

**ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ БУДІВНИЦТВА
ТА АРХІТЕКТУРИ**

Навчально-науковий інститут інноваційних освітніх технологій

(повне найменування інституту, факультету)

Кафедра експлуатації та ремонту машин

(повна назва кафедри)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему *Розробка методики визначення масово-інерційних
характеристик автомобіля, як складальної технічної системи*

Виконав: здобувач вищої освіти

другий (магістерський)

(рівень вищої освіти)

спеціальності

274 «Автомобільний транспорт»

(шифр і назва спеціальності)

освітньої програми

ОПП «Автомобільний транспорт»

(вид та назва освітньої програми)

групи АТз-20мп

Олена ЛАГОШНА

(ім'я та прізвище здобувача)

Керівник Тетяна КОЛЕСНИКОВА

(ім'я та прізвище)

Рецензент Олександр ГОЛУБЧЕНКО

(ім'я та прізвище)

Оцінка захисту кваліфікаційної роботи

(сума балів, оцінка ECTS, оцінка за національною шкалою,)

Секретар ЕК _____ / Віталій БОГОМОЛОВ /

(підпис)

(ім'я та прізвище секретаря ЕК)

Дніпро – 2021

**ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ БУДІВНИЦТВА
ТА АРХІТЕКТУРИ**

Інститут, факультет Навчально-науковий інститут інноваційних освітніх технологій

Кафедра експлуатації та ремонту машин

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 274 «Автомобільний транспорт»
(шифр та назва)

Освітня програма ОПП «Автомобільний транспорт»
(вид та назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри _____

к.т.н. Олександр ЛИХОДІЙ

«_____» _____ 2021 року

**З А В Д А Н Н Я
ДО ВИКОНАННЯ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ
ЗДОБУВАЧУ ВИЩОЇ ОСВІТИ**

Олена ЛАГОШНА

(ім'я та прізвище)

1. Тема роботи . Розробка методики визначення масово-інерційних характеристик автомобіля, як складальної технічної системи

керівник роботи Тетяна КОЛЕСНИКОВА, к.т.н., доцент

(ім'я та прізвище, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ректора від « 27 » 09 2021 року № 456-КС

2. Строк подання роботи до захисту « 08 » грудня 2021 року

3. Вихідні дані до роботи Гібридизований автомобіль Sens

4. Зміст кваліфікаційної роботи (перелік питань, які потрібно розробити) _____

Вступ.

1. Аналіз засобів визначення масово-інерційних характеристик автомобіля

2. Математичне моделювання задньої підвіски гібридизованого автомобіля

3. Методика визначення масово-інерційних характеристик автомобіля

4. Алгоритм розрахунку масово-інерційних характеристик автомобіля

Висновки. Список використаних джерел. Додатки

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи на тему «Розробка методики визначення масово-інерційних характеристик автомобіля, як складальної технічної системи» складається із 62 аркуша формату А4, на яких містяться 4-ри розділи, 1 таблицю, 12 рисунків, 26 джерел інформації.

Об'єктом дослідження є масово-інерційні характеристики автомобіля.

Предметом дослідження вплив розташування окремих частин автомобіля на його масово-інерційні характеристики.

Мета дослідження – визначення масово-інерційних характеристик автомобіля, як технічної системи, що складається з частин.

Методи дослідження: передбачали комплексний підхід, що включав математичне моделювання та розрахунково-теоретичні дослідження.

Наукова новизна складається: набули подальшого розвитку методики визначення масово-інерційні характеристики автомобіля.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблено метод визначення масово-інерційні характеристики автомобіля як складальної одиниці. Матеріали магістерської роботи впроваджено в НТУ «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) при проведенні лекційній та практичних робіт з дисциплін «Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів» та «Механіка автомобіля».

КЛЮЧОВІ СЛОВА: АВТОМОБІЛЬ, ДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ,
ЦЕНТР МАС, МОМЕНТИ ІНЕРЦІЇ, ТРАНСМІСІЯ, ЕКСПЛУАТАЦІЯ,
АЛГОРИТМ

ЗМІСТ

	стор.
ВСТУП.....	6
1. АНАЛІЗ ЗАСОБІВ ВИЗНАЧЕННЯ МАСОВО-ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБІЛЯ	8
1.1. Роль визначення масово-інерційні характеристики автомобіля	8
1.2. Визначення розташування центру ваги автомобіля	9
1.2.1. Визначення положення центру ваги шляхом зважування передньої і задньої частин машини.....	9
1.2.2. Визначення положення центру ваги за допомогою платформних ваг	12
1.2. Визначення моментів інерції автомобіля.....	13
Висновки за розділом 1	18
2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДНЬОЇ ПІДВІСКИ ГІБРИДИЗОВАНОГО АВТОМОБІЛЯ	19
Висновки за розділом 2.....	25
3. МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ МАСОВО-ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБІЛЯ.....	26
Висновки за розділом 3.....	29
4. АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ МАСОВО-ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБІЛЯ.....	30
4.1. Алгоритм експериментального визначення інерційних характеристик транспортних засобів	30
4.2. Матричний алгоритм розрахунку інерційних характеристик складових асиметричних транспортних засобів.....	36
Висновки за розділом 4.....	43

ВИСНОВКИ.....	44
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	45
ДОДАТОК А.....	48
ДОДАТОК Б.....	60
ВІДОМІСТЬ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ.....	62

ВСТУП

Актуальність. Масово-інерційні характеристики транспортного засобу істотно впливають на такі його якісні показники, як стійкість під час руху, розподіл навантаження по несучих елементів конструкції, плавність ходу та інші. Ці характеристики змінюються по етапах життєвого циклу автомобіля, при його модифікаціях кожного конкретного екземпляра. Точне знання положення центра мас та інерційних характеристик автомобіля і його основних компонентів необхідно на всіх етапах його розробки: від стадії концептуального проектування, коли вибирається компоновочна схема автомобіля, до стадії випробувань і сертифікації, коли фіксуються значення маси і моменти інерції автомобіля, що забезпечують необхідні міцнісні і динамічні характеристики транспортного засобу. Однак будь-які зміни в конструкції трансмісії, ходової частини та несучої системи автомобіля для досягнення високих експлуатаційних показників часто призводять до значної динамічної напруженості транспортного засобу. Визначення достовірних значень масово-інерційних характеристик автомобіля є необхідною і важливою задачею при вирішенні питань структурної оптимізації автомобіля на стадії його проектування або переобладнання.

Об'єктом дослідження є масово-інерційні характеристики автомобіля.

Предметом дослідження є вплив розташування окремих частин автомобіля на його масово-інерційні характеристики.

Метою роботи є визначення масово-інерційних характеристик автомобіля, як технічної системи, що складається з частин.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувати засоби визначення масово-інерційних характеристик автомобіля.
2. Розробити методику визначення масово-інерційних характеристик автомобіля.
3. Розробити алгоритм експериментального визначення та розрахунку масово-інерційних характеристик автомобіля.

Методи дослідження: передбачали комплексний підхід, що включав математичне моделювання та розрахунково-теоретичні дослідження.

Наукова новизна. Набули подальшого розвитку методики визначення масово-інерційні характеристики автомобіля.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблено метод визначення масово-інерційні характеристики автомобіля як складальної одиниці. Матеріали магістерської роботи впроваджено в НТУ «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) при проведенні лекційній та практичних робіт з дисциплін «Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів» та «Механіка автомобіля».

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ЗАСОБІВ ВИЗНАЧЕННЯ МАСОВО-ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБІЛЯ

1.1. Роль визначення масово-інерційні характеристики автомобіля

Істотний вплив на безпеку автомобіля мають оціночні показники його стійкості. В умовах зростання автомобільного парку та підвищення швидкостей руху значення показників стійкості у забезпеченні безпеки важко переоцінити. Постійне підвищення вимог до транспортних засобів, прагнення покращити їх експлуатаційні властивості призводить до необхідності всебічного вивчення динаміки автомобіля та розвитку теорії його руху.

В даний час динамічні процеси, що протікають при русі автомобіля в умовах впливу на нього різних обурюючих факторів, в теорії вивчені досить детально. Питанням стійкості автомобіля присвячені праці багатьох вітчизняних та зарубіжних вчених. Динамічні моделі автомобілів є системи диференціальних рівнянь Лагранжа II роду. Для того щоб досягти адекватності моделі реальним фізичним зразкам, необхідно правильно визначити параметри динамічної моделі. Для моделювання динаміки руху при дослідженні керованості і стійкості автомобіля, де характерними режимами його руху є як криволінійний рух по заданій траєкторії, так і перехідні режими руху (розгін і гальмування), важливими параметрами є його інерційні характеристики. Отже, для підвищення точності моделі необхідно якомога точніше визначити не тільки масу і положення центру мас, а також осьові моменти інерції вузлів і автомобіля в цілому [1, 2, 3, 4].

1.2. Визначення розташування центру ваги автомобіля

Розташування центру ваги спорядженого автомобіля в більшій мірі залежить від його комплектації та компоновальної схеми, тобто від взаємного розташування двигуна, трансмісії, рами (кузова), кабіни, вантажної платформи, а навантаженого автомобіля – ще й від розміщення та виду вантажу [5, 6].

Існують різні методики визначення центру ваги автомобіля. Основою цих методик є зважування машини в цілому і її окремих вузлів і агрегатів.

1.2.1. Визначення положення центру ваги шляхом зважування передньої і задньої частин машини

Положення центра ваги автомобіля визначається відстанями по горизонталі до передньої і задньої осей (А і В) і висотою над рівнем дороги (Н).

Відстань центру ваги від передньої і задньої осей визначається за формулами:

$$\begin{aligned} A &= \frac{G_2}{G_a} L; \\ B &= \frac{G_1}{G_a} L, \end{aligned} \quad (1.1)$$

де G_1 – навантаження на передні колеса;

G_2 – навантаження на задні колеса;

G_a – маса автомобіля;

L – колісна база.

Для визначення висоти центру ваги автомобіль без навантаження встановлюється передніми (задніми) колесами на ваги, а задніми (передніми) колесами - на підйомні майданчики (рис. 1.1). При горизонтальному положенні автомобіля на його крилах робляться мітки над центрами коліс. Всі чотири мітки робляться на одному рівні.

При підйомі майданчиків на деяку висоту δ визначаються: приріст навантаження ΔG на колеса, встановлені на вагах, і середні (для лівого і правого

боків) переміщення по вертикалі передньої і задньої частин кузова. Кут нахилу кузова визначається по формулі:

$$\sin \alpha = \frac{(z_1 - z_2)}{L}, \quad (1.2)$$

де z_1 — переміщення по вертикалі передньої частин кузова;

z_2 — переміщення по вертикалі задньої частин кузова.

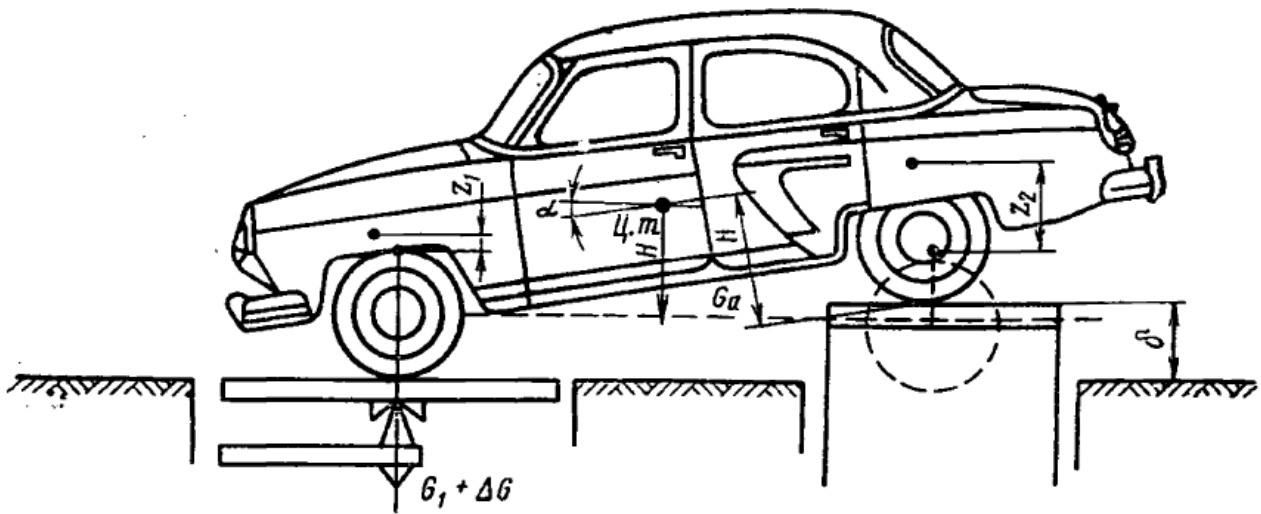


Рис. 1.1. Схема визначення висоти центру ваги автомобіля

Висота центра ваги автомобіля визначається за формулою

$$H = r + \frac{\Delta GL}{G_a \operatorname{tg} \alpha}, \quad (1.3)$$

де r — середній радіус коліс в деформованому стані для автомобіля без навантаження.

Випробування повторюється три рази при підйомі на різну висоту; кінцевий результат визначається як середнє з окремих вимірів.

Висота центра ваги автомобіля з навантаженням визначається за формулою:

$$H^{\text{ГР}} = \frac{1}{G_a^{\text{ГР}}} [G_a^{\text{НР}} (H^{\text{НР}} - f) + 75(h_1 + h_2 + \dots) + G_{\text{ГР}} h_{\text{ГР}}], \quad (1.4)$$

де $H^{\text{ГР}}$ — висота центру ваги автомобіля з навантаженням;

$H^{\text{НР}}$ — висота центру ваги автомобіля без навантаження;

$G_a^{\text{гп}}$ — маса автомобіля з навантаженням;

$G_a^{\text{нп}}$ — маса автомобіля без навантаження;

f — осідання центру ваги кузова через деформацію ресор і шин;

h_1, h_2, \dots — висота центрів тяжіння пасажирів;

$h_{\text{гп}}$ — висота центра ваги вантажу;

$G_{\text{гп}}$ — маса вантажу.

Осідання центру ваги кузова f визначається за формулою:

$$f = \frac{B^{\text{нп}} f_1 + A^{\text{нп}} f_2}{L}, \quad (1.5)$$

де f_1 — сумарна осадка передніх ресор і шин під навантаженням;

f_2 — сумарна осадка задніх ресор і шин під навантаженням;

$A^{\text{нп}}, B^{\text{нп}}$ — координати центру ваги автомобіля без навантаження.

Положення центра ваги підресорених мас визначається відстанями по горизонталі до передньої і задньої осей (a, b) і висотою над рівнем дороги ($H_{\text{к}}$) за формулами:

$$\begin{aligned} a &= \frac{G_2 - G_{\text{н}2}}{G_{\text{к}}} L; \\ b &= \frac{G_1 - G_{\text{н}1}}{G_{\text{к}}} L; \\ H_{\text{к}} &= r + \frac{(H - r)G_a}{G_{\text{к}}} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Розрахунок проводиться для автомобіля без навантаження і з повним навантаженням, для чого в формули підставляються всі величини, знайдені для ненавантаженого і навантаженого автомобіля [7].

1.2.2. Визначення положення центру ваги за допомогою платформних ваг

Визначення центру ваги автомобіля з використанням платформних ваг дозволяє визначити координати центру ваги в горизонтальній площині – по осі O_x і по осі O_y , і вертикальної координати центру ваги – по осі O_z .

Платформні ваги повинні мати рівень однаковий з поверхнею, на якій стоїть автомобіль, і мати лебідку (лебідки) для накочування автомобіля на платформу ваг і відкату з неї.

В цьому випадку автомобіль одним бортом наїжджає на платформу ваг, а іншим – на спеціальну підйомну платформу, встановлену поруч з платформою ваг. За допомогою підйомної платформи корпусу автомобіля надається поперечний ухил в межах $15^\circ \dots 20^\circ$. Визначивши попередніми зважуванням масу автомобіля, а також масу, що припадає на один борт в горизонтальному і похилому положеннях корпусу, обчислюється координата центру ваги автомобіля.

Цей спосіб вимагає наявності ваг великих розмірів і вантажопідйомності. Крім того, досить складною є конструкція підйомної платформи.

Для визначення поздовжньої координати центра ваги лебідкою накочують автомобіль на платформу ваг, послідовно встановлюючи автомобіль так, щоб у вертикальній площині, що проходить через передній край платформи, перебувала середина між двома сусідніми колесами. У цьому положенні роблять зважування. Потім лебідкою накочують автомобіль так, щоб на терезах встановилося наступне колесо. Знову проводиться зважування. Операції виконуються до тих пір, поки автомобіль повністю встане на ваги.

Зважування виконується 3 рази, і обчислюють середнє значення (при великому розкиді результатів зважування, воно виконується 6 раз) [8].

1.2. Визначення моментів інерції автомобіля

Для розрахунку обертання автомобіля в площині необхідно знати його момент інерції щодо вертикальної осі, що проходить через центр ваги. В автомобільних довідниках, як правило, немає величини моментів інерції. Тому частіш за все момент інерції розраховують спрощено, як для плити тих же габаритних розмірів.

