіля.

Тоді необхідну енергію, яку запасли в батареї, необхідну для руху на відстань в 100 км при русі в міському режимі, можна розрахувати за формулою, з урахуванням запасу:

$$E_B = K_3 \cdot 100 \cdot (E_p - E_T) = 1.5 \cdot 100 \cdot (180 \cdot 10^3 - 126 \cdot 10^3) = 8.1 \cdot 10^6, \text{ Дж} \quad (1.14)$$

Так само розрахуємо максимальний струм, необхідний від батареї. Нижня межа напруги для живлення мотор-колів складає $U_{\text{п}} = 70, \text{ В}$. Тоді максимальний можливий споживаний струм можна розрахувати за формулою:

$$I_{\text{PB}} = \frac{P_{\text{эм}}}{U_{\text{п}} \cdot \eta} = 560, \text{ А} \quad (1.15)$$

Відповідно максимальний зарядний струм дорівнює номінальному струму перетворювачів:

$$I_{зБ} = 200, A \quad (1.16)$$

Таким чином, складемо попередні вимоги до комбінованого накопичувача для електропривода гібридного транспортного засобу:

1. Необхідний обсяг енергії – 8.1 МДж;
2. Необхідний струм розряду – 560 А;
3. Необхідний струм заряду – 200 А;
4. Мінімальна вартість;
5. Відсутність ефекту «пам'яті»;
6. Можливість використання при негативних температурах;
7. Підвищена кількість циклів заряд-розряд.

Мінімальна робоча напруга батареї – 70В.

2.2. Опис елементів гібридизованого автомобіля ЗАЗ «Сенс»

Для переобладнання автомобіля були обрані 2 безколекторних мотор-колеса потужністю 7 кВт виробництва фірми KellyControls, LLC (рис. 2.8).

Параметри мотор-колеса наведено в табл. 2.1 [6].



Рис. 2.8. Мотор-колесо

Експлуатаційні характеристики обраного мотор-колеса

Р, кВт	U _{ном} , В	n _{ном} , об/хв	m, кг	j, кг/м ²	I _{ном} , А	M _{ном} , Н*М	η, %
7	72В	1300	26	0.2	110	46	82

де Р – номінальна потужність одного мотор-колеса, кВт;

U_{ном} – номінальна напруга живлення мотор-колеса, В;

n_{ном} – номінальна швидкість обертання мотор-колеса, об/хв;

m – маса одного мотор-колеса, кг;

j – момент інерції мотор-колеса, кг/м².

I_{ном} – номінальний споживаний струм мотор-колеса, А;

M_{ном} – номінальний момент мотор-колеса, Нм;

η – коефіцієнт корисної дії мотор-колеса, %.

Були обрані 2 контролера KBL72401E, 24V-72V, 400A фірми KellyControls, LLC, спеціально призначені для роботи з обраними мотор-колесами (рис. 2.10). Параметри контролера наведено в табл. 2.2 [6].



Рис. 2.10. Фото контролера KBL72401E

Параметри контролера KBL72401E

Ужив., В	Іном., А	$I_{10с}, А$	$I_{30с}, А$	Фроб., Hz	Троб., °С	Іспож., мА
18-90	160	450	400	16600	-30-90	5

Висновки за розділом 2

Для приводної системи автомобіля раціонально використовувати електродвигуни із великою перевантажувальною здатністю – 5:1, оскільки основна частина потужності необхідна для забезпечення динамічних режимів транспортного засобу.

РОЗДІЛ 3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ГІБРИДИЗОВАНОГО АВТОМОБІЛЯ

3.1. Опис траси для проведення випробувань з витрати палива гібридизованого автомобіля при змінних дорожніх умовах

Для проведення випробування був обраний рівнинний район в місті Дніпро, план якого представлений на рисунку 3.1.

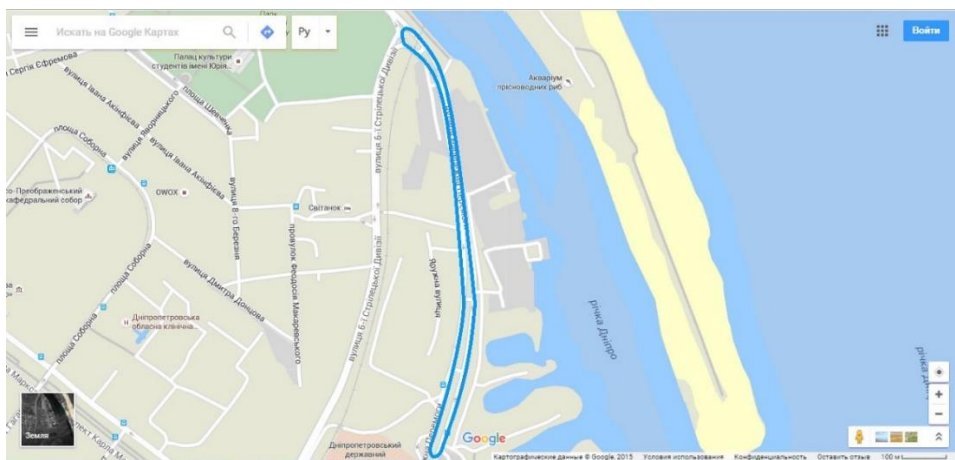


Рис. 3.1. План розташування маршруту в транспортній системі міста Дніпро

Ділянка для проведення випробувань являє собою рівнинну місцевість (перепад висот на всій протяжності не більше 2 метрів) з асфальтним покриттям, рух помірний. Дорога має три, місцями чотири смуги для руху транспортних засобів, відсутні світлофори. Є придорожні будови які об'єднують візуальне сприйняття положення автомобіля на маршруті руху, а також більш чітку фіксацію контрольних точок.

На підставі проведених вимірювань траси, розроблено схему маршруту (рис. 3.2).

Траса включає в себе ділянку АВ, довжина якої становить 1 км., ділянку ВС довжиною 35 метрів з радіусом повороту 25 метрів, ділянку CD довжиною 850 метрів, ділянку DA довжиною 40 метрів з радіусом повороту 25 метрів.

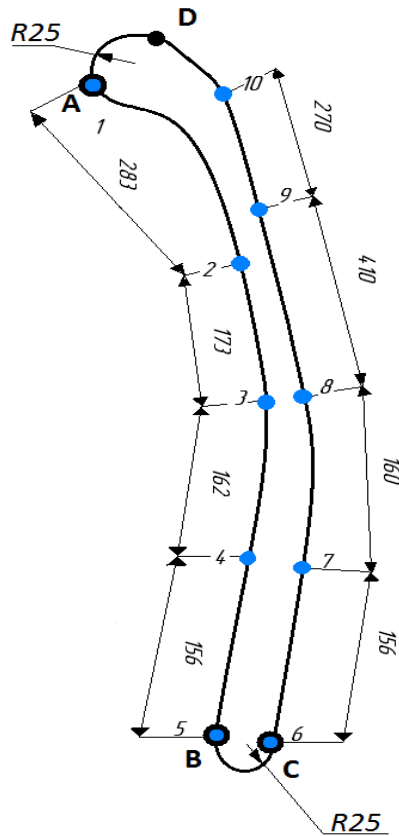


Рис. 3.2. Схема траси

На маршрут руху нанесені позначки від 1 до 10 згідно розробленої схеми (рис. 3.2).

Випробування автомобіля проводилися згідно з програмою і методики випробувань.

3.2. Програма і методика вимірювання витрати палива гібридизованого автомобіля при змінних дорожніх умовах

Мета: зімітувати русі в міському циклі, визначити витрата палива при русі.

Рух по ділянках.

Кожна точка на карті відповідає точці маршруту в якій проводиться фіксація часу і поточної витрати палива. Початок руху здійснюється по колу, проти годинникової стрілки, з точки 0, перебуває в лівій верхній частині рис. 3.3.



Рис. 3.3. Схема маршруту руху з контрольними точками

На ділянках між точками виконуються наступні дії:

При старті з точки 0 включити апаратуру.

0 - 1 - плавний розгін автомобіля до швидкості 60 км/год. і рух з постійною швидкістю;

1 - 2 - рух з постійною швидкістю, 60 км/год.;

2 - 3 - зниження швидкості до 40 км/год. і рух з постійною швидкістю;

3 - 4 рух з постійною швидкістю 40 км/год.;

4 - 5 - набір швидкості для перестроювання, гальмування;

5 - 6 - розворот;

6 - 7 - плавний розгін автомобіля до швидкості 60 км/год. і рух з постійною швидкістю;

7 - 8 - рух з постійною швидкістю 60 км/год.;

8 - 9 - зниження швидкості до 40 км/год., рух з постійною швидкістю 40 км/год.;

9 - 10 - набір швидкості до 60 км/год., рух з постійною швидкістю, гальмування;

У точці 10 виконати зупинку для фіксації даних.

10 - 0 виїзд на повторне коло.

Провести три заїзди на гібридному автомобілі з використанням тільки двигуна внутрішнього згорання і три заїзди з використанням електроприводу.

Черговість та послідовність заїздів значення не має.

При проведенні випробувань фіксувати наступні дані:

1. Час з 0 позначки і до кожної наступної.
2. Кількості імпульсів з 0 позначки і до кожної.
3. Положення автомобіля, рух по маршруту.
4. Положення дросельної заслінки.
5. Візуальне відображення положення автомобіля.
6. Струм і напруга електроприводу.
7. Температура провідників.

Реєстрація даних по пункту 6 і 7 проводиться тільки на заїздах з використанням електроприводу.

3.3. Схема підключення комплексу для вимірювання електричних величин та специфікація його компонентів

На рисунках нижче наведена схеми підключення двох мотор коліс до накопичувача енергії та перетворювача (рис. 3.4), та схема підключення комплексу діагностики електропривода до мотор-колес (рис. 3.5).

Для отримання необхідної інформації щодо режимів роботи електропривода гібридного транспортного засобу, його швидкості, потужності та витраченої енергії на протязі руху в міському режимі роботи (від світлофора до світлофора) необхідно було використати діагностичний комплекс (схему підключення див. на рисунку 3.5).

Важно!

Собирай цепь В- прежде чем собирать другие цепи!
Не подключать контактор или тормоз на В-!

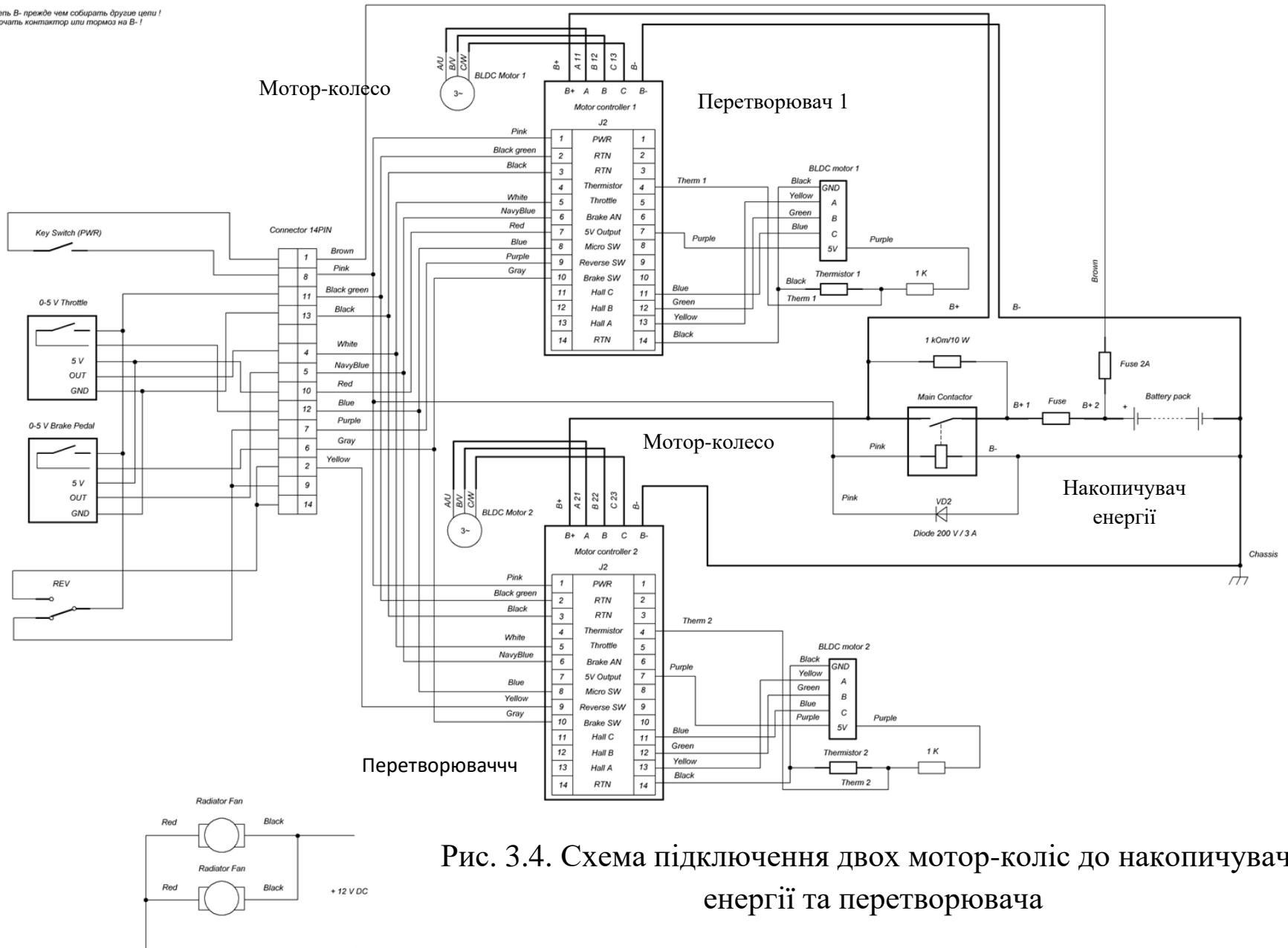


Рис. 3.4. Схема підключення двох мотор-колiс до накопичувача енергії та перетворювача

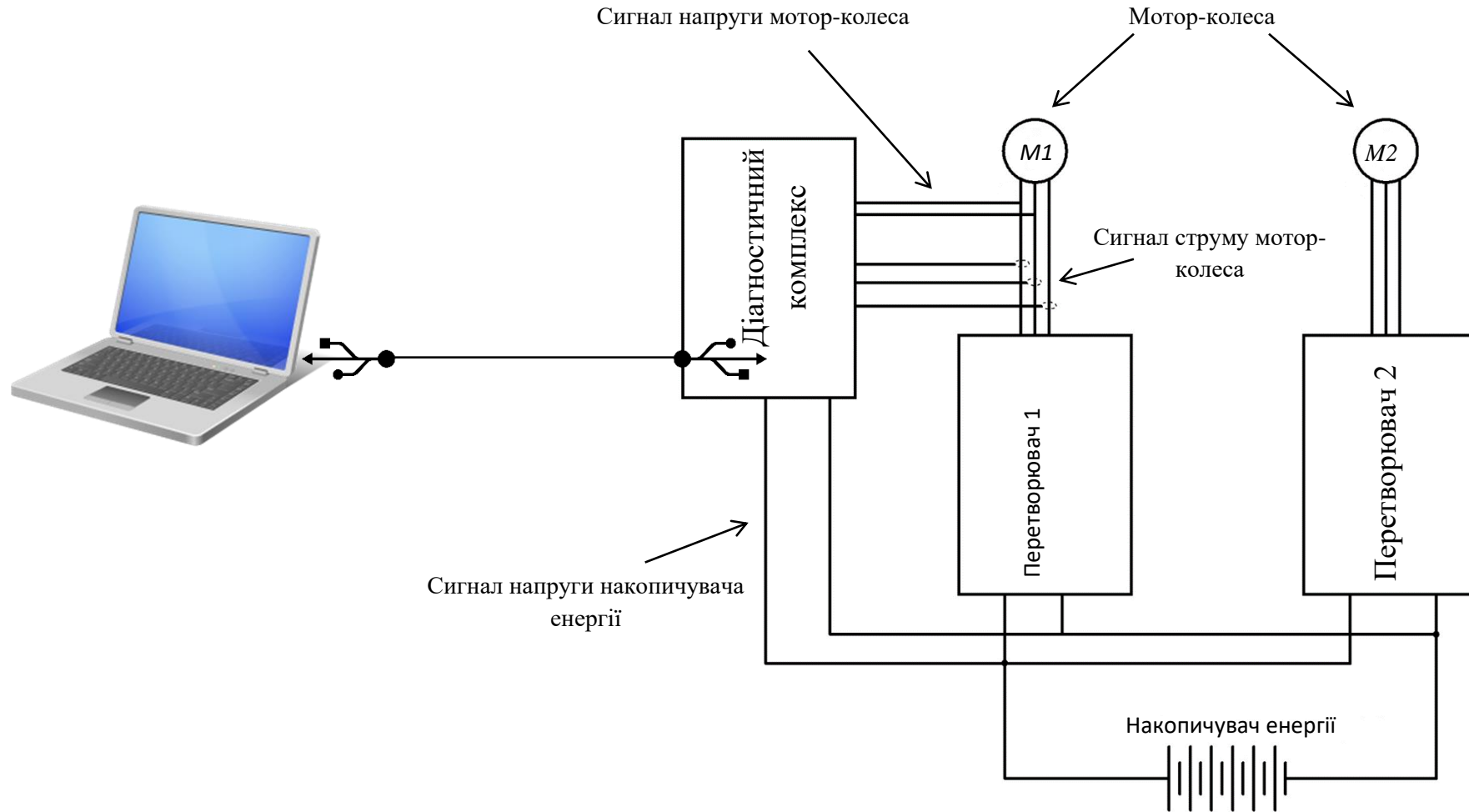


Рис. 3.5. Схема підключення діагностичного комплексу до електричного привода гібридного транспортного засобу

Основними параметрами, що вимірювалися діагностичним комплексом під час експерименту були:

- струм кожної з фаз одного мотор-колеса;
- фазна напруга мотор-колеса;
- напруга накопичувача енергії.

В діагностичному комплексі для вимірювання необхідних величин використовувались наступні компоненти: аналого-цифровий перетворювач L-card E-440, датчики напруги LV 100-3000/SP12 та датчики струму Fluke Flex 3000.

Специфікація параметрів кожного компонента наведена у таблицях нижче.

Таблиця 3.1

Характеристики датчику напруги LEM LV 100-3000 /SP12

Параметр	Значення
Вимірюваний сигнал	Напруга
Номінальне значення первинного сигналу (вхідний сигнал)	3000 В
Точність	1 %
Діапазон перетворення	5000 В
Напруга живлення	5 – 24 В
Тип джерела живлення	Біполярний
Вторинний сигнал (вихідний сигнал)	50 mA

Таблиця 3.2

Характеристики АЦП L-card E-440

Параметр	Значення
1	2
Розрядність АЦП (біт)	14
Максимальна частота перетворення АЦП	400 кГц
Кількість каналів вводу	16 диференціальних або 32 із загальною "землею"
Кількість вхідних сигналів	4
Максимальний діапазон вхідного сигналу	± 10 В
Розрядність ЦАП (біт)	12
Максимальна частота перетворення ЦАП	100 кГц
Кількість каналів ЦАП	2
Діапазон вихідного сигналу	± 5 В
Живлення	Від USB

3.4. Випробування витрати палива гібридизованого автомобіля при змінних дорожніх умовах

Для налаштування режимів роботи електроприводу встановленого на гібридизований автомобіль ЗАЗ «Сенс», проводились дослідження витрати палива при русі автомобіля в міському циклі. Випробування направлені на перевірку вибраних режимів роботи гібридної силової установки шляхом виміру споживання палива при русі в міському циклі.

Випробування полягало в імітації руху автомобіля в міських умовах, на рівній ділянці дороги, а саме часті зміни швидкості в залежності від дорожньої обстановки (перестроювання, випередження, тощо).

Автомобіль розпочинав рух з точки 1 на ділянці АВ (рис. 3.2) і розганявся до швидкості 60 км/год, набравши задану швидкість рух продовжувався до контрольної точки 3, на якій швидкість зменшувалась до 40 км/год. При досягненні точки 4, автомобіль набирал швидкість і виконував перестроювання, для здійснення розвороту. На проміжку ВС, автомобіль розвертався для руху в зворотному напрямку. Рух розпочинався з точки 6 на проміжку CD, здійснювався розгін до 60 км/год та рух з постійною швидкістю, в точці 8 швидкість зменшувалась до 40 км/год. В точці 9 здійснювався розгін з 40 км/год до швидкості в 60 км/год, перестроювання і гальмування в точці 10 для фіксації даних.

Було здійснено три заїди з використанням лише двигуна внутрішнього згорання, три заїди з використанням допоміжного електроприводу разом з двигуном в «паралельному» режимі роботи електропривода три заїди з використанням допоміжного електроприводу разом з двигуном в «змішаному» режимі.

В результаті обробки отриманих даних (осцилограма положення дросельної заслінки, кількості імпульсів лічильника витрати палива, графіку швидкості тощо) отримані результати по витраті палива (в табл. 3.3).

Результати витрати палива

Показник	Режим (ДВЗ/Гібридний «паралельний»/Гібридний «змішаний»)								
	ДВЗ	ДВЗ	ДВЗ	Гібрид 1	Гібрид 2	Гібрид 3	Гібрид 1	Гібрид 2	Гібрид 3
Кількість імпульсів лічильника	39	38	38	33	33	33	31	30	31
Витрачено палива, грам	225,4	219,6	219,6	190,7	190,7	190,7	179,2	173,4	179,2
Витрата палива, л/100 км	11,96	11,65	11,65	10,12	10,12	10,12	9,51	9,2	9,5
Середня витрата, л/100 км	11,75			10,12			9,4		

Висновки за розділом 3

При порівнянні результатів випробувань автомобіля при змінних дорожніх умовах (базовий автомобіль, гібридизований автомобіль з «паралельним» режимом роботи, та гібридизований автомобіль зі «змішаним» режимом роботи електропривода) встановлено, що витрата палива гібридизованого автомобіля при роботі в «паралельному» режимі менше від базового автомобіля, приблизно, на 15%. В той час як гібридизований автомобіль зі «змішаною» схемою роботи електропривода показав зменшення витрати палива, по відношенню до базового автомобіля, приблизно на 20%.

Таким чином «змішаний» режим роботи електропривода в гібридизованому повнопривідному автомобілі є більш економічним.

РОЗДІЛ 4

КАСКАДНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ КОНТАКТНИХ СИЛ АВТОМОБІЛІВ ПРИ ПЕРЕНЕСЕННІ В ПРОСТОРИ

При рівномірному, прискореному, уповільненому режимах руху гібридизованого передньопривідного, задньопривідного, повнопривідного автомобіля по просторовій криволінійній трасі в розв'язках і в поворотах, в ухилах і на прямих ділянках актуальними є завдання по оцінці динамічної навантаженості конструкції і дорожньої поверхні [11-13], а також стійкості і керованості [14-17]. Вирішення цих завдань динамічного проектування [18, 19] гібридизованого автомобіля дозволяє встановити еквівалентні контактні навантаження по опорних точках з урахуванням ознаки ведучого колеса, синтезувати потрібні органи управління, визначити необхідний крутний момент ведучого колеса для забезпечення необхідного режиму руху автомобіля по заданій трасі [20].

Відомо, що завдання по визначенню реакцій зв'язків колісних екіпажів з опорною поверхнею в двох і більше точках виявляється статично невизначеною [21-24]. Пропонований каскадний метод дозволяє обійти зазначене принципове утруднення і знаходити рішення задачі по визначенню контактних рушійно-керуючих сил для колісних екіпажів, що мають будь-яку кількість опорних точок.

Постановка задачі.

Вважається заданими:

- інерційні та геометричні параметри гібридного автомобіля;
- схема розміщення опорних точок з урахуванням ознаки ведучого колеса для передньопривідного, задньопривідного, повнопривідного автомобіля;
- зовнішній силовий вплив на автомобіль (сила тяжіння, аеродинамічна сила);
- геометрія автомобільної траси (пряма, поворот, нахил, підйом, розв'язка, маневр);
- режим руху автомобіля (рівномірний, прискорений, уповільнений).

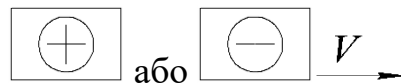
Підлягає визначенню еквівалентна контактна рушійна сила (внутрішня результуюча реакція зв'язку опорної поверхні), що забезпечує заданий режим руху

автомобіля по заданій трасі. Потрібно розподілити еквівалентну контактну рушійну силу по опорних точках з урахуванням ознаки ведучого колеса для передньопривідної, задньопривідної, повнопривідної конструктивних схем гібридного автомобіля.

4.1. Структурні схеми розташування опорних точок автомобілів

Використовуючи елементи комбінаторики, на основі методу математичної індукції будуються в горизонтальній площині структурні схеми можливого розташування опорних точок (точок контакту колісного екіпажу з опорною поверхнею) колісних екіпажів з урахуванням ознаки ведучого і веденого колеса, позначені відповідно: \oplus та \ominus .

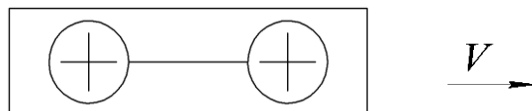
4.1.1. Одноколісний екіпаж. Одноколісний екіпаж, що не придатний для самостійного використання. Рама коляски майже завжди має трубчасту конструкцію:



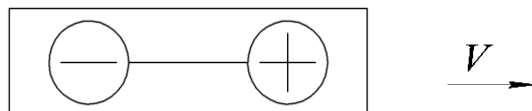
де \bar{V} - напрямок руху.

4.1.2. Двоколісний екіпаж. Тандемна схема [16]:

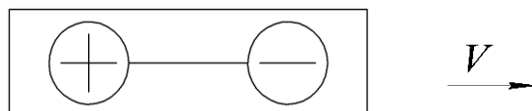
- повнопривідна:



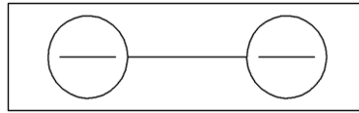
- передньопривідна:



- задньопривідна:



- без приводу:



V →

Паралельна схема:

- повнопривідна:



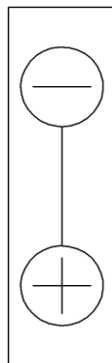
V →

- лівопривідна:



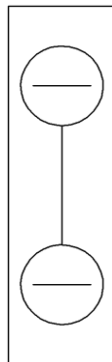
V →

- правопривідна:



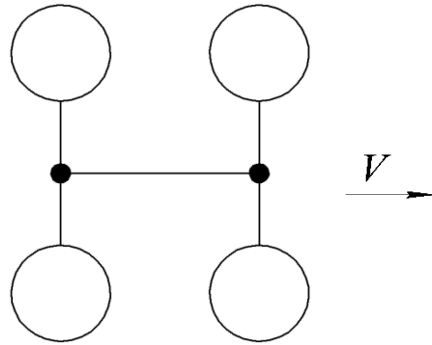
V →

- без приводу:

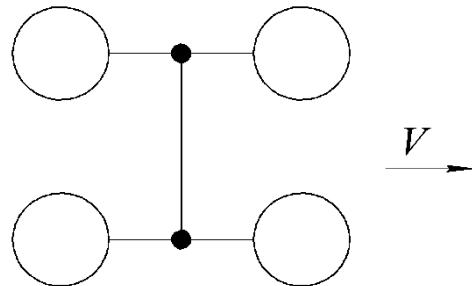


V →

4.1.4. Чотириколісний автомобіль. Тандемно-паралельна схема чотириколісного екіпажу [26]:



Паралельно-тандемна схема чотириколісного екіпажу:



4.2. Математична модель кінетики гібридизованого автомобіля

Детермінована математична модель кінетики гібридизованого автомобіля в просторі при різних режимах руху на криволінійній трасі складається на основі нелінійних диференціальних рівнянь Ейлера-Лагранжа у формі кватерніонних матриць [21]. Тут у якості динамічної моделі автомобіля приймається матеріальна точка заданої маси (m), до якої прикладені аеродинамічні сили, сила тяжіння, інерційні сили і шукані контактні рушійні сили (керуючі сили), що забезпечують необхідний режим руху по заданій просторовій криволінійній трасі.

Вводяться системи координат:

- земна, полюс і орієнтація осей якої визначається зручністю опису автомобільної траси;
- пов'язана з автомобілем, полюс і орієнтація осей якої визначається в інерціальному просторі природного тригранника.

У прийнятій постановці завдання математична модель допускає такі спрощення:

- центр мас автомобіля поєднується з полюсом зв'язаної системи координат;
- матриця інерції автомобіля вироджується в нуль-матрицю, тобто не розглядається динаміка обертального руху автомобіля.

Динаміка поступального руху автомобіля описується однією квазішвидкістю (V_τ) – проекцією вектора лінійної швидкості центру мас автомобіля на дотичну до траєкторії руху (трасі) і двома квазіприскореннями (W_τ, W_n):

- тангенціальним (W_τ);
- нормальним (доцентровим W_n).

У цих припущеннях рівняння Ейлера-Лагранжа, що описують кінетику гібридизованого автомобіля, приймають просту форму:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ W_\tau \\ W_n \\ 0 \end{pmatrix} = g A^t \cdot {}^t A^t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{qS}{m} R_d \cdot {}^t R_d \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ C_{1d} \\ C_{2d} \\ C_{3d} \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ N_\tau \\ N_n \\ N_b \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

де m – маса екіпажу;

g – прискорення сили тяжіння;

q – швидкісний напір;

S – характерна площа;

C_{1d}, C_{2d}, C_{3d} – аеродинамічні коефіцієнти;

W_τ, W_n – квазіприскорення;

A – кватерніона матриця в параметрах Родріга-Гамільтона, що визначають орієнтацію природного тригранника в земній системі координат;

R_d – кватерніона матриця, що визначає орієнтацію аеродинамічних осей щодо природних;

N_τ, N_n, N_b – рушійні сили.

4.3. Розробка математичної моделі автомагістралі

По мірі зростання швидкості руху колісного транспорту (автомобільного, залізничного) провідні країни світу (Німеччина, Японія, Франція та ін.) продовжують дослідження з визначення нових форм перехідних кривих, що забезпечують плавну зміну кривизни [12]. Відомі перехідні криві у вигляді кубічної параболі, синусоїди, лемніскати, трьох або чотирьох пелюсткової троянди, а також псевдоспіралі, яка в окремих випадках є колом, логарифмічною спіраллю, клотоїди і т.д. Запропоновані з евристичних або критеріальних міркувань перехідні криві повинні відповідати істинній траєкторії руху транспортного екіпажу, як при постійній, так і при змінній швидкості руху [20].

Тут пропонується формувати план, поздовжній і поперечний профіль швидкісної автомобільної дороги в розв'язках і поворотах у вигляді лінійчатої поверхні (поверхні Шухова), утворюючі якої лежать в нормальній площині натурального триєдру траєкторії руху, перпендикулярно проекції результуючого вектору сил інерції, включаючи гравітацію, на цю нормальну площину в кожній точці направляючої, обраній як відрізок спіралі-гвинтової лінії, що містить дев'ять змінних параметрів, які визначаються за необхідними крайовими (граничними) умовами, що накладаються в тому числі і на величину кривизни, при заданих режимах руху.

Вважається заданим розташування і швидкість автомобіля в моменти часу входу і виходу на розглянутій криволінійній ділянці автомагістралі. Потрібно знайти годограф, відповідний заданому режиму руху автомобіля по автомагістралі, що розглядається як траєкторія руху.

4.4. Направляюча дорожньої поверхні

Математична модель дорожньої поверхні швидкісної автомагістралі в розв'язках і поворотах будується в вигляді лінійчатої поверхні (поверхні Шухова). Направляюча цієї поверхні (перехідна крива) вибирається відповідно до істинної

траєкторії руху автомобіля, що розглядається тут як матеріальна точка. Ця траєкторія представляється в параметричній формі, де в якості параметра приймається час руху автомобіля в повороті, тобто годограф [20]. Годограф, відповідний істинної траєкторії руху, шукається в класі спіралі-гвинтових ліній, заданих в нерухомій (земної) системі координат, в такий спосіб [24]:

$$\bar{r}(t) = \|\rho_0 \rho_1 \rho_2 \rho_3\| \begin{vmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{vmatrix} (\bar{i} \cos \omega t + \bar{j} \sin \omega t) + \bar{k} \|h_0 h_1 h_2 h_3\| \begin{vmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{vmatrix}, \quad (4.2)$$

де $\rho_i h_i (i = 0, 1, 2, 3)$ – варійовані параметри, які визначаються за заданими крайовими умовами;

ω – середня кутова швидкість розвороту, яка дорівнює $\omega = \frac{\varphi_0}{t_0}$. Тут φ_0 – повний

кут розвороту; t_0 – необхідний час проходження повороту.

Автомобільна дорога як траєкторія руху автомобіля на криволінійній ділянці, що відповідає запропонованому годографу (рис. 4.1).

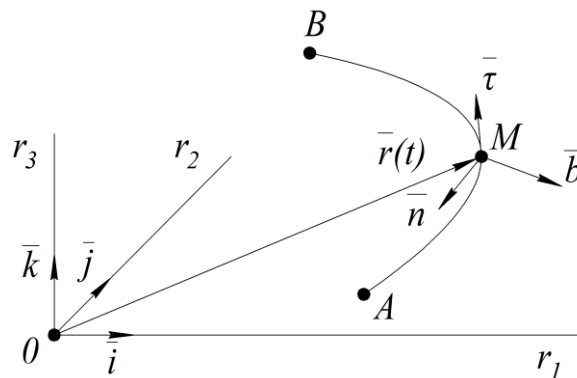


Рис. 4.1. Автомобільна дорога як траєкторія руху автомобіля на криволінійній ділянці

На рис. 4.1 зображено: \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} – орти земної (інерційної) системи координат; $\bar{\tau}$, \bar{n} , \bar{b} – орти натурального трієдру траєкторії.

Годограф представимо у відомій загальній формі:

$$\bar{r}(t) = \bar{i} r_1 + \bar{j} r_2 + \bar{k} r_3, \quad (4.3)$$

де компоненти вектору вважаються заданими у вигляді:

$$r_1 = \|\rho_0 \rho_1 \rho_2 \rho_3\| \begin{vmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{vmatrix} \cos \omega t, \quad r_2 = \|\rho_0 \rho_1 \rho_2 \rho_3\| \begin{vmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{vmatrix} \sin \omega t, \quad r_3 = \|h_0 h_1 h_2 h_3\| \begin{vmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{vmatrix}. \quad (4.4)$$

4.4.1. Годограф автомобіля на прямих і криволінійних ділянках автомагістралі при різних режимах руху. Розглядаються в земній системі координат годограф автомобіля як матеріальної точки на ділянках автомагістралі без ухилу і з ухилом, без повороту і в повороті при режимах руху з постійною швидкістю, уповільненому, прискореному.

4.4.2. Побудова годографа для автомагістралі без ухилу і повороту при постійній швидкості руху автомобіля. Постановка задачі. Крайові умови на даній ділянці автомагістралі задані у вигляді: $\bar{r}_A = \bar{r}(0)$, $\bar{r}_B = \bar{r}(t_k)$, $\bar{V}_A = \bar{V}(0)$, $\bar{V}_B = \bar{V}(t_k)$, $\bar{V}_A = \bar{V}_B$. Поворот відсутній: $\varphi_0 = 0$. Ухил відсутній: $r_3 = 0$. Потрібно знайти варійовані параметри годографа: ρ_0 , ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , h_0 , h_1 , h_2 , h_3 , а також ω и t_k .