Момент інерції – це фізична величина, що є мірою інертності тіла в обертальному русі навколо осі. Момент інерції подібний масі тіла, яка теж є мірою його інертності, але в поступальному русі. Момент інерції характеризується розподілом мас у тілі. Він дорівнює сумі добутків елементарних мас, що складають тіло, на квадрат їх відстаней до осі обертання [9].

Якщо масу автомобіля досить просто розрахувати, знаючи маси всіх його деталей, або виміряти на вагах, то розрахуватися моменту інерції автомобіля набагато складніше через складної геометричної форми його деталей.

Реальне транспортний засіб – це не однорідна плита. Воно має такі концентровані маси, як, наприклад, двигун, трансмісія, елементи підвіски. Тому фактичний момент інерції автомобіля завжди менше моменту інерції однорідної плити тих же геометричних розмірів і маси.

Момент інерції підресорених мас щодо поперечної осі, що проходить через центр ваги підресорених мас I_y . Визначається методом прокачування автомобіля. Кузов автомобіля без безпружних мас встановлюється на рамі, яка може гойдатися щодо осі підвісу, паралельної поперечної осі автомобіля (рис. 1.2а).

При випробуваннях визначаються:

- відстань від центра ваги рами з встановленим на ній кузовом до осі підвісу;
- період коливань рами з встановленим на ній кузовом;
- центр ваги і момент інерції рами.

Відстань центра ваги рами з встановленим на ній кузовом від осі підвісу визначається кутом нахилу рами з кузовом від дії додаткового вантажу (рис. 1.2б) і підраховується за формулою:

$$R_1 = \frac{Q \alpha_1}{(G_k + G_0) \sin \beta_1}, \quad (1.7)$$

де R_1 — відстань від центра ваги рами з встановленим на ній кузовом до осі підвісу;

G_k — маса підресорених частин автомобіля;

G_0 — маса рами, що хитається;

Q — додатковий вантаж;

β_1 — кут нахилу рами з кузовом під дією додаткового вантажу;

α_1 — плече докладання додаткового вантажу.

Випробування проводиться двічі (при підвішуванні вантажу до передньої і задньої частин автомобіля) і визначається середнє з двох вимірів.

Для визначення періоду коливань рами з встановленим на ній кузовом повідомляються коливання з амплітудою в 1-2 °. Для обчислення періоду коливань визначається за секундоміром тривалість не менше 10 повних коливань. Момент інерції рами з кузовом щодо осі підвісу обчислюється за формулою:

$$I_{y1} = \frac{T_1^2}{4\pi^2} (G_k + G_0) R_1, \quad (1.8)$$

де I_{y1} — момент інерції рами з кузовом щодо осі підвісу;

T_1 — період хитань рами з кузовом.

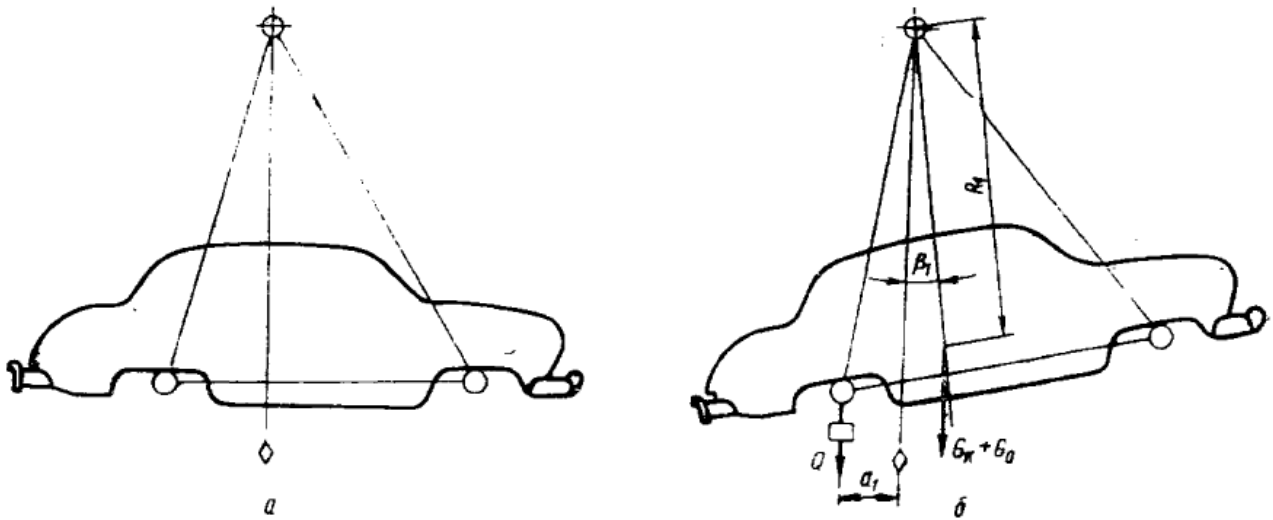


Рис. 1.2. Схема визначення моменту інерції підресорених мас відносно поперечної осі, що проходить через центр ваги підресорених мас

1. Маса додаткового вантажу вибирається з таким розрахунком, щоб кут нахилу рами досягав $5-6^\circ$.

2. При від'єднанні непідресорених частин необхідно компенсувати зменшення маси, яке відбудеться при знятті тих деталей, половина маси яких входить в підресорену масу.

3. У масу рами G_0 входить маса всіх деталей стенда, що беруть участь в коливальному русі.

Після зняття кузова зі стенду за тією ж методикою визначаються положення центра ваги і момент інерції рами [10, 11].

Відстань центра ваги підресореною маси автомобіля від осі підвісу визначається за формулою:

$$R = R_1 + \frac{G_0}{G_k} (R_1 - R_0), \quad (1.9)$$

де R — відстань центра ваги підресореною маси автомобіля від осі підвісу;

R_0 — відстань центра ваги рами від осі підвісу.

Момент інерції підресореною маси щодо поперечної осі, що проходить через центр ваги підресореною маси, визначається за формулою:

$$I_y = I_{y1} - I_{y0} - \frac{G_k}{g} R^2, \quad (1.10)$$

де I_{y1} — момент інерції підресованою маси щодо поперечної осі, що проходить через центр ваги підресованою маси;

I_{y0} — момент інерції рами щодо осі підвісу.

Дослідне визначення моментів інерції засноване на описі того чи іншого виду обертального руху системи. Аналіз раніше проведених наукових праць показав, що нині спостерігається новий тренд у сфері визначення моментів інерції автомобілів. Відразу в кількох роботах [12,13,14] автори не прагнуть визначати масу та момент інерції транспортних засобів щодо вертикальної осі на стенді. Оскільки ці параметри варіюються залежно від завантаження транспортного засобу, їхнє значення в алгоритмах адаптивних систем допомоги водієві буде явно помилковим. Тому в перерахованих роботах аналізується можливість визначення цього моменту на машині, що рухається, з метою представлення його змінною величиною в алгоритмах управління. Недоліком цього підходу є використання у обчисленнях велосипедної моделі руху автомобіля. Ця модель має кілька припущень, таких як уявлення автомобіля і його коліс абсолютно жорсткими, відсутність нахилу автомобіля при повороті і відсутність відмінності між зчепленням правих і лівих коліс з дорогою. Ці припущення можуть серйозно вплинути на точність обчислення моменту інерції автомобіля щодо вертикальної осі. Для підвищення точності визначення моменту інерції у такий спосіб необхідно оцінювати та порівнювати отримані результати з аналогічними результатами, отриманими на лабораторному стенді. Крім того, зазначений підхід не дозволяє визначати моменти інерції щодо поздовжньої та поперечної осей автомобіля.

Серед існуючих конструкцій стендів та методів обчислення є багато ефективних розробок. Найбільш універсальними є оригінальний метод та експериментальна установка, представлені в роботі [15]. Для обчислення моментів інерції жорсткому тілу (у цій статті це двигун внутрішнього згорання) послідовно в декількох точках через динамометр повідомляється збуджуюча сила і при цьому

вимірюються прискорення. Далі невідомі елементи матриці мас апроксимуються методом найменших квадратів. Для цього авторами було розроблено спеціальну програму. Щоб уникнути небажаних ефектів від високочастотних режимів коливань області жорсткого тіла, де вимірюється передатна функція, використовувався модальний метод апроксимації кривої. Авторами було отримано гарне узгодження отриманих результатів із раніше відомими. Мінусом цього підходу є неможливість його застосування для тіл із суттєво неоднорідною жорсткістю. Зокрема, при випробуванні цим методом комерційного автомобіля точкове збудження викликає локальну деформацію області його застосування, а не коливання об'єкта як жорсткого тіла.

Відомі експериментальні установки для визначення моментів інерції за допомогою трифілярного [16] та біфілярного [17] підвісу. У цих роботах об'єктами вимірювань виступають масштабні моделі, що значно поступаються своїм оригіналам за габаритами та масою. Тому виготовлення стенду подібної конструкції для аналізу коливань повномасштабного автомобіля передбачає наявність спеціально обладнаної будівлі або лабораторії, які витримують підвішування такого масивного транспортного засобу.

Застосування методу коливань вимірювання моментів інерції знайшло свій відбиток у роботах [18,19,20,21,22]. Стенд, представлений у роботі [19], має просту та ефективну конструкцію, але дозволяє визначати лише один момент інерції щодо вертикальної осі автомобіля. У статті [20] використовується мінімальний набір вимірювального обладнання та відсутній стаціонарний стенд або платформа для фіксації автомобіля. Це знижує вартість проведення випробувань, але похибка переустановки об'єкта вимірювання може сильно вплинути на точність отриманих результатів. Стенд з патенту [22] є маятником. Платформа з автомобілем, що закріплена на маятнику, може повертатися. Тому можливе визначення моментів інерції щодо трьох взаємно ортогональних осей автомобіля. При випробуваннях автомобіля довжина та ширина стенду дорівнюватимуть довжині об'єкта дослідження. Стенд з опису авторського свідоцтва [21] має менші габарити, але його платформа може здійснювати коливання тільки щодо поперечної та

поздовжньої осей автомобіля. Використовуючи такий стенд, неможливо визначити момент інерції щодо вертикальної осі.

Висновки за розділом 1

Проаналізовано існуючі методики визначення масово-інерційних характеристик автомобіля. Існує низка технічних рішень задачі визначення центру ваги та моментів інерції автомобіля, але немає достатньо універсального і простого способу, який давав би вичерпну інформацію про стан масово-інерційних характеристик і при цьому не збільшував би номенклатуру виробничого обладнання для її отримання.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДНЬОЇ ПІДВІСКИ ГІБРИДИЗОВАНОГО АВТОМОБІЛЯ

Зазвичай, розрахунок параметрів підвіски автомобіля роблять виходячи з забезпечення необхідних норм плавності ходу для вертикальних коливань кузова. Проте норми плавності ходу також передбачають обмеження поперечних і поздовжніх прискорень. Збільшення жорсткості підвіски автомобіля призводить до росту поперечних прискорень кузова, і як наслідок, до зниження плавності ходу. Таким чином, при розрахунку параметрів підвіски автомобіля потрібно враховувати не лише вертикальні коливання, а і поперечно-кутові коливання підресореної маси.

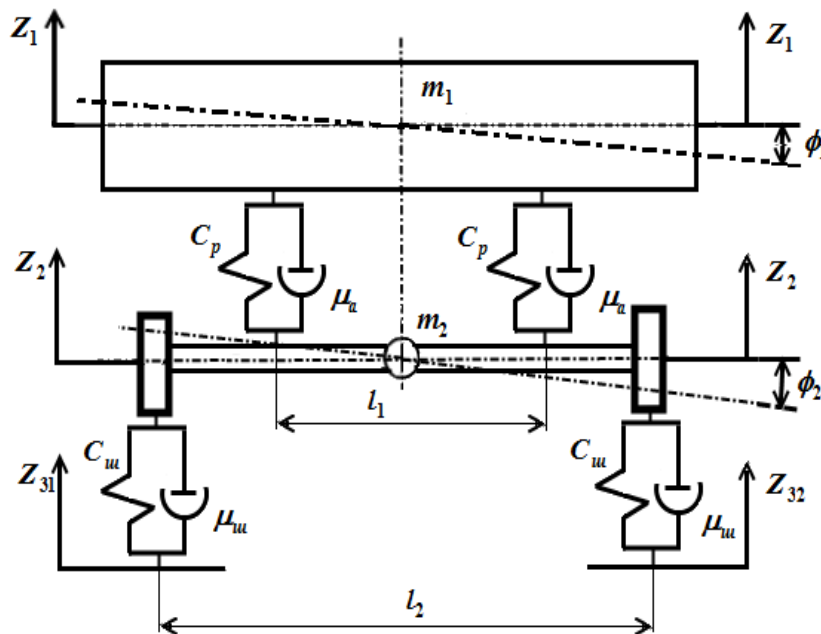


Рис. 2.1. Розрахункова схема задньої підвіски гібридного автомобіля

На рис. 2.1 прийняті такі позначення:

m_1 – підресорена маса;

m_2 – непідресорена маса;

C_p , $C_{ш}$ – коефіцієнти жорсткості ресори та шини відповідно;

$\mu_a, \mu_{ш}$ – коефіцієнти дисипації амортизатора та шини відповідно;

ϕ_1, ϕ_2 – кути поворотів підресореної і непідресореної мас відносно центрів маси відповідно;

z_1 – вертикальні переміщення підресореної маси;

z_2 – вертикальні переміщення непідресореної маси;

z_{31}, z_{32} – висоти профілю дороги під лівим і правим колесами відповідно;

l_1 – відстань між стояками;

l_2 – колія (відстань між колесами).

Для опису руху задньої підвіски гібридизованого автомобіля (мається на увазі вертикальні та поперечно-кутові коливання системи) використаємо рівняння Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{\xi}_i} \right) - \frac{\partial W_k}{\partial \xi_i} + \frac{\partial W_p}{\partial \xi_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_i} = Q_i, \quad (2.1)$$

де W_k, W_p – кінетична і потенційна енергії відповідно;

Φ – дисипативна функція;

ξ_i – узагальнені координати;

Q_i – узагальнена сила, що відповідає i -й узагальненій координаті.

Необхідні складові рівнянь вертикальних та поперечно-кутових коливань системи отримаємо з виразів (2.2-2.4):

- кінетична енергія

$$W_k = \frac{m_1 \dot{z}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{z}_2^2}{2} + \frac{I_1 \dot{\phi}_1^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\phi}_2^2}{2}; \quad (2.2)$$

- потенційна енергія

$$W_{\text{п}} = \frac{C_p \left(z_1 - z_2 + \frac{l_1}{2} \phi_1 - \frac{l_2}{2} \phi_2 \right)^2}{2} + \frac{C_p \left(z_1 - z_2 - \frac{l_1}{2} \phi_1 + \frac{l_2}{2} \phi_2 \right)^2}{2} + \frac{C_{\text{ш}} \left(z_2 - z_{31} + \frac{l_2}{2} \phi_2 \right)^2}{2} + \frac{C_{\text{ш}} \left(z_2 - z_{32} - \frac{l_2}{2} \phi_2 \right)^2}{2}; \quad (2.3)$$

- дисипативна функція

$$\Phi = \frac{\mu_a \left(\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \frac{l_1}{2} \dot{\phi}_1 - \frac{l_2}{2} \dot{\phi}_2 \right)^2}{2} + \frac{\mu_a \left(\dot{z}_1 - \dot{z}_2 - \frac{l_1}{2} \dot{\phi}_1 + \frac{l_2}{2} \dot{\phi}_2 \right)^2}{2} + \frac{\mu_{\text{ш}} \left(\dot{z}_2 + \frac{l_2}{2} \dot{\phi}_2 \right)^2}{2} + \frac{\mu_{\text{ш}} \left(\dot{z}_2 - \frac{l_2}{2} \dot{\phi}_2 \right)^2}{2}. \quad (2.4)$$

Диференціюючи вирази (2.2-2.4) за змінними z_1 , z_2 , ϕ_1 та ϕ_2 і підставляючи отримані похідні в рівняння (2.1) отримаємо систему диференціальних рівнянь (2.5), що описують рух задньої підвіски гібридизованого автомобіля.

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + 2C_p(z_1 - z_2) + 2\mu_a(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) &= 0; \\ m_2 \ddot{z}_2 + C_{\text{ш}}(z_2 - z_{31}) + C_{\text{ш}}(z_2 - z_{32}) + 2\mu_{\text{ш}}\dot{z}_2 &= \\ &= 2C_p(z_1 - z_2) + 2\mu_a(\dot{z}_1 - \dot{z}_2); \\ I_1 \ddot{\phi}_1 + C_p \frac{l_1}{2} (\phi_1 l_1 - \phi_2 l_2) + \mu_a \frac{l_1}{2} (\dot{\phi}_1 l_1 - \dot{\phi}_2 l_2) &= 0; \\ I_2 \ddot{\phi}_2 + C_{\text{ш}} \frac{l_2^2 \phi_2}{2} + \mu_{\text{ш}} \frac{l_2^2 \dot{\phi}_2}{2} &= C_p \frac{l_2}{2} (\phi_1 l_1 - \phi_2 l_2) + \mu_a \frac{l_2}{2} (\dot{\phi}_1 l_1 - \dot{\phi}_2 l_2). \end{aligned} \right\} (2.5)$$

В результаті проведеного чисельного експерименту (Додаток А) отримано залежності вертикальних переміщень і поперечних кутів повороту підресорених і невідресорених частин автомобіля.