Рішення. Так як поворот відсутній ($\varphi_0 = 0$), то $\omega = 0$ и $r_2 = 0$. Так як ухил відсутній ($r_3 = 0$), то $h_0 = 0$, $h_1 = 0$, $h_2 = 0$, $h_3 = 0$. Тоді годограф визначається у вигляді:

$$\bar{r}(t) = \bar{i}(\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \quad (4.5)$$

і показаний на рисунку 4.2.

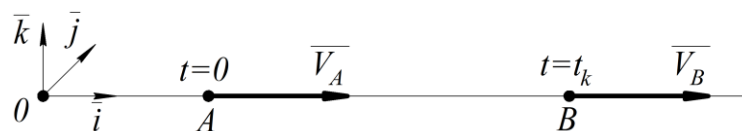


Рис. 4.2. Годограф

Лінійна швидкість визначається у вигляді:

$$\bar{V}(t) = \bar{i}(\rho_1 + 2\rho_2 t + 3\rho_3 t^2). \quad (4.6)$$

Очевидно, що

$$t_k = \frac{r_{1A} - r_{1B}}{V_{1A}}. \quad (4.7)$$

У скалярній формі отримаємо:

$$r_1(t) = \rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3, \quad (4.8)$$

$$V_1(t) = \rho_1 + 2\rho_2 t + 3\rho_3 t^2. \quad (4.9)$$

У початковий момент часу безпосередньо знаходяться параметри ρ_0 та ρ_1 :

$$\rho_0 = r_{1A}, \quad \rho_1 = V_{1A}. \quad (4.10)$$

У кінцевий момент часу виконуються умови:

$$\rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3 = r_{1B}, \quad (4.11)$$

$$\rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 = V_{1B}, \quad (4.12)$$

або

$$\rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3 = r_{1B} - \rho_0 - \rho_1 t_k, \quad (4.13)$$

$$2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 = V_{1B} - \rho_1. \quad (4.14)$$

Так як

$$r_{1B} - \rho_0 - \rho_1 t_k = 0, \quad (4.15)$$

$$V_{1B} - \rho_1 = 0, \quad (4.16)$$

отримуємо лінійну, однорідну систему алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3 = 0 \\ 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 = 0 \end{cases}, \quad (4.17)$$

в якій визначник не дорівнює нулю:

$$\begin{vmatrix} 1 & t_k \\ 2 & 3t_k \end{vmatrix} = t_k. \quad (4.18)$$

Отже, рішення тривіальне, тобто

$$\rho_2 = 0, \quad \rho_3 = 0. \quad (4.19)$$

Таким чином, годограф приймає найпростіший вид:

$$\bar{r}(t) = \bar{i}(r_{1A} + V_{1A}t). \quad (4.20)$$

4.4.3. Побудова годографа руху автомобіля при різній швидкості входу і виходу на прямолінійній, горизонтальній ділянці автомагістралі. Тут вважається, що

$$V_{1A} \neq V_{1B}, \quad (4.21)$$

а час проходження автомобілів прямолінійної ділянки автомагістралі визначається величиною середньої швидкості

$$V_{\text{cpl}} = \frac{V_{1A} + V_{1B}}{2}, \quad (4.22)$$

тобто

$$t_k = \frac{r_{1B} - r_{1A}}{V_{\text{cpl}}}. \quad (4.23)$$

Тоді

$$r_{1B} - \rho_0 - \rho_1 t_k = (r_{1B} - r_{1A}) \frac{V_{1B} - V_{1A}}{V_{1B} + V_{1A}}, \quad (4.24)$$

$$V_{1B} - \rho_1 = V_{1B} - V_{1A} \quad (4.25)$$

отримуємо наступну лінійну систему неоднорідних рівнянь алгебри:

$$\begin{cases} \rho_2 + \rho_3 t_k = \frac{V_{1B} - V_{1A}}{2 t_k} \\ 2\rho_2 + 3\rho_3 t_k = \frac{V_{1B} - V_{1A}}{t_k} \end{cases}, \quad (4.26)$$

яка має рішення:

$$\rho_2 = \frac{1}{4} \frac{V_{1B}^2 - V_{1A}^2}{r_{1B} - r_{1A}}, \quad \rho_3 = 0. \quad (4.27)$$

Таким чином, годограф в цьому випадку має вигляд:

$$\vec{r}(t) = \vec{i} \left(r_{1A} + V_{1A} t + \frac{1}{4} \frac{V_{1B}^2 - V_{1A}^2}{r_{1B} - r_{1A}} t^2 \right). \quad (4.28)$$

4.4.4. Побудова годографа руху автомобіля при рівній швидкості на вході і виході ділянки автомагістралі, що має підйом (ухил), без повороту. Крайові умови мають вигляд:

$$\bar{r}_A = \bar{i}r_{1A}, \quad \bar{r}_B = \bar{i}r_{1B} + \bar{k}r_{3B}, \quad (4.29)$$

$$\bar{V}_A = \bar{i}V_{1A}, \quad \bar{V}_B = \bar{i}V_{1B} + \bar{k}V_{3B}, \quad (4.30)$$

і показані на рисунку 4.4.

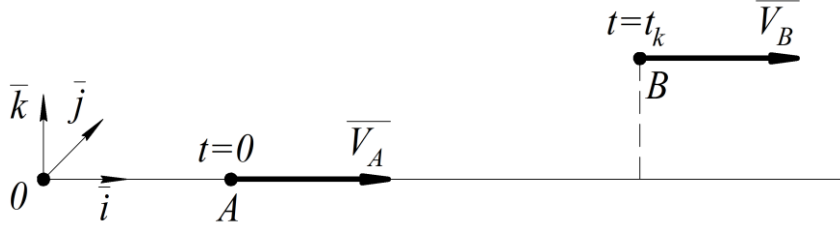


Рис. 4.3. Крайові умови руху автомобіля на підйом (ухил)

Підйом (ухил) характеризує: $r_{3B} \neq 0$.

Відсутність повороту значить: $\omega = 0$.

Рівність швидкостей на вході і виході ділянки автомагістралі зводиться до умов:

$$V_{1A} = V_{1B}, \quad V_{3B} = 0, \quad V_{3A} = 0. \quad (4.31)$$

Таким чином, годограф шукається у вигляді:

$$r(t) = i(\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) + k(h_0 + h_1 t + h_2 t^2 + h_3 t^3), \quad (4.32)$$

тобто

$$r_1(t) = \rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3, \quad r_3(t) = h_0 + h_1 t + h_2 t^2 + h_3 t^3, \quad (4.33)$$

і, отже,

$$\dot{r}_1(t) = \rho_1 + 2\rho_2 t + 3\rho_3 t^2, \quad \dot{r}_3(t) = h_1 + 2h_2 t + 3h_3 t^2. \quad (4.34)$$

Тоді, згідно з граничним умовам, отримуємо:

$$\begin{aligned} r_{1A}(0) &= \rho_0, & r_{3A}(0) &= h_0, \\ \dot{r}_{1A}(0) &= \rho_1, & \dot{r}_{3A}(0) &= h_1, \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} r_{1B}(t_k) &= \rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3, & r_{3B}(t_k) &= h_0 + h_1 t_k + h_2 t_k^2 + h_3 t_k^3, \\ \dot{r}_{1B}(t_k) &= \rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2, & \dot{r}_{3B}(t_k) &= h_1 + 2h_2 t_k + 3h_3 t_k^2, \end{aligned}$$

тобто

$$\begin{aligned} \rho_0 &= r_{1A}, & h_0 &= 0, \\ \rho_1 &= V_{1A}, & h_1 &= 0, \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned}\rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3 &= r_{1B}, & h_0 + h_1 t_k + h_2 t_k^2 + h_3 t_k^3 &= r_{3B}, \\ \rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 &= V_{1B}, & h_1 + 2h_2 t_k + 3h_3 t_k^2 &= 0,\end{aligned}$$

де

$$t_k = \frac{r_{1B} - r_{1A}}{V_{1A}}, \quad V_{3cc} = \frac{r_{3B} - r_{3A}}{t_k}, \text{ так як } V_{1A} = V_{1B}, \quad V_{3A} = V_{3B} = 0.$$

Звідки отримуємо дві лінійні системи неоднорідних рівнянь алгебри:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_0 = r_{1A} \\ \rho_1 = V_{1A} \\ \rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3 = r_{1B} \\ \rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 = V_{1B} \end{array} \right., \quad \left\{ \begin{array}{l} h_0 = 0 \\ h_1 = 0 \\ h_0 + h_1 t_k + h_2 t_k^2 + h_3 t_k^3 = r_{3B} \\ h_1 + 2h_2 t_k + 3h_3 t_k^2 = 0 \end{array} \right., \quad (4.37)$$

розширені матриці яких мають вигляд:

$$\left\| \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & r_{1A} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & V_{1A} \\ 1 & t_k & t_k^2 & t_k^3 & r_{1B} \\ 0 & 1 & 2t_k & 3t_k^2 & V_{1B} \end{array} \right\|, \quad \left\| \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & t_k & t_k^2 & t_k^3 & r_{3B} \\ 0 & 1 & 2t_k & 3t_k^2 & 0 \end{array} \right\|. \quad (4.38)$$

Застосовуючи метод Жордана-Гаусса, знайдемо:

$$\left\| \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & r_{1A} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & V_{1A} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3\frac{r_{1B} - r_{1A}}{t_k^2} - \frac{V_{1B} + 2V_{1A}}{t_k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{V_{1B} + V_{1A}}{t_k^2} - 2\frac{r_{1B} - r_{1A}}{t_k^3} \end{array} \right\|; \quad \left\| \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3\frac{r_{3B}}{t_k^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2\frac{r_{3B}}{t_k^3} \end{array} \right\| \quad (4.39)$$

тобто

$$\begin{aligned}\rho_0 &= r_{1A}, & h_0 &= 0, \\ \rho_1 &= V_{1A}, & h_1 &= 0, \\ \rho_2 &= 3\frac{r_{1B} - r_{1A}}{t_k^2} - \frac{V_{1B} + 2V_{1A}}{t_k}, & h_2 &= 3\frac{r_{3B}}{t_k^2}, \\ \rho_3 &= \frac{V_{1B} + V_{1A}}{t_k^2} - 2\frac{r_{1B} - r_{1A}}{t_k^3}, & h_3 &= -2\frac{r_{3B}}{t_k^3},\end{aligned} \quad (4.40)$$

або виключаючи t_k і враховуючи, що $V_{1A} = V_{1B}$, отримаємо:

$$\begin{aligned}
\rho_0 &= r_{1A}, & h_0 &= 0, \\
\rho_1 &= V_{1A}, & h_1 &= 0, \\
\rho_2 &= 0, & h_2 &= 3 \left(\frac{V_{1A}}{r_{1B} - r_{1A}} \right)^2 r_{3B}, \\
\rho_3 &= 0, & h_3 &= -2 \left(\frac{V_{1A}}{r_{1B} - r_{1A}} \right)^3 r_{3B}.
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Таким чином, в даному випадку годограф автомагістралі має вигляд:

$$\bar{r}(t) = \bar{i}(r_{1A} + V_{1A}t) + \bar{k} \left[3 \left(\frac{V_{1A}}{r_{1B} - r_{1A}} \right)^2 r_{3B} t^2 - 2 \left(\frac{V_{1A}}{r_{1B} - r_{1A}} \right)^3 r_{3B} t^3 \right] \tag{4.42}$$

або

$$\bar{r}(t) = \bar{i}(r_{1A} + V_{1A}t) + \bar{k} \left(3 - 2 \frac{V_{1A}}{r_{1B} - r_{1A}} t \right) \left(\frac{V_{1A}}{r_{1B} - r_{1A}} \right)^2 r_{3B} t^2. \tag{4.43}$$

4.4.5. Профіль автомагістралі на ділянці, що має підйом (ухил), без повороту, при рівній швидкості на вході і виході. Траєкторія або форма лінії автомагістралі на заданій ділянці у вертикальній площині земної системи координат представляється в параметричному вигляді:

$$\begin{cases} r_1(t) = r_{1A} + V_{1A}t \\ r_3(t) = 3r_{3B} \left(\frac{V_{1A}t}{r_{1B} - r_{1A}} \right)^2 - 2r_{3B} \left(\frac{V_{1A}t}{r_{1B} - r_{1A}} \right)^3, \end{cases} \tag{4.44}$$

де t - час-параметр.

Виключаючи параметр t

$$t = \frac{r_1(t) - r_{1A}}{V_{1A}} \tag{4.45}$$

і вводячи нові змінні:

$$x = \frac{r_1(t) - r_{1A}}{r_{1B} - r_{1A}}, \quad z = \frac{r_3(t)}{r_{3B}}, \tag{4.46}$$

отримаємо профіль автомагістралі як суперпозицію квадратичної і кубічної парабол:

$$z = 3x^2 - 2x^3. \quad (4.47)$$

Тут:

- область зміни: $0 \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq 1$;
- точки екстремуму: $x_1^{\text{э}} = 0, x_2^{\text{э}} = 1, \quad (z' = 0)$;
- точка перегину: $x_1^{\text{г}} = \frac{1}{2} \quad (z'' = 0)$;
- інтервал ввігнутості: $0 < x < \frac{1}{2} \quad (z'' > 0)$;
- інтервал випуклості: $\frac{1}{2} < x < 1 \quad (z'' < 0)$;
- екстремальні значення: $z_{\min}(0) = 0, z_{\max}(1) = 1$.

4.4.6. Побудова годографа руху автомобіля при повороті в горизонтальній площині. Крайові умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{r}_A &= \bar{i}r_{1A}, & \bar{r}_B &= \bar{j}r_{2B}, \\ \bar{V}_A &= \bar{j}V_{2A}, & \bar{V}_B &= -\bar{i}V_{1B}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

і показані на рис. 4.4.



Рис. 4.4. Крайові умови руху автомобіля при повороті

Тут

$$\begin{aligned} r_{2A} &= 0, \quad r_{3A} = 0, \quad r_{3B} = 0, \quad r_{1B} = 0; \\ V_{1A} &= 0, \quad V_{3A} = 0, \quad V_{2B} = 0, \quad V_{3B} = 0. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Поворот здійснюється на заданий кут φ_0 . Наприклад, вважаємо, що $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

Таким чином, годограф автомагістралі при повороті в горизонтальній площині шукається у вигляді:

$$\bar{r}(t) = \left\| \begin{array}{c} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{array} \right\| \left(\bar{i} \cos(\omega t) + \bar{j} \sin(\omega t) \right), \quad (4.50)$$

тобто варійовані параметри h_0, h_1, h_2, h_3 тотожно дорівнюють нулю, а параметри $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3$ знаходяться по крайовим умовам. Тут компоненти годографа мають вигляд:

$$r_1(t) = (\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \cos(\omega t), \quad (4.51)$$

$$r_2(t) = (\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \sin(\omega t) \quad (4.52)$$

і відповідно:

$$\dot{r}_1(t) = (\rho_1 + 2\rho_2 t + 3\rho_3 t^2) \cos(\omega t) - \omega(\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \sin(\omega t), \quad (4.53)$$

$$\dot{r}_2(t) = (\rho_1 + 2\rho_2 t + 3\rho_3 t^2) \sin(\omega t) + \omega(\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \cos(\omega t). \quad (4.54)$$

Згідно крайовим умовам отримуємо:

$$\begin{aligned} r_{1A}(0) &= \rho_0, & r_{2A}(0) &= 0, \\ \dot{r}_{1A}(0) &= \rho_1, & \dot{r}_{2A}(0) &= \omega \rho_0, \\ r_{1B}(t_k) &= 0, & r_{2B}(t_k) &= \rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3, \\ \dot{r}_{1B}(t_k) &= -\omega(\rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3), & \dot{r}_{2B}(t_k) &= \rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 \end{aligned} \quad (4.55)$$

або, опускаючи тривіальні умови,

$$\begin{aligned} \rho_0 &= r_{1A}, & \omega \rho_0 &= V_{2A}, \\ \rho_1 &= 0, & \rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3 &= r_{2B}, \\ \omega(\rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3) &= V_{1B}, & \rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 &= 0. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Звідки випливає: $\omega r_{1A} = V_{2A}$, $\frac{V_{1B}}{\omega} = r_{2B}$ або $\omega = \frac{V_{2A}}{r_{1A}}$, $\omega = \frac{V_{1B}}{r_{2B}}$,

тобто $\frac{V_{2A}}{r_{1A}} = \frac{V_{1B}}{r_{1B}}$, або $\frac{V_{2A}}{V_{1B}} = \frac{r_{1A}}{r_{1B}}$, а також $V_{2A}r_{1B} = V_{1B}r_{1A}$.

Незалежними є наступні рівняння:

$$\begin{cases} t_k^2(\rho_2 + \rho_3 t_k) = r_{2B} - r_{1A} \\ t_k(2\rho_2 + 3\rho_3 t_k) = 0 \end{cases} \quad (4.57)$$

Тут, вважаючи, що: $\omega t_k = \frac{\pi}{2}$, знаходимо

$$t_k = \frac{\pi}{2\omega}, \quad (4.58)$$

а варійовані параметри визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= r_{1A}, & \rho_1 &= 0, \\ \rho_2 &= 3 \frac{r_{2B} - r_{1A}}{t_k^2}, & \rho_3 &= -2 \frac{r_{2B} - r_{1A}}{t_k^3}, \end{aligned} \quad (4.59)$$

або

$$\rho_2 = \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}), \quad \rho_3 = -\frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}), \quad (4.60)$$

а також

$$\rho_2 = \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{1B}}{r_{2B}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}), \quad \rho_3 = -\frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{1B}}{r_{2B}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}). \quad (4.61)$$

Таким чином, годограф автомагістралі при повороті в горизонтальній площині на прямий кут приймає вид:

$$\vec{r}(t) = \left[r_{1A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) t^3 \right] \cdot \left(\bar{i} \cos \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right) + \bar{j} \sin \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right) \right) \quad (4.62)$$

або

$$\vec{r}(t) = \left[r_{1A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{1B}}{r_{2B}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{1B}}{r_{2B}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) t^3 \right] \cdot \left(\bar{i} \cos \left(\frac{V_{1B}}{r_{2B}} t \right) + \bar{j} \sin \left(\frac{V_{1B}}{r_{2B}} t \right) \right) \quad (4.63)$$

4.4.7. План автомагістралі при повороті на прямий кут. Траєкторія або форма лінії автомагістралі в плані земної системи координат представляється в параметричному вигляді:

$$r_1(t) = \left[r_{1A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) t^3 \right] \cdot \cos \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right), \quad (4.64)$$

$$r_2(t) = \left[r_{1A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) t^3 \right] \cdot \sin \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right), \quad (4.65)$$

або, виключивши параметр t - час за допомогою умови

$$t = \frac{\varphi}{\omega}, \quad (4.66)$$

де φ - полярний кут, і, ввівши полярний радіус:

$$r^2(t) = r_1^2(t) + r_2^2(t), \quad (4.67)$$

отримаємо в полярній системі координат:

$$\frac{r(\varphi) - r_{1A}}{r_{2B} - r_{1A}} = 3 \left(\frac{\varphi}{\pi/2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\varphi}{\pi/2} \right)^3, \quad (4.68)$$

тобто, суперпозиція квадратичної і кубічної спіралей Архімеда.