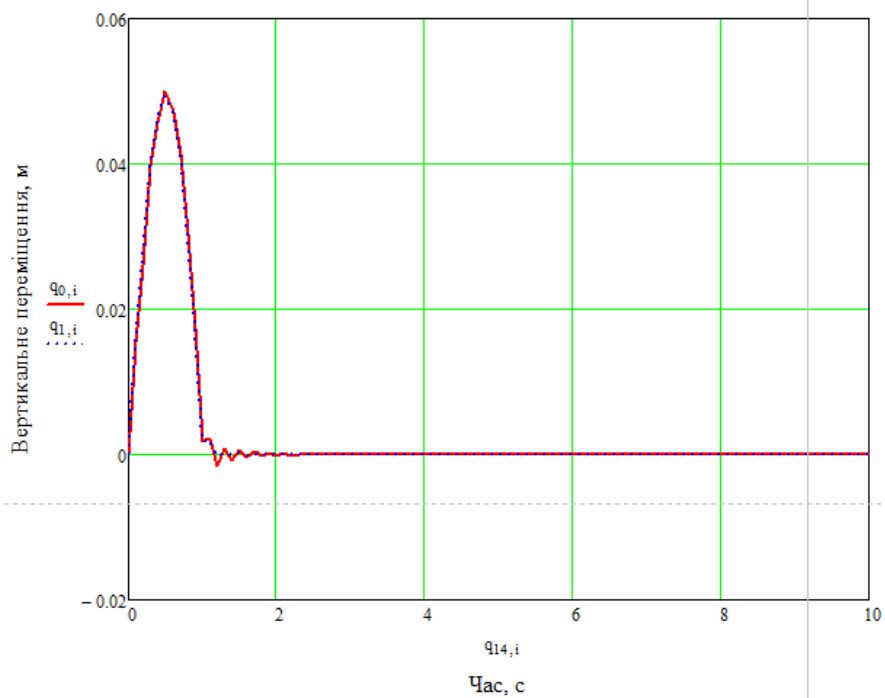


Рис. 2.2. Залежність вертикального переміщення від часу

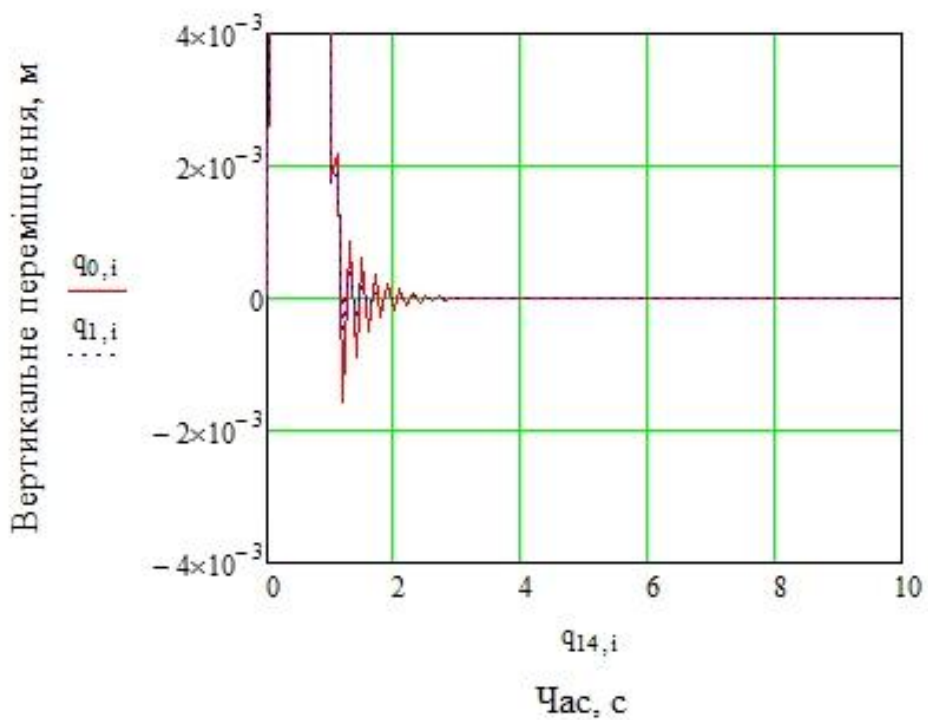


Рис. 2.3. Залежність вертикального переміщення від часу

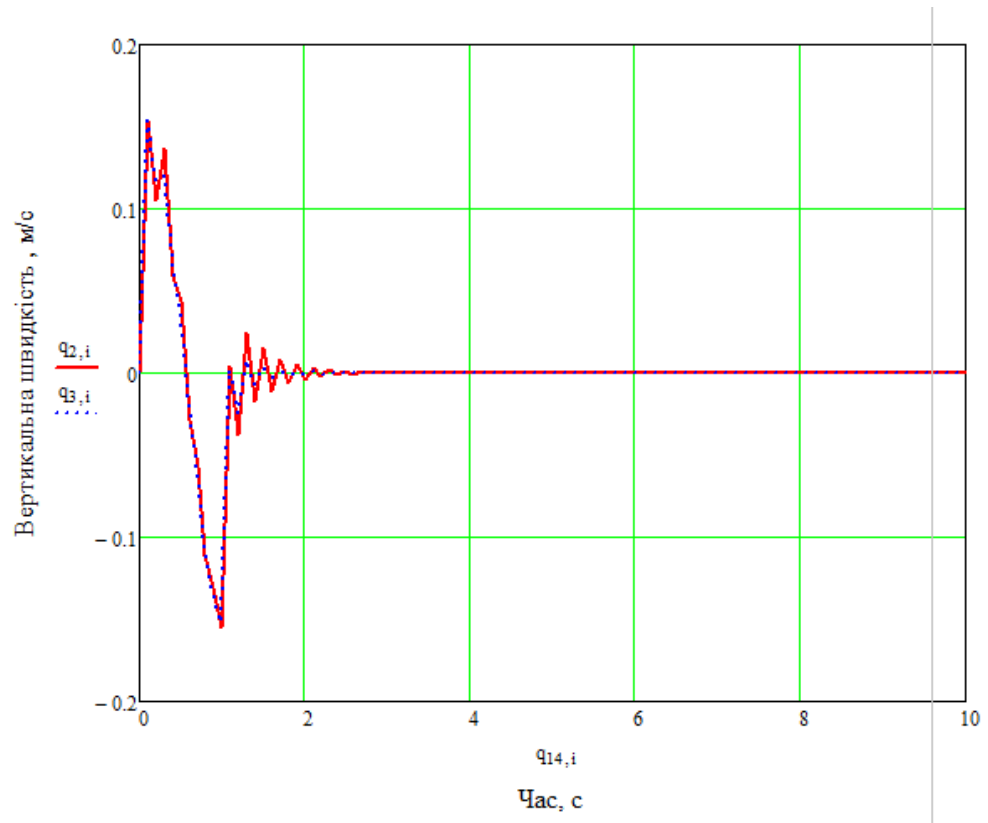


Рис. 2.4. Залежність вертикальної швидкості від часу

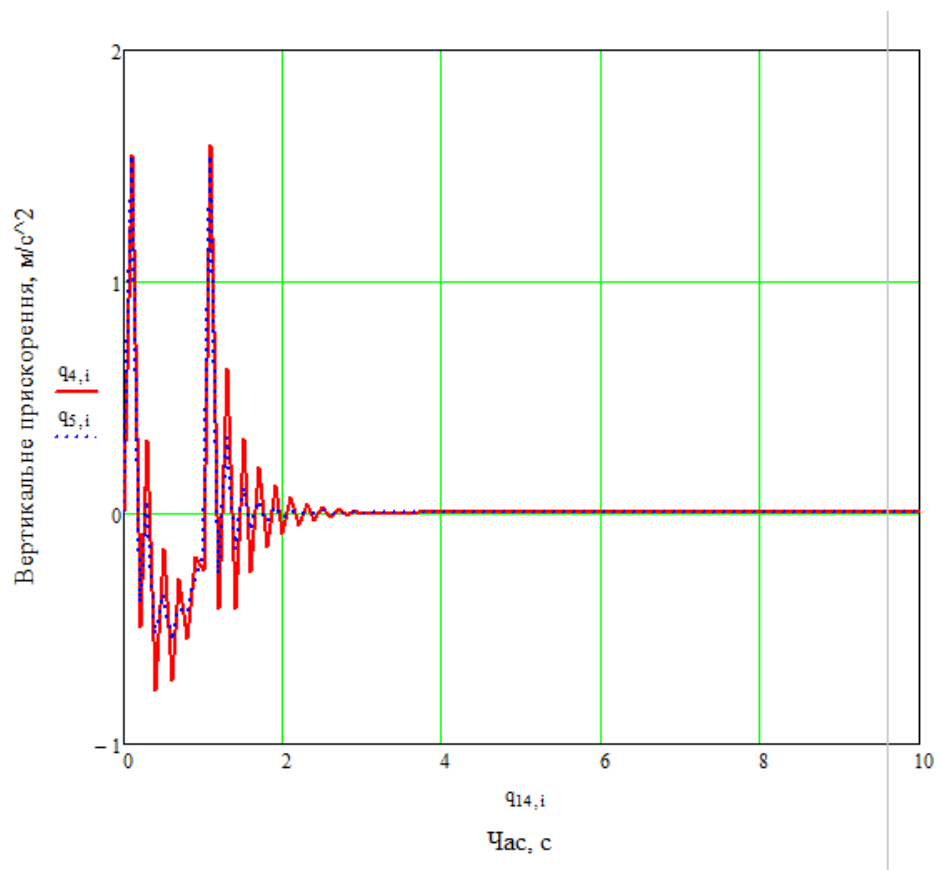


Рис. 2.5. Залежність вертикального прискорення від часу

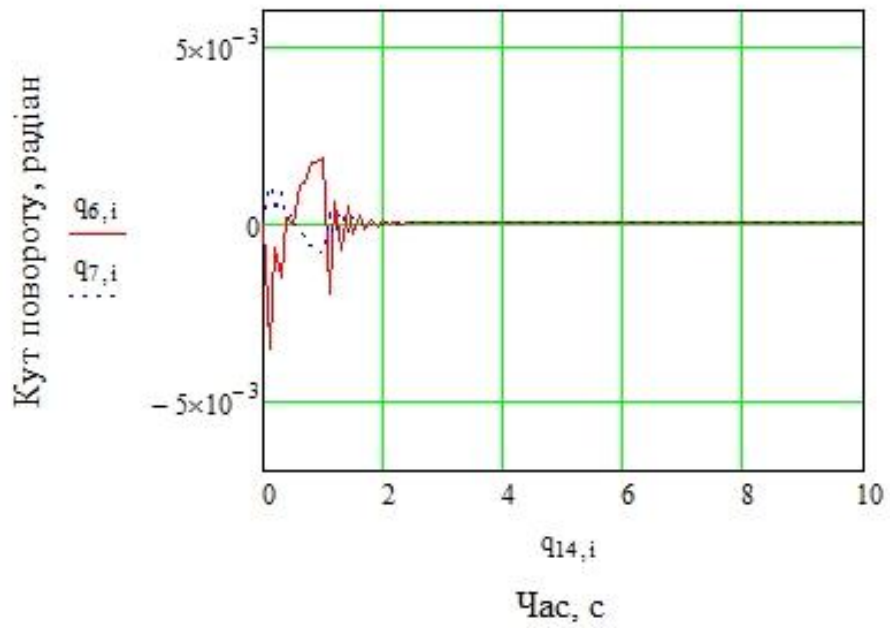


Рис. 2.6. Залежність кута повороту від часу

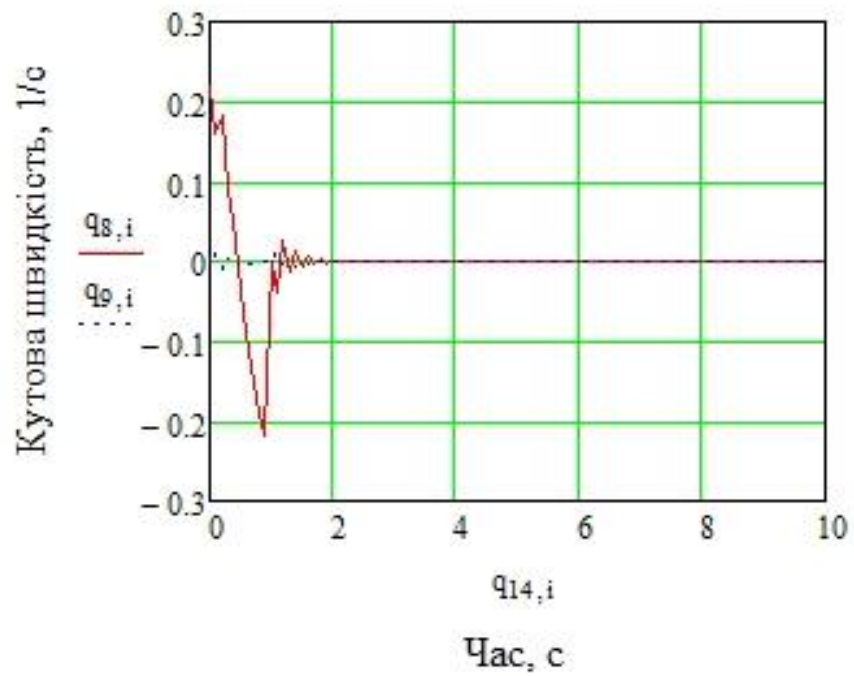


Рис. 2.7. Залежність кутової швидкості від часу

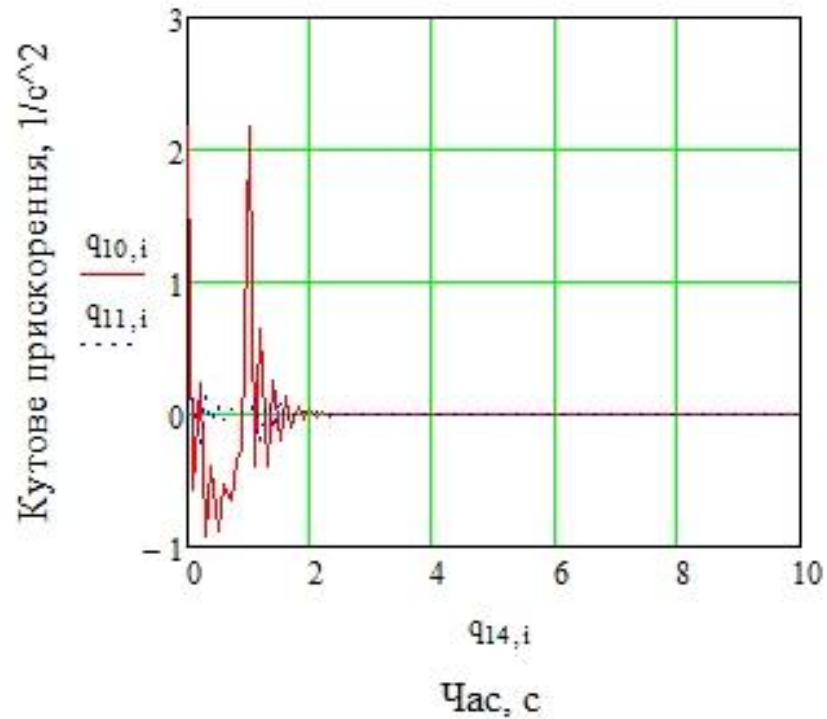


Рис. 2.8. Залежність кутового прискорення від часу

Висновки за розділом 2

Розроблена математична модель дозволяє чисельно визначити раціональні параметри залежної, або напівзалежної підвісок гібридизованого автомобілів, але для цього необхідно знати якомога точніші значення масово-інерційних характеристик елементів підвіски конкретного автомобіля.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ МАСОВО-ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБІЛЯ

Для визначення моментів інерції щодо поздовжньої x і поперечної y осей використовуємо метод фізичного маятника за допомогою установки (рис. 3.1), яка складається з осі підвісу 1, платформи 2 масою $m_{\text{п}}$, розташованої на відстані $h_{\text{п}}$ від осі підвісу. Відхиливши платформу навколо підвісу на кут $4-8^\circ$, введемо її з рівноваги і відпустимо без початкової швидкості. Вимірявши секундоміром тривалість 50-100 коливань, обчислимо період одного повного коливання та визначимо момент інерції платформи щодо осі підвісу за формулою (3.1)

$$J_{\text{п}} = \frac{T_{\text{п}}^2}{4\pi^2} m_{\text{п}} g h_{\text{п}}, \quad (3.1)$$

де $T_{\text{п}}$ - період коливань платформи;

$m_{\text{п}}$ – маса платформи;

$h_{\text{п}}$ – відстані від осі підвісу до центру мас платформи.

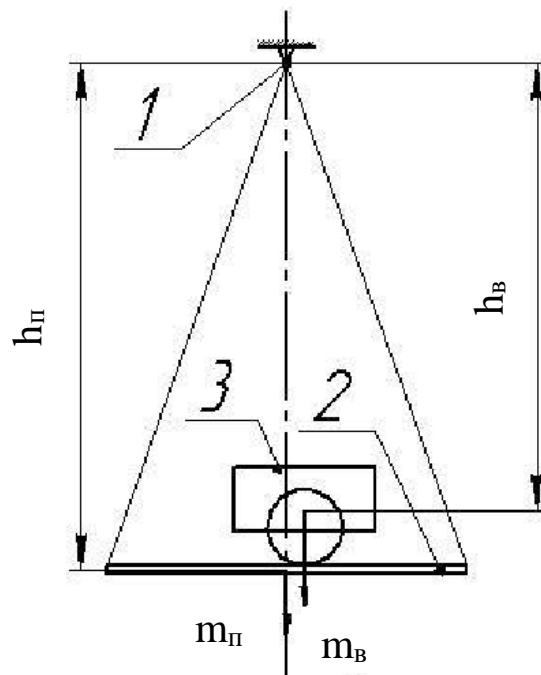


Рис.3.1. Схема пристрою визначення моменту інерції
методом фізичного маятника

Встановлюємо вузол на платформу так, щоб поздовжня або поперечна вісь була паралельна до осі підвісу. Відстань від центру мас системи платформи з вузлом обчислимо за такою формулою (3.2).

$$h_2 = \frac{h_{\Pi}m_{\Pi} + h_{\text{В}}m_{\text{В}}}{m_{\Pi} + m_{\text{В}}}, \quad (3.2)$$

де $m_{\text{В}}$ – маса вузла;

$h_{\text{В}}$ – відстані від осі підвісу до центру мас вузла.

Вимірявши період коливань T_2 системи, визначимо її момент інерції за такою формулою (3.3).

$$J_2 = \frac{T_2^2}{4\pi^2} (m_{\Pi} + m_{\text{В}})gh_2, \quad (3.3)$$

де T_2 - період коливань системи платформи з вузлом.

По теоремі Ейлера отримаємо рівняння (3.4) для розрахунку моменту інерції вузла.

$$J_{\text{В}} = J_2 - J_{\Pi} - m(h_2^2 - h_{\text{В}}^2). \quad (3.4)$$

Для визначення моменту інерції щодо вертикальної осі z доцільно застосувати метод крутильних коливань за допомогою циліндричного мультифіляра. Установка (рис. 3.2) складається з платформи 2, встановленої на ниткових підвісах 5 довжиною l по колу радіусом r . Знизу до платформи в центральній частині на осі закріплені два стрижні 4 з рухомими вантажами m , які можна закріпити настановними гвинтами в будь-якому місці і визначити їхнє положення за метричною шкалою.

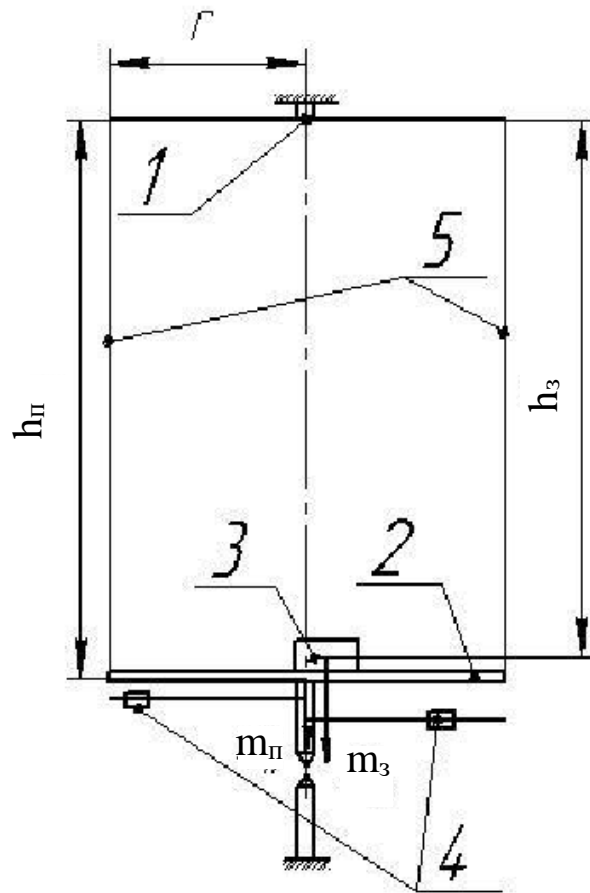


Рис.3.2. Схема пристрою визначення моменту інерції
методом крутильних коливань

Для центрування платформи у вертикальному положенні її центрі перпендикулярно встановлена стрілка. Якщо центр мас платформи лежить на вертикальній осі установки, стрілка знаходиться на одній вертикалі з нерухомою стрілкою. Перед досвідом прилад центрують повертаючи стрижні, а якщо необхідно, то і переміщуючи вантажі, доки осі стрілок не співпадуть. Встановлюємо стандарт з певним моментом інерції на платформу. Якщо центр мас лежить на центральній осі платформи, то положення стрілки залишиться постійним, а якщо зміщеним, то центр мас платформа + зразок не може бути на осі приладу і стрілка йде вбік. Щоб не переміщаючи стандарт на майданчику привести систему до осі приладу, необхідно змінити положення центру мас, повертаючи стрижні до збігу осей стрілок. Аналогічні дії проводять під час встановлення вузла на платформу.

Методика визначення моменту інерції полягає у послідовному вимірі періодів коливань платформи T_1 пристрою, платформи та еталона T_2 , платформи та вузла T_3 . Відповідні моменти інерції обчислюємо за формулами:

$$\begin{aligned} J_{\text{п}} &= \frac{T_1^2}{4\pi^2} \frac{r^2}{l} m_{\text{п}} g, \\ J_{\text{п}} + J_{\text{е}} &= \frac{T_2^2}{4\pi^2} \frac{r^2}{l} m_{\text{пе}} g, \\ J_{\text{п}} + J_{\text{в}} &= \frac{T_3^2}{4\pi^2} \frac{r^2}{l} m_{\text{пв}} g, \end{aligned} \quad (3.5)$$

Момент інерції платформи

$$J_{\text{п}} = J_{\text{е}} \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \quad (3.6)$$

Момент інерції вузла через еталон

$$J_{\text{в}} = J_{\text{е}} \frac{T_3^2 - T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \quad (3.7)$$

Момент інерції вузла через інерцію платформи

$$J_{\text{в}} = J_{\text{п}} \left(\frac{T_3^2}{T_1^2} - 1 \right). \quad (3.8)$$

Висновки за розділом 3

Розроблена методика визначення масово-інерційних характеристик автомобіля як складальної технічної системи.

РОЗДІЛ 4

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ МАСОВО-ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБІЛЯ

4.1. Алгоритм експериментального визначення інерційних характеристик транспортних засобів

Тензор інерції визначається шістьма складовими, тому необхідно провести шість дослідів.

Побудуємо прямокутну систему координат $xOyz$ і проведемо шість осей, що проходять через початок координат і складаються з координатними осями кути $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \dots, \gamma_6$. Визначивши будь-якими з існуючих експериментальних методів моменти інерції випробуваного тіла щодо цих осей, відкладемо вздовж кожної з них у довільному масштабі відрізок $\frac{1}{\sqrt{J}}$, де J — момент інерції тіла щодо осі.

Координати кінців відрізків матимуть такі вирази:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{1}{\sqrt{J_1}} \cos \alpha_1, & y_1 &= \frac{1}{\sqrt{J_1}} \cos \beta_1, & z_1 &= \frac{1}{\sqrt{J_1}} \cos \gamma_1 \\
 x_2 &= \frac{1}{\sqrt{J_2}} \cos \alpha_2, & y_2 &= \frac{1}{\sqrt{J_2}} \cos \beta_2, & z_2 &= \frac{1}{\sqrt{J_2}} \cos \gamma_2 \\
 x_3 &= \frac{1}{\sqrt{J_3}} \cos \alpha_3, & y_3 &= \frac{1}{\sqrt{J_3}} \cos \beta_3, & z_3 &= \frac{1}{\sqrt{J_3}} \cos \gamma_3 \\
 x_4 &= \frac{1}{\sqrt{J_4}} \cos \alpha_4, & y_4 &= \frac{1}{\sqrt{J_4}} \cos \beta_4, & z_4 &= \frac{1}{\sqrt{J_4}} \cos \gamma_4 \\
 x_5 &= \frac{1}{\sqrt{J_5}} \cos \alpha_5, & y_5 &= \frac{1}{\sqrt{J_5}} \cos \beta_5, & z_5 &= \frac{1}{\sqrt{J_5}} \cos \gamma_5 \\
 x_6 &= \frac{1}{\sqrt{J_6}} \cos \alpha_6, & y_6 &= \frac{1}{\sqrt{J_6}} \cos \beta_6, & z_6 &= \frac{1}{\sqrt{J_6}} \cos \gamma_6.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Кінці цих відрізків розташуються на поверхні, що називається еліпсоїдом інерції та визначається рівнянням:

$$J_x x^2 + J_y y^2 + J_z z^2 - 2J_{yz} yz - 2J_{zx} zx - 2J_{xy} xy = 1, \quad (4.2)$$

де x , y і z – поточні координати;

J_x , J_y , J_z – моменти інерції тіла щодо координатних осей;

J_{yz} , J_{zx} , J_{xy} – відцентрові моменти інерції тіла щодо координатних осей.

$$\begin{aligned} J_x &= \sum m(y^2 + z^2), \\ J_y &= \sum m(z^2 + x^2), \\ J_z &= \sum m(x^2 + y^2), \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} J_{yz} &= \sum myz, \\ J_{zx} &= \sum mzx, \\ J_{xy} &= \sum mxy. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Якщо замість поточних координат x , y , і z підставимо в рівняння еліпсоїда послідовно координати кожної з шести точок, що на ньому лежать, то рівняння це буде задоволене і в результаті отримаємо шість рівнянь:

$$\begin{aligned} J_x x_1^2 + J_y y_1^2 + J_z z_1^2 - 2J_{yz} y_1 z_1 - 2J_{zx} z_1 x_1 - 2J_{xy} x_1 y_1 &= 1, \\ J_x x_2^2 + J_y y_2^2 + J_z z_2^2 - 2J_{yz} y_2 z_2 - 2J_{zx} z_2 x_2 - 2J_{xy} x_2 y_2 &= 1, \\ J_x x_3^2 + J_y y_3^2 + J_z z_3^2 - 2J_{yz} y_3 z_3 - 2J_{zx} z_3 x_3 - 2J_{xy} x_3 y_3 &= 1, \\ J_x x_4^2 + J_y y_4^2 + J_z z_4^2 - 2J_{yz} y_4 z_4 - 2J_{zx} z_4 x_4 - 2J_{xy} x_4 y_4 &= 1, \\ J_x x_5^2 + J_y y_5^2 + J_z z_5^2 - 2J_{yz} y_5 z_5 - 2J_{zx} z_5 x_5 - 2J_{xy} x_5 y_5 &= 1, \\ J_x x_6^2 + J_y y_6^2 + J_z z_6^2 - 2J_{yz} y_6 z_6 - 2J_{zx} z_6 x_6 - 2J_{xy} x_6 y_6 &= 1. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Система шести лінійних рівнянь із шістьма невідомими $J_x, J_y, J_z, J_{yz}, J_{zx}, J_{xy}$ має наступне рішення:

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{D_1}{D}, & J_y &= \frac{D_2}{D}, & J_z &= \frac{D_3}{D} \\ J_{yz} &= \frac{D_4}{D}, & J_{zx} &= \frac{D_5}{D}, & J_{xy} &= \frac{D_6}{D}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

де D – визначник, складений з коефіцієнтів при невідомих:

$$D = \begin{vmatrix} x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & -2y_1z_1 & -2z_1x_1 & -2x_1y_1 \\ x_2^2 & y_2^2 & z_2^2 & -2y_2z_2 & -2z_2x_2 & -2x_2y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_6^2 & y_6^2 & z_6^2 & -2y_6z_6 & -2z_6x_6 & -2x_6y_6 \end{vmatrix} \quad (4.7)$$

D_k – детермінант, що отримується при заміні елементів k -го стовпця визначника D правими частинами рівнянь, у цьому випадку одиницями.

Таким чином:

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{vmatrix} 1 & y_1^2 & z_1^2 & -2y_1z_1 & -2z_1x_1 & -2x_1y_1 \\ 1 & y_2^2 & z_2^2 & -2y_2z_2 & -2z_2x_2 & -2x_2y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & y_6^2 & z_6^2 & -2y_6z_6 & -2z_6x_6 & -2x_6y_6 \end{vmatrix} \\ D_6 &= \begin{vmatrix} x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & -2y_1z_1 & -2z_1x_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & z_2^2 & -2y_2z_2 & -2z_2x_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_6^2 & y_6^2 & z_6^2 & -2y_6z_6 & -2z_6x_6 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Отже, всі складові тензора інерції ($J_x, J_y, J_z, J_{yz}, J_{zx}, J_{xy}$) можуть бути визначені за шістьма спостереженнями. Знаючи складові тензора інерції, складемо так зване вікове рівняння:

$$\begin{vmatrix} J_x - J_{\text{гл}} & J_{xy} & J_{zx} \\ J_{xy} & J_y - J_{\text{гл}} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{yz} & J_z - J_{\text{гл}} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.9)$$

з якого і визначимо три головні моменти інерції $J_{\text{гл}1}, J_{\text{гл}2}, J_{\text{гл}3}$. Головні напрямки знайдемо з рівнянь:

$$\begin{aligned}
(J_x - J_{\text{гл}k}) \cos \alpha_{\text{гл}k} - J_{xy} \cos \beta_{\text{гл}k} - J_{zx} \cos \gamma_{\text{гл}k} &= 0, \\
-J_{xy} \cos \alpha_{\text{гл}k} + (J_y - J_{\text{гл}k}) \cos \beta_{\text{гл}k} - J_{yz} \cos \gamma_{\text{гл}k} &= 0, \\
-J_{zx} \cos \alpha_{\text{гл}k} - J_{yz} \cos \beta_{\text{гл}k} + (J_z - J_{\text{гл}k}) \cos \gamma_{\text{гл}k} &= 0.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Підставляючи замість k послідовно 1, 2 і 3, обчислимо дев'ять напрямних косинусів $\cos \alpha_{\text{гл}1}, \dots, \cos \gamma_{\text{гл}3}$, визначальних три основних напрями.

Щоб спростити методику, викладену вище, визначимо моменти інерції тіла щодо осей, спрямованих по осях координат і бісектрис кутів, утворених позитивними напрямками осей координат. Причому координатні осі можна спрямовувати довільно, але так, щоб система була прямокутною. Підрахуємо значення напрямних косинусів всіх осей і складемо таблицю (табл. 4.1).

Значення напрямних косинусів всіх осей

Таблиця 4.1

Ось координат	Номер осі, щодо якої виміряно момент інерції					
	1	2	3	4	5	6
x	1	0	0	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
y	0	1	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
z	0	0	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0

Тоді координати кінців відкладених відрізків рівні

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{\sqrt{J_1}} & y_1 &= 0 & z_1 &= 0 \\
x_2 &= 0 & y_2 &= \frac{1}{\sqrt{J_2}} & z_2 &= 0 \\
x_3 &= 0 & y_3 &= 0 & z_3 &= \frac{1}{\sqrt{J_3}} \\
x_4 &= 0 & y_4 &= \frac{1}{\sqrt{2J_4}} & z_4 &= \frac{1}{\sqrt{2J_4}} \\
x_5 &= \frac{1}{\sqrt{2J_5}} & y_5 &= 0 & z_5 &= \frac{1}{\sqrt{2J_5}} \\
x_6 &= \frac{1}{\sqrt{2J_6}} & y_6 &= \frac{1}{\sqrt{2J_6}} & z_6 &= 0
\end{aligned} \tag{4.11}$$

При вибраному напрямку осей J_x , J_y и J_z визначаються безпосередньо із спостережень:

$$\begin{aligned}
J_1 &= J_x, \\
J_2 &= J_y, \\
J_3 &= J_z.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Тому обчислимо відцентрові моменти інерції. Знаменник D , загальний для всім рівностей, після підстановки значень x_1, y_1, \dots, z_6 набуває вигляду:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2J_4} & \frac{1}{2J_4} & -\frac{1}{J_4} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2J_5} & 0 & \frac{1}{2J_5} & 0 & -\frac{1}{J_5} & 0 \\ \frac{1}{2J_6} & \frac{1}{2J_6} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_6} \end{vmatrix} \tag{4.13}$$

Всі елементи, що складаються по один бік головної діагоналі визначника, дорівнюють нулю, тому визначник дорівнює добутку елементів, що стоять на головній діагоналі:

$$D = -\frac{1}{J_1 J_2 J_3 J_4 J_5 J_6}. \quad (4.14)$$

Визначник D_5 , необхідний для обчислення відцентрового моменту інерції J_{xy} , набуває вигляду:

$$D_5 = \begin{vmatrix} \frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2J_4} & \frac{1}{2J_4} & -\frac{1}{J_4} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2J_5} & 0 & \frac{1}{2J_5} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2J_6} & \frac{1}{2J_6} & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{J_6} \end{vmatrix} \quad (4.15)$$

Цей визначник може призвести до визначника третього порядку. Для цього розкладемо його елементами шостого стовпця. Отриманий визначник п'ятого порядку розкладемо елементами четвертого стовпця. Детермінант четвертого порядку розкладемо на елементи другого стовпця. В результаті цих операцій знайдемо:

$$D_5 = \frac{1}{J_6} \cdot \frac{1}{J_4} \cdot \frac{1}{J_2} \begin{vmatrix} \frac{1}{J_1} & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{J_3} & 1 \\ \frac{1}{2J_5} & \frac{1}{2J_5} & 1 \end{vmatrix} \quad (4.16)$$

або

$$D_5 = \frac{1}{J_6 J_4 J_2} \left(+\frac{1}{J_1} \cdot \frac{1}{J_3} - \frac{1}{J_3} \cdot \frac{1}{2J_5} - \frac{1}{J_1} \cdot \frac{1}{2J_5} \right). \quad (4.17)$$

Усі члени, укладені в дужки, наводимо спільного знаменника:

$$D_5 = -\frac{1}{J_6 J_4 J_2} \cdot \frac{J_1 + J_3 - 2J_5}{J_1 J_3 2J_5}. \quad (4.18)$$

Для визначення відцентрового моменту інерції щодо осей z та x розділимо отримане значення на D .

$$J_{zx} = \frac{J_3 + J_1}{2} - J_5 \quad (4.19)$$

Де індекс 1 відповідає осі Ox , індекс 3 – осі Oz , а індекс 5 – осі , що лежить у площині xOz під кутом 45° до осей Ox та Oz .