Вочевидь, що:

$$\begin{aligned} \varphi = 0, & & r(0) &= r_{1A}, \\ \varphi = \frac{\pi}{2}, & & r\left(\frac{\pi}{2}\right) &= r_{2B}, \\ \varphi = \frac{\pi}{4}, & & r\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{1}{2}(r_{2B} + r_{1A}). \end{aligned} \quad (4.69)$$

Зокрема, коли $V_{2A} = V_{1B}$ або $r_{1A} = r_{2B}$, випливає: $r(\varphi) = r_{1A}$ при будь-якому φ ,

тобто отримуємо дугу окружності на заданому інтервалі: $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

4.4.8. Побудова годографа руху автомобіля при підйомі (ухилі) і повороті по просторової магістралі. Крайові умови [30] на даній ділянці автомагістралі (рис. 4.5) і мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 t=0, & & t=t_k, \\
 \bar{r}_A = \bar{i}r_{1A} + \bar{k}r_{3A}, & & \bar{r}_B = \bar{j}r_{2B} + \bar{k}r_{3B}, \\
 \bar{V}_A = \bar{i}V_{1A} + \bar{j}V_{2A} + \bar{k}V_{3A}, & & \bar{V}_B = -\bar{i}V_{1B} + \bar{j}V_{2B} + \bar{k}V_{3B}.
 \end{aligned}
 \tag{4.70}$$

Тут

$$r_{2A} = 0, \quad r_{1B} = 0. \tag{4.71}$$

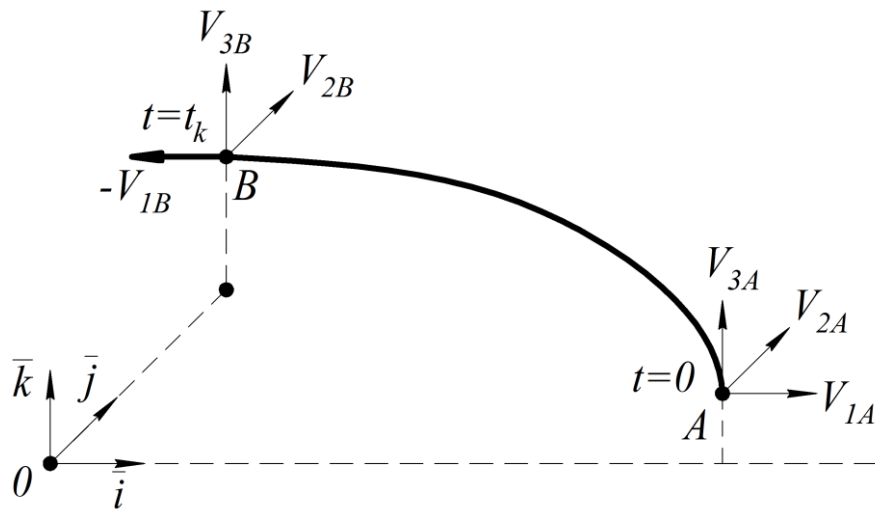


Рис. 4.5. Крайові умови при русі на підйом (ухил) при повороті

Вважаємо також, що

$$\omega t_k = \frac{\pi}{2} \tag{4.72}$$

тобто поворот здійснюється на прямий кут.

Тоді годограф руху автомобіля при підйомі ($r_{3B} - r_{3A} > 0$) і повороті на заданий кут ($\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$) по просторової магістралі шукається у вигляді:

$$\bar{r}(t) = \left\| \begin{matrix} \rho_0 \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{matrix} \right\| (\bar{i} \cos(\omega t) + \bar{j} \sin(\omega t)) + \left\| \begin{matrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{matrix} \right\| \bar{k}. \tag{4.73}$$

Тут компоненти годографа наступні:

$$\begin{aligned} r_1(t) &= (\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \cos(\omega t), \\ r_2(t) &= (\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \sin(\omega t), \\ r_3(t) &= h_0 + h_1 t + h_2 t^2 + h_3 t^3, \end{aligned} \quad (4.74)$$

і відповідно компоненти вектору швидкості:

$$\begin{aligned} \dot{r}_1(t) &= (\rho_1 + 2\rho_2 t + 3\rho_3 t^2) \cos(\omega t) - \omega(\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \sin(\omega t), \\ \dot{r}_2(t) &= (\rho_1 + 2\rho_2 t + 3\rho_3 t^2) \sin(\omega t) + \omega(\rho_0 + \rho_1 t + \rho_2 t^2 + \rho_3 t^3) \cos(\omega t), \\ \dot{r}_3(t) &= h_1 + 2h_2 t + 3h_3 t^2, \end{aligned} \quad (4.75)$$

де $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3$ и h_0, h_1, h_2, h_3 а також ω - варійовані параметри годографу.

Згідно заданим крайовим умовам маємо для точки А ($t = 0$):

$$\begin{aligned} r_{1A}(0) &= \rho_0, & r_{2A}(0) &= 0, & r_{3A}(0) &= h_0, \\ \dot{r}_{1A}(0) &= \rho_1, & \dot{r}_{2A}(0) &= \omega\rho_0, & \dot{r}_{3A}(0) &= h_1; \end{aligned} \quad (4.76)$$

для точки В ($t = t_k$):

$$\begin{aligned} r_{1B}(t_k) &= 0, & \dot{r}_{1B}(t_k) &= -\omega(\rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3), \\ r_{2B}(t_k) &= \rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3, & \dot{r}_{2B}(t_k) &= \rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2, \\ r_{3B}(t_k) &= h_0 + h_1 t_k + h_2 t_k^2 + h_3 t_k^3, & \dot{r}_{3B}(t_k) &= h_1 + 2h_2 t_k + 3h_3 t_k^2. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Звідки випливає:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= r_{1A}, & \rho_1 &= V_{1A}, & \omega r_{1A} &= V_{2A}, & h_0 &= r_{3A}, & h_1 &= V_{3A}; \\ \rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3 &= r_{2B}, & h_0 + h_1 t_k + h_2 t_k^2 + h_3 t_k^3 &= r_{3B}, \\ \omega(\rho_0 + \rho_1 t_k + \rho_2 t_k^2 + \rho_3 t_k^3) &= V_{1B}, & h_1 + 2h_2 t_k + 3h_3 t_k^2 &= V_{3B}, \\ \rho_1 + 2\rho_2 t_k + 3\rho_3 t_k^2 &= V_{2B}. \end{aligned} \quad (4.78)$$

Очевидно, що

$$\omega = \frac{V_{2A}}{r_{1A}} \quad \text{або} \quad \omega = \frac{V_{1B}}{r_{2B}}, \quad (4.79)$$

ТОБТО

$$\frac{V_{2A}}{V_{1B}} = \frac{r_{1A}}{r_{2B}}, \quad (4.80)$$

а також

$$t_k = \frac{\pi}{2\omega} \quad \text{або} \quad t_k = \frac{\pi r_{1A}}{2V_{2A}}, \quad t_k = \frac{\pi r_{2B}}{2V_{1B}}. \quad (4.81)$$

Тоді незалежними є такі системи рівнянь:

$$\begin{cases} t_k^2(\rho_2 + \rho_3 t_k) = r_{2B} - r_{1A} - V_{1A} \frac{\pi r_{1A}}{2V_{2A}}, & \begin{cases} t_k^2(h_2 + h_3 t_k) = r_{3B} - r_{3A} - V_{3A} \frac{\pi r_{1A}}{2V_{2A}}, \\ t_k(2\rho_2 + 3\rho_3 t_k) = V_{2B} - V_{1A} & t_k(2h_2 + 3h_3 t_k) = V_{3B} - V_{3A} \end{cases} \end{cases} \quad (4.82)$$

рішення яких мають вигляд

$$\begin{aligned} \rho_2 &= 3 \frac{r_{2B} - r_{1A}}{t_k^2} - \frac{V_{2B} + 2V_{1A}}{t_k}, & \rho_3 &= -2 \frac{r_{2B} - r_{1A}}{t_k^3} - \frac{V_{2B} + V_{1A}}{t_k^2}, \\ h_2 &= 3 \frac{r_{3B} - r_{3A}}{t_k^2} - \frac{V_{3B} + 2V_{3A}}{t_k}, & h_3 &= -2 \frac{r_{3B} - r_{3A}}{t_k^3} + \frac{V_{3B} + V_{3A}}{t_k^2}, \end{aligned} \quad (4.83)$$

або, виражаючи в цих формулах час проходження автомобілів заданої ділянки магістралі (t_k) через кінематичні вихідні дані в граничних точках ділянки, отримаємо:

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) - \frac{2}{\pi} \frac{V_{2A}}{r_{1A}} (V_{2B} + 2V_{1A}); \\ \rho_3 &= -\frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (V_{2B} + 2V_{1A}); \\ h_2 &= \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{3B} - r_{3A}) - \frac{2}{\pi} \frac{V_{2A}}{r_{1A}} (V_{3B} + 2V_{3A}); \\ h_3 &= -\frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{3B} - r_{3A}) + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (V_{3B} + 2V_{3A}). \end{aligned} \quad (4.84)$$

Таким чином, годограф руху автомобіля при підйомі (ухилі) і повороті на прямий кут по просторової магістралі визначається у вигляді:

$$\begin{aligned}
\bar{r}(t) = & \left[r_{1A} + V_{1A}t + \frac{2 V_{2A}}{\pi r_{1A}} \left(\frac{6 V_{2A}}{\pi r_{1A}} (r_{2B} - r_{1A}) - V_{2B} - 2V_{1A} \right) t^2 + \right. \\
& \left. + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 \left(V_{2B} + V_{1A} - \frac{4 V_{2A}}{\pi r_{1A}} (r_{2B} - r_{1A}) \right) t^3 \right] \cdot \left(\bar{i} \cos \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right) + \bar{j} \sin \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right) \right) + \\
& \left[r_{3A} + V_{3A}t + \frac{2 V_{2A}}{\pi r_{1A}} \left(\frac{6 V_{2A}}{\pi r_{1A}} (r_{3B} - r_{3A}) - V_{3B} - 2V_{3A} \right) t^2 + \right. \\
& \left. + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 \left(V_{3B} + V_{3A} - \frac{4 V_{2A}}{\pi r_{1A}} (r_{3B} - r_{3A}) \right) t^3 \right] \cdot \bar{k}
\end{aligned} \tag{4.85}$$

Зокрема, коли $V_{1A} = 0$, $V_{3A} = 0$, $V_{2B} = 0$, $V_{3B} = 0$, отримаємо:

$$\begin{aligned}
\bar{r}(t) = & \left[r_{1A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) t^3 \right] \cdot \left(\bar{i} \cos \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right) + \right. \\
& \left. + \bar{j} \sin \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right) \right) + \left[r_{3A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{3B} - r_{3A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{3B} - r_{3A}) t^3 \right] \cdot \bar{k}
\end{aligned} \tag{4.86}$$

Далі, вважаючи $r_{3A} = 0$, $r_{3B} = 0$, отримуємо раніше розглянутий годограф руху автомобіля при повороті на прямий кут в горизонтальній площині.

4.4.9. Просторова траєкторія автомагістралі при підйомі (ухилі) і повороті на прямий кут. У параметричній формі траєкторія має вигляд:

$$\begin{aligned}
r_1(t) &= \left[r_{1A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) t^3 \right] \cos \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right); \\
r_2(t) &= \left[r_{1A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{2B} - r_{1A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{2B} - r_{1A}) t^3 \right] \sin \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} t \right); \\
r_3(t) &= r_{3A} + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^2 (r_{3B} - r_{3A}) t^2 - \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{V_{2A}}{r_{1A}} \right)^3 (r_{3B} - r_{3A}) t^3.
\end{aligned} \tag{4.87}$$

Переходячи від декартової системи координат

$$x(t) = r_1(t), \quad y(t) = r_2(t), \quad z(t) = r_3(t) \tag{4.88}$$

до циліндричної

$$r^2(t) = x^2(t) + y^2(t), \quad z(t) = r_3(t) \quad (4.89)$$

і вводячи полярний кут в якості аргументу

$$\varphi = \frac{V_{2A}}{r_{1A}} t, \quad (4.90)$$

перетворимо запис вихідної траєкторії до виду:

$$\frac{r(\varphi) - r_{1A}}{r_{2B} - r_{1A}} = 3 \left(\frac{\varphi}{\pi/2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\varphi}{\pi/2} \right)^3, \quad \frac{r(\varphi) - r_{3A}}{r_{3B} - r_{3A}} = 3 \left(\frac{\varphi}{\pi/2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\varphi}{\pi/2} \right)^3. \quad (4.91)$$

Звідки, виключаючи полярний кут, встановлюємо лінійну залежність шуканих змінних:

$$\frac{z - r_{3A}}{r_{3B} - r_{3A}} = \frac{r - r_{1A}}{r_{2B} - r_{1A}}, \quad (4.92)$$

де область зміни визначається крайовими умовами:

$$r_{3A} \leq z \leq r_{3B}, \quad r_{1A} \leq r \leq r_{2B}. \quad (4.93)$$

Таким чином, годограф руху автомобіля при різних режимах - прискореному, уповільненому, постійної швидкості, в розв'язках і поворотах, на прямих і криволінійних ділянках, при ухилах і підйомах може бути синтезований в класі пропонованих спіралі-гвинтових ліній (напрямних), відповідних істинним, необуреним траєкторіям автомобіля, розглянутого тут як матеріальна точка.

4.5. Кінематика автомобіля на заданій ділянці траси

Кінематика автомобіля в різних режимах руху по трасі визначається заданим годографом $\bar{r}(t)$.

4.5.1. Лінійна швидкість автомобіля на криволінійній ділянці. Відомо, що вектор лінійної швидкості матеріальної точки знаходиться за заданим годографом у вигляді [22]:

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt} \quad \text{або} \quad \bar{V} = \bar{i}\dot{r}_1 + \bar{j}\dot{r}_2 + \bar{k}\dot{r}_3. \quad (4.94)$$

Величина швидкості визначається за допомогою скалярного добутку:

$$\bar{V} \cdot \bar{V} = v^2 \quad \text{або} \quad v^2 = \dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2. \quad (4.95)$$

Величина швидкості по визначенню знаходиться як похідна від шляху за часом:

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \text{або} \quad v = \dot{s}. \quad (4.96)$$

Тоді шлях, пройдений матеріальною точкою на довільному відрізку часу, обчислюється за допомогою визначеного інтеграла із змінною верхньою межею:

$$s(t) = \int_0^t v(t) dt \quad \text{або} \quad s(t) = \int_0^t \sqrt{\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2} dt. \quad (4.97)$$

Вводячи шлях як проміжний аргумент, вектор швидкості представляють у вигляді:

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{ds} \frac{ds}{dt} \quad \text{або} \quad \bar{V} = \frac{d\bar{r}}{ds} \dot{s} \quad (4.98)$$

і, враховуючи, що

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{\tau}, \quad (4.99)$$

отримаємо:

$$\bar{V} = \bar{\tau} \dot{s}. \quad (4.100)$$

Очевидно, що проекція вектору швидкості на орт дотичної до просторової траєкторії:

$$\bar{\tau} \cdot \bar{V} = \bar{\tau} \cdot \bar{\tau} \dot{s} \quad (4.101)$$

визначає величину швидкості:

$$V_{\bar{\tau}} = \dot{s}; \quad (4.102)$$

на орт головної нормалі:

$$\bar{n} \cdot \bar{V} = \bar{n} \cdot \bar{\tau} \dot{s}, \quad \text{тобто} \quad V_n = 0; \quad (4.103)$$

на орт бінормалі:

$$\bar{b} \cdot \bar{V} = \bar{b} \cdot \bar{\tau} \dot{s}, \quad \text{тобто} \quad V_b = 0. \quad (4.104)$$

У векторно-матричній формулі отримаємо:

$$\left\| \begin{array}{ccc} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} V_\tau \\ V_n \\ V_b \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \end{array} \right\| \quad \text{або} \quad \bar{\tau} \dot{s} = \bar{i} \dot{r}_1 + \bar{j} \dot{r}_2 + \bar{k} \dot{r}_3. \quad (4.105)$$

Скалярний добуток векторів представимо в кватерніонних матрицях [24]:

$$\left\| \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{0} \right\| \leftrightarrow \frac{1}{2} (A_0 + A_0^t) b_0, \quad (4.106)$$

де

$$A_0 = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ -a_1 & 0 & -a_3 & a_2 \\ -a_2 & a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_3 & -a_2 & a_1 & 0 \end{array} \right\|, \quad A_0^t = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ -a_1 & 0 & a_3 & -a_2 \\ -a_2 & -a_3 & 0 & a_1 \\ -a_3 & a_2 & -a_1 & 0 \end{array} \right\|, \quad b_0 = \left\| \begin{array}{c} 0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array} \right\|. \quad (4.107)$$

Тоді в земній системі координат отримаємо:

$$\left\| \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{0} \right\| \leftrightarrow \frac{1}{2} (\dot{R}_0 + \dot{R}_0^t) \dot{r}_0 \quad (4.108)$$

де

$$\dot{R}_0 = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & \dot{r}_1 & \dot{r}_2 & \dot{r}_3 \\ -\dot{r}_1 & 0 & -\dot{r}_3 & \dot{r}_2 \\ -\dot{r}_2 & \dot{r}_3 & 0 & -\dot{r}_1 \\ -\dot{r}_3 & -\dot{r}_2 & \dot{r}_1 & 0 \end{array} \right\|, \quad \dot{R}_0^t = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & \dot{r}_1 & \dot{r}_2 & \dot{r}_3 \\ -\dot{r}_1 & 0 & \dot{r}_3 & -\dot{r}_2 \\ -\dot{r}_2 & -\dot{r}_3 & 0 & \dot{r}_1 \\ -\dot{r}_3 & \dot{r}_2 & -\dot{r}_1 & 0 \end{array} \right\|, \quad \dot{r}_0 = \left\| \begin{array}{c} 0 \\ \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \end{array} \right\|, \quad (4.109)$$

або

$$\left\| \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{0} \right\| \leftrightarrow \left\| \begin{array}{cccc} 0 & \dot{r}_1 & \dot{r}_2 & \dot{r}_3 \\ -\dot{r}_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\dot{r}_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\dot{r}_3 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} 0 \\ \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \end{array} \right\|, \quad (4.110)$$

тобто

$$\left\| \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{0} \right\| \leftrightarrow \left\| \frac{\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2}{0} \right\|. \quad (4.111)$$

В осях натурального трієдру аналогічно отримаємо:

$$V_0 = \begin{vmatrix} 0 & V_\tau & V_n & V_b \\ -V_\tau & 0 & -V_b & V_n \\ -V_n & V_b & 0 & -V_\tau \\ -V_b & -V_n & V_\tau & 0 \end{vmatrix}, \quad V_0^t = \begin{vmatrix} 0 & V_\tau & V_n & V_b \\ -V_\tau & 0 & V_b & -V_n \\ -V_n & -V_b & 0 & V_\tau \\ -V_b & V_n & -V_\tau & 0 \end{vmatrix}, \quad v_0 = \begin{vmatrix} 0 \\ V_\tau \\ V_n \\ V_b \end{vmatrix}, \quad (4.112)$$

$$\left\| \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{0} \right\| \leftrightarrow \begin{vmatrix} 0 & V_\tau & V_n & V_b \\ -V_\tau & 0 & 0 & 0 \\ -V_n & 0 & 0 & 0 \\ -V_b & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ V_\tau \\ V_n \\ V_b \end{vmatrix}, \quad (4.113)$$

або

$$\left\| \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{0} \right\| \leftrightarrow \begin{vmatrix} 0 & \dot{s} & 0 & 0 \\ -\dot{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ \dot{s} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (4.114)$$

тобто

$$\left\| \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{0} \right\| \leftrightarrow \left\| \frac{\dot{s}^2}{0} \right\|. \quad (4.115)$$

Звідки випливає очевидна рівність:

$$\dot{s}^2 = \dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2. \quad (4.116)$$

4.5.2. Лінійне прискорення автомобіля на криволінійній ділянці. Вектор лінійного прискорення в земній системі координат знаходиться по заданому географу у вигляді [23]:

$$\bar{W} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} \quad \text{або} \quad \bar{W} = \bar{i} \ddot{r}_1 + \bar{j} \ddot{r}_2 + \bar{k} \ddot{r}_3 \quad (4.117)$$

Величина прискорення визначається за допомогою скалярного добутку:

$$\bar{W} \cdot \bar{W} = \ddot{r}_1^2 + \ddot{r}_2^2 + \ddot{r}_3^2. \quad (4.118)$$

Вектор лінійного прискорення в осях натурального трієдру траєкторії має вигляд:

$$\bar{W} = \bar{\tau} \ddot{s} + \bar{n} K \dot{s}^2 \quad (4.115)$$

$$\begin{aligned}
\text{тобто } W_\tau &= \bar{\tau} \cdot \bar{W} & \text{або } W_\tau &= \dot{s} & \text{або } W_\tau &= \frac{\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}}}{|\dot{\vec{r}}|}, \\
W_n &= \bar{n} \cdot \bar{W} & \text{або } W_n &= K\dot{s}^2 & \text{або } W_n &= \frac{|\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|}{|\dot{\vec{r}}|}, \\
W_b &= \bar{b} \cdot \bar{W} & \text{або } W_b &= 0,
\end{aligned} \tag{4.119}$$

де K - кривизна.

Тоді

$$\bar{W} \cdot \bar{W} = \dot{s}^2 + K^2 \dot{s}^4, \tag{4.120}$$

тобто має місце рівність:

$$\dot{s}^2 + K^2 \dot{s}^4 = \ddot{r}_1^2 + \ddot{r}_2^2 + \ddot{r}_3^2. \tag{4.121}$$

4.5.3. Обчислення кривизни автомагістралі по заданому годографу руху. В системі координат натурального трієдру траєкторії кривизна визначається у вигляді:

$$K^2 = \frac{W_n^2}{\dot{s}^4}, \tag{4.122}$$

де $W_n^2 = \bar{W} \cdot \bar{W} - W_\tau^2$.

У земній системі координат дотичне прискорення знаходиться за формулою:

$$W_\tau = \frac{1}{\dot{s}} (\bar{V} \cdot \bar{W}) \tag{4.123}$$

або

$$W_\tau = \frac{\dot{r}_1 \ddot{r}_1 + \dot{r}_2 \ddot{r}_2 + \dot{r}_3 \ddot{r}_3}{(\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2)^{\frac{1}{2}}}. \tag{4.124}$$

Тоді

$$W_n^2 = \ddot{r}_1^2 + \ddot{r}_2^2 + \ddot{r}_3^2 - \frac{(\dot{r}_1 \ddot{r}_1 + \dot{r}_2 \ddot{r}_2 + \dot{r}_3 \ddot{r}_3)^2}{\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2} \tag{4.125}$$

Отже, в координатному вигляді отримаємо:

$$K^2 = \frac{(\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2)(\ddot{r}_1^2 + \ddot{r}_2^2 + \ddot{r}_3^2) - (\dot{r}_1 \ddot{r}_1 + \dot{r}_2 \ddot{r}_2 + \dot{r}_3 \ddot{r}_3)^2}{(\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2)^3}. \tag{4.126}$$

В еквівалентній векторній формі знаходимо:

$$K^2 = \frac{(\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}) \cdot (\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}})}{(\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}})^3} \quad (4.127)$$

або

$$K^2 = \frac{\dot{\vec{r}} \cdot [\ddot{\vec{r}} \times (\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}})]}{(\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}})^3}, \quad (4.128)$$

а також, використовуючи визначник:

$$K^2 = \frac{\begin{vmatrix} \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} & \dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} \\ \ddot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} & \ddot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} \end{vmatrix}}{(\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}})^3}. \quad (4.129)$$

У кватерніоних матрицях отримаємо:

$$K^2 = -\frac{1}{4\dot{s}^6} \ddot{r}_0^t (\dot{R}_0 - \dot{R}_0^t)^2 \ddot{r}_0, \quad (4.130)$$

де

$$\ddot{r}_0^t = \parallel 0 \quad \ddot{r}_1 \quad \ddot{r}_2 \quad \ddot{r}_3 \parallel. \quad (4.131)$$

Тут для розглянутого годографа $\vec{r}(t)$ похідній його компонент визначаються у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= \parallel \rho_0 \quad \rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3 \parallel \left[\begin{array}{c} \parallel 0 \parallel \\ \parallel 1 \parallel \\ \parallel 2t \parallel \\ \parallel 3t^2 \parallel \end{array} \cos(\omega t) - \omega \begin{array}{c} \parallel 1 \parallel \\ \parallel t \parallel \\ \parallel t^2 \parallel \\ \parallel t^3 \parallel \end{array} \sin(\omega t) \right], \\ \dot{r}_2 &= \parallel \rho_0 \quad \rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3 \parallel \left[\begin{array}{c} \parallel 0 \parallel \\ \parallel 1 \parallel \\ \parallel 2t \parallel \\ \parallel 3t^2 \parallel \end{array} \sin(\omega t) + \omega \begin{array}{c} \parallel 1 \parallel \\ \parallel t \parallel \\ \parallel t^2 \parallel \\ \parallel t^3 \parallel \end{array} \cos(\omega t) \right], \\ \dot{r}_3 &= \parallel h_0 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_3 \parallel \begin{array}{c} \parallel 0 \parallel \\ \parallel 1 \parallel \\ \parallel 2t \parallel \\ \parallel 3t^2 \parallel \end{array}, \end{aligned} \quad (4.132)$$

і для других похідних по часу:

$$\begin{aligned}
\ddot{r}_1 &= \|\rho_0 \quad \rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3\| \left[\begin{array}{c} -\omega^2 \\ -\omega^2 t \\ 2 - \omega^2 t^2 \\ 6t - \omega^2 t^3 \end{array} \cos(\omega t) - 2\omega \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2t \\ 3t^2 \end{array} \sin(\omega t) \right], \\
\ddot{r}_2 &= \|\rho_0 \quad \rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3\| \left[\begin{array}{c} -\omega^2 \\ -\omega^2 t \\ 2 - \omega^2 t^2 \\ 6t - \omega^2 t^3 \end{array} \sin(\omega t) + 2\omega \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2t \\ 3t^2 \end{array} \cos(\omega t) \right], \\
\ddot{r}_3 &= \|h_0 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_3\| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 6t \end{array}.
\end{aligned} \tag{4.133}$$

4.5.4. Орієнтація природного тригранника в земній системі координат.

Орти $\bar{\tau}$, \bar{n} , \bar{b} природного тригранника просторової, криволінійної траси визначаються заданим годографом в наступній векторній формі [23, 29]:

$$\bar{\tau} = \frac{\dot{\vec{r}}}{|\dot{\vec{r}}|}, \quad \bar{n} = \frac{\dot{\vec{r}} \times (\ddot{\vec{r}} \times \dot{\vec{r}})}{|\dot{\vec{r}}| |\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|}, \quad \bar{b} = \frac{\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}}{|\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|}. \tag{4.134}$$

Тоді параметри Рогдріга-Гамільтона, що описують поворот (орієнтацію) природного тригранника (рухлива, пов'язана з автомобілем система відліку) в земній, нерухомій, інерціальній системі координат, безпосередньо знаходяться за заданим годографом з наступного матричного рівняння:

$$\begin{array}{c} \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} a_0^2 \\ a_1^2 \\ a_2^2 \\ a_3^2 \end{array} \right\| = \frac{1}{|\dot{\vec{r}}| |\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|} \left\| \begin{array}{c} |\dot{\vec{r}}| |\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}| \\ |\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}| \dot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 (\dot{r}_1^2 + \dot{r}_3^2) - \dot{r}_2 (\dot{r}_1 \ddot{r}_1 + \dot{r}_3 \ddot{r}_3) \\ |\dot{\vec{r}}| (\dot{r}_1 \ddot{r}_2 - \dot{r}_2 \ddot{r}_1) \end{array} \right\|, \end{array} \tag{4.135}$$

де $|\dot{\vec{r}}|^2 = \dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2$,

$$|\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|^2 = (\dot{r}_2 \ddot{r}_3 - \dot{r}_3 \ddot{r}_2)^2 + (\dot{r}_3 \ddot{r}_1 - \dot{r}_1 \ddot{r}_3)^2 + (\dot{r}_1 \ddot{r}_2 - \dot{r}_2 \ddot{r}_1)^2.$$

Відзначимо, що матриця

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.136)$$

симетрична, невироджена і має наступну властивість ортогональності:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.137)$$

тобто зворотна матриця має вигляд:

$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.138)$$

Тоді шукане рішення може бути знайдено в наступній матричній формі:

$$\begin{pmatrix} a_0^2 \\ a_1^2 \\ a_2^2 \\ a_3^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4|\dot{\vec{r}}||\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\dot{\vec{r}}||\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}| \\ |\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|\dot{r}_1 \\ \ddot{r}_2(\dot{r}_1^2 + \dot{r}_3^2) - \dot{r}_2(\dot{r}_1\ddot{r}_1 + \dot{r}_3\ddot{r}_3) \\ |\dot{\vec{r}}|(\dot{r}_1\ddot{r}_2 - \dot{r}_2\ddot{r}_1) \end{pmatrix}. \quad (4.139)$$

4.5.5. Кінематична залежність компонент швидкості руху автомобіля в зв'язаній і земній системах координат. Компоненти швидкості автомобіля в земній системі координат і в осях природного тригранника пов'язані кінематичними співвідношеннями виду:

$$\begin{pmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \end{pmatrix} = A \cdot {}^tA \begin{pmatrix} 0 \\ V_\tau \\ V_n \\ V_b \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ V_\tau \\ V_n \\ V_b \end{pmatrix} = A^t \cdot {}^tA^t \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \end{pmatrix}, \quad (4.140)$$

де A , ${}^t A$, A^t , ${}^t A^t$ - кватерніонні матриці в параметрах Родріго-Гамільтона: a_0 , a_1 , a_2 , a_3 [15, 21, 23].

Тут компоненти швидкості руху в осях природного тригранника мають вигляд:

$$V_\tau = |\dot{r}|, \quad V_n = 0, \quad V_b = 0. \quad (4.141)$$

4.6. Кінетостатика колісних екіпажів наземного транспорту в класі спіралі-гвинтових трас

Еквівалентна контактна рушійна (керуюча) сила екіпажу наземного транспорту визначається з рівнянь кінетики [13, 15, 19, 26].

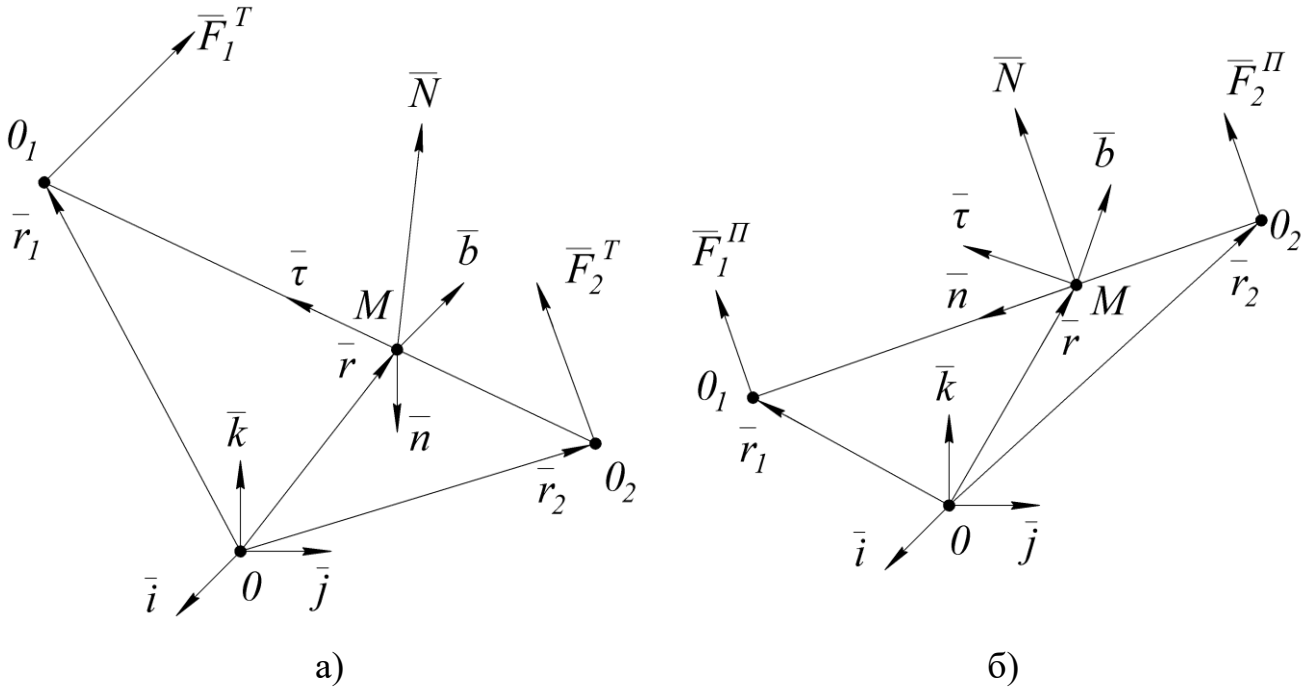
4.6.1. Схема екіпажу, що має одну опорну точку. У цьому випадку внутрішня результуюча реакція зв'язку опорної поверхні безпосередньо визначається матричною формулою:

$$\frac{1}{m} \begin{Bmatrix} 0 \\ N_\tau \\ N_n \\ N_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ W_\tau \\ W_n \\ 0 \end{Bmatrix} + g A^t \cdot {}^t A^t \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} - \frac{qS}{m} R_d \cdot {}^t R_d \begin{Bmatrix} 0 \\ C_{1d} \\ C_{2d} \\ C_{3d} \end{Bmatrix}. \quad (4.142)$$

4.6.2. Схема екіпажу, що має дві точки. Для двоколісного екіпажу [16, 17] результуюча рушійна сила (N_τ, N_n, N_b) підлягає розподілу по двох опорних точок з урахуванням ознаки ведучого колеса у вигляді шуканої системи двох еквівалентних рушійних сил (\bar{F}_1, \bar{F}_2) . Тут для екіпажів наземного транспорту можливі дві структурні схеми розташування опорних точок $(0_1, 0_2)$:

- тандемна;
- паралельна.

Ці схеми наводяться на рисунку 4.6, де геометричні параметри задані в системі координат, пов'язаної з екіпажем, $\bar{\tau}$ – напрямок руху.