Аналогічно

$$J_{yz} = \frac{J_2 + J_3}{2} - J_4 \quad (4.20)$$

де J_4 – момент інерції осі, що становить кут 45° з осями Oy та Oz ;

J_2 – момент інерції відносно осі Oy .

Для третього відцентрового моменту інерції отримаємо:

$$J_{xy} = \frac{J_1 + J_2}{2} - J_6 \quad (4.21)$$

де J_6 – момент інерції осі, що становить кут 45° з осями Oy та Ox .

4.2. Матричний алгоритм розрахунку інерційних характеристик складових асиметричних транспортних засобів

Сучасний етап розвитку транспортних засобів спрямований на комплексне вирішення екологічних проблем та проблем енергетичної ефективності. Пропонуються нестандартні структури транспортних засобів, оригінальні компоновочні схеми та конструкції. Компоновочні схеми є складними просторовими зміни окремих підконструкцій (суперелементів). Суперелементи є

асиметричними твердими тілами, положення та орієнтація яких у схемі компоновання варіюється в процесі динамічного проектування транспортних засобів [23]. У цілому нині сучасні транспортні засоби розглядаються як складове асиметричне тіло, що має складну конфігурацію. Динамічні якості транспортних засобів переважно визначаються інерційними характеристиками, що включають повну масу, розташування центру мас, осьові та відцентрові моменти інерції, обчислені в конструктивно зручній базовій системі відліку. Прикладами такого роду транспортних засобів є гібридизовані автомобілі [24].

Завдання стійкості руху, стабілізації, керованості, динамічного навантаження вирішуються з урахуванням коректного розрахунку інерційних параметрів транспортних засобів. Коректний розрахунок інерційних характеристик передбачає багаторазове просторове перенесення центрів приведення підконструкцій та поворот їх осей.

Це складне і громіздке завдання вдається ефективно вирішити застосуванням нового математичного апарату номіальних $(1,0,-1)$ матриць (4×4) , що зручно реалізується в комп'ютерних технологіях.

Розглянемо асиметричне тверде тіло, складене з суперелементів відповідно до заданої схеми компоновання. Положення та орієнтація суперелементів вважаються заданими у будівельній системі координат $OX_1X_2X_3$, пов'язаної з асиметричним твердим тілом та обраною з урахуванням технічних умов. Положення i -го суперелемента визначається координатами полюса O_i власних осей $O_iY_1Y_2Y_3$ у будівельній системі відліку: x_{1O_i} , x_{2O_i} , x_{3O_i} . Орієнтація i -го суперелемента визначається заданим кінцевим поворотом власних осей $O_iY_1Y_2Y_3$ щодо будівельних $OX_1X_2X_3$ у прийнятій тут системі кутів Ейлера-Крилова: α_i^y , β_i^y , γ_i^y . Для кожного суперелемента вважаються відомими координати центру мас у власній системі відліку: $\alpha_i^{C_i}$, $\beta_i^{C_i}$, $\gamma_i^{C_i}$, а також маса m_i . Вважається відомою орієнтація головних центральних осей інерції i -го суперелемента $C_iH_1H_2H_3$ щодо власних осей $O_iY_1Y_2Y_3$ в системі кутів Ейлера-Крилова: α_i^n , β_i^n , γ_i^n , а також головні центральні моменти інерції i -го суперелемента $I_{11}^{nC_i}$, $I_{22}^{nC_i}$, $I_{33}^{nC_i}$, утворюють діагональну матрицю:

$$I_{\eta}^{C_i} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{11}^{\eta C_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{22}^{\eta C_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{33}^{\eta C_i} \end{vmatrix} \quad (4.22)$$

Для гібридизованого автомобіля, наприклад, до суперелементів можуть бути віднесені:

1. базовий передньопривідний автомобіль із двигуном внутрішнього згоряння;
2. мотор-колеса;
3. блок управління;
4. блоки акумуляторних батарей.

Завдання полягає у побудові алгоритму обчислення осьових та відцентрових моментів інерції, координат центру мас складового асиметричного транспортного засобу в цілому у вибраній, конструктивно зручній системі відліку (будівельній системі координат $OX_1X_2X_3$).

Перетворення матриці інерції i -го суперелемента в основних центральних осях до системи відліку. По заданому повороту основних центральних осей інерції до системи відліку (Ейлера-Крылова: α_i^{η} , β_i^{η} , γ_i^{η}) знаходяться параметри Родріга-Гамільтона:

$$\begin{aligned} a_0^i &= \cos \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} - \sin \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} \\ a_1^i &= \cos \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} + \sin \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} \\ a_2^i &= \cos \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} - \sin \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} \\ a_3^i &= \sin \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \cos \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} + \cos \frac{\gamma_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\beta_i^{\eta}}{2} \sin \frac{\alpha_i^{\eta}}{2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Формуються чотири кватерніонні матриці:

$$\begin{aligned}
 A_i &= \begin{vmatrix} a_0^i & a_1^i & a_2^i & a_3^i \\ -a_1^i & a_0^i & -a_3^i & a_2^i \\ -a_2^i & a_3^i & a_0^i & -a_1^i \\ -a_3^i & -a_2^i & a_1^i & a_0^i \end{vmatrix}; & {}^t A_i &= \begin{vmatrix} a_0^i & -a_1^i & -a_2^i & -a_3^i \\ a_1^i & a_0^i & -a_3^i & a_2^i \\ a_2^i & a_3^i & a_0^i & -a_1^i \\ a_3^i & -a_2^i & a_1^i & a_0^i \end{vmatrix} \\
 {}^t A_i^t &= \begin{vmatrix} a_0^i & -a_1^i & -a_2^i & -a_3^i \\ a_1^i & a_0^i & a_3^i & -a_2^i \\ a_2^i & -a_3^i & a_0^i & a_1^i \\ a_3^i & a_2^i & -a_1^i & a_0^i \end{vmatrix}; & A_i^t &= \begin{vmatrix} a_0^i & a_1^i & a_2^i & a_3^i \\ -a_1^i & a_0^i & a_3^i & -a_2^i \\ -a_2^i & -a_3^i & a_0^i & a_1^i \\ -a_3^i & a_2^i & -a_1^i & a_0^i \end{vmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

За заданим перенесенням полюса головних центральних осей інерції матриці до полюса власної системи відліку O_i , (координати $y_1^{C_i}$, $y_2^{C_i}$, $y_3^{C_i}$) формуються дві кватерніонні матриці:

$$Y_{C_i} = \begin{vmatrix} 0 & y_1^{C_i} & y_2^{C_i} & y_3^{C_i} \\ -y_1^{C_i} & 0 & -y_3^{C_i} & y_2^{C_i} \\ -y_2^{C_i} & y_3^{C_i} & 0 & -y_1^{C_i} \\ -y_3^{C_i} & -y_2^{C_i} & y_1^{C_i} & 0 \end{vmatrix}; \quad Y_{C_i}^t = \begin{vmatrix} 0 & y_1^{C_i} & y_2^{C_i} & y_3^{C_i} \\ -y_1^{C_i} & 0 & y_3^{C_i} & -y_2^{C_i} \\ -y_2^{C_i} & -y_3^{C_i} & 0 & y_1^{C_i} \\ -y_3^{C_i} & y_2^{C_i} & -y_1^{C_i} & 0 \end{vmatrix} \tag{4.25}$$

Видається доцільним введення діагональної матриці i -го суперелемента у вигляді:

$$\bar{I}_\eta^{C_i} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{I}_{11}^{\eta C_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{I}_{22}^{\eta C_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{I}_{33}^{\eta C_i} \end{vmatrix}, \tag{4.26}$$

$$\text{де } \bar{I}_{11}^{\eta C_i} = \frac{I_{11}^{\eta C_i}}{m_i}, \bar{I}_{22}^{\eta C_i} = \frac{I_{22}^{\eta C_i}}{m_i}, \bar{I}_{33}^{\eta C_i} = \frac{I_{33}^{\eta C_i}}{m_i}.$$

Знаходиться матриця інерції і-го суперелемента у власній системі відліку при повороті осей та перенесенні початку відліку [8,9]:

$$\bar{I}_{yi} = [A_i \cdot {}^t A_i] \bar{I}_{\eta}^c [A_i^t \cdot {}^t A_i^t] + \frac{Y_{C_i} \cdot Y_{C_i}^t - Y_{C_i} \cdot Y_{C_i}}{2} \quad (4.27)$$

Перетворення матриці інерції і-го суперелемента в основних центральних осях до системи відліку. По заданому повороту основних центральних осей інерції до системи відліку (Эйлера-Крылова: $\alpha_i^n, \beta_i^n, \gamma_i^n$) знаходяться параметри Родріга-Гамільтона:

$$\begin{aligned} b_0^i &= \cos \frac{\gamma_i^y}{2} \cos \frac{\beta_i^y}{2} \cos \frac{\alpha_i^y}{2} - \sin \frac{\gamma_i^y}{2} \sin \frac{\beta_i^y}{2} \sin \frac{\alpha_i^y}{2} \\ b_1^i &= \cos \frac{\gamma_i^y}{2} \cos \frac{\beta_i^y}{2} \sin \frac{\alpha_i^y}{2} + \sin \frac{\gamma_i^y}{2} \sin \frac{\beta_i^y}{2} \cos \frac{\alpha_i^y}{2} \\ b_2^i &= -\sin \frac{\gamma_i^y}{2} \cos \frac{\beta_i^y}{2} \sin \frac{\alpha_i^y}{2} + \cos \frac{\gamma_i^y}{2} \sin \frac{\beta_i^y}{2} \cos \frac{\alpha_i^y}{2} \\ b_3^i &= \sin \frac{\gamma_i^y}{2} \cos \frac{\beta_i^y}{2} \cos \frac{\alpha_i^y}{2} + \cos \frac{\gamma_i^y}{2} \sin \frac{\beta_i^y}{2} \sin \frac{\alpha_i^y}{2} \end{aligned} \quad (4.28)$$

та формуються чотири кватерніонні матриці встановленої структури:

$$\begin{aligned} B_i &= \left\| \begin{array}{cccc} b_0^i & b_1^i & b_2^i & b_3^i \\ -b_1^i & b_0^i & -b_3^i & b_2^i \\ -b_2^i & b_3^i & b_0^i & -b_1^i \\ -b_3^i & -b_2^i & b_1^i & b_0^i \end{array} \right\| & {}^t B_i &= \left\| \begin{array}{cccc} b_0^i & -b_1^i & -b_2^i & -b_3^i \\ b_1^i & b_0^i & -b_3^i & b_2^i \\ b_2^i & b_3^i & b_0^i & -b_1^i \\ b_3^i & -b_2^i & b_1^i & b_0^i \end{array} \right\| \\ {}^t B_i^t &= \left\| \begin{array}{cccc} b_0^i & -b_1^i & -b_2^i & -b_3^i \\ b_1^i & b_0^i & b_3^i & -b_2^i \\ b_2^i & -b_3^i & b_0^i & b_1^i \\ b_3^i & b_2^i & -b_1^i & b_0^i \end{array} \right\| & B_i^t &= \left\| \begin{array}{cccc} b_0^i & b_1^i & b_2^i & b_3^i \\ -b_1^i & b_0^i & b_3^i & -b_2^i \\ -b_2^i & -b_3^i & b_0^i & b_1^i \\ -b_3^i & b_2^i & -b_1^i & b_0^i \end{array} \right\| \end{aligned} \quad (4.29)$$

За заданим перенесенням полюса Q_i власної системи відліку і-го суперелемента до полюса власної системи відліку O будівельної системи

координат транспортного засобу, (координати $x_1^{O_i}$, $x_2^{O_i}$, $x_3^{O_i}$) формуються дві кватерніонні матриці встановленої структури:

$$\begin{aligned}
 X_{O_i} &= \begin{vmatrix} 0 & x_1^{O_i} & x_2^{O_i} & x_3^{O_i} \\ -x_1^{O_i} & 0 & -x_3^{O_i} & x_2^{O_i} \\ -x_2^{O_i} & x_3^{O_i} & 0 & -x_1^{O_i} \\ -x_3^{O_i} & -x_2^{O_i} & x_1^{O_i} & 0 \end{vmatrix}; \\
 Y_{O_i}^t &= \begin{vmatrix} 0 & x_1^{O_i} & x_2^{O_i} & x_3^{O_i} \\ -x_1^{O_i} & 0 & x_3^{O_i} & -x_2^{O_i} \\ -x_2^{O_i} & -x_3^{O_i} & 0 & x_1^{O_i} \\ -x_3^{O_i} & x_2^{O_i} & -x_1^{O_i} & 0 \end{vmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Знаходиться матриця інерції і-го суперелемента в будівельній системі координат транспортного засобу при повороті та перенесенні власної системи відліку:

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{x_i} &= [B_i \cdot {}^t B_i] \bar{I}_{y_i} [B_i^t \cdot {}^t B_i^t] \\
 &+ \frac{[B_i \cdot Y_{C_i} \cdot {}^t B_i^t](X_{O_i}^t - X_{O_i}) + X_{O_i} \{ (X_{O_i}^t - X_{O_i}) + [{}^t B_i \cdot Y_{C_i} \cdot B_i^t] - [B_i \cdot Y_{C_i} \cdot {}^t B_i^t] \}}{2}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Інерційні характеристики складового транспортного засобу. Повна маса транспортного засобу знаходиться за формулою:

$$M = \sum_{i=1}^n m_i. \tag{4.32}$$

Результуюча матриця інерції у будівельній системі координат знаходиться як середньозважена за масою величина:

$$\bar{I}_x = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \bar{I}_{x_i}}{M}. \quad (4.33)$$

Звідки слідує

$$I_x = M \bar{I}_x. \quad (4.34)$$

Кватерніонна матриця, складена за координатами центру мас транспортного засобу в будівельній системі відліку як середня виважена за масою величина:

$$X_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i X_{C_i}}{M}, \quad (4.35)$$

Де приведення координат центру мас i -го суперелемента до будівельних осей здійснюється за матричною формулою:

$$X_{c_i} = X_{O_i} + B_i \cdot Y_{C_i} \cdot {}^t B_i^t \quad (4.36)$$

Елементи верифікації матричного алгоритму розрахунку. З метою верифікації запропонованих формул доцільно використовувати властивості кватерніонних матриць:

$$\begin{aligned} A_i \cdot {}^t A_i^t &= E_0; \quad {}^t A_i \cdot A_i^t = E_0; \\ B_i \cdot {}^t B_i^t &= E_0; \quad {}^t B_i \cdot B_i^t = E_0; \\ Y_{C_i} \cdot Y_{C_i} &= - \left[(y_1^{C_i})^2 + (y_2^{C_i})^2 + (y_3^{C_i})^2 \right] \cdot E_0 = Y_{C_i}^t \cdot Y_{C_i}^t; \end{aligned} \quad (4.37)$$

де E_0 – одинична матриця (4×4).

Висновки за розділом 4

1. Покладається новий алгоритм розрахунку інерційних характеристик складових асиметричних транспортних засобів, заснований на застосуванні математичного апарату мономіальних -матриць – (4×4) .

2. Розрахункові формули подаються у гармонійному, упорядкованому, компактному матричному вигляді, безпосередньо адаптованому до комп'ютерних технологій.

3. Алгоритм дозволяє вирішувати широке коло завдань динамічного проектування складових транспортних засобів при суттєвих змінах схеми компонування як за структурою, так і за складом.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі вирішувалася важлива мета – розробка методики визначення масово-інерційних характеристик автомобіля, як складальної технічної системи. Виконання цього завдання дозволить сплосити моделюванні динаміки руху транспортних засобів. У ході виконаної роботи отримані наступні основні результати:

1. Проаналізовано існуючі методики визначення масово-інерційних характеристик автомобіля. Існує низка технічних рішень задачі визначення центру ваги та моментів інерції автомобіля, але немає достатньо універсального і простого способу, який давав би вичерпну інформацію про стан масово-інерційних характеристик і при цьому не збільшував би номенклатуру виробничого обладнання для її отримання.

2. Розроблена математична модель задньої підвіски гібридизованого автомобіля.

3. Розроблена методика визначення масово-інерційних характеристик автомобіля.