а – тандемна, б - паралельна

Рис. 4.6. Структурні схеми розташування опорних точок:

Сформульована задача динамічного проектування двоколісного екіпажу наземного транспорту складає задачу статички, для вирішення якої доцільно скористатися теоремою Варіньона [22]:

$$\bar{r}_1 \times \bar{F}_1 + \bar{r}_2 \times \bar{F}_2 = \bar{r} \times \bar{N}, \quad (4.143)$$

де $\bar{r}_1 = \bar{r} + \bar{\tau} l_1$,

$$\bar{r}_2 = \bar{r} - \bar{\tau} l_2.$$

Зокрема, поєднуючи полюс 0 з другої опорною точкою O_2 , отримаємо:

$$\bar{r} = \bar{\tau} l_2, \quad \bar{r}_2 = 0, \quad \bar{r}_1 = (l_1 + l_2) \bar{\tau} \quad \text{для тандемної схеми}; \quad (4.144)$$

$$\bar{r} = \bar{n} h_2, \quad \bar{r}_2 = 0, \quad \bar{r}_1 = (h_1 + h_2) \bar{n} \quad \text{для паралельної схеми}, \quad (4.145)$$

де l_1, h_1 – відрізок MO_1 (відстань від центру мас до першої опорної точки);

l_2, h_2 – відрізок MO_2 (відстань від центру мас до другої опорної точки).

Тоді в осях природного тригранника теорему Варіньона представимо у формі визначників [28]:

$$\begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ l_1 + l_2 & 0 & 0 \\ F_{1\tau}^T & F_{1n}^T & F_{1b}^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ l_2 & 0 & 0 \\ N_\tau & N_n & N_b \end{vmatrix} \quad \text{для тандемної схеми;} \quad (4.146)$$

$$\begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ 0 & h_1 + h_2 & 0 \\ F_{1\tau}^{\Pi} & F_{1n}^{\Pi} & F_{1b}^{\Pi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ 0 & h_2 & 0 \\ N_\tau & N_n & N_b \end{vmatrix} \quad \text{для паралельної схеми.} \quad (4.147)$$

Звідки випливає:

$$\text{- для тандемної схеми: } F_{1\tau}^T \text{ - невизначено, } F_{1n}^T = \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_n, F_{1b}^T = \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_b; \quad (4.148)$$

$$\text{- для паралельної схеми: } F_{1\tau}^{\Pi} = \frac{h_2}{h_1 + h_2} N_\tau, F_{1n}^{\Pi} \text{ - невизначено, } F_{1b}^{\Pi} = \frac{h_2}{h_1 + h_2} N_b. \quad (4.149)$$

Поєднуючи полюс 0 з першої опорною точкою 0_1 , отримуємо:

$$\bar{r} = -l_1 \bar{\tau}, \quad \bar{r}_1 = 0, \quad \bar{r}_2 = -(l_1 + l_2) \bar{\tau} \quad \text{для тандемної схеми;} \quad (4.150)$$

$$\bar{r} = -h_1 \bar{n}, \quad \bar{r}_1 = 0, \quad \bar{r}_2 = -(h_1 + h_2) \bar{n} \quad \text{для паралельної схеми.} \quad (4.151)$$

Тоді теорема Варіньона в осях природного тригранника приймає вигляд:

$$\begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ l_1 + l_2 & 0 & 0 \\ F_{2\tau}^T & F_{2n}^T & F_{2b}^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ l_2 & 0 & 0 \\ N_\tau & N_n & N_b \end{vmatrix} \quad \text{для тандемної схеми;} \quad (4.152)$$

$$\begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ 0 & h_1 + h_2 & 0 \\ F_{2\tau}^{\Pi} & F_{2n}^{\Pi} & F_{2b}^{\Pi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{\tau} & \bar{n} & \bar{b} \\ 0 & h_2 & 0 \\ N_\tau & N_n & N_b \end{vmatrix} \quad \text{для паралельної схеми.} \quad (4.153)$$

Звідки випливає:

$$\text{- для тандемної схеми: } F_{2\tau}^T \text{ - невизначено, } F_{2n}^T = \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_n, F_{2b}^T = \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_b; \quad (4.154)$$

$$\text{- для паралельної схеми: } F_{2\tau}^{\Pi} = \frac{h_1}{h_1 + h_2} N_\tau, F_{2n}^{\Pi} \text{ - невизначено, } F_{2b}^{\Pi} = \frac{h_1}{h_1 + h_2} N_b. \quad (4.155)$$

З метою верифікації отриманих результатів і подолання невизначеності у вирішенні завдання скористаємося першим статичним інваріантом [16]:

$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 = \bar{N}. \quad (4.156)$$

В осях природного тригранника для тандемної схеми рівняння

$$F_{1n}^T + F_{2n}^T = N_n, \quad F_{1b}^T + F_{2b}^T = N_b \quad (4.157)$$

виконується тотожно, а рівняння

$$F_{1\tau}^T + F_{2\tau}^T = N_\tau \quad (4.158)$$

виявляється вирішуваним при обліку технічних вимог у вигляді ознаки ведучого-веденого колеса.

Приклад 1. Повнопривідна конструктивна схема, тобто

$$F_{1\tau}^T > 0, \quad F_{2\tau}^T > 0 \quad (4.159)$$

і вважаємо заданим (проектний параметр)

$$\left| \frac{F_{1\tau}^T}{F_{2\tau}^T} \right| = k. \quad (4.160)$$

Тоді

$$F_{1\tau}^T = kF_{2\tau}^T. \quad (4.161)$$

Звідки

$$kF_{2\tau}^T + F_{2\tau}^T = N_\tau, \quad (4.162)$$

тобто
$$F_{2\tau}^T = \frac{1}{1+k} N_\tau, \quad F_{1\tau}^T = \frac{k}{1+k} N_\tau. \quad (4.163)$$

Зокрема, коли рушійні контактні сили на передній 0_1 і задній 0_2 осях рівні, отримаємо $k = 1$, і, відтак,

$$F_{2\tau}^T = \frac{1}{2} N_\tau, \quad F_{1\tau}^T = \frac{1}{2} N_\tau. \quad (4.164)$$

Приклад 2. Передньопривідна конструктивна схема, тобто

$$F_{1\tau}^T > 0, \quad F_{2\tau}^T < 0. \quad (4.165)$$

Тоді

$$F_{1\tau}^T - F_{2\tau}^T = N_\tau \quad (4.166)$$

або

$$kF_{2\tau}^T - F_{2\tau}^T = N_\tau, \quad (4.167)$$

тобто

$$F_{2\tau}^T = \frac{1}{k-1} N_\tau, \quad F_{1\tau}^T = \frac{k}{k-1} N_\tau, \quad (4.168)$$

де $k > 1$.

Приклад 4. Задньопривідна конструктивна схема, тобто

$$F_{1\tau}^T < 0, \quad F_{2\tau}^T > 0. \quad (4.169)$$

Тоді

$$-F_{1\tau}^T + F_{2\tau}^T = N_\tau \quad (4.170)$$

або

$$-kF_{2\tau}^T + F_{2\tau}^T = N_\tau, \quad (4.171)$$

тобто

$$F_{2\tau}^T = \frac{1}{1-k} N_\tau, \quad F_{1\tau}^T = \frac{k}{1-k} N_\tau, \quad (4.172)$$

де $k < 1$.

Аналогічний результат впливає при розгляді паралельної схеми. Рівняння:

$$F_{1\tau}^{\text{II}} + F_{2\tau}^{\text{II}} = N_\tau, \quad F_{1b}^{\text{II}} + F_{2b}^{\text{II}} = N_b \quad (4.173)$$

виконуються тотожно, а рівняння

$$F_{1n}^T + F_{2n}^T = N_n \quad (4.174)$$

вирішується при додаткових умовах.

Тут бічні контактні сили вважаємо пов'язаними технічно виправданими умовами:

$$F_{1n}^{\text{II}} > 0, \quad F_{2n}^{\text{II}} > 0, \quad \frac{F_{1n}^{\text{II}}}{F_{2n}^{\text{II}}} = \mu, \quad (4.175)$$

де μ - заданий коефіцієнт (проектний параметр).

Тоді

$$F_{1n}^{\text{II}} = \mu F_{2n}^{\text{II}}. \quad (4.176)$$

Звідки

$$\mu F_{2n}^{\text{II}} + F_{2n}^{\text{II}} = N_n, \quad (4.177)$$

тобто
$$F_{2n}^{\Pi} = \frac{1}{1+\mu} N_n, \quad F_{1n}^{\Pi} = \frac{\mu}{1+\mu} N_n. \quad (4.178)$$

Зокрема, для симетричної конструктивної схеми вважаємо $\mu = 1$, і, відтак, отримаємо:

$$F_{2n}^{\Pi} = \frac{1}{2} N_n, \quad F_{1n}^{\Pi} = \frac{1}{2} N_n. \quad (4.179)$$

4.6.3. Схема екіпажу (автомобіля), що має чотири опорні точки. Для чотириколісного екіпажу результуюча рушійна сила \bar{N} підлягає розподілу за чотирма опорним точкам (K_1, K_2, K_3, K_4) з урахуванням ознаки ведучого-веденого колеса у вигляді системи чотирьох еквівалентних контактних рушійних сил ($\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{Q}_3, \bar{Q}_4$).

Відповідна динамічна модель наводиться на рисунку 4.7.

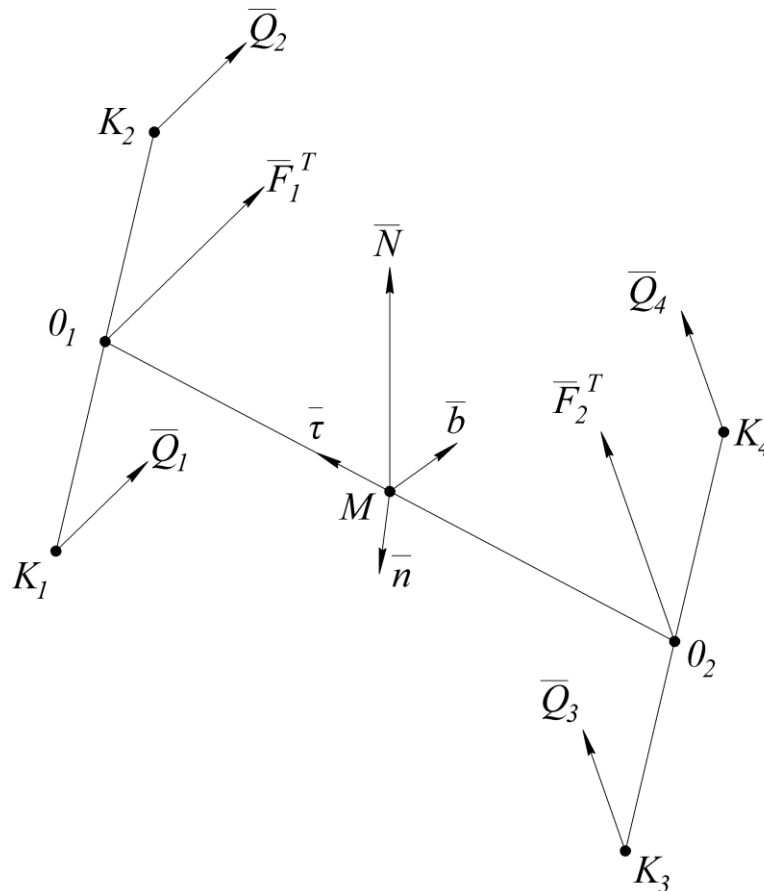


Рис. 4.7. Динамічна модель чотириколісного екіпажу, побудована за тандемною схемою

Тут геометричні параметри і динамічне навантаження задані в зв'язаній системі координат:

$$\begin{aligned} {}_0K_1 &= h_1^T; & {}_0K_2 &= h_2^T; & {}_0K_3 &= h_3^T; & {}_0K_4 &= h_4^T; \\ MO_1 &= l_1; & MO_2 &= l_2; \end{aligned} \quad (4.180)$$

де \bar{F}_1^T – динамічне навантаження на передню вісь;

\bar{F}_2^T – динамічне навантаження на задню вісь.

Тоді, для асиметричної тандемної конструктивної схеми знаходимо:

$$\begin{aligned} Q_{1\tau}^T &= \frac{h_2^T}{h_1^T + h_2^T} F_{1\tau}^T; & Q_{1n}^T &= \frac{\mu_1}{1 + \mu_1} F_{1n}^T; & Q_{1b}^T &= \frac{h_2^T}{h_1^T + h_2^T} F_{1b}^T; \\ Q_{2\tau}^T &= \frac{h_1^T}{h_1^T + h_2^T} F_{1\tau}^T; & Q_{2n}^T &= \frac{1}{1 + \mu_1} F_{1n}^T; & Q_{2b}^T &= \frac{h_1^T}{h_1^T + h_2^T} F_{1b}^T; \\ Q_{3\tau}^T &= \frac{h_4^T}{h_3^T + h_4^T} F_{2\tau}^T; & Q_{3n}^T &= \frac{\mu_2}{1 + \mu_2} F_{2n}^T; & Q_{3b}^T &= \frac{h_4^T}{h_3^T + h_4^T} F_{2b}^T; \\ Q_{4\tau}^T &= \frac{h_3^T}{h_3^T + h_4^T} F_{2\tau}^T; & Q_{4n}^T &= \frac{1}{1 + \mu_2} F_{2n}^T; & Q_{4b}^T &= \frac{h_3^T}{h_3^T + h_4^T} F_{2b}^T, \end{aligned} \quad (4.181)$$

де μ_1 та μ_2 – задані проектні параметри:

$$\mu_1 = \frac{Q_{1n}^T}{Q_{2n}^T}, \quad \mu_2 = \frac{Q_{3n}^T}{Q_{4n}^T}. \quad (4.182)$$

Тоді для повнопривідної конструктивної схеми в розгорнутій записи отримаємо:

$$\begin{aligned} Q_{1\tau}^T &= \frac{h_2^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{k}{1+k} N_\tau; & Q_{1n}^T &= \frac{\mu_1}{1 + \mu_1} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_n; & Q_{1b}^T &= \frac{h_2^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_b; \\ Q_{2\tau}^T &= \frac{h_1^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{k}{1+k} N_\tau; & Q_{2n}^T &= \frac{1}{1 + \mu_1} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_n; & Q_{2b}^T &= \frac{h_1^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_b; \\ Q_{3\tau}^T &= \frac{h_4^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{1}{1+k} N_\tau; & Q_{3n}^T &= \frac{\mu_2}{1 + \mu_2} \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_n; & Q_{3b}^T &= \frac{h_4^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_b; \end{aligned} \quad (4.183)$$

$$Q_{4\tau}^T = \frac{h_3^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{1}{1+k} N_\tau; \quad Q_{4n}^T = \frac{1}{1+\mu_2} \cdot \frac{l_1}{l_1+l_2} N_n; \quad Q_{4b}^T = \frac{h_3^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{l_1}{l_1+l_2} N_b.$$

Для передньопривідної і заднепривідної конструктивних схем відповідно отримаємо:

$$\begin{aligned} Q_{1\tau}^T &= \frac{h_2^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{k}{k-1} N_\tau; & Q_{2\tau}^T &= \frac{h_1^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{k}{k-1} N_\tau; \\ Q_{3\tau}^T &= \frac{h_4^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{1}{k-1} N_\tau; & Q_{4\tau}^T &= \frac{h_3^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{1}{k-1} N_\tau; \\ Q_{1\tau}^T &= \frac{h_2^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{k}{1-k} N_\tau; & Q_{2\tau}^T &= \frac{h_1^T}{h_1^T + h_2^T} \cdot \frac{k}{1-k} N_\tau; \\ Q_{3\tau}^T &= \frac{h_4^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{1}{1-k} N_\tau; & Q_{4\tau}^T &= \frac{h_3^T}{h_3^T + h_4^T} \cdot \frac{1}{1-k} N_\tau; \end{aligned} \quad (4.184)$$

Аналогічно викладеному, поклавши в основу розглянуту раніше паралельну схему, будується динамічна модель чотириколісного екіпажу у вигляді, показаному на рисунку 4.8.

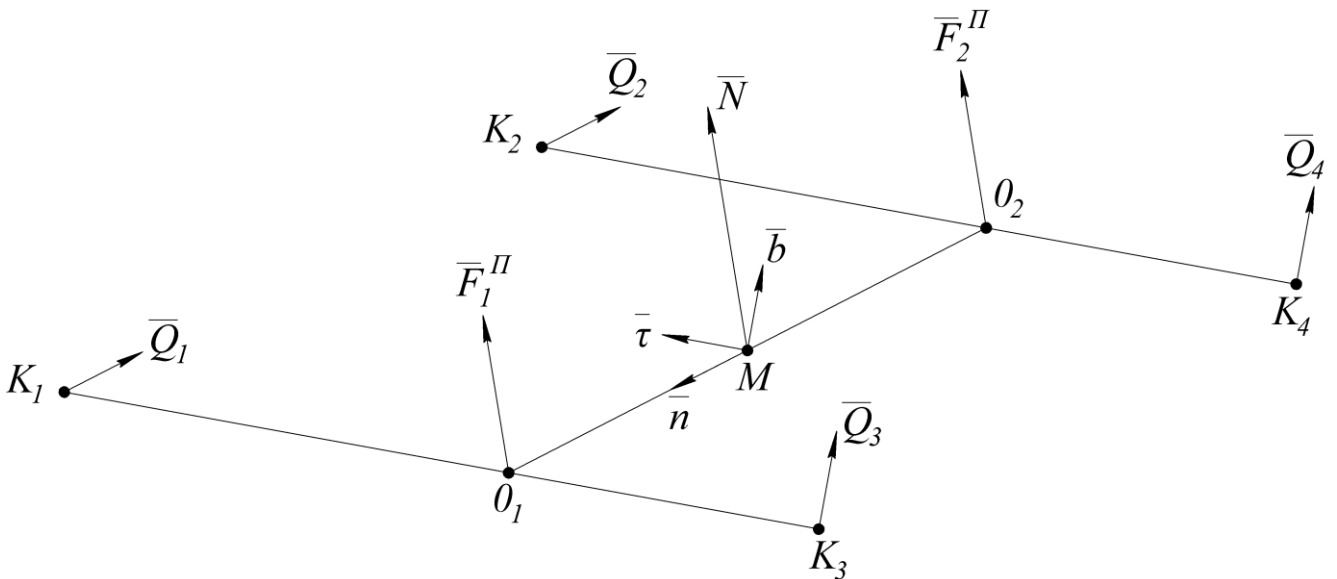


Рис. 4.8. Динамічна модель чотириколісного екіпажу, побудована за паралельною схемою

Тут геометричні параметри і динамічне навантаження задані в зв'язаній системі координат:

$$0_1 K_1 = l_1^{\Pi}; \quad 0_1 K_3 = l_3^{\Pi}; \quad 0_2 K_2 = l_2^{\Pi}; \quad 0_2 K_4 = l_4^{\Pi}; \quad (4.185)$$

$$M0_1 = h_1; \quad M0_2 = h_2;$$

де \bar{F}_1^{Π} – динамічне навантаження на лівий борт;

\bar{F}_2^{Π} – динамічне навантаження на правий борт.

Тоді, для асиметричної паралельної конструктивної схеми, знаходимо

$$\begin{aligned} Q_{1\tau}^{\Pi} &= \frac{k_1}{1+k_1} F_{1\tau}^{\Pi}; & Q_{1n}^{\Pi} &= \frac{l_3^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} F_{1n}^{\Pi}; & Q_{1b}^{\Pi} &= \frac{l_3^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} F_{1b}^{\Pi}; \\ Q_{3\tau}^{\Pi} &= \frac{1}{1+k_1} F_{1\tau}^{\Pi}; & Q_{3n}^{\Pi} &= \frac{l_1^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} F_{1n}^{\Pi}; & Q_{3b}^{\Pi} &= \frac{l_1^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} F_{1b}^{\Pi}; \\ Q_{2\tau}^{\Pi} &= \frac{k_2}{1+k_2} F_{2\tau}^{\Pi}; & Q_{2n}^{\Pi} &= \frac{l_4^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} F_{2n}^{\Pi}; & Q_{2b}^{\Pi} &= \frac{l_4^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} F_{2b}^{\Pi}; \\ Q_{4\tau}^{\Pi} &= \frac{1}{1+k_2} F_{2\tau}^{\Pi}; & Q_{4n}^{\Pi} &= \frac{l_2^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} F_{2n}^{\Pi}; & Q_{4b}^{\Pi} &= \frac{l_2^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} F_{2b}^{\Pi}, \end{aligned} \quad (4.186)$$

де k_1 та k_2 – задані проектні параметри:

$$k_1 = \left| \frac{Q_{1\tau}^{\Pi}}{Q_{3\tau}^{\Pi}} \right|, \quad k_2 = \left| \frac{Q_{2\tau}^{\Pi}}{Q_{4\tau}^{\Pi}} \right|. \quad (4.187)$$

У розгорнутій записи для повнопривідної конструктивної схеми отримаємо:

$$\begin{aligned} Q_{1\tau}^{\Pi} &= \frac{k_1}{1+k_1} \cdot \frac{h_2}{h_1+h_2} N_{\tau}; & Q_{1n}^{\Pi} &= \frac{l_3^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} \cdot \frac{\mu}{1+\mu} N_n; & Q_{1b}^{\Pi} &= \frac{l_3^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} \cdot \frac{h_2}{h_1+h_2} N_b; \\ Q_{3\tau}^{\Pi} &= \frac{1}{1+k_1} \cdot \frac{h_2}{h_1+h_2} N_{\tau}; & Q_{3n}^{\Pi} &= \frac{l_1^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} \cdot \frac{\mu}{1+\mu} N_n; & Q_{3b}^{\Pi} &= \frac{l_1^{\Pi}}{l_1^{\Pi} + l_3^{\Pi}} \cdot \frac{h_2}{h_1+h_2} N_b; \\ Q_{2\tau}^{\Pi} &= \frac{k_2}{1+k_2} \cdot \frac{h_1}{h_1+h_2} N_{\tau}; & Q_{2n}^{\Pi} &= \frac{l_4^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} \cdot \frac{1}{1+\mu} N_n; & Q_{2b}^{\Pi} &= \frac{l_4^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} \cdot \frac{h_1}{h_1+h_2} N_b; \\ Q_{4\tau}^{\Pi} &= \frac{1}{1+k_2} \cdot \frac{h_1}{h_1+h_2} N_{\tau}; & Q_{4n}^{\Pi} &= \frac{l_2^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} \cdot \frac{1}{1+\mu} N_n; & Q_{4b}^{\Pi} &= \frac{l_2^{\Pi}}{l_2^{\Pi} + l_4^{\Pi}} \cdot \frac{h_1}{h_1+h_2} N_b. \end{aligned} \quad (4.188)$$

Відповідно, для передньопривідної:

$$Q_{1\tau}^{\Pi} = \frac{k_1}{k_1 - 1} \cdot \frac{h_2}{h_1 + h_2} N_{\tau}; \quad Q_{3\tau}^{\Pi} = \frac{1}{k_1 - 1} \cdot \frac{h_2}{h_1 + h_2} N_{\tau}; \quad (4.189)$$

$$Q_{2\tau}^{\Pi} = \frac{k_2}{k_2 - 1} \cdot \frac{h_1}{h_1 + h_2} N_{\tau}; \quad Q_{4\tau}^{\Pi} = \frac{1}{k_2 - 1} \cdot \frac{h_1}{h_1 + h_2} N_{\tau}$$

і задньопривідної схем:

$$Q_{1\tau}^{\Pi} = \frac{k_1}{1 - k_1} \cdot \frac{h_2}{h_1 + h_2} N_{\tau}; \quad Q_{3\tau}^{\Pi} = \frac{1}{1 - k_1} \cdot \frac{h_2}{h_1 + h_2} N_{\tau}; \quad (4.190)$$

$$Q_{2\tau}^{\Pi} = \frac{k_2}{1 - k_2} \cdot \frac{h_1}{h_1 + h_2} N_{\tau}; \quad Q_{4\tau}^{\Pi} = \frac{1}{1 - k_2} \cdot \frac{h_1}{h_1 + h_2} N_{\tau}.$$

Відзначимо, що отримані аналітичні рішення задач, відповідні тандемної і паралельної динамічним схемами, істотно спрощуються у випадку симетричної компоновки чотириколісного екіпажу. Вводяться наступні обмеження на геометричні параметри:

$$h_1^T = h_2^T = h_3^T = h_4^T = h; \quad (4.191)$$

$$l_1^{\Pi} = l_2^{\Pi} = l_1; \quad l_3^{\Pi} = l_4^{\Pi} = l_2;$$

$$h_1 = h_2 = h.$$

Вводяться обмеження на динамічні проектні параметри:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu = 1; \quad (4.192)$$

$$k_1 = k_2 = k.$$

Тоді рішення, отримані по тандемної і паралельної динамічним моделям для повнопривідного чотириколісного екіпажу, виявляються рівними і приймають вид:

$$Q_{1\tau} = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{1+k} N_{\tau}; \quad Q_{1n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_n; \quad Q_{1b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_b;$$

$$Q_{2\tau} = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{1+k} N_{\tau}; \quad Q_{2n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_n; \quad Q_{2b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} N_b; \quad (4.193)$$

$$Q_{3\tau} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+k} N_{\tau}; \quad Q_{3n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_n; \quad Q_{3b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_b;$$

$$Q_{4\tau} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+k} N_{\tau}; \quad Q_{4n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_n; \quad Q_{4b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} N_b.$$

Аналогічний результат отримуємо для передньопривідного і задньопривідного чотириколісного екіпажу. Отриманий результат може служити критерієм верифікації запропонованого методу визначення контактних динамічних сил.

Висновки за розділом 4

Запропоновані годографи руху дозволяють знаходити швидкість і прискорення автомобіля, траєкторію і кривизну автомагістралі, а також відкривають можливість проведення досліджень з оцінки керованості автомобіля, динамічної навантаженості його конструкції і дорожньої поверхні.

Запропоновано на основі рівнянь кінетостатики каскадний метод визначення контактних рушійних-керуючих сил колісного екіпажу в динаміці для структурних схем, що мають одну, дві, чотири опорні точки з урахуванням ознаки ведучого-веденого колеса: повнопривідна, передньопривідна, заднеприводная схеми.

ВИСНОВКИ

Для переобладнання типового легкового автомобіля в напівгібридний транспортний засіб найбільш раціонально використовувати паралельну конфігурацію. Паралельна топологія дозволяє реалізувати усі переваги гібридного електричного авто і, водночас, не вимагає встановлення електродвигуна великої потужності та ваги

Основні фактори економії пального за рахунок гібридизації: оптимізація робочої точки двигуна внутрішнього згорання, уловлювання енергії гальмування автомобіля і її використання для розгону, вимкнення двигуна внутрішнього згорання під час зупинок. Найбільший потенціал забезпечує рекуперація і реутилізація енергії гальмування, але для реалізації цього необхідно встановлювати двигун і інвертор з великою перевантажувальною здатністю за струмом.

Для приводної системи автомобіля раціонально використовувати електродвигуни із великою перевантажувальною здатністю – 5:1, оскільки основна частина потужності необхідна для забезпечення динамічних режимів транспортного засобу.

При порівнянні результатів випробувань автомобіля при змінних дорожніх умовах (базовий автомобіль, гібридизований автомобіль з «паралельним» режимом роботи, та гібридизований автомобіль зі «змішаним» режимом роботи електропривода) встановлено, що витрата палива гібридизованого автомобіля при роботі в «паралельному» режимі менше від базового автомобіля, приблизно, на 15%. В той час як гібридизований автомобіль зі «змішаною» схемою роботи електроприводу показав зменшення витрати палива, по відношенню до базового автомобіля, приблизно на 20%. Таким чином «змішаний» режим роботи електропривода в гібридизованому повнопривідному автомобілі є більш економічним

Запропоновано на основі нелінійних рівнянь Ейлера-Лагранжа детермінована математична модель кінетики гібридизованого автомобіля при різних режимах руху в просторі по криволінійній трасі.

Запропоновано в класі спіралі-гвинтових ліній детермінована математична модель кінематики гібридизованого автомобіля у вигляді годографа при режимах руху рівномірному, прискореному, уповільненому по ділянках траси: прямолінійній, горизонтальній; при підйомі та ухилі у вертикальній площині; при повороті в горизонтальній площині; при підйомі, ухилі і повороті в просторі.

Розроблено математичні моделі автомагістралі на прямих і криволінійних ділянках, при ухилах і підйомах, розв'язках та просторових поворотах в класі спіралі-гвинтових ліній, сумісних з реалізованими траєкторіями руху автомобіля.

Синтезовані в класі спіралі-гвинтових ліній різні годографи руху автомобіля, що відповідають режимам прискорення, постійної швидкості, гальмування як на прямолінійних, так і просторових криволінійних ділянках автомагістралі.

Запропоновано, на основі рівнянь кінетостатики, каскадний метод визначення контактних рушійних-керуючих сил колісного екіпажу в динаміці для структурних схем, що мають одну, дві, чотири опорні точки з урахуванням ознаки ведучого-веденого колеса: повнопривідна, передньопривідна, заднепривідна схеми

Матеріали магістерської роботи впроваджено в НТУ «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) при проведенні лекцій та практичних робіт з дисципліни «Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів»

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Копотев Д.А. Разработка системы управления комбинированной энергосиловой установки параллельной компоновочной схемы теплового и электрического двигателей легкового автомобиля: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.05.03 / Д.А.Копотев – Ижевск: Ижевский государственный технический университет» (ИжГТУ). – 2011. – 24 стр.
2. Ehsani M. Modern electric, hybrid electric and fuel cell vehicles: fundamentals, theory and design. Second edition / Ehsani M., Gao Y., Emadi A. - CRC Press Taylor&Francis Group. – 2010. – 558 p.
3. Noons R. The use of simulation software to assess advanced powertrains and new technology vehicles / Noons R., Swann J. and A. Green - in Proc. Electric Vehicle Symp. 15, Brussels, Belgium, Oct. 1998.
4. Blair G. Design and Simulation of Two Stroke Engines / Blair G. // Proceedings of the 6th Int. conference of Society of Automotive Engineers (SAE), Warrendale, PA, 2006. – pp.206 – 218.
5. Пат. 52009 Україна. Система рекуперативного гальмування гібридного автомобіля / Бажинов О.В.-БН, 2010, №15.
6. Kelly Controls, LLC, 2014, <http://kellycontroller.com/>
7. Пат. 25188 Україна. Система приводу гібридного електромобіля / Мхітарян Н.М.-БН, 2007, №11.
8. Николаенко В.А. ZAZ-SENS: Руководство по эксплуатации, Техническое обслуживание и ремонт / Николаенко В.А., Лешик А.Н., Черноостровская Л.Н. – «Автомастер», Киев. – 2004. – 170 с.
9. Пат. 47251 Україна. Електромеханічна система "мотор-колесо" / Шинкаренко В.Ф.-БН, 2010, №2.
10. Пат. 57330 Україна. Система старт-стопавтомобіля/ Бажинов О.В.-БН, 2004, №4
11. Nachaturov A.A. Dynamics of "road-tire-vehicle-driver" system. / Nachaturov A.A., Afanasiev V.L., Vasiliev V.S. – М.: "Mashinostroenie", 1976. – 535pp.

12. Martynyuk A.A. Dynamics and sustainability of transport vehicle wheelset movement. / Martynyuk, A.A., Lobas, L.G., Nikitina, N.V. – Kiev: Tekhnika, 1981. – 223pp.
13. Kravets V.V. Evaluation of the Centrifugal, Coriolis and Gyroscopic Forces on a Railroad Vehicle Moving at High Speed. / Kravets, V.V., Kravets, T.V. - Int. Appl. Mech. 2008. 44, No.1. P. 101-109.
14. Igdalov, I.M. Rocket as a controlled object. / Igdalov, I.M., Kuchma, L.D., Poliakov, N.V., Sheptun, Yu.D. – Dnipropetrovsk.: ART-press. 2004. – 544 pp.
15. Kravets, T.V. Control forces and moments determining in the process of asymmetric aircraft along program trajectory of complex spatial configuration. / Kravets, T.V. - Technical Mechanics. 2003. No. 1. P. 60-65.
16. Beshta O. Control of tandem-type two-wheel vehicle at various motion modes along spatial curved lay of line / Beshta O., Kravets V., Bas K., Kravets T., Tokar L. - Power Engineering, Control and Information Technologies in Geotechnical Systems, 2015 Taylor and Francis Group, London, ISBN 978-1-138-02804-3, P. 27-32.
17. Кравец В.В. Управляемость двухколесного тандемного экипажа на криволинейной трассе / Кравец В.В., Басс К.М., Кравец Т.В., Зубарев Н.С. – Збірник тез доповідей науково-практичної конференції «Новітні шляхи створення, технічної експлуатації, ремонту і сервісу автомобілів». – Одеса-Коблево: Військова академія, 2015. – с. 114-117.
18. Gerasiuta N.F. Flight dynamics. Key tasks of dynamic design of rockets / Gerasiuta N.F., Novikov A.V., Beletskaya M.G. – Dnipropetrovsk.: M.K. Yangel State Design Office “Yuzhnoe”. 1998. – 366 pp.
19. Kravets V.V. Dynamic Design of Ground Transport With the Help of Computation Experiment / Kravets V.V., Bass K.M., Kravets T.V., Tokar L.A. - Mechanics, Materials Science and Engineering, Vol. 1, October 2015 – pp. 105-111. – ISSN 2412-5954, MMSE Journal. Open Access www.mmse.xyz.
20. Kravets V. Mathematical model of a path and hodograph of surface transport / Kravets V., Kravets T., Bas K., Tokar L. // Transport problems. – 2014. – Pp. 830-841.

21. Kravets V.V. Using quaternion matrices to describe the kinematics and nonlinear dynamics of an asymmetric rigid body / Kravets, V.V., Kravets, T.V., Kharchenko, A.V. // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – 44. #2. – Pp. 223-232.
22. Lobas L.G. *Theoretical mechanics* / Lobas, L.G., Lobas, Lyudm G. - Kiev: DETUT, 2009. 407 p.
23. Kravets T.V. On the use of quaternion matrices in the analytical and computational solid mechanics / Kravets T.V. - *Technical Mechanics*. 2013. Issue 3: 91-102 pp.
24. Pivnyak G.G. Elements of Calculus Quaternionic Matrices And Some Applications In Vector Algebra And Kinematics / Pivnyak G.G., Kravets V. V., Bas K. M., Kravets T.V., Tokar L.A. - *Mechanics, Materials Science & Engineering, Vol 3*. 2016. - pp. 46-56. doi:10.13140/RG.2.1.1165.0329
25. Кравец В.В. Контактные силы трехколесного экипажа на спирально-винтовых трассах / В.В. Кравец, К.М. Басс, Т.В. Кравец, Н.С. Зубарев // *Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета [Текст]: сб. науч. тр. - Харьк. нац. автомоб.-дор. ун-т ; [редкол.: Богомолов В. А. (глав. ред.) и др.]*. - Харьков: ХНАДУ, 2016. – Вып. 74. – С. 72-77.
26. Kravets V.V. Kinetostatics of Wheel Vehicle in the Category of Spiral-Screw Routes / Kravets V.V., Bas K.M., Kravets T.V., Zubarev M.S., Tokar L.A. - *Mechanics, Materials Science & Engineering, Vol 5*. - 2016. - pp. 46-56. doi:10.13140/RG.2.1.1010.3921
27. Банников В.А. Оценка угла развала управляемого ведущего колеса автомобиля / Банников В.А., Вербицкий В.Г. – *Сучасні автомобільні розробки України*. – Миколаїв: ФОП Швець В.Д., 2015. – С. 151-155.
28. Pivnyak, G.G. Method for determining high-speed vehicle contact forces of the ground transport/ Pivnyak, G.G., Sakhno, V.P., Kravets, V.V., Bas, K.M. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 2019, (1), стр. 55–61
29. Sakhno, V.P. Orientation of natural trihedral of the spiral-helix supporting trajectory of spatial vehicle movement/ Sakhno, V.P., Kravets, V.V., Bas, K.M., Krivda,

V.V. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu , 2018.-№3.-pp.50-56.
DOI: 10.29202/nvngu/2018-3/15.