4. Удосконалено алгоритм розрахунку інерційних характеристик складових асиметричних транспортних засобів.

5. Матеріали магістерської роботи впроваджено в НТУ «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) при проведенні лекційній та практичних робіт з дисциплін «Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів» та «Механіка автомобіля».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Тракторы и автомобили / под ред. В. А. Скотникова. М.: Агропромиздат, 1985. – 440 с.
2. Вахламов, В. К. Автомобілі. Конструкція і експлуатаційні властивості. - М.: Академія, 2011.
3. Волков В.П. Теорія експлуатаційних властивостей автомобіля Навчальний посібник. - Харків – ХНАДУ, 2003. - 292 с.
4. Осенчугов В.В., Фрумкин А.К. Автомобиль. Анализ конструкций, элементы расчета. – М: Машиностр., 1989. -304 с.
5. Алекса М.М., Алексеєнко В.М., Гредескул А.Б. Теорія експлуатаційних властивостей автотранспортних засобів в прикладах і задачах. - К .: УМК ВО, 1990. - 100 с.
6. Краткий автомобильный справочник / А.Н. Познизовский, Ю.М. Власков, М.Б. Ляликов и др. – М. АО «ТРАНСКОСЛ ТИНГ», НИИАТ, 1994. –779 с.
7. Пат. 71950 Україна. Спосіб визначення координат центра ваги автомобіля і пристрій для його здійснення / Швідлер О.П., Кобільник М.С., Коваленко В.І., Хом'як Р.І. . – опубл. 2005
8. ОН 025 305-67 Методы определения параметров, влияющих на плавность хода автомобиля.
9. Теоретична і прикладна механіка / В.Булгаков та ін. – К.: Центральна навчальна література, 2018. – 752 с.
10. Гернет, М.М. Экспериментальное определение моментов инерции / М.М. Гернет, В.И. Ратобыльский. – М.: Машиностроение, 1969. – 247 с.
11. MacInnis, D. Duane, Cliff, E. William, Ising, W. Kurt / Duane, D. MacInnis, William E. Cliff, Kurt W. Ising. A comparison of moment of inertia estimation techniques for vehicle dynamics simulation / International Congress & Exposition, Detroit, Michigan, February 24 – 27, 1997.

12. Yu Z. A least-squares regression based method for vehicle yaw moment of inertia estimation / Z. Yu, X. Huang, J. Wang // Proceedings of the 2015 American Control Conference. - 2015. - July 1-3. - P. 5432-5437.

13. Identification of vehicle parameters using modified least square method in ADAMS/Car / M. B. Khaknejad, R. Kazemi, Sh. Azadi, A. Keshavarz // Proceedings of the 2011 International Conference on Modelling, Identification and Control. - 2011. - June 26-29. - P. 98-103.

14. Wang J. Vehicle yaw inertia and mass independent adaptive steering control / J. Wang, M. F. Hsieh // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. - Part D: Journal of Automobile Engineering. - 2009. - Vol. 223. - P. 1101–1108.

15. Okuzumi H. Identification of the rigid body characteristics of a power plant by using experimentally obtained transfer functions // International Journal of Vehicle Design. - 1994. - Vol. 15, № 3/4/5. - P. 425-434.

16. Witaya W. Scaled vehicle for interactive dynamic simulation / W. Witaya, W. Parinya, Ch. Krissada // Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. - 2009. - February 21-26. - P. 554-559.

17. Jardin M. R. Optimized measurements of UAV mass moment of inertia with a bifilar pendulum / M. R. Jardin, E. R. Mueller // AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. - 2007. - August 20-23. - P. 1-23.

18. The design of a vehicle inertia measurement facility / G. J. Heydinger, N. J. Durisek, D. A. Covert et al. // SAE Technical Paper. - 1995. - № 950309.

19. Measuring the yaw moment of inertia of a vehicle / P. Hejtmanek, O. Blatak, P. Kucera et al. // Journal of Middle European Construction and Design of Cars. - 2013. - Vol. 11, Issue 1. - P. 16-23.

20. Experimental determination of moments of inertia for an off-road vehicle in a regular engineering laboratory / P. E. Uys, P. S. Els, M. J. Thoresson et al. // International Journal of Mechanical Engineering Education. - 2006. - Vol. 34 (4). - P. 291-314.

21. А. с. 868424 СССР, М. кл. G 01 М 17/06. Стенд для определения моментов инерции транспортных средств / А. Г. Башкардин, П. А. Кравченко, В. Г. Степанов. - № 2864910/28; заявл. 04.01.1980; опубл. 30.09.1981, Бюл. № 36. - 3 с.

22. Патент US 5177998 A, G 01 M 1/12. Center of gravity and moments of inertia measurement device / M. W. Monk, The United States of America as represented by the Secretary of Transportation. - 152,275; Feb. 4, 1988; Jan. 12, 1993.

23. Kravets V.V., Bass K.M., Kravets T.V., Tokar L.A. Dynamic design of ground transport with the help of computation experiment, MMSE Jornal, 1, October 2015, p. 105-111. ISSN 2412-5954, Open access www.mmse.xyz. DOI 10.13140/RG.2.1.2466.6643.

24. Кравец В.В, Определение матрицы инерции гибридного автомобиля на основе кватернионных матриц/ В.В.Кравец, К.М. Басс, Т.В. Кравец, А.В. Харченко// Системні технології.- 2012.- 3(80)- С. 61-66.

25. Kharchenko A.V., Kravets T.V. Usage of quaternionic matrices to define inertia moments of wheel set taking into account manufacturing and assembly errors// 20-th International conference “Current Problems in Rail Vehicles”, Zilina, September 21-23, 2011, Slovakia, Proceedings Vol. II.- P.109-114.

26. Лысенко Л.Н., Кравец В.В. Симметричный подход к представлению тензора инерции составных ассиметричных объектов ракетно-космической техники// Весник МГТУ. Сер. Машиностроение.- 1996.- №1.- С. 36-45.

ДОДАТОК А

**Розрахунок параметрів задньої підвіски автомобіля з урахуванням
вертикальних і поперечно-кутових коливань кузова**

Початкові данні:

$$\begin{array}{lllll}
 m_1 := 350 & \mu_a := 3 \cdot 10^3 & C_p := 2.5 \cdot 10^5 & l_1 := 1.2 & I_1 := 200 \\
 m_2 := 80 & \mu_{sh} := 1 \cdot 10^4 & C_{sh} := 8 \cdot 10^5 & l_2 := 1.425 & I_2 := 24 \quad \Delta t := 0.1
 \end{array}$$

$$f1(z1_1, z2_1, v1_1, v2_1, a1_1, a2_1, \varphi1_1, \varphi2_1, \varphi11_1, \varphi21_1, \varphi12_1, \varphi22_1, z31_1, z32_1, z31_2, z32_2, \Delta t, n) :=$$

$$:= \begin{array}{l}
 q_{0,0} \leftarrow z1_1 \\
 q_{1,0} \leftarrow z2_1 \\
 q_{2,0} \leftarrow v1_1 \\
 q_{3,0} \leftarrow v2_1 \\
 q_{4,0} \leftarrow a1_1 \\
 q_{5,0} \leftarrow a2_1 \\
 q_{6,0} \leftarrow \varphi1_1 \\
 q_{7,0} \leftarrow \varphi2_1 \\
 q_{8,0} \leftarrow \varphi11_1 \\
 q_{9,0} \leftarrow \varphi21_1 \\
 q_{10,0} \leftarrow \varphi12_1 \\
 q_{11,0} \leftarrow \varphi22_1 \\
 q_{12,1} \leftarrow z31_2 \\
 q_{13,1} \leftarrow z32_2
 \end{array}$$

for $i \in 1..n$

$$q_{13,i} \leftarrow 0$$

if $i < 11$

$$q_{13,i} \leftarrow z322 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{10} \cdot i\right)$$

$$q_{1,i} \leftarrow \frac{q_{4,i-1} \cdot m_1 - C_{sh} \cdot q_{13,i} - C_{sh} \cdot q_{12,i} + q_{5,i-1} \cdot m_2 + 2 \cdot q_{3,i-1} \cdot \mu_{sh}}{2 \cdot C_{sh}}$$

$$q_{0,i} \leftarrow \frac{2 \cdot \mu_a \cdot (q_{2,i-1} - q_{3,i-1}) - 2 \cdot C_p \cdot q_{1,i} + q_{4,i-1} \cdot m_1}{2 \cdot C_p}$$

$$q_{2,i} \leftarrow \frac{q_{0,i} - q_{0,i-1}}{\Delta t}$$

$$q_{3,i} \leftarrow \frac{q_{1,i} - q_{1,i-1}}{\Delta t}$$

$$q_{4,i} \leftarrow \frac{q_{2,i} - q_{2,i-1}}{\Delta t}$$

$$q_{5,i} \leftarrow \frac{q_{3,i} - q_{3,i-1}}{\Delta t}$$

$$q_{12,i+1} \leftarrow q_{12,i}$$

$$q_{14,i} \leftarrow \Delta t \cdot i$$

$$\Delta\phi 21 \leftarrow \frac{-q_{12,i} - q_{13,i-1} + q_{13,i} + q_{12,i-1}}{l_2 \cdot \Delta t}$$

$$q_{8,i-1} \leftarrow q_{8,i-1} + \Delta\phi 21$$

$$\Delta\phi 22 \leftarrow \frac{\Delta\phi 21}{\Delta t}$$

$$q_{10,i-1} \leftarrow q_{10,i-1} + \Delta\phi 22$$

$$\begin{aligned}
q_{7,i} &\leftarrow \frac{2 \cdot l_1^2 \cdot l_2 \cdot \mu_a}{2 \cdot C_p \cdot l_1 \cdot l_2^2 + C_{sh} \cdot l_1 \cdot l_2^2} \cdot q_{8,i-1} + \frac{2 \cdot I_1 \cdot l_2}{2 \cdot C_p \cdot l_1 \cdot l_2^2 + C_{sh} \cdot l_1 \cdot l_2^2} \cdot q_{10,i-1} \cdot q_{9,i-1} - \frac{2 \cdot I_2 \cdot l_1}{2 \cdot C_p \cdot l_1 \cdot l_2^2 + C_{sh} \cdot l_1 \cdot l_2^2} \cdot q_{11,i-1} \\
q_{6,i} &\leftarrow \frac{\mu_a}{C_p} \cdot q_{8,i-1} - \frac{2 \cdot I_1}{C_p \cdot l_1^2} \cdot q_{10,i-1} \cdot q_{7,i} + \frac{l_2 \cdot \mu_a}{l_1 \cdot C_p \cdot l_1} \cdot q_{9,i-1} \\
q_{8,i} &\leftarrow \frac{q_{6,i} - q_{6,i-1}}{\Delta t} \\
q_{7,i} &\leftarrow \frac{q_{7,i} - q_{7,i-1}}{\Delta t} \\
q_{9,i} &\leftarrow \frac{q_{8,i} - q_{8,i-1}}{\Delta t} \\
q_{10,i} &\leftarrow \frac{q_{9,i} - q_{9,i-1}}{\Delta t} \\
q_{11,i} &\leftarrow \frac{q_{10,i} - q_{10,i-1}}{\Delta t}
\end{aligned}$$

q

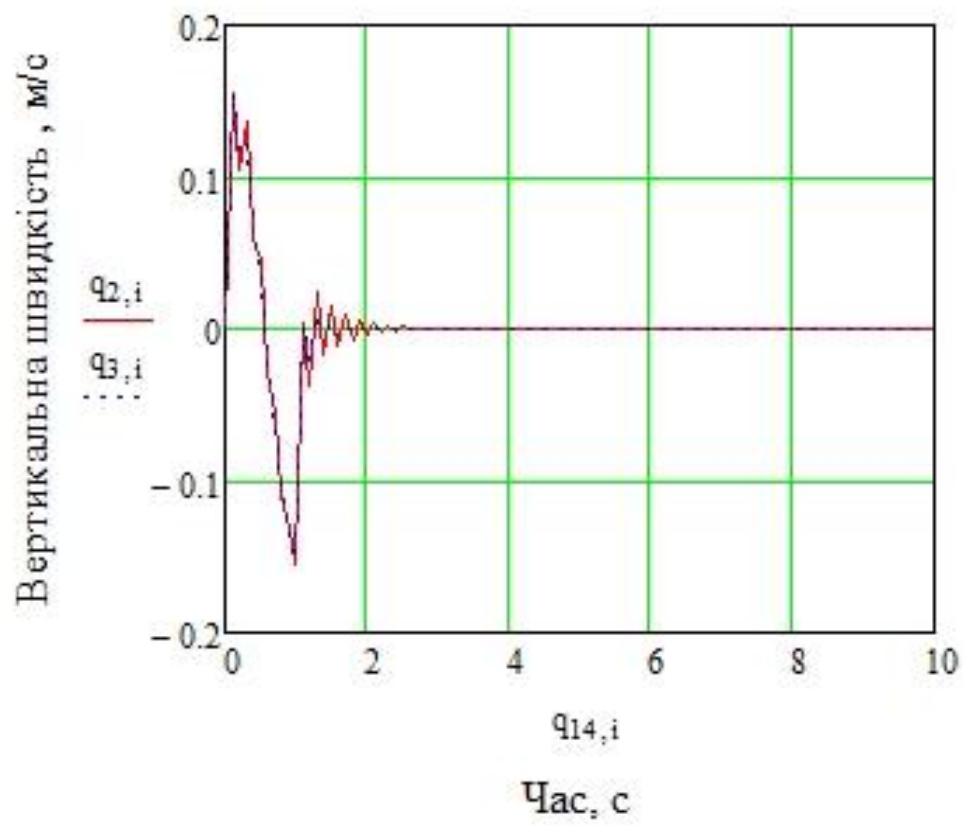
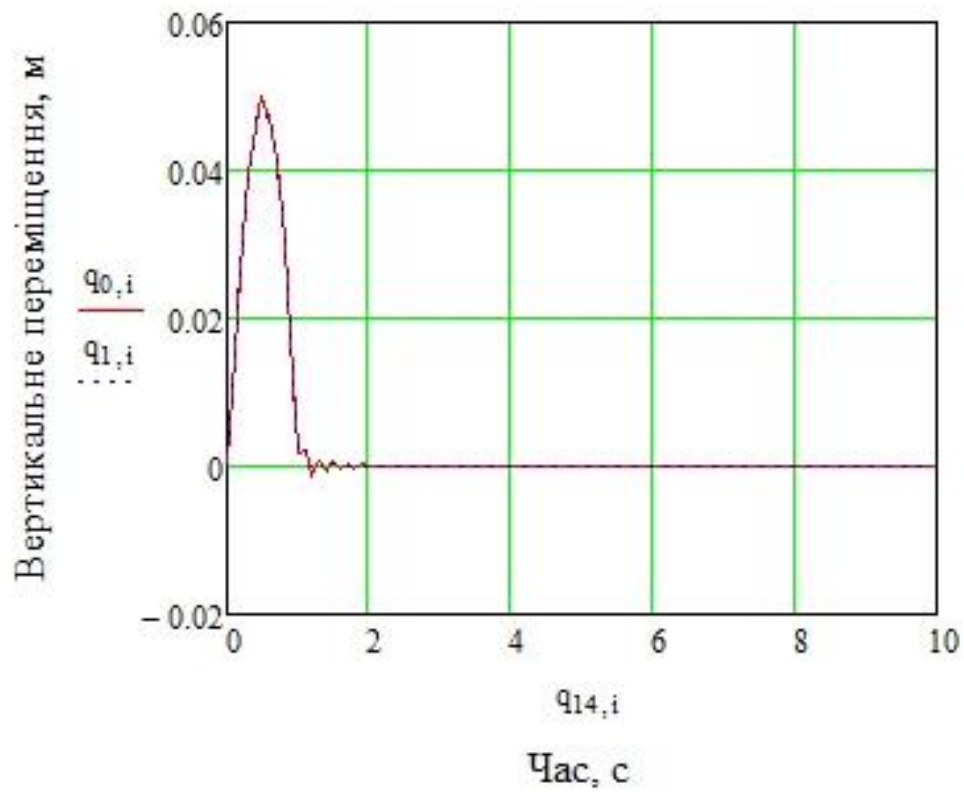
Початкові умови:

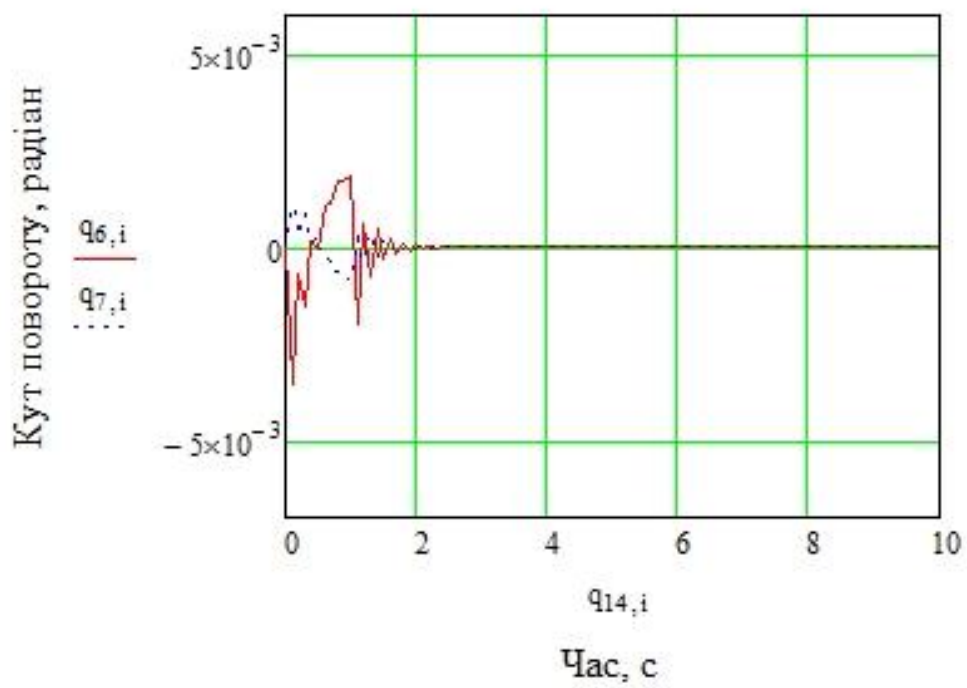
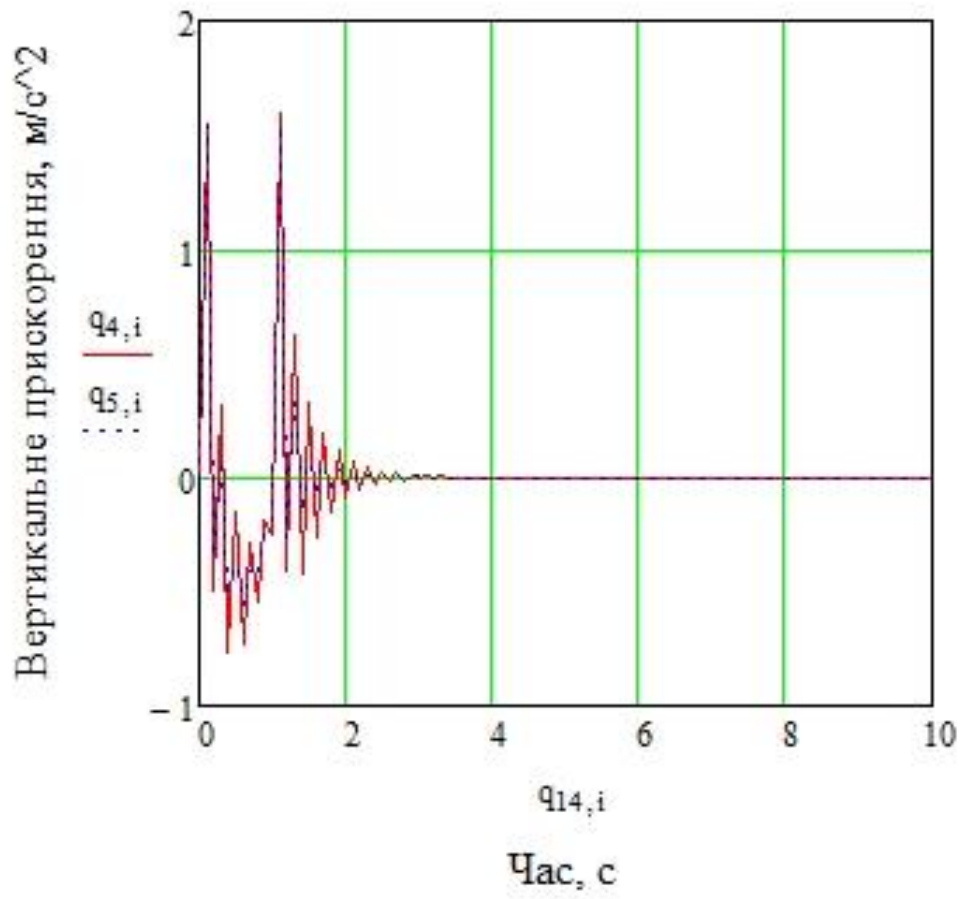
$$\begin{array}{llll}
 z1_1 := 0 & \varphi1_1 := 0 & z31_1 := 0 & n := 100 \\
 z2_1 := 0 & & z32_1 := 0 & \\
 v1_1 := 0 & \varphi2_1 := 0 & & \\
 v2_1 := 0 & \varphi11_1 := 0 & z31_2 := 0 & \\
 a1_1 := 0 & & z32_2 := 0.1 & \\
 a2_1 := 0 & \varphi21_1 := 0 & & \\
 & \varphi12_1 := 0 & & i := 0 .. n \\
 & \varphi22_1 := 0 & &
 \end{array}$$

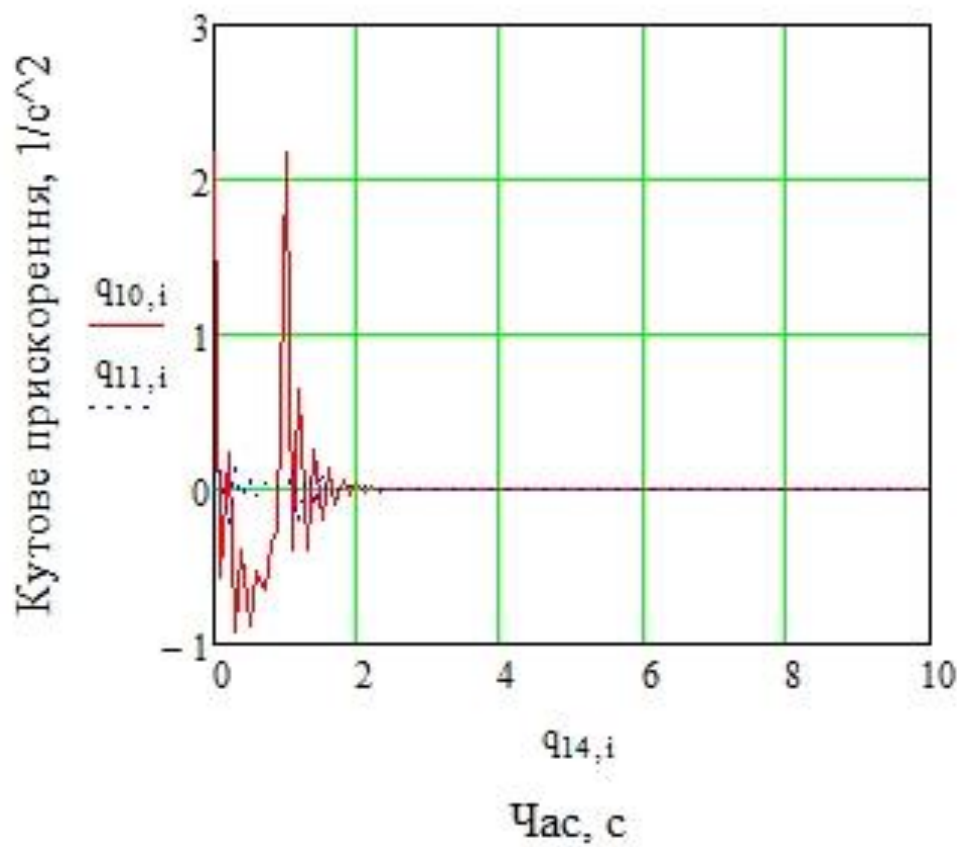
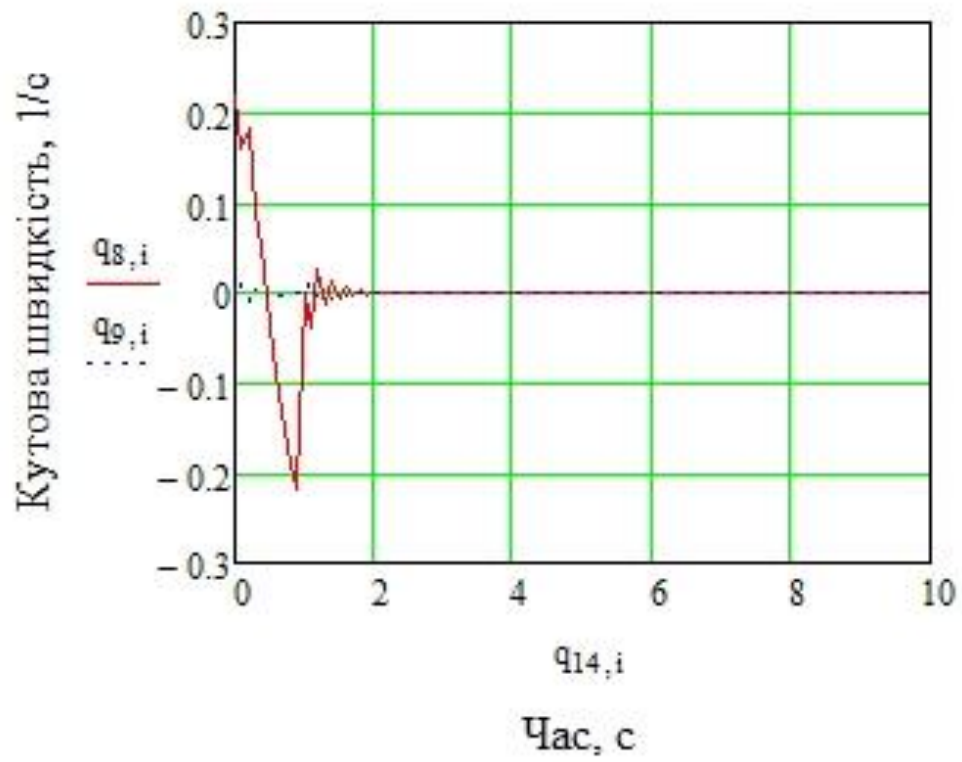
Результати розрахунку:

$$f1(z1_1, z2_1, v1_1, v2_1, a1_1, a2_1, \varphi1_1, \varphi2_1, \varphi11_1, \varphi21_1, \varphi12_1, \varphi22_1, z31_1, z32_1, z31_2, z32_2, \Delta t, n) =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0.015	0.026	0.04	0.046	0.05	0.047	0.041	0.03	0.017	0.002
1	0	0.015	0.027	0.039	0.046	0.049	0.047	0.041	0.03	0.017	0.002
2	0	0.155	0.105	0.136	0.06	0.044	-0.028	-0.057	-0.111	-0.13	-0.155
3	0	0.155	0.116	0.121	0.068	0.034	-0.022	-0.063	-0.106	-0.133	-0.152
4	0	1.545	-0.494	0.313	-0.768	-0.154	-0.724	-0.285	-0.544	-0.192	-0.251
5	0	1.545	-0.386	0.049	-0.524	-0.347	-0.552	-0.412	-0.437	-0.268	-0.187
6	0	-0.004	-6.81·10 ⁻⁴	-0.002	1.595·10 ⁻⁴	-2.304·10 ⁻⁵	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002
7	0	0.001	3.664·10 ⁻⁴	8.681·10 ⁻⁴	1.214·10 ⁻⁴	2.24·10 ⁻⁴	-3.127·10 ⁻⁴	-3.733·10 ⁻⁴	-7.115·10 ⁻⁴	-7.585·10 ⁻⁴	-8.87·10 ⁻⁴
8	0.217	0.16	0.184	0.091	0.052	-0.036	-0.089	-0.154	-0.19	-0.217	0.001
9	0	0.012	-0.009	0.005	-0.007	0.001	-0.005	-6.067·10 ⁻⁴	-0.003	-4.697·10 ⁻⁴	-0.001
10	2.169	-0.567	0.238	-0.931	-0.393	-0.878	-0.528	-0.655	-0.352	-0.273	2.182
11	0	0.123	-0.21	0.137	-0.125	0.085	-0.064	0.048	-0.028	0.029	-0.008
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0.031	0.059	0.081	0.095	0.1	0.095	0.081	0.059	0.031	0
14	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	...







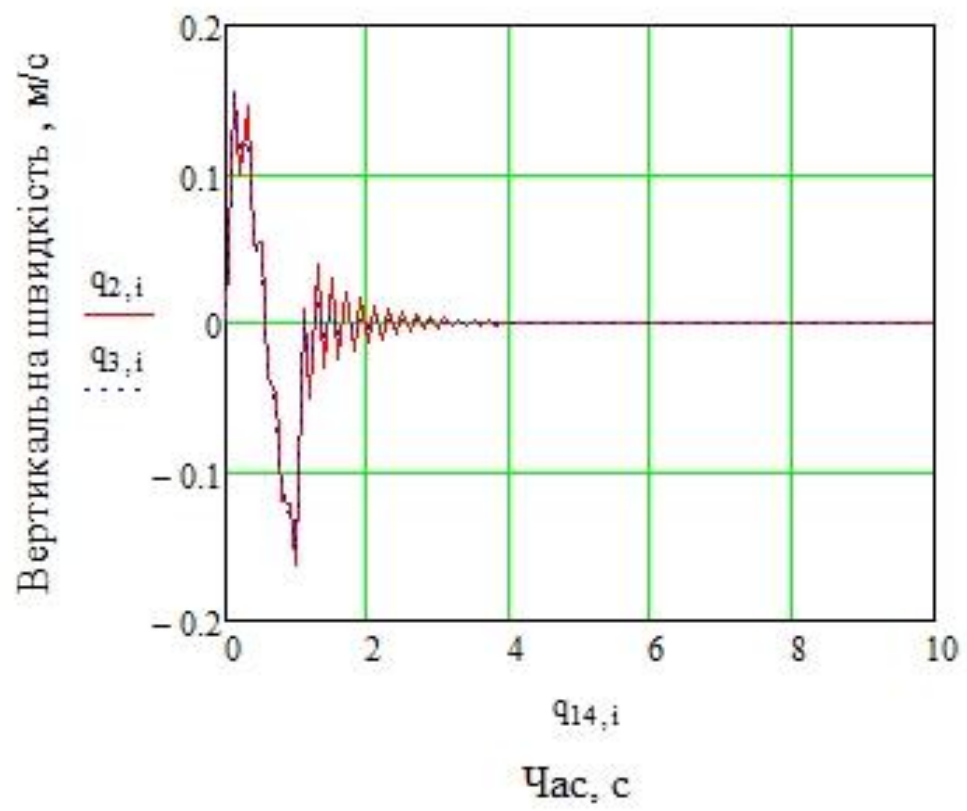
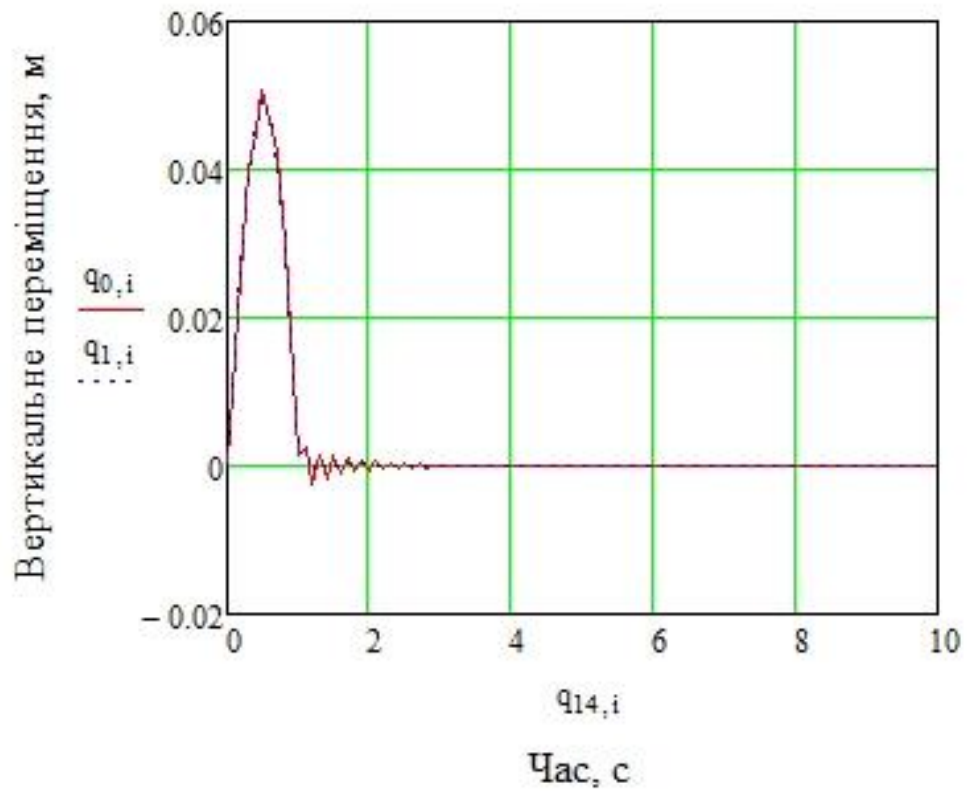
Початкові данні:

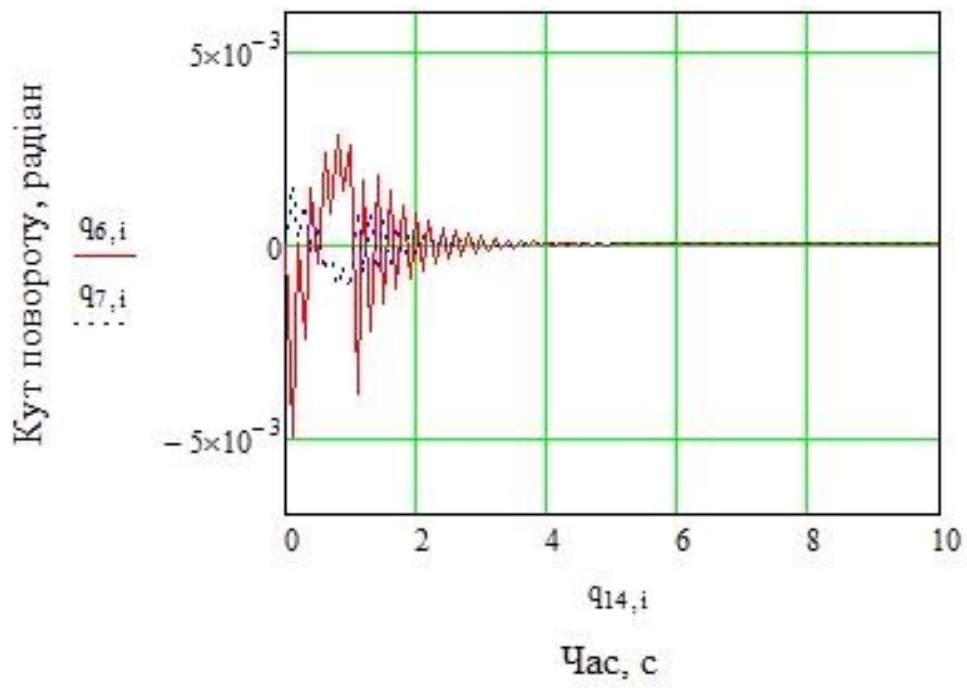
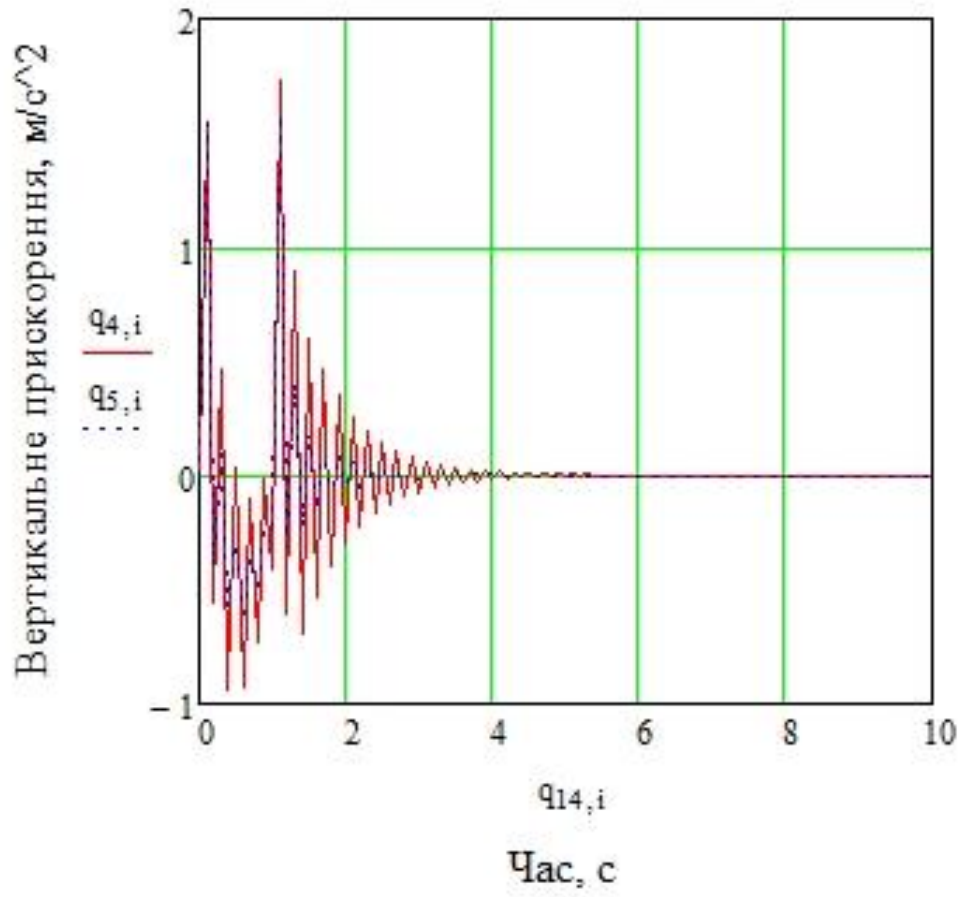
$$\begin{aligned}
 m_1 &:= 490 & \mu_a &:= 3 \cdot 10^3 & C_p &:= 2.5 \cdot 10^5 & l_1 &:= 1.2 & I_1 &:= 350 \\
 m_2 &:= 120 & \mu_{sh} &:= 1 \cdot 10^4 & C_{sh} &:= 8 \cdot 10^5 & l_2 &:= 1.425 & I_2 &:= 70 & + \Delta t &:= 0.1
 \end{aligned}$$

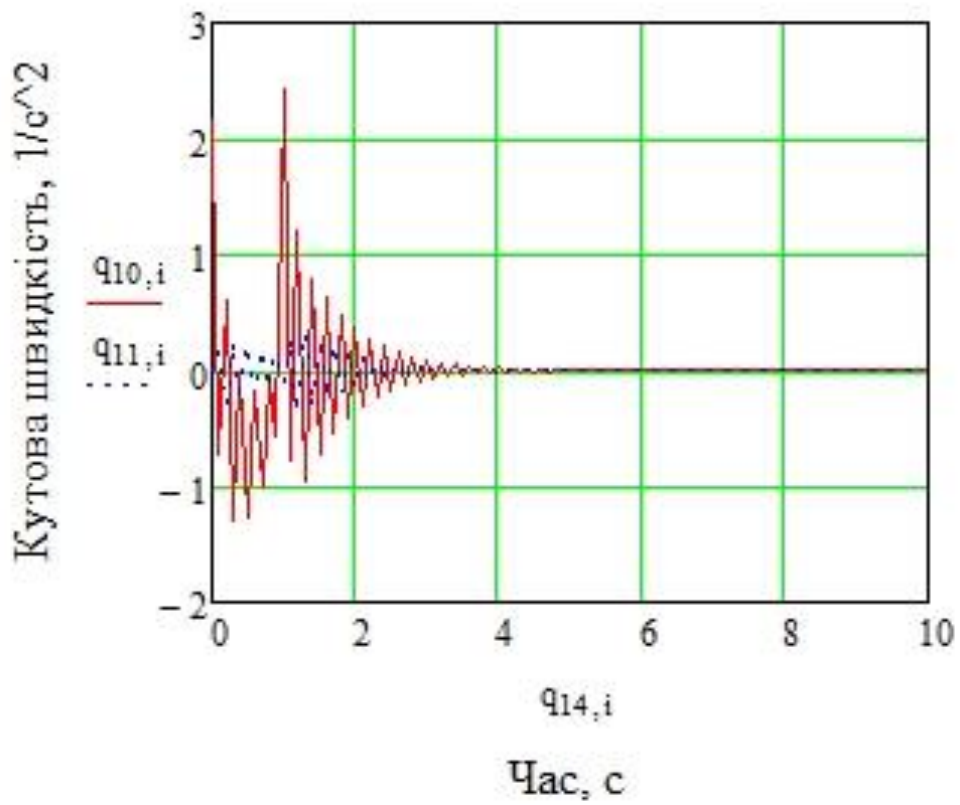
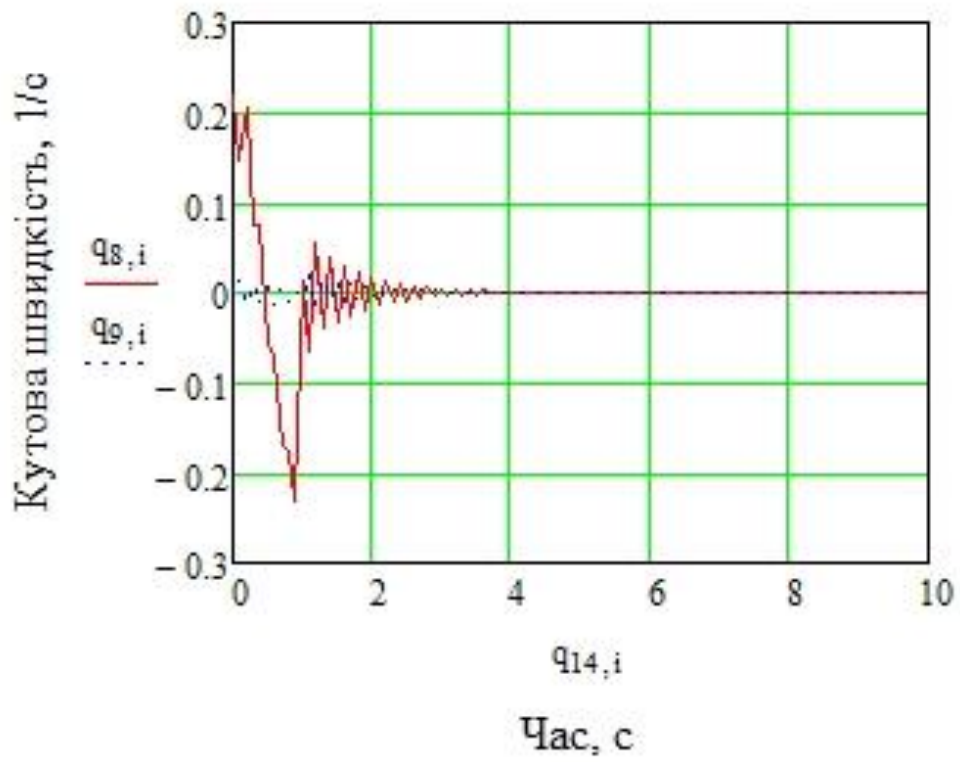
Результати розрахунку:

$$f1(z1_1, z2_1, v1_1, v2_1, a1_1, a2_1, \phi1_1, \phi2_1, \phi11_1, \phi21_1, \phi12_1, \phi22_1, z31_1, z32_1, z31_2, z32_2, \Delta t, n) =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0.015	0.025	0.04	0.045	0.051	0.047	0.042	0.03	0.018	0.002
1	0	0.015	0.027	0.039	0.046	0.05	0.047	0.041	0.03	0.017	0.002
2	0	0.155	0.099	0.146	0.052	0.055	-0.037	-0.047	-0.12	-0.122	-0.163
3	0	0.155	0.114	0.124	0.066	0.036	-0.024	-0.06	-0.109	-0.131	-0.154
4	0	1.545	-0.555	0.469	-0.941	0.029	-0.921	-0.099	-0.728	-0.022	-0.412
5	0	1.545	-0.403	0.094	-0.572	-0.299	-0.604	-0.364	-0.484	-0.226	-0.227
6	0	-0.005	$2.969 \cdot 10^{-5}$	-0.002	0.001	$-4.989 \cdot 10^{-4}$	0.002	$8.013 \cdot 10^{-4}$	0.003	0.001	0.003
7	0	0.002	$1.453 \cdot 10^{-4}$	0.001	$-2.592 \cdot 10^{-4}$	$4.705 \cdot 10^{-4}$	$-7.135 \cdot 10^{-4}$	$-1.719 \cdot 10^{-4}$	-0.001	$-5.786 \cdot 10^{-4}$	-0.001
8	0.217	0.146	0.206	0.075	0.074	-0.054	-0.071	-0.171	-0.175	-0.231	0.012
9	0	0.015	-0.014	0.01	-0.014	0.007	-0.012	0.005	-0.009	0.005	-0.006
10	2.169	-0.713	0.601	-1.306	-0.015	-1.276	-0.167	-1.003	-0.043	-0.56	2.434
11	0	0.153	-0.291	0.241	-0.246	0.216	-0.191	0.173	-0.143	0.136	-0.104
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0.031	0.059	0.081	0.095	0.1	0.095	0.081	0.059	0.031	0
14	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	...







Апробація результатів магістерської роботи

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Перший проректор

НТУ «Дніпровська політехніка»

Артем ПАВЛИЧЕНКО

_____ 2021 р.



про використання результатів кваліфікаційної роботи

Лагошної Олени Олександрівни

на тему *«Розробка методики визначення масово-інерційних характеристик автомобіля, як складальної технічної системи»,*

яка виконана в ДВНЗ

«Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»

Даним актом підтверджується, що в навчальному процесі НТУ «Дніпровська політехніка» при підготовці бакалаврів за спеціальністю 274 *«Автомобільний транспорт»* використовуються результати кваліфікаційної роботи Лагошної О.О.

Матеріали кваліфікаційної роботи знайшли відображення в лекційних курсах та практичних заняттях з дисциплін *«Теорія експлуатаційних властивостей та розрахунків автомобілів», «Механіка автомобіля».*

Декан механіко-машинобудівного

факультету, проф.

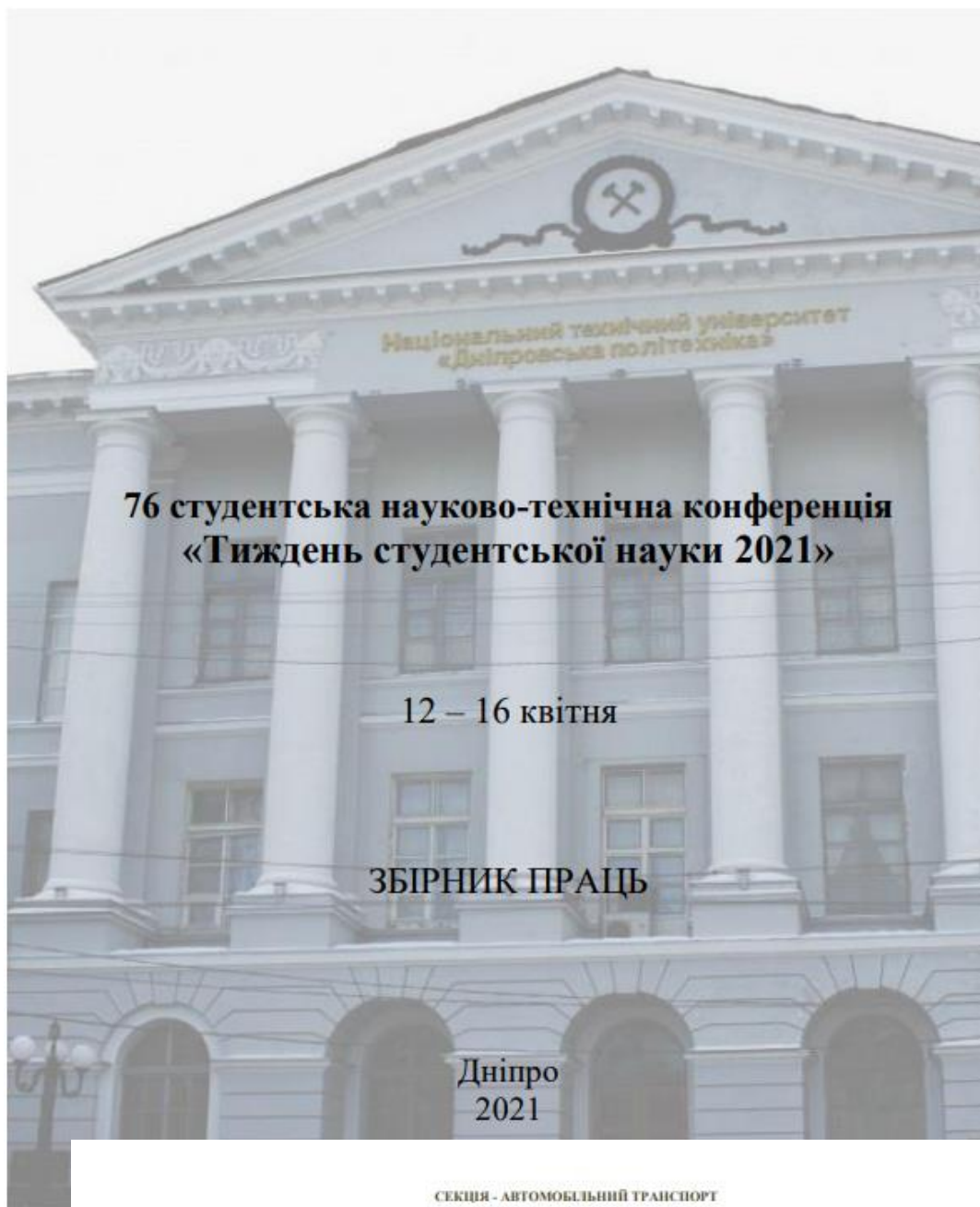
Станіслав ФЕЛОНЕНКО

Заст. зав. кафедри автомобілів

та автомобільного господарства, доц.

Сергій КУВАЧ

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**



**АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ МАСОВО-ІНЕРЦІЙНИХ
ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБІЛІВ**

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

Снитко Г.О.

Науковий керівник: ас. Лагошна О.О.

Масово-інерційні характеристики транспортного засобу істотно впливають на такі його якісні показники, як стійкість під час руху, розподіл навантаження по несучих елементах конструкції, плавність ходу та інші. Ці характеристики змінюються по етапах життєвого циклу автомобіля, при його модифікаціях кожного конкретного екземпляра. Точне знання положення центра мас та інерційних характеристик автомобіля і його основних компонентів необхідно на