30. Бас К.М. Метод визначення контактних сил, що забезпечують кероване перенесення кар'єрного самоскиду по програмній спірально-гвинтовій трасі. Геотехнічна механіка: Міжвідомчий збірник наукових праць. Дніпро,- 2017-№ 137,- С.170-179.

Апробація результатів магістерської роботи

ВІЙСЬКОВА АКАДЕМІЯ (м. ОДЕСА)

ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У ВІЙСЬКОВІЙ ОСВІТІ

тези доповідей
міжнародної науково-методичної конференції

25 червня 2021 року

м. Одеса

- | | | |
|-----|--|-----|
| 65. | Полжук Віктор, к.пед.н., доц., Шафорост Сергій
РОЛЬ І МІСЦЕ РЕМОНТНИХ ПІДРОЗДІЛІВ В СИСТЕМІ
ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ОФІЦЕРІВ ПРИКОРДОННИКІВ..... | 98 |
| 66. | Сакно Ольга, к.техн.н., доц., Бас Костянтин, к.техн.н., доц.,
Олішевська Валентина, к.техн.н., доц.
МОДЕЛЮВАННЯ ВАРІАБЕЛЬНОСТІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ
АВТОМОБІЛІВ В СКЛАДНІЙ СОЦІАЛЬНО-ТЕХНІЧНІЙ СИСТЕМІ... | 100 |
| 67. | Убайдуллаєв Юсуфжон, к.техн.н., проф., Малиновський Андрій,
Петренко Станіслав
ІНФОРМАЦІЙНА МОДЕЛЬ ЕЛЕМЕНТАРНОГО АКТА ІНЖЕНЕРНОЇ
ДІЯЛЬНОСТІ..... | 101 |
| 68. | Череушенко Богдан, Горошко Олександр
ЗАСТОСУВАННЯ ІННОВАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ У
ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ АВТОМОБІЛЬНОГО
ТРАНСПОРТУ..... | 102 |

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Автомобільний факультет

НАУКОВІ ПРАЦІ

Міжнародної науково-практичної конференції
присвяченої 90-річчю кафедри автомобілів ім. А.Б. Гредескула
Харківського національного автомобільно-дорожнього
університету

**"Новітні технології в автомобілебудуванні,
транспорті та при підготовці фахівців"**

27-29 жовтня 2021 р.



Харків 2021

ЗМІСТ

Секція 1. ТЕНДЕНЦІ РОЗВИТКУ КОНСТРУКЦІ АВТОМОБІЛІВ

Александров Є.Є., Шаповаленко В.О., Масляев К.В.....	20
Параметричний синтез системи підресорювання автомобіля	
Байдала В.Ю.	21
Аналіз стану питання забезпечення стійкості положення колісних машин при роботі з причепами	
Бас К.М., Лиходій О.С., Ходос О.Г., Єрісов М.М.....	24
Проблематика гібридизації легкового автомобіля ЗАЗ «СЕНС»	
Войтків С. В.	26
Класифікація пасажирських колісних транспортних засобів I-го класу за пасажиромісткістю	
Войтків С. В.	29
Типізація пасажирських колісних транспортних засобів I-го класу за параметрами місткості	
Зинько Р.В., Попович В.В., Круць Т.І.	32
Методика вибору рушія для машин спеціального призначення	
Коломійцев О.В., Павлій В.О., Балабуха О.С., Кітов В.С.....	34
Метод обґрунтування вимог до параметрів рухомості бойових машин мобільного комплексу озброєння	
Коломійцев О.В., Спорішев К.О., Шубін О.Є.....	35
Розробка та дослідження арі для об'єднання різнотипних провайдерів сервісу паркування транспортних засобів у єдиний додаток	
Корпач А.О., Корпач О.А.....	37
Використання причіпного автобусного поїзда у bvt системах	
Леонтєв Д.М., Куріпка О. В. Рижих Л.О.....	38
Імітаційне моделювання динаміки руху колісного транспортного засобу під час гальмування	
Леонтєв Д.М., Фролов А.А., Федорченко В.І., Сухомлін О.В.	40
Особливості гальмування багатовісних колісних транспортних засобів	

UDC 629.015:625.72

DOI: 10.29202/nvngu/2019-1/8

G. G. Pivnyak¹, *Academ. of NAS of Ukraine, Dr. Sc. (Tech.), Prof., orcid.org/0000-0002-8462-2995,*
 V. P. Sakhno², *Dr. Sc. (Tech.), Prof., orcid.org/0000-0002-5144-7131,*
 V. V. Kravets¹, *Dr. Sc. (Tech.), Prof., orcid.org/0000-0003-4770-0269,*
 K. M. Bas^{1,2}, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof., orcid.org/0000-0003-2918-3501*

1 – Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine, e-mail: prof.w.kravets@gmail.com
 2 – National Transport University, Kyiv, Ukraine, e-mail: k.m.bas.69@gmail.com

METHOD FOR DETERMINING HIGH-SPEED VEHICLE CONTACT FORCES OF THE GROUND TRANSPORT

Purpose. Reliability and engineering precision improvement of 3D-modelling for kinematics and dynamics of ground transport vehicles. Criteria development for results verification.

Methodology. Equivalent motive force of a high-speed vehicle of ground transport is determined based on program hodograph corresponding to spiral-screw trajectory. Motive force distribution is carried out for two supporting points of a ground transport vehicle. The problem is solved based on Varignon's theorem in a vector format, and it is considered in moving frame of reference of true trajectory trihedral. The formulated statistically undetermined problem is solved by involving design variable considering reactivity or inactivity of the supporting point. The verification of obtained analytical solution is carried out on the basis of kinetostatic invariants.

Findings. The formulae are suggested for determining analytic contact forces in programmed motion of a high-speed vehicle of ground transport for tandem and parallel flow diagram of supporting points with respect to their reactivity or inactivity. The obtained formulae for contact forces comply with the first static invariant for the problem considered. The second static invariant enables determination of analytic dependences between the components of unknown contact forces, equivalent motive force, and geometric parameters.

Originality. A method is suggested for statistically undetermined problem solution of equivalent motive force distribution for two contact points of a ground transport vehicle and the supportive surface. The method is based on the classical results of mechanics use: Varignon's theorem, static invariants, true trajectory trihedral of a ground transport vehicle. The formulated problem becomes resolvable in corpora by means of involving technically reasonable hypothesis of reactive–inactive links at the supporting point.

Practical value. The obtained analytical solutions of formulated problem are informational, clear and convenient for analysis in engineering practice of dynamic development of high-speed ground transport vehicles. The calculation formulae are provided as properly arranged and adapted for machine-assisted realization. The method enables widening of resolvable problems range for dynamic development of ground transport vehicles of complex flow diagrams and any quantity of supporting points.

Keywords: *hodograph, true trihedral, Varignon's theorem, static invariants, contact forces, ground transport vehicle*

Introduction. General problems of determining constraint forces in mechanical systems with two or more supporting points belong to statistically undetermined ones [1, 2]. High-speed vehicles of ground transport moving under specified schedule on the determined supporting surface are considered as such mechanical systems [3, 4]. Constraint forces occurring in the contact points of ground transport vehicles and supporting surface enable control and stability of motion [5]. Therefore, the improvement of methods for determining contact motive forces of ground transport vehicles, as well as improvement of results reliability and engineering precision for dynamic process simulation is considered as an urgent problem.

Analysis of the recent research and publications. Such studies of dynamic systems are carried out based on innovative approaches to problem formulation and new methods of mathematical description and simulation of

dynamic processes [6, 7]. The following problems are considered: dynamics of the road-tyre-automobile-driver system, stability of wheelset motion of transport machines, influence assessment of centrifugal, Coriolis, gyroscopic, and tangential inertial forces on the dynamic loading of high-speed vehicles of ground transport and impact on road surface [4]. The studies in such fields belong to the type of tasks of technical systems dynamic design to be solved on the base of complex approach with application of both computing and full-scale experiment [8].

Unsolved aspects of the problem. The resulting motive force determined earlier and providing the determined motion of a high-speed vehicle of ground transport along the spiral-screw trajectory with respect to gravitation force and inertial and aerodynamic forces is to be distributed equivalently over the contact points with supportive surface. As for the single contact point, the solution is simplistic. In case of two or more contact points the problem is considered to be a statistically un-

Program spatial movement of high-speed vehicles

Viktor Volodymyrovych Kravets¹, V Sakhno², K Bas^{1,2,*} and VI Kravets³

¹Department of Automobiles and Automobile Economy, State Higher Education Institution "National Mining University", 19 Dmytro Yavornytsky av., 49600, Dnipro, Ukraine.

²Department of Motor Vehicles, National Transport University, 1 Suvorov str., 01010, Kyiv, Ukraine.

³Department "Life safety" of the National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, 2 Lazaryan str., 49010, Dnipro, Ukraine.

*E-mail: k.m.bas.69@gmail.com

Abstract. Program spatial movement of a high-speed vehicle has been synthesized with the help of hodograph in terms of spiral paths. A mathematical model of a primary road in the form of a line over ruled bearing surface in the neighbourhood of the program trajectory has been developed. Vector equations of the elements of ruled surface and bearing surfaces oriented orthogonally to inertia forces have been set up. The inertia forces effecting a mass of a high-speed vehicle in the context of non-uniform motion along spiral program path has been demonstrated in a vector form.

1. Introduction

The task of a vehicle is to transport certain freight from one specified spatial point to another while taking into consideration additional conditions. In terms of ground transport, the boundary points and motion route are on the Earth's surface. As for the railway transport, motion route is determined by a rigid route being a single nominal calculation program trajectory. In the context of motor transport, motion route determines the neighbourhood of the admissible trajectories [1, 2]. Neighbourhood of program trajectory in the shape of a line on the bearing surface forms a highway. The development of mathematical model of the bearing surface of a high way as a constituent part of calculation experiment technique providing dynamic design of a "vehicle – road" system is proposed [3-7].

2. Statement of the problem

It is assumed that at initial time and final time (boundary conditions), phase state of a vehicle has been specified. Time for the vehicle transport from one spatial point to another as well as a shape of the spatial trajectory compatible with probable motion of the vehicle is among the heuristically specified additional conditions. In this context, program motion of the vehicle is considered as the motion of a material point in terms of the required mode (i.e. accelerated, decelerated, and uniform) along the selected spatial curvilinear trajectory. The spatial curvilinear trajectory is represented with the help of vector-radius of a material point depending on time as a parameter that is program notion of the vehicle is determined by means of a hodograph of the radius-vector. The hodograph of program motion is taken as a bearing surface. The bearing surface is found in the class of ruled surfaces. It is required to develop mathematical model of a bearing surface corresponding to program spatial transport of the high-speed vehicle.



UDC 629.015:625.72

DOI: 10.29202/nvngu/2018-3/15

V. P. Sakhno¹, Dr. Sc. (Tech.), Prof.,
orcid.org/0000-0002-5144-7131,
V. V. Kravets², Dr. Sc. (Tech.), Prof.,
orcid.org/0000-0003-4770-0269,
K. M. Bas^{1,2}, Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.,
orcid.org/0000-0003-2918-3501,
V. V. Krivda², Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.,
orcid.org/0000-0002-8304-2016

1 – National Transport University, Kyiv, Ukraine, e-mail:
k.m.bas.69@gmail.com

2 – National Mining University, Dnipro, Ukraine, e-mail:
prof.w.kravets@gmail.com

ORIENTATION OF NATURAL TRIHEDRAL OF THE SPIRAL-HELIX SUPPORTING TRAJECTORY OF SPATIAL VEHICLE MOVEMENT

Purpose. To improve both reliability and engineering accuracy of 3D modeling of a vehicle movement.

Methodology. Orts of natural trihedral of spiral-helix supporting trajectory are expressed vectorially by means of time derivatives of a radius vector of a program movement. Quaternion matrices represent the complicated operations of vector algebra. Spatial orientation or program rotation of a natural trihedral is described with the help of Gibbs vector, Rodriguez-Hamilton vector, matrix of direction cosines depending upon kinematic parameters of the program movement.

Findings. A hodograph of program transfer of a vehicle is represented in the class of spiral-helix supporting trajectories in terms of earth reference. Unit vectors of a natural trihedral of the spiral-helix supporting trajectory have been obtained depending on the time derivatives of the program motion hodograph.

Originality. The program transfer – radius vector hodograph and program rotation (orientation) – Gibbs vector or quaternion on Rodriguez-Hamilton parameters are represented vectorially making it possible to model spatial orientation problems and problems of control of dynamic systems (i.e. vehicles) in the form of quaternion matrices.

Practical value. Calculation formulas are represented in the ordered, compacted matrix form adapted directly to computer technology. The algorithm helps solve a wide range of problems of dynamic design of vehicles.

Keywords: *hodograph, spiral-helix trajectory, natural trihedral, orientation, Gibbs vector, Rodriguez-Hamilton parameters, quaternion matrices*

Statement of the problem. It is required to develop components of control, orientation, and stabilization system within inertial space of dynamical frame of reference connected with a vehicle.

Analysis of the recent research and publications. Determination of accurate trajectory of a vehicle movement is a topical problem [1, 2].

Traditionally, spatial orientation is determined with the help of three independent rotations (i.e. Euler-Krylov angles, aircraft angles, ship angles and others) to which a number of matrices of directional cosines correspond [3, 4].

Universalization of spatial rotation description results in the necessity to use Rodriguez-Hamilton parameters and Gibbs vector. Gibbs vector makes it possible to apply mathematical apparatus of vector analysis for the statement and solution of problems of orientation, angular stabilization, and control of dynamic systems [5].

Natural trihedral rotation has been determined in Rodriguez-Hamilton parameters and Gibbs vector components expressed by means of time derivatives of a vehicle program transfer of hodograph. Description of the rotation and spatial transfer is performed on the basis of vector algebra; corresponding calculation algorithms are developed in quaternion matrices [5].

Unsolved aspects of the problem. It is required to represent vectorially program transfer – radius-vector hodograph, and program rotation (orientation) – Gibbs vector or quaternion on Rodriguez-Hamilton parameters. This makes it possible to model spatial problems of orientation and control of dynamic systems in quaternion matrices.

Objective of the paper is to determine natural trihedral of spiral-helix supporting trajectory of a program vehicle movement within the inertial space of orientation.

Description of the method. A hodograph of a program vehicle transfer according to spiral-helix supporting trajectories is proposed. Orts of natural trihedral

УДК 622.684:629.015

Бас К.М. канд. техн. наук, доцент

(Національний транспортний університет, м. Київ)

**МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ КОНТАКТНИХ СИЛ, ЩО ЗАБЕЗПЕЧУЮТЬ
КЕРОВАНЕ ПЕРЕМІЩЕННЯ КАР'ЄРНОГО САМОСКИДУ
ПРОГРАМНОЮ СПІРАЛЬНО-ГВИНТОВОЮ ТРАСОЮ****Бас К.М.** канд. техн. наук, доцент

(Национальный транспортный университет, г. Киев)

**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ СИЛ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ
УПРАВЛЯЕМОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ КАРЬЕРНОГО САМОСВАЛА ПО
ПРОГРАММНОЙ СПИРАЛЬНО-ВИНТОВОЙ ТРАССЕ****Bas K. M., Ph. D (Tech.), Associate Professor**

(National Transport University, Kyiv)

**METHOD TO DETERMINE CONTACT FORCES PROVIDING THE
CONTROLLABLE TRANSFER OF AN OPEN-PIT DUMPING TRUCK IN
THE LINE OF THE SCHEDULED SPIRAL AND SCREW LINE**

Анотація. На підставі нелінійних рівнянь Ейлера–Лагранжа запропоновано детерміновану математичну модель кінетики кар'єрного автосамоскида за різних режимів руху в просторі по криволінійній трасі. Відповідно до рівнянь кінестатики розроблено каскадний метод визначення контактних рушійних-керуючих сил кар'єрного автосамоскида в динаміці із застосуванням структурних схем, що мають чотири опорні точки та ознаку ведучого-веденого колеса.

Отримані шляхом використання методів матричних обчислень результати, дозволяють покращити точність моделювання просторового руху кар'єрних автосамоскидів і створюють передумови для облаштування більш раціональної мережі технологічних автомобільних доріг на гірничих підприємствах.

Ключові слова: кінетика автомобіля, динамічна модель, результативна рушійна сила, тандемна і паралельна динамічні моделі.

Вступ. Автомобільний транспорт широко застосовується в розробці корисних копалин відкритим способом. Найбільшу ефективність використання автосамоскидів має на кар'єрах малої та середньої продуктивності, або на глибоких горизонтах великих кар'єрів у поєднанні з іншими видами транспорту. Через високу вартість використання техніки на подібних підприємствах, рівень організації роботи транспорту має бути високим, щоб максимально знизити простої, забезпечити перевезення вантажів найкоротшими, безпечними маршрутами, що обумовлено технологічними процесами [1]. Через це вимоги до облаштування на кар'єрах автомобільних шляхів і технічного стану автосамоскидів доволі жорсткі.

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Перший проректор

НТУ «Дніпровська політехніка»

_____ Артем ПАВЛИЧЕНКО

» _____ 2021 р.



про використання результатів кваліфікаційної роботи

Баса Костянтина Марковича

на тему *«Розробка теоретичних основ переобладнання передньопривідного автомобіля з двигуном внутрішнього згоряння в повнопривідний, напівгібридний автомобіль»*,

яка виконана в ДВНЗ

«Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»

Даним актом підтверджується, що в навчальному процесі НТУ «Дніпровська політехніка» при підготовці бакалаврів за спеціальністю 274 *«Автомобільний транспорт»* використовуються результати кваліфікаційної роботи Баса К.М.

Матеріали кваліфікаційної роботи знайшли відображення в лекційному курсі та практичних заняттях з дисципліни *«Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів»*.

Декан механіко-машинобудівного

факультету, проф.

Станіслав ФЕЛОНЕНКО

Заст. зав. кафедри автомобілів

та автомобільного господарства, доц.

Сергій КУВАЧ